



Designing a Robust Multi-objective Model for Project Scheduling with Limited Resources and Time-cost Balance

Mohammad Khodabandeh Shahraki

MSc., Department of Construction Project Management, Faculty of Architecture, Khatam University, Tehran, Ira. E-mail: m.khodabandeh@khatam.ac.ir

Seyed Hossein Razavi Hajiagha *

*Corresponding Author, Associate Prof., Department of Management, Faculty of Management and Finance, Khatam University, Tehran, Iran. E-mail: h.razavi@khatam.ac.ir

Maryam Daneshvar

Assistant Prof., Department of Management, Faculty of Management and Finance, Khatam University, Tehran, Iran. E-mail: daneshvar@khatam.ac.ir

Abstract

Objective: One of the important issues in project management is project scheduling. Since projects are faced with high uncertainty, project scheduling is of high importance under uncertain conditions. The purpose of this research is to present a robust multi-objective model to optimize project scheduling with limited resources by considering uncertainty, in which activities have several execution modes with uncertain duration, costs, and resources.

Methods: After reviewing the extant theoretical literature on project scheduling, the assumptions, parameters, and variables of the mathematical model were determined. Then, considering the goals and limitations of the project scheduling problem in deterministic conditions, a mathematical model was developed. This model was transformed into a single-objective model by the epsilon constraint method. To consider the uncertainty in the parameters of the problem, robust optimization, and Bertsimas and Sim's approach were used. Also, Robust optimization of the single-objective model was developed to consider the uncertainty.

Results: According to the obtained results, while the duration of the project increases with the increase in the tolerance of non-deterministic parameters; the percentage of project duration changes decreases for higher values of robust parameters.

Conclusion: The robust parameters are with negative coefficient in the objective function, so their increase leads to a decrease in the objective function value. The highest reduction of the objective function is when the robust parameter is changed from two to

one. This coefficient decreases with the increasing value of the corresponding parameter i.e., as the value of stability parameters increases, its effect on changing the value of the objective function decreases. The cost parameter was changed between -40% to +40% for the value of gamma 10 (the state where 10 activities of the project are non-deterministic) for different variation values of parameters of non-deterministic activities. Its effect on the values of the objective function indicated that the variation of the cost parameter in the range of 0 to +40% turns it into an unnecessary constraint and that its change has no effect on the value of the objective function (project duration). Also, in the range of 0 to -40%, the cost reduction caused a decrease in the value of the objective function (increasing the project duration) and the maximum impact of the reduction of the project budget related to the situation where the uncertain parameters of time and cost change by 40% and 50%.

Keywords: Robust optimization, Project scheduling, Cost, Project Management.

Citation: Khodabandeh Shahraki, Mohammad; Razavi Hajiagha, Seyed Hossein & Daneshvar, Maryam (2023). Designing a Robust Multi-objective Model for Project Scheduling with Limited Resources and Time-cost Balance. *Industrial Management Journal*, 15(2), 223-243. (in Persian)

Industrial Management Journal, 2023, Vol. 15, No 2, pp. 223-243

Published by University of Tehran, Faculty of Management

<https://doi.org/10.22059/IMJ.2023.343225.1007946>

Article Type: Research Paper

© Authors

Received: May 23, 2022

Received in revised form: February 25, 2023

Accepted: March 15, 2023

Published online: July 19, 2023



پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی
رتال جامع علوم انسانی

طراحی مدل چندهدفه استوار برای زمان بندی پروژه با محدودیت منابع و موازنه زمان - هزینه

محمد خدابنده شهرکی

کارشناس ارشد، گروه مدیریت پروژه و ساخت، دانشکده هنر و معماری، دانشگاه خاتم، تهران، ایران. رایانامه: m.khodabandeh@khatam.ac.ir

سید حسین رضوی حاجی آقا*

* نویسنده مسئول، دانشیار، گروه مدیریت، دانشکده مدیریت و مالی، دانشگاه خاتم، تهران، ایران. رایانامه: h.razavi@khatam.ac.ir

مریم دانشور

استادیار، گروه مدیریت، دانشکده مدیریت و مالی، دانشگاه خاتم، تهران، ایران. رایانامه: daneshvar@khatam.ac.ir

