

الگوریتم فراابتکاری اجتماع ذرات در بهینه سازی پورتفوی

رزا منتظری پرچیکلائی^۱

تاریخ دریافت: ۱۴۰۲/۰۴/۲۷ تاریخ چاپ: ۱۴۰۲/۰۶/۲۶

چکیده

سبد سهام به ترکیبی از سهام های مختلف گفته می شود که برای سرمایه گذاری تشکیل می گردد. مساله انتخاب سبد سهام بهینه یکی از پیچیده ترین مسائل حوزه مالی و سرمایه گذاری می باشد، این مساله را می توان به طور ساده به این صورت بیان کرد: یک مجموعه n تایی از سهام ها برای انتخاب وجود دارند، هر یک از این n سهم باید چند درصد از کل مبلغ سرمایه گذاری را به خود اختصاص دهند تا بازده کل سبد تشکیل شده حداکثر و ریسک کل آن حداقل شود. مساله انتخاب سبد سهام بهینه یک مسئله ان پی سخت است و در حالت کلی هیچ روش قطعی در زمان چند جمله ای برای یافتن جواب دقیقی برای این مسئله وجود ندارد، بنابراین بایستی برای حل این مسئله استفاده از روش های هوشمند و فراابتکاری مورد توجه قرار گیرد. در این مقاله برای حل مساله انتخاب سبد سهام بهینه از روش فراابتکاری حرکت تجعی ذرات استفاده می گردد.

واژگان کلیدی

بهینه سازی، سبد سهام (پرتفوی)، الگوریتم حرکت تجعی ذرات، بورس اوراق بهادار تهران، ریسک، بازده

۱. دانشجوی دکتری، مدیریت صنعتی، واحد فیروزکوه، دانشگاه آزاد اسلامی، فیروزکوه، ایران.

مقدمه

در اغلب مسائل بهینه سازی پرتفوی سهام و تعیین مرز کارای سرمایه گذاری، زمانی که تعداد دارایی های قابل سرمایه گذاری و محدودیت های موجود در بازار کم باشد توسط مدل ریاضی حل شدنی است اما هنگامی که شرایط و محدودیت های دنیای واقعی در نظر گرفته شود، مسئله بهینه سازی پرتفوی به راحتی حل نمی شود به همین دلیل استفاده از شیوه های فراابتکاری همچون شبکه های عصبی و سایر الگوریتم های تکاملی در بهینه سازی پرتفوی یکی از موضوعات مهم مورد بحث در دوران اخیر بوده است اما در این پژوهش ما به دنبال رویکرد دیگری برای بهینه کردن پرتفوی سرمایه گذاریها در شرکت های سرمایه گذاری هستیم که مشکلات شرح داده شده را می تواند برطرف سازد، به آن روش بهینه سازی چندهدفه پرتفوی سرمایه گذاری با رویکرد حرکت تجمعی ذرات گویند که با توجه به محدودیت های بازار نسبت به سایر روش ها موفق بوده است؛ بنابراین تعداد پژوهش ها و مطالعاتی که در زمینه بهینه سازی پرتفوی با استفاده از تکنیک حرکت تجمعی ذرات انجام شده است به نسبت سایر روش های ترکیبی بسیار کمتر بوده و یکی از جدیدترین روش های تکاملی بهینه سازی است. الگوریتم اجتماع ذرات PSO یک الگوریتم بهینه سازی فرااکتشافی است که از حرکت گروهی پرندگان الگو گرفته است، در این الگوریتم هر پاسخ مسئله به صورت یک ذره که دارای یک مقدار و همچنین میزان تناسب است مدل می شود، همچنین در این پژوهش با هدف تشکیل پرتفوی بهینه شناسایی مرز کارای سرمایه گذاری به بررسی امکان شناسایی و تشکیل پرتفوی بهینه توسط مدل فراابتکاری حرکت تجمعی ذرات پرداخته می شود.

مارکویتز در مسائل انتخاب پرتفوی، مدل میانگین- واریانس را پیشنهاد کرد که یکی از مهم ترین موضوعات تحقیق در تئوری مدرن مالی می باشد و رفتار سرمایه گذار را در محیط تصادفی با ترکیب نظریه احتمال و با روش های بهینه سازی مورد مطالعه قرار می دهد. (مارکویتز، ۱۹۵۲). بکارت بازده بازار را در ۱۹ بازار سهام نوظهور اندازه گیری و برآورد کرد. سپس ارتباط بین این برآورد را با مشخصات و عوامل دیگر بازده در کنار هم قرار داد و موانع سرمایه گذاری را به طور وسیعی بررسی کرد، اگرچه این تحلیل، مقدماتی و آزمایشی است اما برخی از نتایج را به روشنی به دست می آورد. (بکارت، ۱۹۹۵). سلیکورت و اویسکی به مسئله بهینه سازی چندهدفه سبد سهام پرداختند. آن ها عوامل مختلفی مانند عوامل اقتصادی، اجتماعی و سیاسی را در بهینه سازی سبد سهام در نظر گرفته اند و بازار تصادفی مورد مطالعه را با توجه به این عوامل و با استفاده از رویکرد زنجیره مارکوف مدل سازی کرده اند. (سلیکورت و اویسکی، ۲۰۰۷). چن و همکارانش از یک الگوی چند مرحله ای برای انتخاب پرتفوی بهینه با کمک الگوریتم ژنتیک استفاده کرده اند، بدین صورت علاوه بر انتخاب اوراق بهادار با کیفیت و بهینه سازی از بین این اوراق، همواره سعی در ثابت نگه داشتن ثروت پایان دوره سرمایه گذار دارند. (چن و دیگران، ۲۰۰۷). یان، میانو و لی در پژوهشی، با استفاده ترکیبی از روش های PSO و GA به انتخاب چندهدفه پرتفوی با استفاده از عامل ریسک نیم واریانس پرداخته اند. آن ها نشان دادند، استفاده ترکیبی از PSO و GA از

