

---

## Descriptive and Analytical Study of the Structure and Elements of Muqarnas according to the Fourth Article of the Ninth Chapter of Al-Kashi's Meftah al-Hisab Treatise

---

Zahra Zamani<sup>1</sup>, Maryam Ekhtiari<sup>2\*</sup>, Kaveh Fattahi<sup>3</sup>

<sup>1</sup> Master in Architectural Engineering Faculty of Art and Architecture, Shiraz University, Shiraz, Iran.

<sup>2</sup> Assistant Professor, Faculty of Art and Architecture, Shiraz University, Shiraz, Iran.

<sup>3</sup> Assistant Professor, Faculty of Art and Architecture, Shiraz University, Shiraz, Iran.

Muqarnas, as one of architectural decorative arts, is an expression of Iranian culture and can represent the hidden parts of Iran's cultural landscape. The complex geometry of muqarnas is made of several basic structures in successive layers. The flexible language of muqarnas in creating various types has made it difficult to understand the geometrical order of this art and therefore, it has been labeled as authorship. In the meantime, the first computational and geometrical approach to muqarnas was presented by Ghiyasuddin Jamshid Kashani (758-808 AH) in the fourth article of the book *Meftah al-Hisab*. Today many compositions and interpretations of this book with different points of view which provides basic information in the field of muqarnas are available. In addition, the present research has searched for the constituent structure and the elements and units of this complex structure, by examining Kashani's approach and recognizing the productive components of muqarnas from his point of view. In this regard, we have tried to draw all the possible situations (modes) according to the realities of muqarnas, through logical reasoning.

Accordingly, this research tries to present a more accurate understanding of Al-Kashi's treatise using 3D techniques. To do so, in the first phase the original article in Arabic has been studied consulting with Arabic language scholars in Shiraz University to better comprehend the text. Secondly, the related literatures have been studied and compared. These phases helped us to know that the key point in misunderstanding and/or different interpretations of Kashi's Muqarnas types lie on different comprehension of muqarnas fundamental units as were described by al-Kashi. This paper introduces the components as follows: *outer*

*shell, inner shell, lower roof, upper roof, facet and facet base*. That is preventing from inaccurate use of technical vocabulary for identification of Muqarnas structures and also resulting in more accurate and concise understanding of Al-Kashi muqarnas typologies. Furthermore, using the introduced muqarnas components in previous phase, a detailed identification of Al-Kashi muqarnas typologies is presented. In his Article Al-Kashi classified Muqarnas into four main categories namely *Simple (sazej/sade)*, *clay-plastered (motayyan)*, *curved (ghos)* and *Shirazi*.

In addition, the present research has searched for the constituent structure, the elements, and units of this complex structure, by examining Kashani's approach and recognizing the productive components of muqarnas from his point of view. In this regard, we have tried to draw all the possible situations and modes according to the realities of muqarnas, through logical reasoning.

In total, 16 elements can be identified as compositional examples according to the principles of construction of muqarnas. Thirteen elements have been seen exactly in real examples in Iran, and the rest of the elements have been seen in other examples of muqarnas in the world or in later models of muqarnas, i.e., radial patterns. In addition, it was found that the muqarnas with checkerboard principles have precise principles and the existence of symmetry and the use of a series of fixed values and sizes ( $1.1/2 \sqrt{2}$ ),  $1-\sqrt{2}$  and  $0.765367$ ) in total.

**Keywords:** Muqarnas; Al-Kashi; Meftah el-Hessab; Typology; Fundamentals Components

---

\* Corresponding author. E-mail: m\_ekhtiari@shirazu.ac.ir



## بررسی توصیفی و تحلیلی ساختار و المان‌های مقرنس مطابق با مقاله چهارم باب نهم رساله مفتاح الحساب غیاث‌الدین جمشید کاشانی

زهرا زمانی<sup>۱</sup>، مریم اختیاری<sup>۲</sup>، کاوه فتاحی<sup>۳</sup>

<sup>۱</sup> دانش‌آموخته کارشناسی ارشد معماری، دانشکده هنر و معماری، دانشگاه شیراز، شیراز، ایران.

<sup>۲</sup> استادیار گروه معماری، دانشکده هنر و معماری، دانشگاه شیراز، شیراز، ایران.

<sup>۳</sup> استادیار گروه معماری، دانشکده هنر و معماری، دانشگاه شیراز، شیراز، ایران

(تاریخ دریافت مقاله: ۱۴۰۱/۰۹/۱۲، تاریخ پذیرش مقاله: ۱۴۰۲/۰۲/۱۷)

### چکیده

مقرنس به‌عنوان یکی از هنرهای وابسته به معماری، نمودی از فرهنگ ایرانی است و می‌تواند بخش‌های نهان منظر فرهنگی ایران را نمود دهد. هندسه پیچیده مقرنس بر ساخته از چند ساختار پایه در لایه‌های متواتر است. زبان منقطع مقرنس در ایجاد گونه‌های متنوع، موجب شده تا درک نظم هندسی این هنر، سخت قلمداد شده و لذا برچسب تألیفی بودن بر آن زده شود. در این میان، یکی از شاخص‌ترین نوشتار با رویکرد محاسباتی و هندسی به مقرنس در مقاله چهارم کتاب مفتاح الحساب غیاث‌الدین جمشید کاشانی (۷۵۸-۸۰۸ ه.ش) آمده است که امروزه تألیفات و تفسیرهای متعددی از این بخش، به‌عنوان اطلاعات پایه در زمینه مقرنس ارائه گردیده‌است. به‌علاوه، پژوهش حاضر با یاری گرفتن از تلاش‌های غیاث‌الدین جمشید کاشانی، به جستجوی ساختار تشکیل‌دهنده و المان‌ها و واحدهای این ساختار پیچیده پرداخته است و با بررسی رویکرد کاشانی و شناخت اجزای مولد مقرنس از دیدگاه او، به بررسی و جستجوی حالت‌های مختلف تشکیل المان‌های مقرنس در هندسه مذکور پرداخته‌است. در این راستا، سعی شده کلیه حالت‌های ممکن ترسیم گردد و با توجه به واقعیات مقرنس، از طریق استدلال منطقی، هر حالت بررسی شود. در صورت مغایرت حالت نظری تشکیل المان، با استنتاج‌های منطقی، آن حالت از جرگه حالت‌های ممکن خارج شده و در نهایت پژوهش حاضر بدین نتیجه دست یافت که با توجه به اصول ساخت مقرنس، ۱۶ المان را می‌توان به‌عنوان نمونه تألیفی مشخص کرد که از این میان ۱۳ نمونه تألیفی دقیقاً در نمونه‌های واقعی در ایران دیده شده‌اند؛ و بقیه المان‌ها در دیگر نمونه‌های مقرنس در جهان یا در الگوهای متأخر مقرنس، یعنی الگوهای شعاعی دیده شده‌است. درضمن مشخص شد که در عین خلقی و ذوقی بودن طراحی مقرنس، برخی از اصول حکمی و تناسب هندسی نیز در آن‌ها به‌خصوص در گونه‌های شطرنجی که در این مقاله مورد توجه می‌باشد قابل شناسایی است.

### واژگان کلیدی

غیاث‌الدین جمشید کاشانی، مفتاح الحساب، مقرنس، گونه‌بندی مقرنس، اجزای مولد.

است این موارد نیز تصحیح گردد.

### ۱. پیشینه تحقیق

غیاث‌الدین جمشید کاشانی در بخشی از کتاب مفتاح‌الحساب که به ریاضیات کاربردی برای استفاده‌های عملی در مشاغل متعدد پرداخته است، به معرفی و دسته‌بندی مقرنس با محاسبات و ترسیمات هندسی می‌پردازد که این بخش از کتاب به‌عنوان اولین نوشتار با این رویکرد شناخته شده و مورد توجه مؤلفان و پژوهشگران می‌باشد؛ و منبعی مهم در راستای شناخت انواع مقرنس محسوب می‌شود (Dold-Samplonius 1992; Dold-Samplonius And Harmsen 2005; Harmsen 2006; Hoeven and Veen 2011; Özdural 1990). در زمینه بازشناسی آلت‌ها و المان‌های مقرنس در دوره‌های اخیر، لرزاده و شهرباف به معرفی نقوش هندسی و آموزش ترسیم‌گونه‌ای از مقرنس پرداخته‌اند. زمرشیدی نیز در کتاب «گنبد و عناصر طاقی ایران» به بررسی اجزای مقرنس و شیوه‌های ساخت آن در دوره‌های تاریخی مختلف می‌پردازد. (Zemorshedi 2011) امروزه تلاش‌های بسیاری در زمینه بازآفرینی و بازشناسی مقرنس و تحلیل آن‌ها با نرم‌افزارهای متعدد در سطح جهانی صورت گرفته که با توجه به طراحی دوبعدی مقرنس، گزینه‌های سه‌بعدی مختلف را پیشنهاد می‌دهند.

در این راستا، یاغان که ساختار مقرنس‌ها و شیوه‌های طراحی مقرنس را مورد بررسی قرار می‌دهد، با آشنایی تخصصی به کامپیوتر و نرم‌افزارهای سه‌بعدی در مقالات متعددی به بازشناسی طرح‌های دو بعدی در جهت ایجاد حجم‌های سه‌بعدی مختلف پرداخته و دسته‌بندی متفاوتی را از انواع مقرنس‌ها بر اساس الگوهای طراحی آن‌ها ارائه نموده است (Yaghan 2003; Yaghan 2005; Yaghan 2010). به طوری که در

مقرنس در دوره‌های مختلف تاریخی از گونه‌ها، طراحی‌ها و اجزای متنوعی تشکیل شده‌است که ویژگی‌های مصالح و تفاوت‌های فرهنگی نیز به‌طور مستقیم بر این تنوع، تأثیر داشته است. تاکنون در این زمینه، گونه‌بندی‌های متفاوتی با رویکرد-های مختلف ارائه شده است. باوجود معرفی گونه‌های مقرنس از دیدگاه‌های مختلف همچنان گونه‌بندی کاشانی در کتاب مفتاح‌الحساب به‌عنوان نخستین دسته‌بندی، یکی از اصلی‌ترین‌ها می‌باشد. (Dold-Samplonius 1992; Dold-Samplonius 1955; Harmsen 2006; Hoeven and Veen 2011; Özdural 1990) کتاب با هدف تعیین مساحت، مقرنس را از طریق تجزیه اجزا و المان‌های آن در چهار گونه مختلف دسته‌بندی می‌نماید. بر مبنای پژوهش‌های نگارندگان، شناخت گونه‌های مقرنس بر اساس واحدهای تشکیل دهنده مقرنس به‌همراه اصول ساختاری آن یک چارچوب مشخص، برای معماران و طراحان برای کشف فرم‌های جدید ایجاد نموده که زمینه تداوم آن را در ذهن و کالبد جامعه امروز فراهم می‌کند. در این مقاله به دنبال کشف المان‌های مختلف مقرنس هستیم که در مسیر فرآیند بازشناسی اجزای مقرنس با تأکید بر تألیفات کاشانی ایجاد می‌شود. از طرفی باید این نکته را خاطر نشان ساخت که تمام مطالعاتی که تاکنون در خصوص معرفی و شناخت گونه‌ها و المان‌های مقرنس صورت گرفته توجهی بر نمونه‌های موجود نیز داشته‌اند که باعث نادیده انگاشتن اصول اولیه در شکل‌گیری مقرنس می‌شود؛ ولی این مقاله سعی دارد صرفاً مقرنس‌ها را بر مبنای اصول اولیه مقرنس در رساله کاشانی، بازخوانی نماید که به‌عنوان مرجعی برای مطالعات بعدی به کار رود. قابل توجه است که گاه شناخت نادرست از المان‌های مقرنس، موجب شده است که برداشت نادرستی از دسته‌بندی کاشانی از انواع مقرنس ارائه شود. در اینجا سعی شده

این پژوهش سعی گردیده است با شناسایی دقیق المان‌ها و بررسی نمونه‌های قابل شکل‌گیری در ساختار کلی مقرنس به برخی از اصول حکمی طراحی مقرنس در کنار اصول خلقی آن پرداخته شود.