چکیده

هدف: یکی از موارد مهم در زمینه مسائل مدیریت پروژه، زمان بندی پروژه است، از طرف دیگر، پروژه‌ها همواره با سطح بالایی از عدم قطعیت مواجهند؛ بنابراین مسئله زمان بندی پروژه در شرایط غیرقطعی، اهمیت زیادی دارد. هدف این پژوهش ارائه مدل ریاضی چندهدفه استوار، به منظور بهینه سازی زمان بندی پروژه با محدودیت منابع و در نظر گرفتن عدم قطعیت است که در آن فعالیت‌ها دارای چندین حالت اجرایی با مدت زمان، هزینه و منابع مربوطه‌اند.

روش: ابتدا با مطالعه ادبیات نظری و پیشینه پژوهشی در حوزه مسائل زمان بندی پروژه، مفروضات، پارامترها و متغیرهای مدل ریاضی مشخص شدند. سپس با در نظر گرفتن اهداف و محدودیت‌های مسئله زمان بندی پروژه در شرایط قطعی، مسئله در قالب مدل ریاضی تبیین شد. در این پژوهش برای در نظر گرفتن عدم قطعیت در پارامترهای مسئله، از بهینه سازی استوار و رویکرد برتسیماس و سیم استفاده شده است.

یافته‌ها: یافته‌ها حاکی از آن است که با افزایش میزان تلرانس پارامترهای غیرقطعی، مدت زمان پروژه افزایش می‌یابد و برای مقادیر بالاتر پارامترهای استواری، درصد تغییر مدت زمان پروژه روند کاهشی پیدا می‌کند.

نتیجه گیری: در این پژوهش، پارامترهای استواری در تابع هدف ضریب منفی دارند؛ از این رو افزایش آن‌ها به کاهش مقدار تابع هدف منجر می‌شود. بیشترین ضریب کاهش مقدار تابع هدف، در تغییر پارامتر استواری از ۲ به ۱ است. همچنین این ضریب با افزایش مقدار پارامتر مربوطه روند کاهشی پیدا می‌کند؛ به این معنا که هر چه مقدار پارامترهای استواری بیشتر و بیشتر می‌شود، تأثیر آن در تغییر مقدار تابع هدف کاهش می‌یابد.

کلیدواژه‌ها: بهینه سازی استوار، زمان بندی پروژه، هزینه، مدیریت پروژه.

استناد: خدابنده شهرکی، محمد؛ رضوی حاجی آقا، سیدحسین و دانشور، مریم (۱۴۰۲). طراحی مدل چند هدفه استوار برای زمان بندی پروژه با محدودیت منابع و موازنه زمان - هزینه. مدیریت صنعتی، ۱۵(۲)، ۲۳۳-۲۴۳.

مقدمه

پروژه تلاش موقت برای حصول اهداف مشخص است. مدیریت پروژه به منظور دستیابی به این اهداف با برنامه‌ریزی، سازمان‌دهی، اجرا، کنترل و اختتام پروژه سروکار دارد. پروژه شامل فعالیت‌هایی است که ضمن رعایت محدودیت‌های مربوط به روابط پیش‌نیازی، در قالب زمان و سطح دسترسی به منابع باید انجام شوند. زمان‌بندی پروژه بخشی از مدیریت پروژه است که به دنبال توسعه یک برنامه پایه برای اولویت‌بندی و تعیین زمان‌های آغاز فعالیت‌های پروژه بوده و امکان‌پذیری منابع را برای هر فعالیت تعیین می‌کند. این برنامه به‌عنوان مبنایی برای اجرای پروژه مورد استفاده قرار می‌گیرد. عمده مطالعات در حوزه زمان‌بندی پروژه بر توسعه روش‌هایی برای ارائه یک برنامه پایه قابل اجرا تمرکز دارند که تعدادی از اهداف خاص پروژه را بهینه‌سازی کند. مسائل زمان‌بندی پروژه (PSP)^۱ توجه زیادی را به خود جلب کرده و نقش مهمی در مدیریت منابع سازمانی دارند (توانا، ابطحی و خلیلی دامغانی^۲، ۲۰۱۴).