کاربرد هریک از آن ها به تنهایی به مراتب کارا تر است. (یان و دیگران، ۲۰۰۷). جوی و آنجلین به بررسی رابطه نقدشوندگی و انتخاب پرتفوی بهینه پرداخته اند. آن ها دریافته اند که بهینه سازی پرتفوی بدون در نظر گرفتن سطح نقدشوندگی اوراق بهادار، منجر به ترکیب دارائی هایی با قدرت نقدشوندگی پایین در فرآیند تصمیم گیری پرتفوی، می شود. در حالی که از نکات کلیدی مدنظر سرمایه گذاران هنگام تشکیل پرتفوی، سطح نقدشوندگی اوراق بهادار است. (جوی و آنجلین، ۲۰۰۸). فرایتاس و همکاران شبکه های عصبی را برای پیش بینی پرتفوی بهینه انتخاب نمودند. در مطالعه اخیر با بهره گیری از مدل میانگین-واریانس و با بررسی فرصت های سرمایه گذاری در دوره های کوتاه مدت، خطای ناشی از پیش بینی پرتفوی حداقل گردید. (فرایتاس و همکاران، ۲۰۰۹). ژو و فن تئوری پرتفوی را جهت انتخاب پرتفوی بهینه در کشور چین جهت گسترش تکنولوژی ایجاد پرتفوی، با استفاده از بهینه پاره تو بررسی کرده اند. در این تحقیق محدودیت بر حداکثر ریسک اعمال می گردد، بررسی ها نشان می دهد که نوسازی سیاست تشکیل پرتفوی همواره امری ضروری می باشد. (ژو و فن، ۲۰۱۰). چن و ژانگ به بهینه سازی پرتفوی با در نظر گرفتن هزینه های معاملاتی با استفاده از الگوریتم حرکت تجمعی ذرات پرداختند. آن ها یافتند که الگوریتم های سنتی عملکرد مناسبی نداشته و الگوریتم های جدید کارایی موثرتری در مسئله انتخاب پرتفوی خواهند داشت. (چن و ژانگ، ۲۰۱۰). ژانگ و همکارانش موضوع تشکیل پرتفوی با ترکیب دارایی های بدون ریسک را بررسی نموده و در این راه از مدل میانگین-واریانس و الگوریتم فازی بهره جستند؛ و در نهایت با ارائه مسائل عددی، کارایی رویکرد فوق را بررسی و اثبات کرده اند (ژانگ و دیگران، ۲۰۱۱)

-روش تحقیق

تحقیق حاضر که در زمینه شناخت و تحلیل یک روش حل مساله بهینه سازی سبد سهام می باشد، از بعد هدف از نوع تحقیقات توصیفی-همبستگی^۱ است. در این نوع تحقیقات بدون اینکه در متغیرها دخالتی صورت گیرد، جمع آوری می شوند. از بعد نحوه جمع آوری اطلاعات، تحقیق حاضر یک تحقیق اسنادی^۲ - کتابخانه ای است. بدین معنی که تمامی اطلاعات لازم را از منابعی که در کتب، نوشته ها و تحقیقات قبلی موجود در کتابخانه ها یا بایگانی سازمانها مکتوب است بدست می آورد و لزومی به مراجعه به افراد و انجام پرسش یا مشاهده یا مصاحبه وجود ندارد. از بعد نتیجه این تحقیق یک تحقیق کاربردی^۳ است، زیرا در پی حل یکی از مسائل جاری مدیریت سرمایه گذاری در شرکتها و موسسات سرمایه گذاری می باشد.