## ۲. بدنه پژوهش

### ۲-۱. بررسی رویکرد کاشانی در باب مقرنس

مقرنس از مهم‌ترین عناصر معماری اسلامی است که هندسه پیچیده آن متشکل از چندین ساختار واحد در لایه‌های متوالی افقی می‌باشد که همواره به واسطه طراحی دو بعدی آن و حجم‌های متنوع سه بعدی، مورد توجه بسیاری از پژوهشگران و طراحان قرار گرفته است. در این میان با توجه به زبان منعطف مقرنس در ایجاد ساختارهای متنوع، پژوهش‌های بسیاری در زمینه ساختار تشکیل‌دهنده و واحدهای آن در راستای رمزگشایی این ساختار پیچیده صورت گرفته و انواع مختلفی از مقرنس با رویکردهای مختلف تا به امروز معرفی شده‌است. در این میان به واسطه «رویکرد ساختاری» کاشانی به اجزا و المان‌های مقرنس در این مقاله ابتدا به بررسی ساختار مقرنس از دیدگاه غیاث‌الدین جمشید کاشانی که در فصل سوم از مقاله چهارم کتاب مفتاح الحساب ۸۲۴ ه.ق (۸۰۶ ه.ش) که به‌عنوان اولین منبع نوشتاری در رابطه با مقرنس مطرح می‌باشد، پرداخته می‌شود.

کاشانی در این کتاب با هدف تعیین مساحت، مقرنس را از طریق تجزیه اجزا و المان‌های آن در چهار گونه مختلف شامل ساده، مُطین یا کشیده، قوس و شیرازی، دسته‌بندی می‌نماید. این رویکرد به همراه لزوم شناخت اجزای مقرنس در محاسبه مساحت سطوح مقرنس، موجب شناخت گونه‌ها و اجزای آن از مقرنس رایج آن زمان می‌شود که مورد توجه تحقیق حاضر می‌باشد. لازم به ذکر می‌باشد اجزای معرفی شده در این مقاله متناسب با سه گونه از مقرنس‌های معرفی شده

مقاله «رمزگشایی نقشه‌ی طرح دو بعدی یافته شده در تخت سلیمان به ساختار سه بعدی مقرنس» در رابطه با طراحی دوبعدی مقرنس یافته شده در تخت سلیمان، منتشر شد، گزینه‌های متنوع سه بعدی را از یک طرح دو بعدی پیشنهاد می‌دهد. لازم به ذکر می‌باشد این نمونه طراحی در سال ۱۹۶۸م توسط یک باستان‌شناس آلمانی به نام اولریش هارب بر روی صفحه‌ی مستطیلی گچی (۵۰×۴۷ سانتیمتر با ضخامت سه و نیم در چهار سانتیمتر) در خرابه‌های کاخ بیلاقی ایلخانی در تخت سلیمان یافت شد (Yaghan 2000; Harb 1978). همچنین او مجموعه‌ای از المان‌های پیش‌ساخته‌ی مقرنس که آرایش آن‌ها در کنار هم می‌تواند نوع خاصی از مقرنس‌ها را ایجاد نماید پیشنهاد نموده‌است که با تأکید بر طراحی دوبعدی مقرنس ایجاد گردیده‌است. مجموعه‌ای از طراحی‌های دو بعدی مقرنس در سال ۱۹۸۶ در استانبول در کاخ توپقاپی یافت شده‌است که این کتیبه مربوط به مجموعه‌ای از ۱۱۴ نوع طراحی دوبعدی مقرنس در آغاز قرن شانزده می‌باشد (Dold-Samplonius 1999; Najiboglu 2010). در راستای اهمیت طراحی دوبعدی مقرنس تاکاهاشی (Takahashi 2019) نیز مجموعه‌ای از پلان‌های مقرنس، مربوط به بیش از هزار بنا از سراسر دنیا (خاورمیانه، اروپا و آفریقا) برداشت نموده و آنها را در انواع مختلفی قرار داده‌است.

لازم به ذکر می‌باشد مقرنس در مکان‌ها و دوره‌های مختلف تاریخی، سبک‌ها و طراحی‌های متنوعی را از خود به نمایش گذاشته‌است که می‌توان اظهار داشت ویژگی‌های مصالح در دسترس، تفاوت‌های فرهنگی و شیوه‌های اجرای سازندگان به‌طور مستقیم بر این تنوع، تأثیر داشته‌است. به‌طور کلی چه از لحاظ جغرافیایی و چه از منظر زمانی، تنوع گسترده‌ای از طراحی و ساختار مقرنس وجود دارد، اما مستندات و تألیفات کافی از انواع طراحی‌های مقرنس و شیوه‌های آن موجود نمی‌باشد (Hamekasi, Samavati and Nasri 2011). لذا در

مقرنس، خانه‌ها در سطوح موازی با افق (ردیف یا قطار)، مجاور هم قرار می‌گیرند و بسته به طرح مقرنس و هم‌نشینی خانه‌ها در کنار هم المان‌های میانی، سقف این خانه‌ها را به هم متصل می‌نماید.

(ساده، مُطَبَّن یا کشیده و قوس) می‌باشد که ساختاری مشابه دارند و کاشانی نیز در معرفی اجزا به آن تأکید نموده است.<sup>۲</sup>

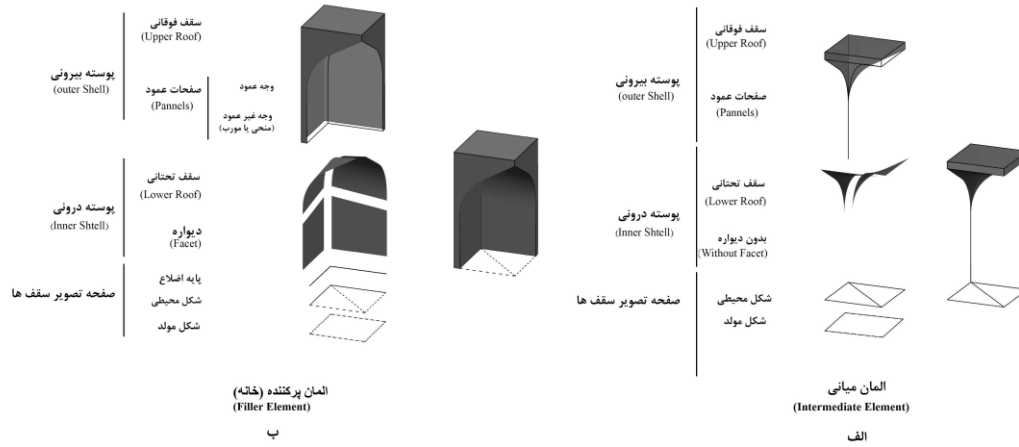
## ۲-۲. اجزای مولد مقرنس

طبق تعریف کاشانی، مقرنس سقفی شبیه به پلکان است که شامل ردیف<sup>۴</sup>‌هایی افقی می‌باشد و در هر ردیف سلول‌هایی در کنار هم در یک سطح موازی با افق قرار می‌گیرند. سلول‌ها شامل دو نوع المان مقرنس می‌باشد که در کنار هم ساختار کلی مقرنس را ایجاد می‌نمایند. المان پُرکننده که کاشانی آن را «خانه»<sup>۵</sup> می‌نامد و المان میانی که در دیدگاه کاشانی به صورت المان مجزا از آن یاد نمی‌شود. به‌طورکلی هر یک از این المان‌ها خود از ترکیب اجزای دیگری که شامل سقف‌ها<sup>۶</sup> و صفحات عمود<sup>۷</sup> می‌باشد، تشکیل شده است که هر یک از این اجزا در ترکیبی شکلی و یا نسبتی، المان‌های مقرنس (المان پُرکننده و یا میانی) را ایجاد می‌نمایند. در این تحقیق نیز، در راستای شناسایی ساختار مقرنس در مقاله کاشانی، ابتدا اجزای مولد به جزء شناسایی می‌شوند و سپس ترکیب این اجزا در ایجاد المان‌های مختلف مورد بررسی قرار می‌گیرد.

در راستای درک بهتر المان‌های مقرنس در دیدگاه کاشانی (شکل ۱) ترسیم گردیده است که همان‌گونه که در آن مشخص شده است، هر المان از سه بخش کلی پوسته بیرونی (Outer Shell)، پوسته درونی (Inner Shell) و صفحه تصویر سقف‌ها ایجاد گردیده است که در تصویر زیر تمامی اجزا نام‌گذاری گردیده و در ادامه به معرفی هر یک پرداخته می‌شود. لازم به ذکر است در نسخه کاشانی المان مقرنس با عنوان خانه خوانده شده که هر یک از سطوح عمودی (شامل دیواره‌ها و صفحات عمود به همراه سقف‌های آن تشکیل می‌شود. وی از المان‌های میانی که صرفاً از سقف تشکیل شده است به عنوان المان مجزا یاد نمی‌کند اگرچه کاشانی در محاسبات درجایی که نیاز است، از آن استفاده می‌نماید؛ بنابراین با توجه به تعاریف کاشانی از ساختار

### معرفی سقف‌ها و صفحه تصویر آن

در دیدگاه کاشانی، سقف در المان‌های مقرنس، به‌عنوان جزئی مولد از ساختار آن، به صورت سطحی تعریف شده است که به دو حالت موازی و غیرموازی با خط افق بر روی سطوح عمود المان‌های مقرنس قرار می‌گیرد؛ و با توجه به شکل ۱، به ترتیب سقف فوقانی (در پوسته بیرونی) و سقف تحتانی (در پوسته درونی) نام‌گذاری می‌گردند. مطابق با بررسی‌های کاشانی، سقف‌های مقرنس در سه گونه‌ی مقرنس‌های معرفی شده (ساده، مُطَبَّن یا کشیده و قوس) از اشکال پایه محدودی تشکیل یافته‌اند که این اشکال توسط کاشانی در رساله ترسیم شده است. این اشکال که در (شکل ۲) ترسیم شده‌اند شامل لوزی (المعین)، مربع (المربع)، جودانه (الجودانه)<sup>۸</sup>، دوپایه (ذوالرجلین) و لوزه (بادامی) می‌باشند.<sup>۹</sup> با توجه به نگاه کاشانی این اشکال دویعدی به دو صورت مورد استفاده قرار می‌گیرند. صورت اول استفاده از اشکال خالص مربع، لوزی و جودانه می‌باشد و صورت دوم، استفاده از این اشکال خالص به‌عنوان زمینه‌ی مولد و بخش مجزا شده‌ای از این اشکال می‌باشد که در این حالت، اشکال دویعدی دیگری ایجاد می‌شوند که در (شکل ۳) مشخص گردیده است. در میان اشکال صورت دوم، اشکال نصف مربع (شکل حاصل از مربعی که از قطر مربع برش داده شده باشد)، نصف لوزی (شکل حاصل از لوزی‌ای که از قطر کوچک لوزی برش داده شده باشد)، باطیه<sup>۱۰</sup> و دوپایه بزرگ که علی‌رغم تعریف توسط کاشانی در رساله، در نسخه چاپ سنگی موجود رساله مفتاح الحساب ترسیم نشده است، جای می‌گیرند (توضیحات بیشتر اشکال در جدول ۱ آمده است).