بر اساس دسته‌بندی ماهرینگ و همکاران مسائل زمان‌بندی پروژه به مسائل زمان‌بندی پروژه با محدودیت منابع و مسائل زمان‌بندی پروژه با محدودیت زمان تقسیم می‌شوند. نسخه چندحالتی مدل برنامه‌ریزی پروژه با محدودیت منابع تعمیم یافته مسئله پایه برنامه‌ریزی پروژه با محدودیت منابع (نسخه تک‌حالتی) است که در آن هر فعالیت دارای حالت‌های اجرایی مختلف با سطح نیاز به منابع و مدت زمان اجرای خاص آن حالت است (ون پتگم و ون هوک^۳، ۲۰۱۰).

پروژه‌ها با منابع مختلفی از عدم قطعیت مواجهند؛ برخی از فعالیت‌ها بیش از حد انتظار زمان می‌برند یا برخی منابع به‌دلایلی مانند خرابی ماشین‌ها در دسترس نیستند. به منظور دستیابی به اهداف پروژه، محافظت در برابر عدم قطعیت و برنامه‌ریزی فعالانه فعالیت‌ها اهمیت یافته است. برنامه‌ریزی تصادفی، بهینه‌سازی استوار، تحلیل حساسیت، برنامه‌ریزی پارامتری و برنامه‌ریزی فازی، رویکردهای بهینه‌سازی اصلی برای مدل‌سازی عدم قطعیت پروژه در برنامه‌ریزی هستند (هزیر، هاوری و ارلی^۴، ۲۰۱۵).

برای انتخاب رویکرد مناسب برای مقابله با عدم قطعیت در مسائل، ابتدا باید ماهیت و ویژگی مسئله مورد مطالعه را بررسی کرد. با توجه به منحصر به فرد بودن هر پروژه در دنیای واقعی، غیرمعمول نیست که فعالیت‌های آن به‌ندرت اجرا شده باشند یا حتی قبلاً اجرا نشده باشند. بنابراین، این عدم اطمینان را نمی‌توان به‌عنوان فازی، احتمال، ابهام یا آنتروپی در نظر گرفت. در عوض، نظریه عدم قطعیت می‌تواند ابزار مفیدی باشد. بهینه‌سازی استوار یک رویکرد مناسب است که کاملاً با ماهیت مسئله زمان‌بندی پروژه سازگار است. در بهینه‌سازی استوار، یک مجموعه داده قطعی در فضای نامشخص تعریف می‌شود و بهترین راه‌حلی که برای تحقق عدم قطعیت داده‌ها در مجموعه داده شده امکان‌پذیر است، از طریق حل مسئله بهینه‌سازی هم‌تای استوار محاسبه می‌شود. مزیت اصلی بهینه‌سازی استوار در مقایسه با برنامه‌ریزی تصادفی این است که هیچ فرضی در مورد توزیع احتمال اساسی داده‌های نامشخص مورد نیاز نیست. همچنین در مقایسه

1. Project Scheduling Problem
2. Tavana, Abtahi & Khalili-Damghani
3. Van Peteghem & Vanhoucke
4. Hazır, Haouari & Erel

با رویکرد فازی بهینه‌سازی استوار نیازی به تعریف تابع عضویت برای پارامتر نامشخص ندارد (نبی‌پور، آقای و نجفی^۱، ۲۰۲۰).