¹ Correlation Research

² Archival

³ Applied

-جامعه ی آماری

شرکت های استفاده شده از تمامی گروه های سازمان بورس می باشد و اطلاعات آن هم از یکی از کارگزاری های بورس دریافت شده و مورد تایید می باشد، در این اطلاعات میانگین بازدهی و نیز انحراف معیار یا همان ریسک آن معرفی شده است. همچنین دوره زمانی که در این تحقیق به کار گرفته خواهد شد ۳ ساله است که دلایل انتخاب این دوره زمانی این است که اولاً با توجه به نزدیکی محدوده زمانی پژوهش و تاریخ انجام آن، نتیجه حاصل از آن می تواند به میزان بیشتری در آینده تعمیم داده شود. ثانياً تنوع سهام در بازار بورس در سال های اخیر رونق بیشتری گرفته و شرکت های زیادی مورد پذیرش بورس قرار گرفته اند و توجه سرمایه گذاران نیز به سرمایه گذاری در سهام بیشتر شده است

-مدل های ریاضی

✓ مدل شارپ (تک شاخصی)

$$E_p = \sum_{i=1}^N x_i \cdot E_i \quad \text{maximize } z = (1-\lambda) \cdot E_p - \lambda b_p$$

$$b_p = \sum_{i=1}^N x_i \cdot b_i \quad \text{ST :}$$

$$b_i = \frac{\text{cov}(R_i, R_m)}{\text{var}(R_m)} \quad \sum_{i=1}^N x_i = 1$$

$$(1) \quad 0 \leq \lambda \leq 1$$

اندیس ها و نمادهای بکار رفته در مدل:

اسهم مورد نیاز بخش ام.

پارامترهای مدل:

E_p . بازدهی مورد انتظار پرتفوی.

E_i . بازدهی مورد انتظار طرح ام.

b_i . نسبت کوواریانس عایدی ورقه ام با بازار به واریانس بازار.

b_p ریسک پرتفوی.

متغیرهای تصمیم مدل:

x_i . بخشی از بودجه کل که در طرح ام سرمایه گذاری می گردد.

λ . درجه ریسک گریزی سرمایه گذار.

تابع هدف:

بیشینه کردن نسبتی از بازدهی و ریسک پرتفوی.

محدودیت های مدل:

محدودیت اول: درجه ریسک گریزی سرمایه گذار بین ۰ و ۱ می باشد.

محدودیت دوم: تمام بودجه باید صرف سرمایه گذاری گردد.

✓ **مساله بهینه سازی سبد سرمایه با قید کاردینالی: (مارکویتز)**

$$\min \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N w_i w_j \cdot \sigma_{ij}$$

ST :

$$\sum_{i=1}^N w_i \cdot \mu_i = R^*$$

$$\sum_{i=1}^N w_i = 1$$

$$\sum_{i=1}^N z_i = k$$

$$z_i \in \{0,1\}, i \in \{1,2,3,\dots\}$$

$$\varepsilon_i \cdot z_i \leq w_i \leq \delta_i \cdot z_i$$

$$i = 1,2,3,\dots,N$$

اندیس ها و نمادهای بکار رفته در مدل:

z_i . سهام مورد نیاز برای بخش های آم و اام.

پارامترهای مدل:

σ_{ij} . کوواریانس سهام ا و ز.

k . تنوع تعداد سهام.

R^* . بازده مطلوب سرمایه گذار.

متغیرهای تصمیم مدل:

w_i . وزن سهام ا.

μ_i . میانگین بازده سهام ا.

تابع هدف:

کمینه کردن کوواریانس سهام بخش های آم و اام.

محدودیت های مدل:

محدودیت اول: مجموع سرمایه گذاری سهام ا برابر بازده ی مطلوب سرمایه گذار باشد.

محدودیت دوم: مجموع وزن سهام برابر ۱ باشد.

محدودیت سوم: این محدودیت تضمین می کند که k نوع سهم مختلف در پرتفوی موجود باشد.

-نحوه پیاده سازی

✓ هر سبد سهام به صورت یک آرایه در نظر گرفته شده است که طول این آرایه الزاماً باید برابر با یکی از دو حالت سی یا شصت سلولی باشد. در کل این آرایه که همان سبد سهام است در الگوریتم حرکت دسته پرندگان با عنوان مجموعه پرندگان شناخته می شود. از آنجا که الگوریتم مذکور، جمعیت محور^۴ است لذا با تکرار هر بار این آرایه یک جمعیت به جمعیت قبلی اضافه می شود و الگوریتم را قادر می سازد تا به حرکت خود با بررسی تعداد حالت های بیشتری پردازد. در این الگوریتم تعداد جمعیت برابر با 100^5 در نظر گرفته شده است.

در الگوریتم، برای تولید جمعیت اولیه که در نخستین تکرار^۵ از تولید جواب های غیرممکن جلوگیری شده است. به این معنا که:

- در مدل اول که محدودیت برای هر نوع سهام وجود دارد و می بایست بین حداقل و حداکثر انتخاب شود، می بایست بین دو این دو حوزه به مدد فرمول زیر، یک عدد تصادفی ایجاد شود:
- معادله ۱: معادله ایجاد جواب اولیه در این الگوریتم در مدل های اولو دوم که با محدودیت کف و سقف انتخاب هر سهم مواجه است (۲-۴)

$$x_i = \min_i + (\max_i - \min_i) * \text{rand}()$$

بر این اساس، حتماً عدد ایجاد شده نیز شدنی است.