شکل ۱: سلول مولد الف: المان میانی و اجزای آن. ب: المان پرکننده (خانه) و اجزای آن

Fig. 1: Generating cell A: Intermediate element and its components. B: Filler element and its components (Authors 2023)



شکل ۲: ترسیم اشکال دو بعدی سقف توسط کاشانی (Al-Kashi 1427)

Fig. 2: Drawing of the two-dimensional shapes of the Muqarnas roofs by Al-Kashi (Al-Kashi 1427)

صورت اول اشکال مولد خالص	صورت دوم بسط اشکال مولد خالص
 <p>المعين لوزی rhombus</p>	 <p>نصف المعين نصف لوزی half rhombus</p> <p>اللوزة و تمام اللوزة یا ذوات الرجلين بناطمی و دوپایه کوچک almond and complement almond or two-leggeds and small biped</p>
 <p>المربع مربع square</p>	 <p>نصف المربع نصف مربع half square</p> <p>باطیبه و ذوات الرجلين کوزه‌ای و دوپایه بزرگ jug and larg biped</p>
 <p>الجوانبه چوانه barley-corns</p>	<p>از تقسیم جودانه نیز امکان ایجاد شکل مولد مقرنس وجود دارد اما با توجه به این که این نوع اشکال تنها در قطره‌های بالایی امکان حضور دارند و معمولاً در ترکیب با تمسه مرکزی به کار می‌روند کاشانی از آن صرف نظر می‌نماید</p>

شکل ۳: بسط اشکال دو بعدی سقف در زمینه لوزی و مربع

Fig. 3: Expansion of the two-dimensional shapes of the Muqarnas roof in the bases of rhombuses and squares (Authors 2023)

با توجه به شکل ۱ این نوشتار، صفحه تصویر سقف‌ها (سقف‌های فوقانی و تحتانی) نیز شامل پایه‌ی اضلاع و شکل محیطی می‌باشد که مجموعاً در قالب شکل مولد که در این نوع مقرنس (مقرنس‌های شطرنجی<sup>۱</sup>) مربع یا لوزی می‌باشد تعریف می‌گردد. شکل محیطی در حقیقت انعکاس افقی اضلاع سقف تحتانی هر المان می‌باشد. در مقابل، پایه‌ی اضلاع از وجوه مهم تشکیل المان در مقرنس می‌باشد و به یک یا حداکثر دو ضلع از شکل محیطی اطلاق می‌شود که دیواره از روی آن شکل می‌گیرد. صفحه تصویر سقف نیز از یکی از دو صورت اشکال دو بعدی معرفی شده در شکل ۳، ایجاد می‌گردد.

کاشانی در راستای محاسبه مساحت سطوح مقرنس و حفظ تناسبات خانه‌های مقرنس از یک مقیاس مشخص با در نظر گرفتن یک واحد پایه اندازه‌گیری برای وجوه عمودی و افقی (سقف و غیر از آن) استفاده می‌کند. این مقیاس در المان‌های مقرنس برابر با اندازه‌ی بزرگترین ضلع شکل مولد مربع و لوزی و یا ضلع کوچک جودانه که اندازه آن‌ها با هم برابر است، می‌باشد؛ و در محاسبات کاشانی به‌عنوان واحد پایه اندازه‌گیری (مدول اصلی) و معادل «یک» در نظر گرفته می‌شود. متناسب با این واحد پایه، تناسبات دیگر اجزاء تعیین می‌گردد. در (جدول ۱) انواع سقف‌های واحدهای مقرنس معرفی شده‌اند و براساس همان مقیاس کاشانی و واحد پایه اندازه‌گیری وی، تناسبات دیگر اضلاع اشکال مولد سقف نشان داده شده‌است. جالب آنکه اندازه‌ها و اصولی که توسط کاشانی در رساله عنوان شده‌است با نمونه طراحی دو بعدی مقرنس که در سال ۱۹۶۸م توسط اولریش هارب در خرابه‌های کاخ ایلخانی در تخت سلیمان یافته شده‌است، کاملاً مطابقت دارد.

### معرفی صفحات عمودی<sup>۱۲</sup> و شیوه ترسیم آن

در دیدگاه کاشانی صفحات عمودی، مهم‌ترین جزء از عناصر اصلی، در شکل‌گیری مقرنس می‌باشند و از دو جزء کلی عمودی و غیرعمود تشکیل شده‌است که دیواره‌های اصلی المان‌های مقرنس را تشکیل می‌دهند. جزء غیرعمودی آن‌چنان که در شکل ۴ نیز مشخص شده‌است، می‌تواند با توجه به گونه مقرنس سطح منحنی (در مقرنس قوس) و یا مورب (در مقرنس ساده) باشد.

کاشانی با توجه به نیاز سازندگان به یک عنصر مشخص و راهنما برای تکثیر، نوع منحنی آن را در زمینه مستطیلی به نسبت دو به یک به دقت ترسیم می‌نماید. این صفحه عمودی در پوسته بیرونی به‌عنوان یک عنصر پیش‌ساخته در طراحی و ساخت مقرنس به‌کار می‌رفته است، در متون با عنوان «پروفیل»، «پنل» و «وجه منحنی» نیز آمده است. (Harmsen 2006; Dold-Samplonius and )  
(Harmsen 2005; Dold sampholinious 1992) مراحل ترسیم آن در (شکل ۵) آمده است.

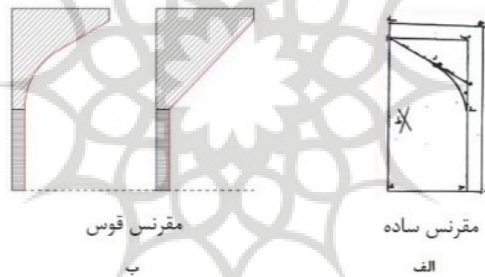
### ۳-۲. شکل‌گیری المان‌های مقرنس

با توجه به رویکرد کاشانی به گونه‌بندی مقرنس‌ها براساس شکل ساختاری المان‌ها و با توجه به اجزای تشکیل دهنده آنها که در مباحث فوق به معرفی آن‌ها پرداخته شد، در این بخش سعی گردیده‌است با تغییر اجزا در المان‌های مقرنس (پرکننده و میانی)، المان‌های قابل شکل‌گیری مورد بررسی قرار گیرد. در این راستا، ابتدا با تغییر اجزای مولد تک المان‌ها در نسبت و شکل‌های تعریف شده، حالت‌های مختلف المان‌ها شناسایی می‌شود. سپس با تغییر چیدمان متفاوت المان‌های پرکننده (خانه) و المان‌های میانی در کنار هم (خانه- خانه، میانی- میانی و خانه- میانی)، امکان ایجاد المان‌ها مورد سنجش قرار می‌گیرد. لازم به ذکر است از میان انواع معرفی شده‌ی مقرنس از دیدگاه کاشانی، سه نوع مقرنس ساده، مُطین و قوس تقریباً ساختاری مشابه دارند و تنها در تناسبات اجزا و نحوه قرارگیری سقف‌های آن - به صورت سطح منحنی یا سطح شیب‌دار- متفاوت‌اند، بنابراین می‌توان ساختار المان‌های آن‌ها را به یکدیگر نسبت داد و با آشنایی با ساختار یکی از آنها به نحوه شکل‌گیری دو نوع دیگر کاملاً پی برد. ولی در مقرنس شیرازی با توجه به تنوع اشکال مولد سقف و تصویرهای مختلف آن بر صفحه و همچنین حضور اشکال دیگری از جمله ستاره‌ها و چندضلعی‌ها، امکان‌های بی شماری برای ایجاد المان‌های آن وجود دارد که در این مقیاس قابل بررسی نمی‌باشد؛ بنابراین در این مقاله نیز با توجه به تمرکز کاشانی بر مقرنس قوس-از میان سه نوع ساده، مُطین و قوس، تنها با اشاره به مقرنس شیرازی، به بررسی مقرنس‌ها پرداخته می‌شود.

جدول ۱: تناسبات اشکال مولد و بسط یافته اِمان‌های مقرنس (Authors 2023)

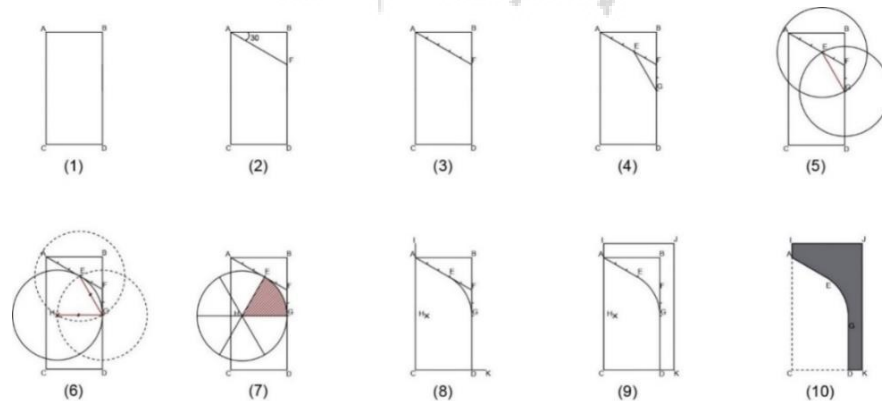
Table 1: Proportions of the generative and expanded shapes of Muqarnas elements (Authors 2023)

ردیف	نام	شکل مولد سقف	توضیحات	ردیف	نام	شکل مولد سقف	توضیحات
۱	مربع المربع Square		لوزی ای (متوازی الاضلاع) که تمام اضلاع آن برابر با اندازه واحد پایه (مدول) می باشد و زوایای حاده آن ۴۵ درجه باشد.	۲	لوزی المعین Rhomboid		چهار ضلعی با زوایای قائمه و اضلاعی برابر با واحد پایه (مدول)
۳	نصف مربع نصف المربع Half-square		نیمی از لوزی که در راستای قطر کوچک آن برش خورده باشد.	۴	نصف لوزی نصف المعین Half-rhombi		بخشی از مربع که در امتداد قطر آن برش خورده باشد.
۵	کوزه ای یاطیه Jug		لوزه یا بادلی، چهار ضلعی است که دارای دو زاویه قائمه متقابل و یک زاویه ۴۵ درجه می باشد که اندازهی اضلاع این زاویه معادل با واحد پایه (مدول) می باشد.	۶	بادلی اللوزة Almond		یک چهارم هشت ضلعی است که شعاع دلبره محصور در آن معادل با واحد پایه (مدول) باشد. (ر.ج. شکل ۷)
۷	دو پایه بزرگ ذوات الأرجلین Two-legged		مکمل بادلی در زمینه شکل لوزی می باشد.	۸	دو پایه کوچک ذوات الأرجلین Two-legged		مکمل کوزه ای (یاطیه) در زمینه شکل مربع می باشد.
۹	جودله الجودله Barleycorns		-	۱۰	-		چهار ضلعی که دو زاویه باز متقابل برابر هم دارد و دو ضلع کوتاه تر آن اندازه واحد پایه (مدول) می باشد و فقط در ردیفهای پایایی مقرنس ظاهر می شود.



شکل ۴: الف: ترسیم صفحه عمود از ساختار مقرنس توسط کاشانی در نسخه اصلی (Al-Kashi 1427) ب: سطح عمودی که از دو جز عمودی (بخش دارای هاشور افقی) و غیر عمودی (بخش دارای هاشور مورب) با دو نوع ضلع منحنی (در مقرنس قوس) و یا مورب (در مقرنس ساده) (نک. به خط قرمز رنگ مولد سطح در بخش دارای هاشور مورب) تشکیل شده است

Fig. 4: A: Drawing of the vertical plane of the muqarnas structure by Al-Kashi in the original version. (Al-Kashi 1427); B: A Panel (Muqarnas vertical surface) consisting of two parts, vertical (horizontal hatched part) and non-vertical (diagonal hatched part) with two types of sides, curved (in the curved muqarnas) and diagonal (in the Simple muqarnas) (note the red line in the diagonal hatching section).



شکل ۵: شیوه ترسیم صفحه عمود با ضلع منحنی به عنوان عنصر کلیدی طراحی و ساخت مقرنس (Authors 2023)

Fig. 05: The method of drawing a vertical plane with a curved side as a key element of designing and making a muqarnas (Authors 2023)



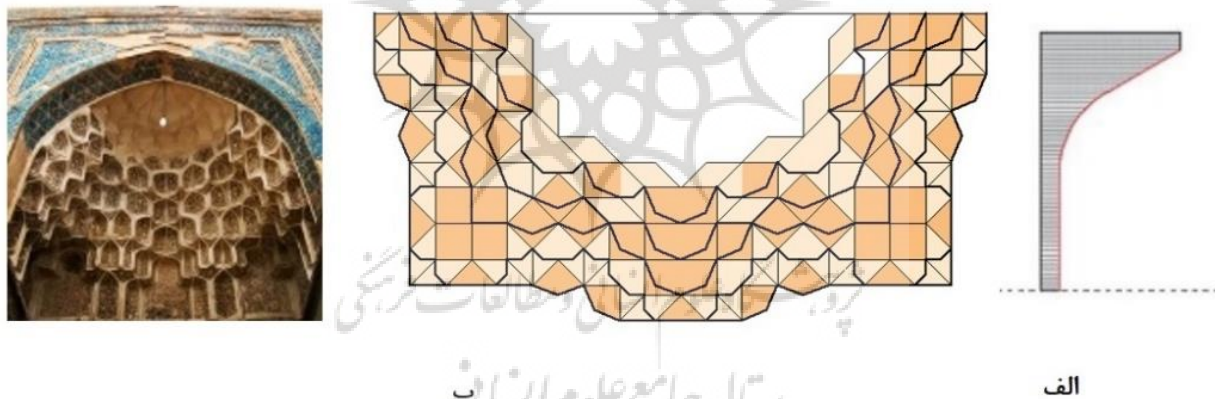
و معیار اندازه‌گذاری و ترسیم مقرنس قوس محسوب می‌شوند و هرگونه مقرنس قوسی براساس همین اندازه‌ها قابل ترسیم است و نیاز به شناخت اندازه‌گذاری‌های دیگری وجود ندارد.