تحقیق حاضر به دنبال ارائه مدل استوار برای زمان‌بندی پروژه در شرایط غیرقطعی با در نظر گرفتن موازنه زمان و هزینه است. وجه تمایز تحقیق حاضر با تحقیقات گذشته استفاده از رویکرد بهینه‌سازی استوار برای زمان‌بندی پروژه با در نظر گرفتن دو هدف متناقض کاهش زمان و کاهش هزینه است که نسبت به سایر رویکردهای عدم قطعیت در تحقیقات گذشته کمتر به آن اشاره شده است. در این پژوهش مدل استوار ارائه شده برای یک نمونه عددی با ۳۲ فعالیت با ۳ حالت اجرایی برای هر یک که از مسائل کتابخانه مدیریت پروژه انتخاب شده حل و مورد تحلیل قرار گرفته است. با توجه به عدم اشاره به هزینه انجام فعالیت در هر حالت اجرایی در مسائل کتابخانه مدیریت پروژه، هزینه هر فعالیت به صورت مجموع حاصل ضرب مقادیر منابع در اعداد فرضی در نظر گرفته شده به عنوان هزینه هر واحد از منابع است. مقاله حاضر در ۵ بخش سازمان‌دهی شده است. در بخش دوم مروری بر مطالعات پیشین صورت گرفته در حوزه تحقیق انجام و شکاف تحقیقاتی شناسایی شده است. بخش سوم به تشریح مدل‌سازی و روش‌های حل اختصاص دارد. در بخش چهارم یک نمونه عددی با استفاده از رویکرد پیشنهادی حل شده است. در نهایت بخش پنجم مقاله به بحث و نتیجه‌گیری در خصوص یافته‌های تحقیق اختصاص دارد.

پیشینه پژوهش

مدیریت پروژه برای برنامه‌ریزی، کنترل و هماهنگی فعالیت‌های پیچیده و متنوع صنعتی، تجاری، مدیریتی، و پروژه‌های فناوری اطلاعات نمود پیدا کرده است. همه پروژه‌ها یک ویژگی مشترک دارند: طرح ایده‌ها و فعالیت‌ها در قالب تلاش‌های جدید. در پروژه همواره عناصر ریسک و عدم قطعیت وجود دارند. به این معنا که هیچگاه وقایع و کارهایی که منجر به اتمام کامل پروژه می‌شوند، به صورت کامل قابل پیش‌بینی نیست. نمونه‌های زیادی از پروژه‌ها وجود دارند که با صرف هزینه‌های بیش از هزینه پیش‌بینی شده و یا در زمانی دیرتر از زمان پیش‌بینی شده به اتمام رسیده یا ناتمام مانده‌اند. چنین شکست‌هایی بسیار متداول است که در انواع پروژه‌ها در صنعت، تجارت و به خصوص در بخش دولتی مشاهده می‌شود.

هدف از مدیریت پروژه حتی الامکان پیش‌بینی خطرات و مشکلات و برنامه‌ریزی، سازمان‌دهی و کنترل فعالیت‌های پروژه برای پایان موفقیت‌آمیز پروژه با وجود تمام ریسک‌هاست (لاک^۲، ۲۰۰۷). این فرایند باید قبل از متعهد شدن منابع، شروع و تا پایان فعالیت‌ها ادامه پیدا کند. برنامه‌ریزی پروژه یک امر مهم در مدیریت پروژه است. وجود منابع کمیاب و همچنین روابط تقدم بین فعالیت‌ها، برنامه‌ریزی پروژه را به یک مسئله دشوار تبدیل می‌کند (هارتمن و بریسکورن^۳، ۲۰۱۰).

1. Nabipoor Afruzi, Aghaie & Najafi
2. Lock
3. Hartman & Briskorn

مسائل برنامه‌ریزی پروژه با توجه به مدت زمان تکمیل پروژه و سطح دسترسی به منابع به دو گروه مسائل برنامه‌ریزی پروژه با محدودیت منابع و مسائل برنامه‌ریزی پروژه با محدودیت زمان تقسیم می‌شوند (تیرکلایی، گلی، هماتیان، سنگیا و هان^۱، ۲۰۱۹). در مسائل برنامه‌ریزی پروژه با محدودیت منابع سطح دسترسی به انواع منابع محدود بوده و هدف دستیابی به کوتاه‌ترین زمان تکمیل پروژه است (بالستین و لئوس^۲، ۲۰۰۹).

در مسائل برنامه‌ریزی پروژه با محدودیت زمان، زمان تکمیل پروژه محدود بوده و هدف تعیین سطح بهینه منابع و حداقل‌سازی هزینه استفاده از منابع است (گلدوموند، هورینک، پاولوس و شوتن^۳، ۲۰۰۸).