- همچنین در مدل دوم علاوه بر محدودیت کف و سقف، محدودیت تعداد سهام انتخاب شده نیز وجود دارد که برای این موضوع می بایست به تعداد مشخصی مانند K ، تعداد سهام امکان انتخاب داشته باشند و در صورتی که هر سهم انتخاب شد، حال می بایست بین کف و سقف خود از آن انتخاب صورت گیرد. لذا ابتدا لازم است از بین سلول های مختلف تعداد K پرنده ابتدا برگزیده شود که این عمل در زبان متلب به صورت زیر خواهد بود:

⁴ Population-based algorithms

⁵ Npop=100

۶. Iteration: هر الگوریتم از تعداد متناهی تکرار تشکیل شده است که به محض رسیدن به شرط توقف می تواند این تعداد تکرار متوقف شود.

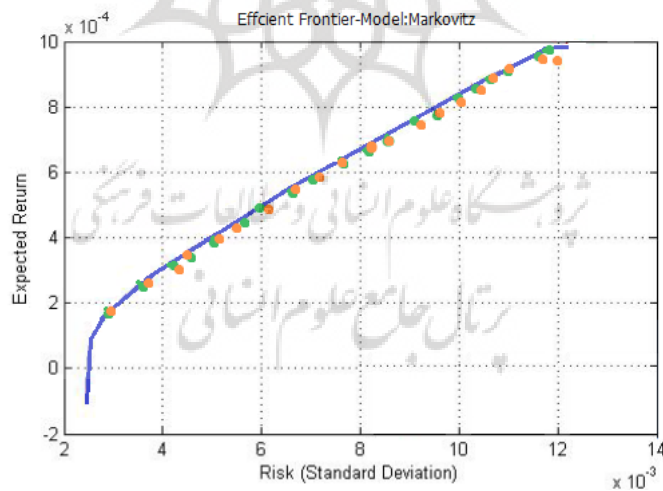
```

flag=0;
candidates=zeros(1,K);
while flag==0
candidates=randi([1,K],1,K);
if size(unique(candidates),2)==K
flag=1;
end
end

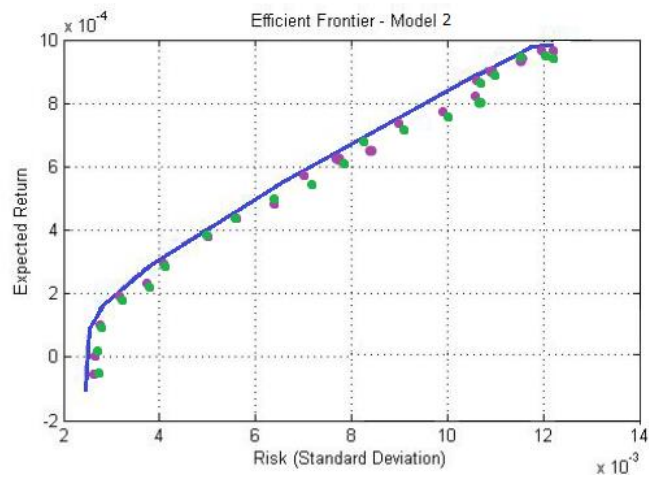
```

۵- نتایج اجرا

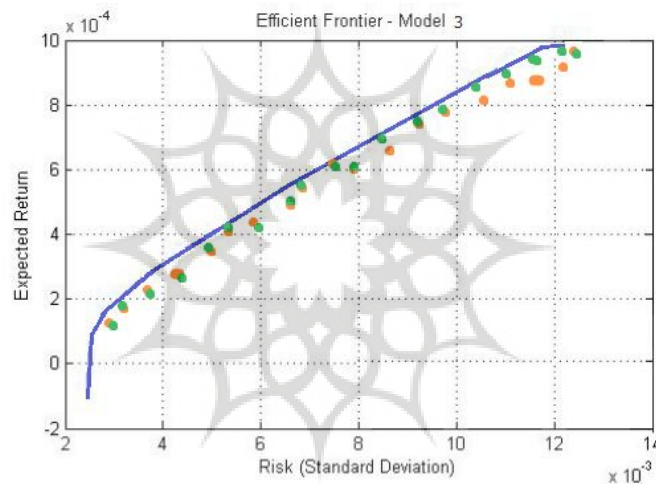
نتایج به دست آمده از الگوریتم فوق به همراه مرز کارای مدل میانگین-واریانس استاندارد مارکوویتز و شارپ در چهار شکل جداگانه برای هر مدل رسم شده است. همان طور که در منحنی رنگ مرز کارای به دست آمده از شکل های زیر مشخص است، تکنیک مذکور توانسته است با دقت بسیار خوبی مسئله الگوریتم بهینه سازی پورتفوی را حل کند. نکته مهم دیگر آن است که گرچه صحبت از انتخاب سبدهای سی سهام و شصت سهامی به میان آمده است. انتخاب سبد سی سهامی به این معنی است که تعداد سهام انتخاب شده برابر ۳۰ سهام خواهد بود. همین تعریف برای سبد ۶۰ سهامی مطرح است. مشخص است که پس از حل مدل با الگوریتم پیشنهادی سهام هایی در سبد قرار می گیرند که اولاً بازدهی بالایی داشته باشند ثانیاً ریسک سبد انتخاب شده را حداقل کنند. در نمودار های زیر مرز کارای حاصل از پیاده سازی الگوریتم تحت مدل های شارپ و کاردینالی به ازای سبدهای ۳۰ سهامی و ۶۰ سهامی ارائه شده است.