۱. واحد پایه اندازه‌گیری (مدول اصلی) مقرنس که برابر با اندازه‌ی بزرگترین ضلع مربع و لوزی و یا ضلع کوچک جودانه می‌باشد که در محاسبات کاشانی به‌عنوان پایه مدول و معادل «یک» در نظر گرفته می‌شود. اندازه نصف قطر مربع که  $(1/2\sqrt{2})$  در نظر گرفته می‌شود.

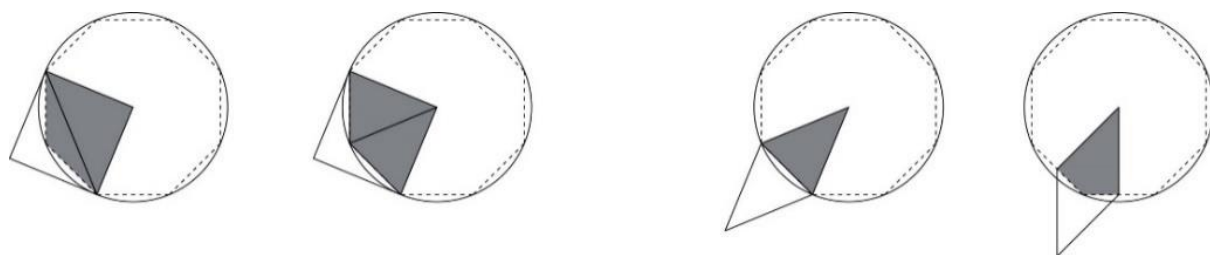
۲. تفاوت بین قطر و ضلع مربع یا لوزی (به‌عنوان پایه مدول) که  $(\sqrt{2}-1)$  در نظر گرفته می‌شود.

۳. اندازه ضلع هشت گوشه‌ای که شعاع دایره محیطی آن برابر با اندازه‌ی مدول پایه مقرنس باشد،  $0.765367$  در نظر گرفته می‌شود (شکل ۷).

به گفته‌ی کاشانی، مقرنس‌های قوس یا منحنی، شبیه پلکانی هستند که سقف تحتانی در پوسته درونی المان‌های آن منحنی باشد (بخش الف شکل ۶). به عبارت دیگر این نوع مقرنس شبیه مقرنس ساده می‌باشد که سقف تحتانی پوسته درونی المان‌های آن به‌جای ضلع مورب یک منحنی باشد. این نوع مقرنس مبنای محاسبات کاشانی می‌باشد و وی با هدف محاسبه سطوح، با تمرکز و دقت بر آن، گونه‌های دیگر را نسبت به آن تعریف می‌نماید. در این راستا کاشانی بر مبنای واحد پایه اندازه‌گیری (مدول)، چهار اندازه هندسی برای دیگر اضلاع صفحه تصویر المان‌های این نوع مقرنس تعیین می‌کند که ترسیم مقرنس و تشکیل المان‌های مقرنس قوس تنها بر اساس همین چهار اندازه شکل می‌گیرد و برای ترسیم مقرنس قوس به‌اندازه دیگری نیاز نیست. در واقع این چهار اندازه به‌عنوان مبنا



شکل ۶: الف: برشی از ضلع عمودی مقرنس قوس. ب: کاربرد مقرنس قوس در سردر امامزاده محمد بسطام، بسطام (Takahashi 2019)  
Fig. 6: A: A section of the vertical side of the arched Muqarnas. B: The use of arched Muqarnas in the front portal of Imamzadeh Mohammad Bastam, Bastam (Takahashi 2019)



شکل ۷: سقف و صفحه تصویر آن در المان در زمینه هشت گوشه طبق تعریف کاشانی  
Fig. 7: The Muqarnas roof and its image plane in the octagonal base according to Al-Kashi's definition (Authors 2023)

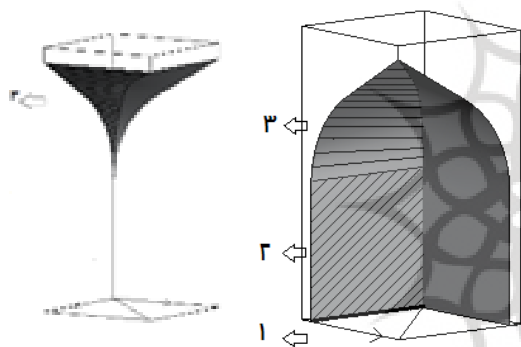
### ۳. روش تحقیق: بررسی تغییر در نسبت و شکل

#### اجزای مولد تک المان‌های مقرنس

برای شناخت و معرفی انواع حالت‌های موجود در شکل‌گیری یک مقرنس قوس از روش‌های متعددی می‌توان استفاده کرد که براساس تجربه نگارندگان از روش بررسی تأثیر تغییرات شکلی و نسبتی اجزا مولد یک المان در شکل‌گیری انواع مختلف مقرنس قوس استفاده شده‌است. این روش از نظر نگارندگان جامعیت بیشتری در ارائه انواع مقرنس قوس نسبت به سایر روش‌ها به‌همراه دارد. در این روش ابتدا برای بررسی تغییر اجزای تک المان در یک زمینه قابل محاسبه، اجزای المان‌های آن با توجه به دیدگاه غیاث‌الدین جمشید کاشانی به همراه جهت‌گیری و موقعیت آن در طرح مقرنس (در برخی موارد) مورد بررسی قرار داده می‌شود. در این راستا با تعریف اجزای مولد مورد بررسی، احتمالات مختلف المان‌های مقرنس مورد بررسی قرار داده می‌شود؛ سپس سعی خواهد شد در خلال این بررسی برخی ویژگی‌های المان‌های مقرنس، برای «مجموعه عناصر مقرنس» مشخص شود که چه نوع مجموعه‌هایی برای المان‌های مقرنس (بالانحص مقرنس‌های دوره‌ی ایلخانی<sup>۱۴</sup>) مجاز هستند. لازم به ذکر می‌باشد در این توصیف شکلی-نسبتی، فقط ساختار مقرنس‌ها با توجه به بررسی مقاله کاشانی، در نظر گرفته شده‌است و هیچ اطلاعاتی در مورد ظاهر دقیق المان‌ها از جمله (مصالح، رنگ، اندازه)

مقرنس‌ها داده نمی‌شود. در این راستا موارد زیر برای بررسی حالت‌های مختلف تشکیل المان‌های مقرنس در نظر گرفته شده‌است:

۱. با توجه به تعریف اجزای المان‌های مقرنس در شکل ۱ این نوشتار، همان‌طور که در شکل ۸ و جدول ۲ عنوان شده، احتمال‌های متعدد گزینه ۱ (پایه اضلاع) و گزینه ۳ (سقف تحتانی) در این گونه‌بندی مورد سنجش قرار می‌گیرد. گزینه ۲ (دیواره) به دلیل اینکه صرفاً تناسب ارتفاعی آن تغییر می‌نماید و شکل آن از چهارضلعی با زاویه قائم خارج نمی‌شود، در این گونه‌بندی لحاظ نمی‌گردد. گزینه ۱ یا پایه اضلاع براساس (جدول ۱) از اضلاع یک مربع یا لوزی شکل گرفته است.



شکل ۸: گزینه‌های مورد بررسی اجزای مولد تک المان

(Authors 2023)

Fig. 8: The investigated options of single-element (Authors 2023) generating components

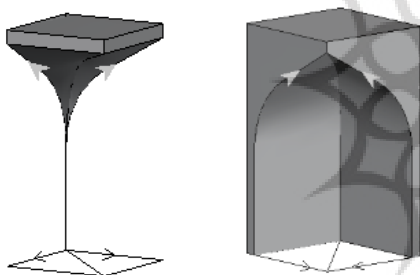
جدول ۲. حالت‌های مورد بررسی اجزای مولد تک المان (Authors 2023)

Table 2: The Investigated alternatives of single-element generating components (Authors 2023)

توضیحات	تعداد	نام اجزای مولد تک المان	حالت‌های مورد بررسی اجزای مولد تک المان
-	۱+۸ براساس جدول ۱	پایه اضلاع	گزینه ۱
از چهارگوشه قائم خارج نمی‌شود و صرفاً تناسب آن تغییر می‌کند.	۱ براساس جدول ۱	صفحه عمودی	گزینه ۲
باتوجه به گونه مقرنس می‌تواند مسطح یا منحنی باشد	۱+۸ براساس جدول ۱	صفحه سقف تحتانی	گزینه ۳

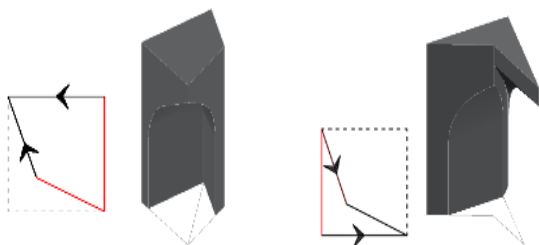
۱. به طور کلی ماهیت ساختاری مقرنس، عنصری متقارن در اجزای تشکیل دهنده و حجم کلی آن می باشد و جز در مواردی مانند مرزهای یک طاق که محدوده‌ای برای تشکیل المان مقرنس تعریف نشده باشد، متقارن می باشد. به طور مثال در زیر دو المان غیرمتقارن ترسیم گردیده است که این المان‌های نامتقارن از ابتدا از جدول المان‌ها در زیر حذف گردیده است.

۲. طبق تعریف مقرنس قوس اندازه‌های پایه اضلاع المان‌های خانه از چهار حالت خارج نمی‌شود؛ بنابراین پایه‌های اضلاع فقط می‌توانند مقادیر  $(1, \frac{1}{2}\sqrt{2}, 1-\sqrt{2})$  و  $(0.765)$  را بپذیرند که در جدول زیر مشخص گردیده است.



شکل ۹: وجوه منحنی در المان

Fig. 9: Curved sides in the Muqarnas element (Authors 2023)



شکل ۱۰: المان‌های غیرمتقارن

Fig. 10: Asymmetric elements (Authors 2023)

۲. در این بخش براساس بررسی هارمسن که در ساله دکتری خود بر مبنای مقاله کاشانی به بررسی و بازشناسی الگوریتم‌های پلان مقرنس و تعریف «مقرنس گراف» پرداخته است پیکان‌هایی جهت ترسیم المان‌های مقرنس ارائه شده است. هارمسن روش‌هایی را برای جهت‌گیری المان‌ها و بازخوانی پلان مقرنس و ایجاد ساختار سه بعدی ارائه نموده است که در اینجا فقط از الگوی پیکان‌ها براساس جهت منحنی برای ترسیم المان‌ها استفاده شده است. (Harmsen 2006)

۳. همان‌طور که در بخش شکل‌گیری المان‌های مقرنس ملاحظه گردید، وجه اساسی المان مقرنس‌ها برای توصیف ساختار آن، وجه‌های منحنی می‌باشد؛ که این سطوح در ترکیب با دیگر اجزا در قالب یک المان پرکننده (خانه) یا المان میانی در یک ردیف به یکدیگر متصل می‌شوند.