در مدیریت پروژه سه دسته‌بندی متمایز از منابع وجود دارد:

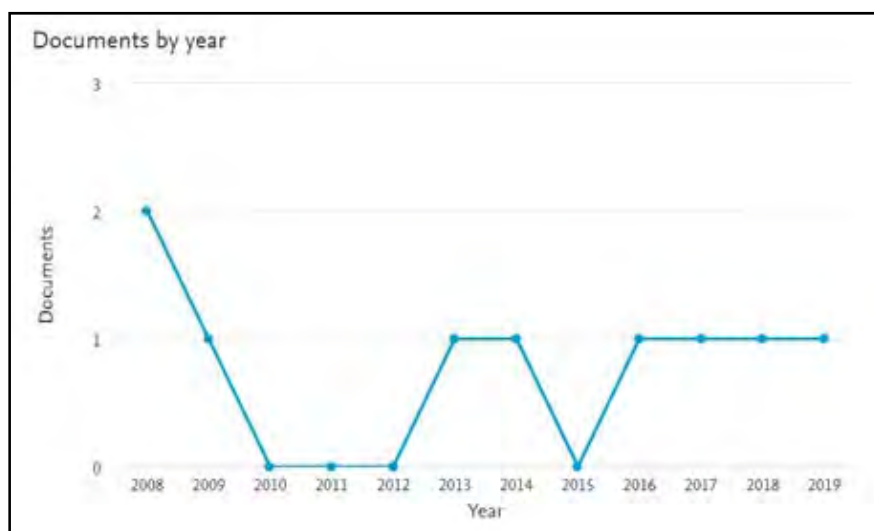
- منابع تجدیدپذیر که به‌صورت دوره‌ای محدودیت دارند، مانند نیروی انسانی و ماشین‌آلات؛
- منابع تجدیدنپذیر که در تمام مدت پروژه محدودیت دارند، مانند بودجه؛
- منابع با محدودیت مضاعف مانند جریان نقدینگی در واحد زمان.

از آنجایی که منابع با محدودیت مضاعف می‌توانند به‌صورت ترکیب منابع تجدیدپذیر و منابع تجدیدنپذیر در نظر گرفته شوند، پیچیده نیستند. در مدل چندحالتی برنامه‌ریزی پروژه با محدودیت منابع هدف تشخیص زمان شروع و حالت اجرایی برای هر فعالیت به‌گونه‌ای است که مدت زمان پروژه حداقل شود و برنامه از بعد روابط پیش‌نیازی و محدودیت‌های منابع تجدیدپذیر و تجدیدنپذیر امکان‌پذیر باشد (ون‌پتگم و ون‌هوک، ۲۰۱۰).

هنگام اجرای پروژه در دنیای واقع، پروژه‌ها در معرض میزان قابل توجهی از عدم قطعیت قرار دارند. به عبارت دیگر به دلیل عدم دسترسی به منابع، تأخیر در تحویل مصالح، شرایط بد آب و هوایی، غیبت کارکنان، تداخلات و فاکتورهای متعدد دیگر، برخی فعالیت‌های پروژه ممکن است از میزان مورد انتظار بیشتر طول کشیده و اعتبار عملیاتی طرح برنامه‌ریزی شده را تهدید کنند. از این رو نتایج به‌دست آمده از مدل زمان‌بندی با پارامترهای معین اعتبار بالایی ندارند. به عبارت دیگر وقتی پارامترهای پروژه به‌صورت واقعی محقق می‌شوند، استفاده از نتایج و دستاوردهای مدل قطعی زیرسؤال است. ممکن است چندین محدودیت نقض شده و راه‌حل‌های بهینه شناسایی شده با استفاده از مقادیر اسمی داده‌ها مطلوب و یا حتی امکان‌پذیر نباشند. محققان در مطالعات مختلف رویکردهای گوناگونی را برای در نظر گرفتن عدم قطعیت در مسئله زمان‌بندی پروژه مانند رویکردهای فازی، تصادفی و بهینه‌سازی استوار در نظر گرفته‌اند. مزیت اصلی بهینه‌سازی استوار در مقایسه با برنامه‌ریزی تصادفی این است که هیچ فرضی در مورد توزیع احتمال اساسی داده‌های نامشخص مورد نیاز نیست. همچنین در مقایسه با رویکرد فازی، بهینه‌سازی استوار نیازی به تعریف تابع عضویت برای پارامتر نامشخص ندارد (نبی‌پور و همکاران، ۲۰۲۰).