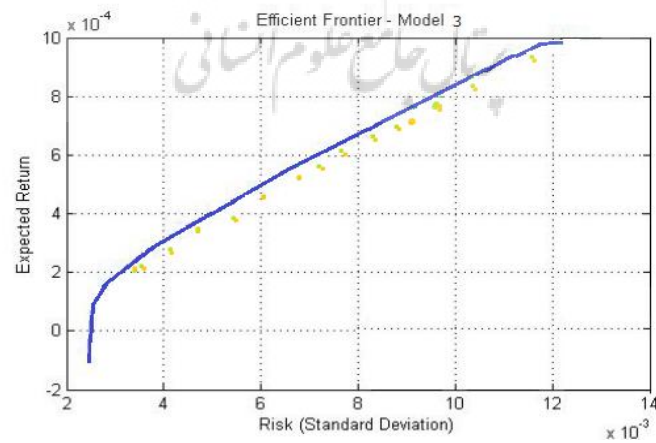
(نمودار ۱): مرز کارا و عملکرد الگوریتم پیشنهادی برای مدل شارپ روی سبد ۳۰ سهامی



(نمودار ۲): مرز کارا و عملکرد الگوریتم پیشنهادی برای مدل شارپ روی سبد ۶۰ سهامی



(نمودار ۳): مرز کارا و عملکرد الگوریتم پیشنهادی برای مدل مارکوویتز روی سبد ۳۰ سهامی



(نمودار ۴): مرز کارا و عملکرد الگوریتم پیشنهادی برای مدل مارکوویتز روی سبد ۶۰ سهامی

با مقایسه بازدهی و ریسک جواب ها در حال ۳۰ سهامی و ۶۰ سهامی روی مدل مارکوویتز و شارپ متوجه می شویم که مدل مارکوویتز بازدهی بالاتری را به دست آورده است اما در سبد های انتخابی آن، ریسک بازدهی بالاتر است. این در حالی است که مدل شارپ بازدهی کمتری کسب کرده اما ریسک کمتری را هم در سبد انتخابی لحاظ کرده است. چنانچه بتوان تبادل بین این دو عامل مهم و اثر گذار تعیین کرد می توان یکی از این دو مدل را به عنوان مدل برتر انتخاب کرد.

(جدول ۲): بررسی عملکرد الگوریتم در دو حالت ۳۰ سهامی و ۶۰ سهامی در دو مدل مورد بررسی

شارپ		مارکوویتز		تعداد فعالیت
اختلاف با دوره آخر	تابع هدف	اختلاف با دوره آخر	تابع هدف	
0.028	324	0.044	214	سهامی کاهش
0.016	215	0.086	203	
0.042	211	0.077	200	
0.018	283	0.017	279	
0.013	213	0.087	213	
0.042	325	0.096	290	
0.049	207	0.032	204	
0.013	247	0.018	226	
0.091	202	0.015	202	
0.065	203	0.037	203	
0.066	237	0.095	222	
0.08	263	0.053	232	
0.008	310	0.002	308	
0.02	214	0.055	202	
0.037	287	0.095	249	
0.066	322	0.075	223	
0.071	280	0.01	277	
0.041	223	0.097	223	
0.027	346	0.037	345	
0.032	322	0.016	322	
0.075	218	0.089	213	
0.072	234	0.081	201	
0.01	296	0.087	291	
0.035	392	0.072	380	
0.005	333	0.047	331	سهامی کاهش
0.04	227	0.031	224	

شارپ		مار کویتز		تعداد فعالیت
اختلاف با دوره آخر	تابع هدف	اختلاف با دوره آخر	تابع هدف	
0.06	364	0.081	345	
0.021	365	0.099	275	
0.085	291	0.059	264	
0.072	252	0.072	227	