بنابراین در جدول زیر به دلیل جهت‌گیری وجه منحنی و همچنین پایه اضلاع (یک یا دو پایه اضلاع) گونه‌های مختلف المان‌ها با توجه به دو اصل مهم زیر ترسیم شده است. این اصول مشخص شده که در بطن ساختار و ویژگی‌های ترسیمی این نوع مقرنس‌ها قرار دارد، می‌تواند به عنوان راهنما در معرفی شیوه‌های طراحی این نوع مقرنس‌ها به کار برده شود.

ذکر این نکته ضروری است که این رویکرد برای انواعی از مقرنس (مقرنس‌های شطرنجی) که فرم آن‌ها می‌تواند به هم‌نشینی المان‌های از پیش ساخته محدود شود، به کار می‌رود و با باز آرایش این واحدها در کنار هم امکان ایجاد فرم‌های متنوع مشابه وجود دارد. پیرنیا این نوع از مقرنس را پتکانه می‌نامد که حاصل توسعه و تکامل سکنج‌های ایرانی می‌باشد و با توجه به قابلیت خودایستایی، بررسی آن از نقش‌های تزئینی فراتر می‌رود و نقش آن در معماری به عنوان یک سازه سه بعدی اهمیت می‌یابد.

جدول ۳: بررسی حالت‌های مختلف المان‌های پرکننده و میانی ایجاد شونده در مقرنس قوس (Authors 2023)

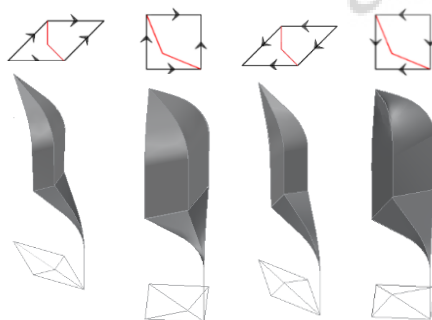
Table 3: Investigating the different alternatives of filler and intermediate elements created in the arched muqarnas (Authors 20)

-				
	بدون پایه اضلاع	1	1	اندازه پایه اضلاع
	S <sub>6</sub>	S <sub>5</sub>	S <sub>4</sub>	<b>المان‌های نصف مربع</b>
-				
	بدون پایه اضلاع	1	$\frac{1}{2} \times \sqrt{2}$	اندازه پایه اضلاع
S <sub>10</sub>	S <sub>9</sub>	S <sub>8</sub>	S <sub>7</sub>	<b>المان‌های باطیبه</b>
بدون پایه اضلاع	بدون پایه اضلاع	0.765	1	اندازه پایه اضلاع
S <sub>14</sub>	S <sub>13</sub>	S <sub>12</sub>	S <sub>11</sub>	<b>المان‌های دو پایه بزرگ</b>
بدون پایه اضلاع	بدون پایه اضلاع	۷۶۵/۰	1	اندازه پایه اضلاع
R <sub>4</sub>	R <sub>3</sub>	R <sub>2</sub>	R <sub>1</sub>	<b>المان‌های لوزی</b>
بدون پایه اضلاع	بدون پایه اضلاع	1	1	اندازه پایه اضلاع
	R <sub>7</sub>	R <sub>6</sub>	R <sub>5</sub>	<b>المان‌های نصف لوزی</b>
-				
بدون پایه اضلاع	بدون پایه اضلاع	1	0.765	اندازه پایه اضلاع
R <sub>11</sub>	R <sub>10</sub>	R <sub>9</sub>	R <sub>8</sub>	<b>المان‌های لوزه</b>
بدون پایه اضلاع	بدون پایه اضلاع	$\sqrt{2} - 1$	1	اندازه پایه اضلاع
R <sub>15</sub>	R <sub>14</sub>	R <sub>13</sub>	R <sub>12</sub>	<b>المان‌های دوپایه کوچک</b>
بدون پایه اضلاع	بدون پایه اضلاع	$\sqrt{2} - 1$	1	اندازه پایه اضلاع

دیده نمی‌شوند. لذا آنچه که در ترسیم‌ها در نظر گرفته شده‌است، جداره‌هایی است که کاشانی برای پیوستن اضلاع در پشت‌المان‌ها در نظر گرفته‌است و آن را به‌عنوان یک واحد پیش‌ساخته یا خانه تعریف کرده‌است؛ اما آنچه که در نمای مقرنس دیده می‌شود، چهره مقرنس می‌باشد که توسط اضلاع منحنی تعیین می‌گردد. لازم به‌ذکر است در دوره‌های متأخر باتوجه به شیوه‌های ساخت مقرنس صرفاً دو وجه رو به رو در نظر گرفته می‌شود.

به‌طور مثال در نمونه‌های (شکل ۱۲) که بدون اضلاع غیرقابل رؤیت ترسیم شده است دو حالت اول از سمت راست علی‌رغم رعایت دیگر اصول به‌دلیل ایجاد فرم محدب به سمت مخاطب، از المان‌های مورد تأیید نمی‌باشد. لازم به‌ذکر می‌باشد این‌گوها در رابطه با الگوی شطرنجی که از مربع و لوزی تشکیل شده و متوجه مقاله حاضر و نگاه کاشانی می‌باشد، صادق است.

مطابق با (شکل ۹) دو وجوه منحنی در المان پرکننده به‌صورت همگرا در یک نقطه به هم متصل می‌شوند و در المان میانی این دو وجه منحنی به‌صورت واگرا می‌باشند؛ بنابراین وجه‌های منحنی یک المان پرکننده در نقطه اوج و وجه‌های منحنی المان میانی در نقطه شروع حرکت در ابتدای وجه‌های منحنی به هم متصل می‌شوند. این جهت‌گیری سبب ایجاد چهره المان به‌صورت مقعر نیز می‌گردد و آن را به‌قطار یا ردیف بعدی سوق می‌دهد که مقرنس را به نقطه اوج خود در حجم کلی می‌رساند.



شکل ۱۲: بررسی محدب و مقعر بودن المان‌های مقرنس

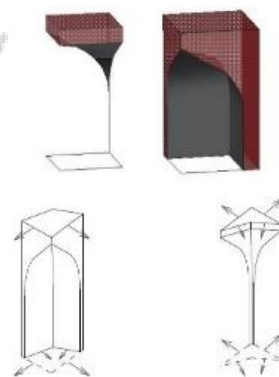
Fig. 12: Investigating the convexity and concavity of Muqarnas elements (Authors 2023)

پس از ایجاد المان‌ها از طریق حالت‌های مختلف پایه اضلاع و سقف تحتانی، در طی دو مرحله، به‌گزینه‌های المان‌های صحیح مقرنس پرداخته می‌شود. در مرحله اول براساس اصول تدوینی نگارندگان، با توجه به زمینه‌ی دو بعدی مقرنس و هم‌نشینی المان‌ها در کنار هم، به‌گزینه‌های المان‌ها پرداخته شده و در مرحله بعد المان‌هایی که در محاسبات تعیین مساحت کاشانی معرفی شده را با المان‌های مطرح شده از سمت صاحب‌نظران این حوزه و نمونه‌های واقعی مورد بررسی آن‌ها، مورد مقایسه قرار می‌دهیم.

۳. به‌طورکلی، در المان‌های مقرنس وجه‌های منحنی به‌واسطه حرکت صعودی خود جهتی را به المان مقرنس می‌دهند. این خطوط به‌اصطلاح چهره مقرنس (صورتی از المان‌های مقرنس که توسط بیننده قابل رؤیت باشد) را ایجاد می‌نمایند. به‌طوری که یاغان (Yaghan) با ترسیم حجم‌های متنوع از یک طرح دو بعدی نشان می‌دهد به‌وسیله‌ی تغییر در وجوه منحنی بدون تغییر در ساختار مقرنس، می‌توانیم حجم کلی مقرنس را مورد تغییر قرار دهیم (Yaghan 2001a, Yaghan 2001b). به‌عبارت دیگر وجه‌های منحنی علاوه بر ایجاد چهره المان مقرنس، حالتی مقعر را به خود می‌گیرد؛ به‌طوری‌که در ساختار قابل رؤیت مقرنس حالت مقعر به سمت مخاطب باشد.

### ۳-۱. گزینه‌های المان‌های صحیح مقرنس

به‌طورکلی قسمت پشتی المان‌ها در ساختار کلی مقرنس‌ها قابل مشاهده نیستند و مقرنس‌ها در ساختار کلی معماری بنا از بالا



شکل ۱۱: چهره مقرنس

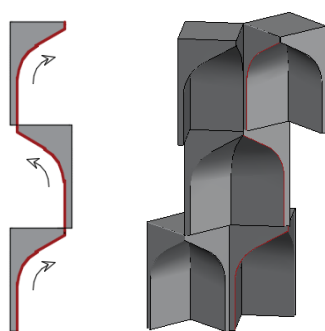
Fig. 11: The Muqarnas faces (Authors 2023)

در هم‌نشینی این المان‌ها به صورت عمودی در ردیف‌های متوالی نیز، انتهای و جه‌های منحنی در ردیف پایین‌تر، در امتداد وجه منحنی در المان‌های ردیف بالایی قرار دارد. این ویژگی سبب گردیده که المان‌ها در امتداد یکدیگر به سمت بالا جهت‌گیری نمایند؛ بنابراین پیروی از وجه منحنی این امکان را به مقرنس می‌دهد که به سمت بالا سوق یابد و در ساختار کلی سیر صعودی داشته باشد. در این راستا هارمسن الگوی «گراف مقرنس» را با پیش فرض اصولی که کاشانی در سه نوع اول مطرح نموده، ایجاد می‌نماید که در آن با توجه به جهت المان‌ها، ساختار کلی مقرنس مشخص می‌گردد (Harmsen 2006). وی این الگو را در نمونه‌های متعددی از دوره ایلخانی مانند صفحه پیدا شده در تخت سلیمان و هشت ضلعی ایوان جنوبی آن، مسجد جمعه فریومد، مقبره بایزید بسطامی، ایوان شمالی مسجد جمعه نظنز و غیره مورد بررسی قرار داده است.

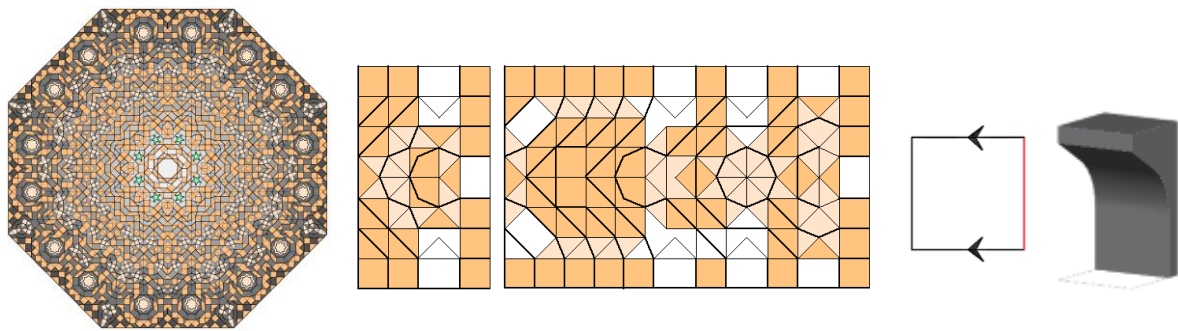
به‌طور مثال در المان زیر، با توجه به اینکه وجوه منحنی آن در المان به صورت موازی حرکت می‌کنند و چنانچه عنوان شد به هم پیوسته (واگرا و هم‌گرا) نیستند، نه خانه محسوب می‌شوند و نه المان میانی. اگرچه با نگاهی بر المان‌های معمول در مقرنس‌های موجود در مراکش، الجزایر، اسپانیا و ایتالیا، المان‌هایی با ساختار موازی به‌وفور دیده می‌شوند، ولی در نمونه‌های مورد بررسی کاشانی این نمونه از المان مورد محاسبه و بررسی قرار نمی‌گیرد.