از آنجا که این جدول دربردارنده تمامی نتایج اجرای الگوریتم است لذا به عنوان مرجعی برای تمامی نمودارهای این فصل تلقی می‌گردد. همانطور که از ستون‌های این جدول نیز مشخص است، ابتدا عملکرد الگوریتم حرکت دسته پرنندگان مد نظر است. سپس بر مبنای مدل‌های اجرا شده، عملکرد الگوریتم در قالب دو شاخص "تابع هدف" و "اختلاف با دوره آخر" در نظر گرفته شده است؛ به عبارت دیگر، معیار اصلی سنجش الگوریتم بر این مبنای واقع شده است که تا چه میزان توانسته است با توجه به دوره-های قبلی، سبدی را به طور مناسب تعیین نماید که در دوره نهایی، بیشترین سود را عاید نموده باشد. برای این منظور، محقق از مجموعه داده‌های دوره آخر برای سبد انتخاب شده (که به صورت داده‌های آزمایشی در هنگام آزمایش انتخاب شده بود)، سبد مورد نظر را استخراج و مشخص نموده بود که می‌بایست درصد هر سهم در سبد چه میزان باشد تا بیشترین سود را حاصل نماید. از سوی دیگر هر الگوریتم جوابی مبتنی بر این واقعیت ارائه داده است (که با توجه به دوره‌های قبلی، چه ترکیبی از هر سبد مناسب است و سود کل چه میزان است) که چه میزان سود عاید می‌گردد و در نهایت میزان اختلاف سود واقعی عاید شده با سود حاصل از ترکیب دوره آخر به عنوان "میزان اختلاف با دوره آخر" مطرح شده است.

نتیجه گیری

با توجه به خروجی‌های الگوریتم پیشنهادی و بررسی آن‌ها در میابیم که ریسک سبد سهام با مجموع ریسک پرتفوی یکسان نیست زیرا در حالتی که یک سبد سهام انتخاب می‌شود ریسک آن بر اساس اثر متقابل سهام‌های انتخاب شده روی هم محاسبه می‌شود و به عبارتی بر اساس کواریانس آن‌ها ریسک سبد انتخاب می‌شود. دو عنصر مهم در مقوله سرمایه‌گذاری، ریسک و بازده می‌باشد. سرمایه‌گذاران همواره تمایل دارند تا در سطح معینی از ریسک، بازدهی خود را افزایش داده یا در سطح معینی از بازده، ریسک خود را کاهش دهند. مار کویتز با ارائه مدل خود در زمینه بهینه‌سازی سبد سهام نشان داد که با تشکیل سبدی از دارایی‌های مالی این امکان به وجود می‌آید که در سطح معینی از بازده ریسک را کاهش داد. این امکان به دلیل نبود همبستگی کامل بین بازده دارایی‌های مالی مختلف به وجود می‌آید، لذا سرمایه‌گذاران تمایل دارند تا با شناخت و انتخاب ترکیب بهینه دارایی‌های مالی در سبد سهام خود، بازده مورد انتظار خود را حداکثر و ریسک خود را حداقل نمایند.

منطقه موجه مساله بهینه‌سازی سبد سهام هنگامی که متغیرهای عدد صحیح در این مدل مورد استفاده قرار گیرد یک فضای گسسته را تشکیل می‌دهد که نمی‌توان با استفاده از تکنیک‌های قطعی اقدام به یافتن جواب بهینه کلی برای این مساله نمود. با توجه به موارد ذکر شده، در این تحقیق با استفاده از الگوهای فرا ابتکاری سعی در بهینه‌سازی مساله مقید بهینه‌سازی سبد سهام بر اساس معیارهای متفاوت ریسک شد.

مهمترین ویژگی مدل حرکت تجمعی ذرات این است که قابلیت تطبیق آن با مسائل پرتفوی وجود دارد و نیز به راحتی می‌توان آن را با مکانیزم‌های چند هدفه تلفیق و جواب‌های بهینه برای مدل‌های چند هدفه از آن استخراج کرد. لذا در این تحقیق روی بهینه‌سازی از طریق این الگوریتم تمرکز شد.

روش‌های قطعی^۷ هم چون برنامه‌ریزی درجه‌دوم^۸ در حل مساله مقید بهینه‌سازی سبد سهام بر اساس محدودیت‌های عدد صحیح از کارایی بالایی برخوردار نمی‌باشند. با توجه با اینکه الگوریتم‌های قطعی عموماً بر اساس مشتق تابع هدف به سمت نقطه بهینه حرکت می‌نمایند، در موقعیت‌هایی که منطقه موجه دارای گسستگی بوده و یا اینکه فضای جستجو دارای نقاط بهینه موضعی^۹ فراوانی باشد، نمی‌توانند به خوبی جواب بهینه کلی^{۱۰} را شناسایی نمایند. به همین دلیل از آنجایی که الگوریتم PSO یک الگوریتم فراابتکاری است لذا نسبت به روش‌های حل دقیق زمان حل بسیار کوتاهتری را دارا می‌باشد اما کیفیت جواب آن با حل دقیق اختلاف ۲ الی ۵ درصدی دارد.