### ۲-۳. مقایسه المان‌ها در پژوهش‌های مختلف

در یک ردیف مقرنس، المان‌های مجاور از طریق وجه‌های منحنی به هم متصل می‌شوند. از این رو برای انطباق و قرارگیری کامل دو المان در کنار هم، یک ردیف، دو وجه منحنی باید اندازه هم باشند که این مورد مستلزم رعایت اندازه مدول در ترسیم وجه منحنی می‌باشد. با توجه به ترسیم صفحه‌ی عمود در مستطیلی به عرض مدول (شکل ۵) المان‌ها می‌توانند با این تناسبات مشخص در کنار هم قرار گیرند. در این میان به‌جز وجه قطری در المان‌های مقرنس که تأثیری در هم‌نشینی المان‌ها در کنار هم ندارد و در عرضی غیر از مدول مشخص ترسیم شده (گاهی کوچکتر و گاهی بزرگتر از مقدار مدول است)، بقیه وجوه باید در

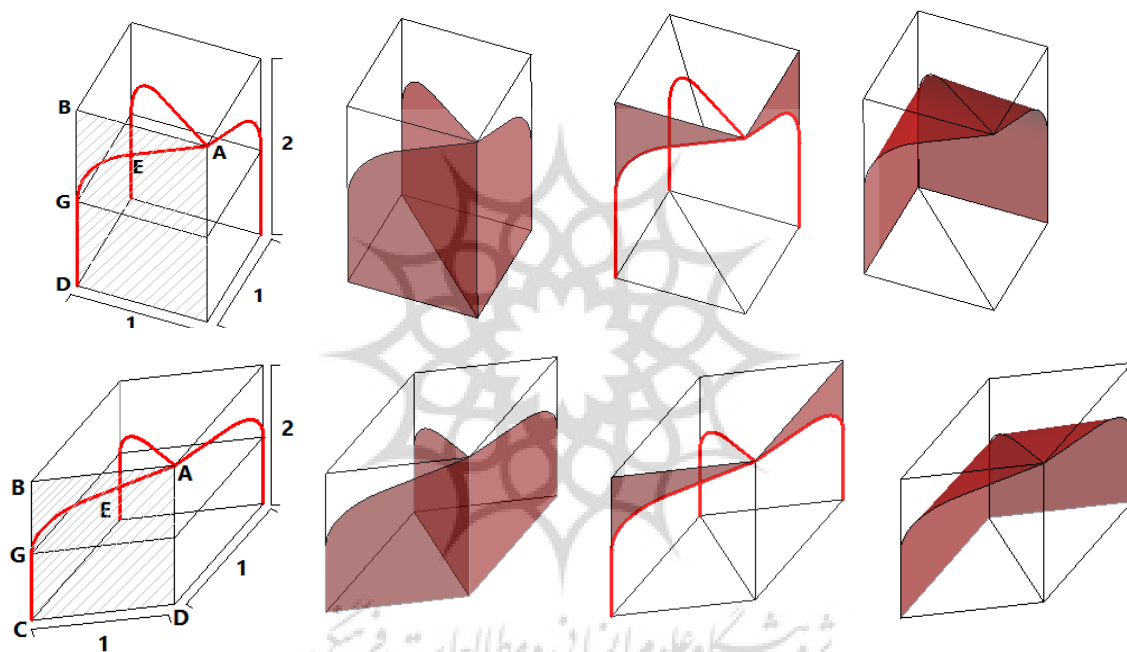


شکل ۱۳: بررسی جهت‌گیری المان‌ها در هم‌نشینی عمودی  
Fig. 13: Investigating the orientation of elements in vertical coexistence (Authors 2023)



شکل ۱۴: مقرنس مسجد حسن ثانی در کازابلانکا مراکش و قصر الحمیرا در گرانادای اسپانیا (Takahashi 2019)

Fig. 14: The Muqarnases of Hassan Thani Mosque in Casablanca, Morocco and Alhambra Palace in Granada, Spain, (Takahashi 2019)



شکل ۱۵: وجوه منحنی المان‌های مقرنس

Fig. 15: The curved sides of Muqarnas elements (Authors 2023)



شکل ۱۶: به ترتیب از راست به چپ: اتصال دو المان پرکننده با المان میانی، اتصال یک المان پرکننده با یک المان میانی توسط المان میانی، اتصال دو المان پرکننده بدون المان میانی، اتصال دو المان میانی به هم (Authors 2023)

(Authors 2023)

Fig. 16: From right to left: connecting two filler elements with an intermediate element, connecting one filler element with an intermediate element by an intermediate element, connecting two filler elements without an intermediate element, connecting two intermediate elements together (Authors 2023)

جدول ۴: المان‌های صحیح‌گزینش شده  
(Authors 2023) Table 4: The selected correct elements

Mohammadian Mansoor and Faramarezi	Kromker	Harmsen	Dold and Harmsen	Mohammad Al-Asad	Dold sampoloni <sup>15</sup>	Alpay Ozdural (1990,1991)	Al-Kashi	پلان و تصویر سه بعدی	کد المان‌های انتخابی با توجه به جدول ۳	نقش	المان‌های گزینش شده
✓	✓	✓	✓	✓		✓	✓		S <sub>1</sub>	خانه (cell)	مربع
				✓	✓				S <sub>2</sub>	-	
		✓							S <sub>3</sub>	المان میانی (Intermediate Element)	
✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓		R <sub>1</sub>	خانه (cell)	لوزی
✓									R <sub>2</sub>		
✓	✓	✓	✓						R <sub>3</sub>	المان میانی (Intermediate Element)	
✓									R <sub>4</sub>		
✓		✓			✓	✓	✓		S <sub>4</sub>	خانه (cell)	نصف مربع
✓		✓			✓	✓	✓		S <sub>6</sub>	المان میانی (Intermediate Element)	
✓				✓	✓	✓	✓		R <sub>5</sub>	خانه (cell)	نصف لوزی
✓		✓			✓	✓	✓		R <sub>7</sub>	المان میانی (Intermediate Element)	
✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓		S <sub>7</sub>	خانه (cell)	باطیبه
✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓		R <sub>9</sub>	خانه (cell)	لوزه
					✓		✓		R <sub>11</sub>	المان میانی (Intermediate Element)	
✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓		S <sub>14</sub>	المان میانی (Intermediate Element)	دوپایه بزرگ
✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓		R <sub>14</sub>	المان میانی (Intermediate Element)	دوپایه کوچک



بررسی قرار گرفته است. به طور مثال در شکل ۱۷ بسته به الگوی هم‌نشینی و ترکیب لوزه در حالت المان میانی در کنار آلت‌های تخت که در مقرنس‌هایی با الگوی شعاعی بسیار یافت می‌شود. این المان می‌تواند به صورت المانی محدب به کار روند. لازم به ذکر است نمونه‌های واقعی بررسی شده نیز الگوی شطرنجی (فقط مبتنی بر لوزی و مربع) دارند. با توجه به محدب بودن آن، امکان حضور آن در پتکانه یا مقرنس‌هایی با سیستم شطرنجی وجود ندارد. المان خانه این نوع همان‌طور که در جدول ۴ قابل ملاحظه می‌باشد، در نمونه‌های واقعی در ترکیب با دیگر اجزا آمده است.

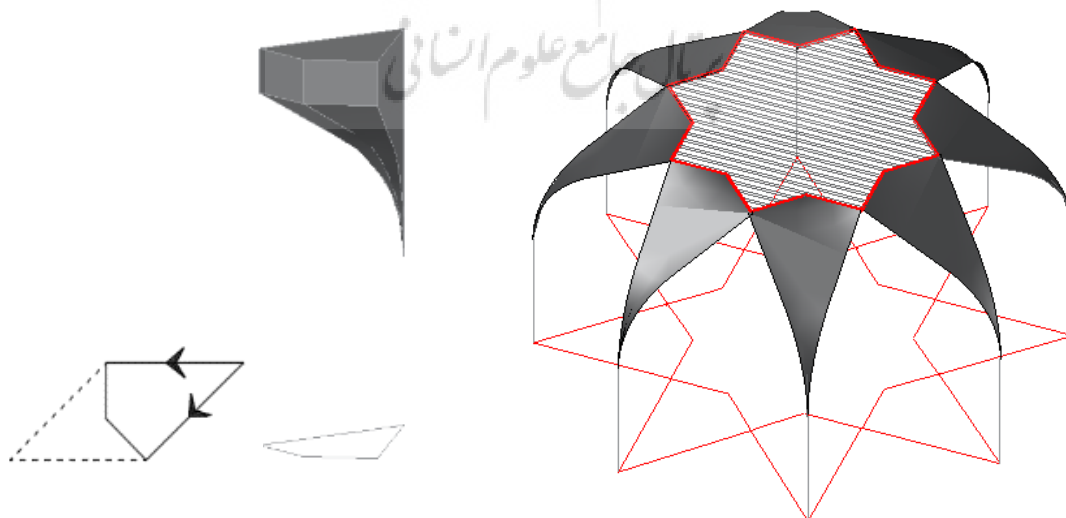
• المان‌های  $S_1$  و  $S_2$  که المان‌های مستقل مربع هستند، اگرچه در اصول ارائه شده توسط غیاث‌الدین جمشید کاشانی قرار می‌گیرد، ولی نه در محاسبات کاشانی از آن‌ها یاد شده و نه در نمونه‌های واقعی بررسی شده وجود دارد. در حالی که در مقرنس‌های مراکش، اسپانیا، ای‌تالیا و الجزایر، به‌وفور دیده می‌شوند.

• المان‌های شماره  $R_2$ ,  $R_3$ ,  $R_4$  که مشتقات لوزی به‌عنوان المان پرکننده و المان میانی هستند، اگرچه با اصول ارائه شده توسط نگارندگان از رساله کاشانی مطابقت دارد و در نمونه‌های واقعی نیز یافت شده، ولی به‌طور مستقیم در محاسبات کاشانی مورد بررسی قرار نگرفته است.

همان‌طور که در جدول بالا مشهود است، اختلاف نظرهایی بین محققین و مفسرین در تأیید المان‌ها وجود دارد، محتمل است به دلیل برداشته‌های متفاوت از مقاله و حضور یا عدم حضور برخی المان‌ها در نمونه‌های واقعی مورد بررسی محققین باشد؛ چرا که نگاه کاشانی صرفاً ارائه روشی برای محاسبه میزان مصالح مورد نیاز برای ساخت این مقرنس‌ها در دوره تیموری بوده است.

با توجه به اینکه نگارندگان این مقاله بر اساس مباحث ارائه شده در رساله کاشانی این نمونه‌ها را تألیف نموده‌اند، سعی شد با نمونه‌های واقعی بررسی شده در تحقیق محمدیان منصور و فرامرزی ۱۳۹۲، نیز به‌طور دقیق مورد مقایسه قرار گیرد. همان‌طور که در جدول ۴، قابل ملاحظه می‌باشد، نسبت به المان‌های بررسی شده توسط نگارنده، ۱۳ المان، به‌طور دقیق در نمونه‌های واقعی مشاهده شده است. سایر المان‌ها در زیر بررسی شده است:

• المان میانی لوزه (المان  $R_{11}$ ) در نمونه‌های واقعی بررسی شده توسط محمدیان منصور و فرامرزی نمی‌باشد ولی به‌طور دقیق در رساله کاشانی مورد محاسبه قرار گرفته است. امکان حضور این المان در مقرنس‌های شعاعی (مبتنی بر لوزی و مربع و انواع چند ضلعی‌ها و ستاره‌های چندپیر) که در رساله کاشانی تحت عنوان مقرنس‌های شیرازی یاد شده، وجود دارد؛ و به نظر می‌رسد به همین دلیل نیز توسط کاشانی مورد



شکل ۱۷: بررسی المان لوزه در هم‌نشینی با المان تخت در الگوهای شعاعی

Fig. 17: Examining the almond element in combination with the flat element in radial patterns (Authors 2023)

جدول ۵: مطابقت المان‌های صحیح گزینش شده با نمونه‌های واقعی پژوهش (Mohammadian Mansoor and Faramarezi 2013)  
Table 5: Correspondence of the selected correct elements with the real samples in (Mohammadian Mansoor and Faramarezi 2013)