منابع و مآخذ

منابع فارسی

۱. پارکر جونز ج، (۱۳۸۰). "مدیریت سبد سرمایه گذاری"، ترجمه محمد شاه علیزاده، چاپ اول، انتشارات جامعه ی دانشگاهی، تهران.
۲. تقی فرد محمدتقی، منصورى طاهها، خوش طینت محسن، (۱۳۸۶) "ارائه یک الگوریتم فراابتکاری جهت انتخاب سبد سهام با در نظر گرفتن محدودیت‌های عدد صحیح" فصلنامه پژوهش‌های اقتصادی، ۴: ۴۹-۶۹.
۳. تقی فرد، محمدتقی، منصورى، طاهها و خوش طینت، محسن (۱۳۸۶) "ارائه یک الگوریتم فراابتکاری جهت انتخاب سبد سهام با در نظر گرفتن محدودیت‌های عدد صحیح" فصلنامه پژوهش‌های اقتصادی، ۴: ۴۹-۶۹.
۴. تلنگی ا، (۱۳۷۷) "طراحی مدل ریاضی برای انتخاب پرتفولیوی بهینه با استفاده از منطق برنامه ریزی فازی" دانشکده مدیریت، دانشگاه تهران، پایان نامه کارشناسی ارشد.

⁷ Deterministic

⁸ Quadratic Programming

⁹ Local Optimum

¹⁰ Global Optimum

۵. تهرانی، رضا و نوربخش، عسگر، (۱۳۸۷) "مدیریت سرمایه گذاری" انتشارات نگاه دانش.
۶. جونز، پ، مدیریت سرمایه گذاری. چاپ پنجم، انتشارات نگاه دانش، ترجمه و اقتباس رضا تهرانی و عسگر نوربخش، تهران. ص ۱۲-۱۵ ۱۹۴۳
۷. جهانخانی، ع، و پارسانیان، ع، (آبان ۱۳۷۵). " بورس اوراق بهادار تهران"، چاپ دوم، انتشارات دانشکده مدیریت دانشگاه تهران.
۸. جهانخانی، علی و پاریسیان، علی، (۱۳۸۰) "مدیریت سرمایه گذاری و ارزیابی اوراق بهادار" چاپ اول، تهران: انتشارات دانشگاه تهران.
۹. حسینی، س. ع، کرمی، غ. ر، شفیع پور. س، م. (۱۳۸۹) "بررسی ارتباط عملکرد شرکت ها و نقد شوندگی بازار سهام" فصلنامه بورس اوراق بهادار، شماره ۱۱، ص ۴۲-۲۵.
۱۰. دموری، د، فرید، د. (۱۳۹۰) "پیش بینی شاخص کل بورس اوراق بهادار تهران با استفاده از الگوریتم پرواز پرنده گان و مقایسه آن با الگوهای سنتی" مجله دانش حسابداری، شماره ۵، ص ۳۰-۷
۱۱. راعی، د، و پویان فرا، (۱۳۸۹). "مدیریت سرمایه گذاری پیشرفته"، چاپ چهارم انتشارات سمت.
۱۲. راعی، (۱۳۷۷) "طراحی مدل سرمایه گذاری مناسب در سبد سهام با استفاده از شبکه های عصبی مصنوعی" دانشکده مدیریت، دانشگاه تهران، رساله ی دکترا.
۱۳. راعی، رضا و تلنگی، احمد، (۱۳۸۷) "مدیریت سرمایه گذاری پیشرفته" انتشارات سمت.
۱۴. راعی، رضا و سعیدی، علی. مبانی مهندسی مالی و مدیریت، دانشکده مدیریت دانشگاه تهران، انتشارات سمت، ۱۳۸۳، ص ۱۳۲
۱۵. راعی، رضا و سعیدی، علی، (۱۳۸۷) "مبانی مهندسی مالی و مدیریت ریسک" سازمان مطالعه و تدوین علوم انسانی دانشگاه ها (سمت)، چاپ دوم.
۱۶. رحمتی، م، (شهریور ۱۳۸۷) "انتخاب سبد سهام بهینه مبتنی برارزش در معرض ریسک به عنوان معیار ریسک و با استفاده از الگوریتم های فراابتکاری" دانشکده مدیریت، دانشگاه تهران، پایان نامه کارشناسی ارشد.
۱۷. رضایی پنداری، ع، (۱۳۸۷) "ارائه ی یک مدل ریاضی برای انتخاب پرتفوی سهام با استفاده از برنامه ریزی آرمانی" دانشکده اقتصاد و مدیریت، دانشگاه تربیت مدرس، پایان نامه کارشناسی ارشد.
۱۸. ستایش، م. ح، کاظم نژاد، م، شفیع م. ج (۱۳۸۸) "کاربرد الگوریتم ژنتیک در تعیین ساختار بهینه سرمایه شرکت های پذیرفته شده در بورس اوراق بهادار تهران" بررسی های حسابداری و حسابرسی، دوره ۱۶، شماره ۵۶، ص ۵۸-۳۹.