نمونه‌های واقعی					نمونه‌های تدوینی <sup>۱۶</sup>		
جدول ۲ - طبقه بندی انواع حالات‌های واحد تکرار مربع و نمایش محل خط قطار در آنها به همراه تصویر سه بعدی، نمونه واقعی و تعدادی از مکان‌هایی که واحد تکرار مزیور در آنها اجرا شده است.							
	<b>S</b> - Square	واحد تکرار - مربع	تصویر سه بعدی	تصویر نمونه واقعی	تاریخ ساخت	تعدادی از مکان‌های اجرا شده	
1				کرمان - مسجد جامع - هشتمین قرن هجری	۷۵۰ هـ ق ۵۰۸ هـ ق قرن هشتم	کرمان - مسجد جامع - هشتمین قرن هجری گلباگان - مسجد جامع - گنبدخانه نقلز - مقبره شیخ عبدالصمد - ائالی مقبره وراسین - مسجد جامع - ایوان جنوبی	S <sub>1</sub> 9 S <sub>3</sub>
2				بسطام - آرامگاه بایزید بسطامی - سر در جنوب شرقی	۷۱۲ هـ ق ۷۱۶ هـ ق قرن هشتم ۷۲۰ هـ ق ۷۱۷ هـ ق ۷۲۲ هـ ق قرن هشتم	بسطام - آرامگاه بایزید بسطامی - سر در جنوب شرقی نقلز - مقبره شیخ عبدالصمد - سر در ورودی نقلز - مقبره شیخ عبدالصمد - ائالی مقبره تربت جام - محراب مسجد کرمانی بسطام - آرامگاه بایزید بسطامی - ایوان گلران خان وراسین - مسجد جامع - سر در ورودی وراسین - مسجد جامع - ایوان جنوبی	S <sub>7</sub> 9 S <sub>14</sub>
3				فرپوید - مسجد جامع - ایوان جنوبی	قرن هشتم قرن هشتم	فرپوید - مسجد جامع - ایوان جنوبی طوس - هارویه - قسمتی از پنده داخلی گنبد خانه	S <sub>4</sub> 9 S <sub>6</sub>
جدول ۱ - طبقه بندی انواع حالات‌های واحد تکرار لوزی و نمایش محل خط قطار در آنها به همراه تصویر سه بعدی، نمونه واقعی و تعدادی از مکان‌هایی که واحد تکرار مزیور در آنها اجرا شده است							
	<b>R</b> - Rhombus	واحد تکرار - لوزی	تصویر سه بعدی	تصویر نمونه واقعی	تاریخ ساخت	تعدادی از مکان‌های اجرا شده	
1				گلباگان - مسجد جامع - گنبدخانه	۵۰۸ هـ ق	گلباگان - مسجد جامع - گنبدخانه	R <sub>2</sub> 9 R <sub>4</sub>
2				نقلز - مقبره شیخ عبدالصمد - ائالی مقبره	قرن هشتم ۷۱۶ هـ ق ۷۲۰ هـ ق ۷۱۷ هـ ق قرن هشتم	نقلز - مقبره شیخ عبدالصمد - ائالی مقبره نقلز - مقبره شیخ عبدالصمد - سر در ورودی تربت جام - محراب مسجد کرمانی بسطام - آرامگاه بایزید بسطامی - سر در جنوب شرقی بسطام - آرامگاه بایزید بسطامی - ایوان گلران خان وراسین - مسجد جامع - ایوان جنوبی	R <sub>9</sub> 9 R <sub>14</sub>
3				کنتراجان - مسجد جامع - گنبد خانه	۷۱۵ هـ ق ۷۱۵ هـ ق	کنتراجان - مسجد جامع - گنبد خانه کنتراجان - مسجد جامع - سر در ورودی	R <sub>5</sub> 9 R <sub>7</sub>
4				نقلز - مقبره شیخ عبدالصمد - ائالی مقبره	قرن هشتم قرن هشتم ۷۱۵ هـ ق	نقلز - مقبره شیخ عبدالصمد - ائالی مقبره وراسین - مسجد جامع - ایوان جنوبی کنتراجان - مسجد جامع - گنبد خانه	R <sub>4</sub>
5				نقلز - مقبره شیخ عبدالصمد - سر در ورودی	۷۱۶ هـ ق ۷۲۸ هـ ق ۷۲۲ هـ ق ۷۵۰ هـ ق ۵۰۸ هـ ق ۷۱۵ هـ ق	نقلز - مقبره شیخ عبدالصمد - سر در ورودی ایرفو - مسجد جامع وراسین - مسجد جامع - سر در ورودی کرمان - مسجد جامع - هشتمین قرن هجری گلباگان - مسجد جامع - گنبد خانه کنتراجان - مسجد جامع - گنبد خانه	R <sub>1</sub> 9 R <sub>3</sub>
6				وراسین - مسجد جامع - ایوان جنوبی	قرن هشتم ۷۱۷ هـ ق	وراسین - مسجد جامع - ایوان جنوبی بسطام - آرامگاه بایزید بسطامی - ایوان گلران خان	R <sub>3</sub>

## جمع بندی

پس از بررسی مطالعات بالا و مقایسه آن ها با هم مشخص شد:

- باتوجه به اصول ساخت مقرنس، ۱۶ المان را می توان به عنوان نمونه تألیفی مشخص کرد که از این میان ۱۳ نمونه تألیفی دقیقاً در نمونه مقرنس های واقعی در ایران دیده می شوند و نمونه مقرنس بقیه المان ها نیز در دیگر کشورها (مراکش، اسپانیا، ایتالیا و الجزایر) قابل مشاهده است. برخی از المان ها نیز در الگوهای متأخر مقرنس یعنی الگوهای شعاعی در هم نشینی با المان های نوظهور «تخت» دیده می شود.

- از میان این ۱۶ المان، ۳ المان اگرچه با اصول دریافت شده توسط نگارندگان از رساله کاشانی مطابقت دارد، ولی به طور مشخص در المان های مورد محاسبه کاشانی معرفی نشده اند. در واقع، کاشانی علی رغم تسلط بر موضوع مقرنس، رساله خویش را با تمرکز بر تدوین سیستمی جهت محاسبه مساحت مقرنس، ارائه می دهد و کمتر به شیوه های

اجرا، به کارگیری المان ها و جزئیات متنوع آن می پردازد. همچنین، طبق سوابق زندگی کاشانی و سال نگارش رساله، به نظر می رسد بیشتر نمونه های مدنظر وی براساس مقرنس های ساخته شده و یا در حال ساخت در سمرقند و حوزه جغرافیایی نزدیک آن تنظیم شده باشد؛ بنابراین، نباید رساله کاشانی را رساله ای با هدف تنظیم قواعد کلی برای کلیه مقرنس ها در تمامی بخش های ایران و یا تعمیم قواعد آن برای مطالعه کلیه مقرنس های متنوع تاریخ ایران در نظر گرفت.

- مقرنس های شطرنجی نسبت به مقرنس های شعاعی دارای اصول دقیق تر حکمی هستند. در همین راستا، برای ساخت المان های مقرنس های شطرنجی اصول یکسانی همانند همسانی اندازه های المان های همجوار، مقعر بودن چهره هر المان، همگرایی المان های پرکننده و واگرایی المان های میانی، وجود تقارن و بهره گیری از مقادیر و اندازه های ثابت رعایت شده است.

## نتیجه گیری

است که نشانگر قرارگیری آن در میان دو زمینه هنر و ریاضی است. در این مقاله سعی شده است بخش از دست رفته این هنر یعنی اصول حکمی آن بررسی گردد و در این اثنا اصول پایه ای این هنر شناخته شود.

در ضمن نتیجه این پژوهش نشان دهنده آن است که در دوره های تاریخی مختلف و یا حتی در مکان های مختلف، ترکیب این المان ها نشانگر شاکله آن فرهنگ، اقلیم، تکنیک های اجرا، هنر گزینی آن ها و غیره بوده و همین امر موجب شده تا حال و هوای مقرنس ها در نقاط مختلف، متفاوت گردد. چنانکه با بهره گرفتن از اصول کاشانی که در دوره تاریخی خود و احتمالاً در مکان سمرقند به برخی ترکیبات دست یافته، ۱۶ المان شناسایی گردید که ۱۳ گونه ی آن در نمونه های واقعی ایران و ۳ گونه در نقاط دیگر دنیا

می توان چنین استدلال کرد که برخلاف نظر برخی متخصصان، مقرنس دارای اصول حکمی خاص خود بوده که احتمالاً این اصول حکمی در طول زمان از دست رفته و اکنون به صورت اصول خلقی یا تألیفی درآمده است و تنها ناخودآگاه استادکاران امکان بروز آن را دارد. یافتن اصول حکمی مقرنس می تواند آن را به یک ساختار قابل گسترش تبدیل نماید. از سویی دیگر قواعد و قوانین حاکم در مقرنس این هنر را به ساختاری دارای پیمون و مدول تبدیل می کند. به همین دلیل این هنر قابلیت الگوریتم شدن و در چارچوب قواعد ریاضی قرار گرفتن را دارد. همچنین به این سبب که سالهاست بدون داشتن اصول حکمی قابلیت اجرا داشته، این هنر قابلیت غیرچارچوب مدار و رها از بند یکسان سازی ها را نیز دارد. این هنر دارای اصول ویژه ای

همچون مراکش، ایتالیا، الجزایر و اسپانیا قابل مشاهده و شناسایی است. این بدان معناست که در هر مکان فرهنگی، برخی از این المان‌ها با هم ترکیب شده و لذا شاکله‌های متفاوت و خصوصیات ذوقی-فرهنگی متفاوتی ایجاد کرده‌اند. ترکیب المان‌های مختلف و گزینش و انتخاب آن‌ها متأثر از فرهنگ و ذوق فرهنگی در زمان یا مکان پدید آمدن

آن مقرنس است که شاخصه ذوقی و خلقی و تألیفی را پدید می‌آورد. در این راستا هنرمند مقرنس، با الفت دادن المان‌های مختلف از میان ۱۶ المان ممکن، نقشی از خلاقیت و هنر تألیفی خود و محیط تاریخی، جغرافیایی خود را در مقرنس مذکور به یادگار گذاشته‌است.

### پی‌نوشت‌ها

۱. در زمان تیموری، زمانی که فعالیت‌های ساختمانی گسترش یافته بود، سازندگان محلی فقط قادر به مدیریت ساختمان‌های ساده بودند، اما برای ساخت یادبودهای خاص و هنری‌تر، معماران و هنرمندانی از سرزمین‌های فتح شده، اول از خوارزم، سپس از تبریز و شیراز و نهایتاً از هند و سوریه، انتخاب شدند. تیمور در سال ۷۶۶ و ۷۷۲ ه. ش معمارانی را از شیراز جمع‌آوری کرد که البته بسیاری از آن‌ها با اراده خود مهاجرت کرده‌بودند. در میان این معماران، اسامی معماران مشهور شیرازی چون قوام‌الدین شیرازی (وفات: ۸۱۹ ه. ش) و زین‌الدین شیرازی نیز به چشم می‌خورد که از سازندگان فعالی بودند که بناهای باقی‌مانده از آن‌ها، سبک معماری متمایزی را نشان می‌دهد. احتمالاً به این دلیل باشد که این نوع مقرنس ساخته‌شده از «امکان‌های بی‌شمار» مقرنس شیرازی نامیده شده است. (Harmsen 2006; Dold-Samplonius and Harmsen 2005; Dold sampholinious 1992) ویلبر و گلوبک با طرح سوالی نسبت به این مسأله بر نسبت مقرنس شیرازی به معماران شهر شیراز صحه می‌گذارند و بیان می‌کنند «بحث در رساله (کاشی) باز هم سوال دیگر و به‌حق سوال بحث برانگیزتری را پیش می‌آورد. به چه دلیل یک نوع مقرنس، خواه آن نوعی باشد که ما آن را پیدا کرده‌ایم یا نباشد، منسوب به شهر شیراز واقع در ایران است؟ ما برآنیم که این نسبت به شیراز امری تصادفی نیست؛ بلکه مربوط می‌شده به حضور معماران شیرازی در ایران و خراسان که از اول ۷۷۷ ه. ش (۸۰۱ ه. ق) در آن نواحی مشغول کار بوده‌اند». (Wilber and Golmbek 2014)
۲. مقرنس‌های ساده، مطمئن یا کشیده و قوس به‌عنوان مقرنس‌هایی با ساختار شطرنجی خوانده می‌شوند که از اشکال پایه‌ی محدودی که در این مقاله به آن پرداخته می‌شود، ایجاد می‌گردند. درحالی‌که مقرنس‌های شیرازی که به‌عنوان مقرنس‌هایی با ساختار شعاعی خوانده می‌شوند، اشکال متنوعی در ایجاد المان‌های آن به کار می‌رود که در این بررسی به آن پرداخته نمی‌شود. برای اطلاعات بیشتر در رابطه با گونه‌های مقرنس، به Zamani, Fattahi And Ekhtari (2018) رجوع گردد.
۳. با توجه به نام‌گذاری متفاوت اجزای مقرنس در نسخه عربی کاشانی و ترجمه‌های انگلیسی که باعث تفسیرهای متعدد از متن شده، تمامی معادل‌های واژگان آورده شده است.
۴. ردیف‌های افقی یا قطار در مقرنس که در نسخه عربی «الطبقه» و در نسخه‌های انگلیسی "Tier" و "Course" خوانده شده‌است.
۵. در نسخه عربی «البيت» و به انگلیسی "Cell"، "Home" و "Element" خوانده شده‌است.
۶. در نسخه عربی «سطح» و «سقف» و به انگلیسی "Roof" و گاهی "Flat Roof" خوانده شده‌است.
۷. در نسخه عربی «الاضلاع» و به انگلیسی "Facet" خوانده شده‌است.
۸. جودانه به معنی «شبه دانه جو» می‌باشد. معادل عربی کلمه جو «شعیر» می‌باشد که استفاده از ترکیب دو واژه جو و دانه، به فارسی بودن این کلمه اشاره دارد.
۹. لازم به ذکر است در شکل‌گیری المان‌های مقرنس شیرازی علاوه بر سقف‌های معرفی شده از انواع دیگری از سقف‌ها مانند چندضلعی‌ها و ستاره‌های چند پر در تناسبات مختلف به کار می‌روند.
۱۰. باطیه به معنای «ظرفی شبیه کوزه»، شکلی هندسی است که در واقع شکل مکمل دو پایه بزرگ در زمینه یک مربع می‌باشد.
۱۱. مقرنس‌های شطرنجی و شعاعی یک نام‌گذاری ساختاری انواع مقرنس بر اساس طرح دو بعدی آن‌ها می‌باشد که در پی‌نوشت ۲ توضیحات موردنیاز در رابطه با این مقاله ارائه گردیده است.