۱۹. شهرآبادی، و بشیری ن، (۱۳۸۹). "مدیریت سرمایه گذاری در بورس اوراق بهادار"، چاپ اول، انتشارات شرکت اطلاع رسانی و خدمات بورس.
۲۰. عبدالعلی زاده شهیر سیمین و عشقی، کوروش (۱۳۸۲) "کاربرد الگوریتم ژنتیک در انتخاب یک مجموعه دارایی از سهام بورس اوراق بهادار" فصلنامه پژوهش های اقتصادی، ۱۷، ۱۹۲-۱۷۵.
۲۱. عبدی قیداری م، (بهمن ۱۳۸۳) "بررسی بهینه سازی سرمایه گذاری با مرور مدل های سرمایه گذاری در پورتفوی اوراق بهادار" دانشکده مدیریت و حسابداری، دانشگاه شهید بهشتی، پایان نامه کارشناسی ارشد.
۲۲. محمدی استخری ن، (مهر ۱۳۸۵) "انتخاب یک سبد سهام از بین سهام شرکت های پذیرفته شده در بورس اوراق بهادار تهران با استفاده از مدل بهینه سازی الگوریتم ژنتیک" دانشکده مدیریت، دانشگاه تهران، پایان نامه کارشناسی ارشد.
۲۳. نویدی ح. ر، نجومی مرکیدا، میرزا زاده، ح، (۱۳۸۸) "تشکیل پورتفوی بهینه در بورس اوراق بهادار تهران با استفاده از الگوریتم ژنتیک" مجله ی تحقیقات اقتصادی، شماره ی ۸۹، صفحات ۲۶۲-۲۴۳.
- منابع لاتین

1. Anglin.P.M, Gau.Y. (2008) "Integrating Illiquid Assets into the portfolio decision process" University of auelph.
2. Bekaert, G. (1995) "Market integration and investment barriers in emerging equity markets" Word Bank Economic Review 9, 75-107.
3. Chen, M.ch, wong, ch.ch, cheung, B.K.S, tang, G.Y.N. (2007) "Genetic Algorithms in Multi-Stage portfolio optimization system" LNCS 4234 springer-verlag Berlin Heidelberg.
4. Chen, N.F, Zhang. F. (1997) "Correlations, trades and stock returns of the pacific Rim markets" Pacific Basin Finance Journal 5, 559-577.
5. Chen, W, Zhang, W.G. (2010) "The admissible portfolio selection problem with transaction costs and an improved pso algorithm" Physica A, No 389, 2070-2076.
6. Chiam, S.C.KC. (2008) "A memetic model of evolutionary pso for computational finance applications" Expert systems with Applications. 36, 3695-3711.
7. Cura Tunchan. (2009) "Particle swarm optimization approach to portfolio optimization" Nonliner Analysis, Real word Applications. 10, 2396-2406.
8. Fraitas, F.D, Souza, A.F.D, Almeida, A.R.D. (2009) "Prediction-based portfolio optimization model using nearal networks" Neuro computing, No 72, 2155-2170.
9. Gaumnitz, Jack E. (1967) "Investment Diversification under uncertainty: An Examination of the Number of securities in a Diversified portfolio" unpublished Ph.D. dissertation, Stanford university.
10. Jensen, M. (1968) The Performance of Mutual Find in the period 1945-1964. Journal of Finance, V.1, 5, No, 2, PP, 389-416.
11. Kennedy, J. Eberhart. R. (1995) "Particle Swarm Optimization" proceedings of IEEE International conference on Neural Networks, IV. pp. 1942-1948.

12. Kozlov, M.K: S.P.Tarasov and leonid G.khachiyan. (1979) "Polynomial solvability of convex quadratic programming" Doklady Akademii Nauk SSS R 248: 1049-1051.
13. Maringer, D. (2001) "Optimizing portfolios with Aut systems" International ICSC congress on computational Intelligence.
14. Markowitz H.M. (1952) "portfolio selection" the journal of finance, volume 7, Issue 1 pp. 77-91.
15. Sahni, S. (1974) "computationally related problems" SLAM Jornal on computing, 3, 279-362.
16. Sharp, W.F. (1966) Mutual Fund performance, Journal of Business. PP. 119-138, 1966.
17. S.M. seyed hosseini, S.J. sadjadi. (2010) "Nulti-period portfolio selection with Different of Transaction cost's" International Jornal of Industrial Engineering&Production Research, 2010, P. 45-51.
18. Treynor, J. (1965) How to Rate Management of Investment Fund, Harvard Business Review, PP. 63-75, 1965.
19. U celikyurt, Sozekici. (2007) "Multi period portfolio optimization models in stochastic markets using the mean-variance approach" European journal of operational research 179, 186-202.
20. Yan. Wei, Rang. Miao, shurang. Li. (2007) " Multi-period semi-variance portfolio selection models and numerical solution" Applied mathematics and computation 194, 128-134.
21. Zhang, W.G, Zang, X, Chen, Y. (2011) "Portfolio adjusting optimization with added assets and transaction costs hased on credibility measure" Insurance: Mathematics and Economics, No 49, 353-360.
22. Zhu, L, Fan, Y. (2010) "Optimization of china's generating portfolio and policy implications based on portfolio theory" Energy, No 35, 1391-1402.