۱۲. در معرفی صفحات عمود با توجه به شکل ۱ دو صفحه عمودی جلوی المان در نظر گرفته شده و صفحات عمودی عقب با توجه به ثبات فرمی (مستطیل شکل) مورد بررسی قرار نمی‌گیرد.

۱۳. شیوه ترسیم صفحه عمود با ضلع منحنی به‌عنوان عنصر کلیدی طراحی و ساخت مقرنس: (گام ۱): ابتدا مستطیل ABCD را به‌گونه‌ای ترسیم نموده که عرض آن برابر با واحد پایه اندازه‌گیری مقرنس (مدول) ( $AB=CD=1$ ) و طول آن دو برابر عرض آن، ( $AC=BD=2$ ) باشد؛ (گام ۲): حال از یکی از زوایای آن به‌طور مثال زاویه A، خط AF را به‌گونه‌ای ترسیم نموده که با خط AB زاویه  $30^\circ$  ایجاد نماید و طول BD را در نقطه F قطع نماید؛ (گام ۳): خط AF را به پنج بخش مساوی تقسیم نموده؛ (گام ۴): از سمت F نقطه E را به‌اندازه دو قسمت از ۵ قسمت خط AF جدا کرده و روی خط AF مشخص می‌کنیم، سپس مقدار FG را به‌اندازه EF روی خط BD جدا کرده و نقطه E را به نقطه G وصل نموده تا خط EG حاصل گردد؛ (گام ۵): حال به مرکز E و G دو دایره به شعاع EG ترسیم کرده تا یکدیگر را درون مستطیل در نقطه H قطع نمایند. (گام ۶ و ۷): حال به مرکز H و شعاع HG دایره‌ای ترسیم می‌کنیم. کمان EG حاصل از ترسیم دایره خود معادل یک ششم دایره است؛ (گام ۸): حال دو ضلع AC و CD را تا دو نقطه I و K امتداد می‌دهیم. میزان امتداد این دو خط بسته به تناسب مقرنس است که می‌خواهیم ترسیم و اجرا شود و بر آن اساس تعیین می‌شود؛ (گام ۹): خط IJ را به موازات AB و خط JK را به موازات BD رسم می‌کنیم؛ (گام ۱۰): صفحه AEGDKJI ایجاد می‌شود که این صفحه به‌عنوان صفحه عمود با ضلع منحنی در ترسیم و اجرای مقرنس مورد استفاده قرار می‌گیرد. لازم به ذکر است برای ترسیم صفحه عمود با ضلع مورب بعد از اتمام مرحله ۴ کافی است نقطه A به نقطه G وصل گردد تا صفحه AGDKJI ایجاد گردد.

۱۴. مقرنس‌های که در دوره زندگی کاشانی موجود بوده‌اند و احتمالاً مبنای فکری کاشانی برای تعریف مقرنس‌ها بوده است.

۱۵. با توجه به رویکرد دل‌سپمولونیوس در بازشناسی این بخش از رساله کاشانی، المان‌های انتخاب شده تقریباً مشابه بررسی انجام شده در رساله کاشانی می‌باشد.

۱۶. ذکر این نکته ضروری است که در بررسی محمدیان منصور المان‌ها در ترکیب باهم‌دیگر در تکمیل المان لوزی یا مربع در دو سطح ارتفاعی متوالی قطار مورد بررسی قرار گرفته است و صفحات عمود پشت المان حذف گردیده است. مطابقت نمونه‌های تألیفی با نمونه‌های واقعی نشان داد، در ایران تنوع المان‌هایی با پایه اضلاع لوزی در مقرنس‌ها بیشتر از نمونه مشابه در پایه مربع است.

## فهرست منابع

- زمانی، زهرا، و کاوه فتاحی، و مریم اختیاری. ۱۳۹۸. گونه‌بندی مقرنس در رساله‌ی مفتاح الحساب غیاث الدین جمشید کاشانی. مجله گلستان در تاریخ هنر و معماری ایران زمین (۱۷): ۷-۱۷.
- زمرشیدی، حسین. ۱۳۹۰. گنبد و عناصر طاقی ایران. تهران: انتشارات زمان.
- کاشانی، غیاث الدین جمشید. ۸۰۶. مفتاح الحساب. مقاله چهارم. فصل سوم. باب نهم. نسخه سنگی چاپی.
- محمدیان منصور، صاحب، و سینا فرامرزی. ۱۳۹۲. بررسی وجود نظم شبه تناوبی در ساختار هندسی پتکانه. نشریه معماری و شهرسازی (هنرهای زیبا) ۱۸: ۴۳-۵۴.
- نجیب اوغلو، گل رو. ۱۳۸۹. طومار تویقایی-هندسه و تزیین در معماری اسلامی. ترجمه با مهرداد قیومی بیدهندی. تهران: انتشارات روزنه.
- ویلیبر، دونالد نیوتن، و لیزا گلمبک. ۱۳۷۴. معماری تیموری در ایران و توران. ترجمه با افسر، کرامت‌الله، و محمد یوسف کیانی. تهران: انتشارات میراث فرهنگی کشور.

## منابع انگلیسی

- Al-Kashi, Gh. Jamshid. 1427. "Miftah al-Hisab". The fourth article. Chapter III. Lithograph. [in Persian]
- Dold-Samplonius, Yvonne. 1992. "Practical Arabic Mathematics: Measuring the Muqarnas by al-Kashi". Centaurus 353 (3): 193-242.
- Dold-Samplonius, Yvonne. 1955. "Qubba for al-Kashi". video tape. American Mathematical Society .
- Dold-Samplonius, Yvonne.. 1999. "The Topkapi Scroll—Geometry and Ornament in Islamic Architecture: Topkapi Palace" Library MS. H. 1956; With an Essay on the Geometry of the Muqarnas by Mohammad al-Asad. By Gülru Necipoğlu. Historia Mathematica 26 (2): 166-172.
- Dold-Samplonius, Yvonne, and Silvia Harmsen. 2005. "The muqarnas plate found at Takht-i Sulayman: a new interpretation".

- Muqarnas 22: 85-94.
- Hamekasi, Nader, Faramarz F, Samavati, and Ahmad Nasri. 2011. "Interactive modeling of Muqarnas. In Proceedings of the international symposium on computational aesthetics in graphics", visualization, and imaging, pp. 129-136 .
- Harb, U. 1978. " Ilkhanidische Stalaktitengewölbe". Beiträge zu Entwurf und Bautechnik.(Coupoles en stalactites ilkhanides. Contributions à l'étude du plan et de la technique de construction). Archäologische Mitteilungen aus Iran Berlin(4): 1-66.
- Harmsen, Silvia. 2006. " Algorithmic Computer Reconstructions of Stalactite Vaults-Muqarnas-in Islamic Architecture". PhD diss.
- Hoeven, S, and M. Veen. 2011. " Muqarnas: Mathematics in Islamic Arts". Seminar Mathematics in Islamic Arts, Utrecht University, Faculty of Science, Department of Mathematics.
- Kromker, s. N.d Muqarnas Visualization in the Numerical Geometry Group.  
<http://www.iwr.uni Heidelberg.dc/groups/ngg/Muqarnas/>. (Accessed January 7, 2018).
- Mohammadian Mansour, Sahib, and Sina Faramarezi. 2013. " Investigation of Quasi-Periodic Order in Geometrical Structure of Patkaneh". Journal of Architecture and Urbanism (Fine Arts) 18: 43-54. [in Persian]
- Najiboglu, Gul Ro. 2010. "The Topkapi Scroll-Geometry and Ornament in Islamic architecture". Translated by Mehrdad Qayyomi Bidhandi. Tehran: Rozeneh Publications. [in Persian]
- Özdural, Alpay. 1990. "Giyaseddin Jemshid el-Kashi and Stalactites". Middle East Technical University, Journal of the Faculty of Architecture 10: 34-35 .
- Takahashi, s. n.d. Muqarnas: A Three-Dimensional Decoration of Islam Architecture.  
<http://www.cammbi.ac.jp/idd/shiro/muqarnas/>. (Accessed January 20, 2019).
- Wilber, Donald Newton, and Lisa Golmbek. 2014. "The Timurid architecture in Iran and Turan". Translated by Afsar, Karamatullah, and Mohammad Yusuf Kayani. Tehran: Iran's Cultural Heritage Publications. [in Persian]
- Yaghan, Mohammad Ali Jalal. 2000. "Decoding the two-dimensional pattern found at Takht-I Sulayman into three-dimensional muqarnas forms". Iran: 77-95 .
- Yaghan, Mohammad Ali Jalal. 2001a. "The islamic architectural element" Muqarnas": definition, geometrical analysis, and a computer generation system ."
- Yaghan, Mohammad Ali Jalal. 2001b. "The muqarnas pre-designed erecting units: Analysis, definition of the generic set of units, and a system of unit-creation as a new evolutionary step". Architectural Science Review 44(3): 297-318 .
- Yaghan, Mohammad Ali Jalal. 2003. "Gadrooned-Dome's Muqarnas-Corbel: Analysis and decoding historical drawings". Architectural Science Review 46(1): 69-88 .
- Yaghan, Mohammad Ali Jalal. 2005. "Self-Supporting "Genuine" Muqarnas Units". Architectural Science Review 48(3): 245-255 .
- Yaghan, Mohammad Ali Jalal. 2010. "The evolution of architectural forms through computer visualisation: muqarnas example". Electronic Visualisation and the Arts (EVA 2010): 3 .
- Zamani, Zahra, and Kaveh Fatahi, and Maryam Ekhtiari. 2018. "Studying Muqarnas Typology and Its Fundamental Components according to Al-Kāshī's Meftāh-ol- Hessāb Treatise". Golestan-e Honar Journal (17): 7-17. [in Persian]
- Zemorshedi, Hossein. The dome and arch elements of Iran. Tehran: Zaman Publications. 2011. [in Persian]

پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی  
 رتال جامع علوم انسانی