بهینه‌سازی استوار در زمان‌بندی پروژه

شکل ۱ روند مطالعات انجام شده با رویکرد بهینه‌سازی استوار در حوزه زمان‌بندی پروژه را نشان می‌دهد.



شکل ۱. روند استفاده از بهینه‌سازی استوار در مسائل زمان‌بندی پروژه

منبع: اسکوپوس

کائو، ژو و ژانگ^۱ (۲۰۲۲) یک مدل بهینه‌سازی استوار چند هدفه برای زمان‌بندی پروژه با هدف حداقل‌سازی هزینه پروژه ارائه دادند. سپس مدل ارائه شده برای در نظر گرفتن محدودیت‌های نقدینگی با هدف ارائه امکان‌پذیری‌های مالی و همچنین زمان‌بندی‌های پایدار توسعه داده شد. بلد و جرجیک^۲ (۲۰۲۲) یک فرمولاسیون برنامه‌ریزی خطی ترکیبی را برای مسائل زمان‌بندی پروژه با محدودیت منابع چندحالتی که در آن فعالیت‌ها دارای حالت‌های اجرایی مختلف هستند با در نظر گرفتن مدت زمان غیرقطعی برای فعالیت‌ها ارائه کردند. آن‌ها یک رویکرد بهینه‌سازی استوار دومرحله‌ای را برای یافتن پاسخی که در بدبینانه‌ترین حالت مدت زمان پروژه را حداقل می‌کند به کار بردند. بنی‌هاشمی و خلیل‌زاده^۳ (۲۰۲۲) یک مدل برنامه‌ریزی منابع با محدودیت منابع چندحالتی را با در نظر گرفتن عدم قطعیت مدت زمان و هزینه فعالیت‌ها با هدف حداکثرسازی ارزش خالص فعلی و حداقل‌سازی نوسان‌های استفاده از منابع ارائه دادند و از رویکرد بهینه‌سازی استوار برای مقابله با عدم قطعیت استفاده کردند. بالوکا و کوهن^۴ (۲۰۲۱) رویکرد بهینه‌سازی استوار را برای حل مسائل زمان‌بندی پروژه با محدودیت منابع چندحالتی پیشنهاد نمودند که به دنبال حداقل‌سازی بدبینانه‌ترین زمان پروژه با تصمیم‌گیری در مورد حالت اجرایی فعالیت‌هاست. نبی‌پور و همکاران^۵ (۲۰۲۰) مسئله زمان‌بندی چندپروژه‌ای با محدودیت منابع و مدت زمان غیرقطعی فعالیت‌ها را مدل کردند که در آن هدف حداقل‌سازی مدت زمان پروژه با در نظر گرفتن تسطیح منابع بین پروژه‌ها بود. چاکرابورتی و ریان^۶ (۲۰۲۰) برای مسئله چندحالتی زمان‌بندی پروژه با محدودیت منابع^۶ که مدت زمان فعالیت‌ها در آن به صورت تصادفی^۷ (پنج نوع عدم قطعیت احتمالی شامل محدود، محدود و متقارن،

1. Cao, Zou & Zhang

2. Bold & Goerigk

3. Banihashemi & Khalilzadeh

4. Balouka & Cohen

5. Chakraborty & Ryan

6. Multi mode resource constraint project scheduling problem (mrpcsp)

7. Stochastic

توزیع شناخته شده یکنواخت، نرمال، پواسون) در نظر گرفته شده بود پیشنهاد دادند. سپس مسئله استوار را به کمک یک الگوریتم ابتکاری جست‌وجوی همسایگی متغیر حل کردند و عملکرد پنج نوع عدم قطعیت را مورد بررسی قرار دادند. مرادی، حافظ و قضاوتی^۱ (۲۰۱۹) مسئله زمان‌بندی پروژه با محدودیت منابع را با در نظر گرفتن مدت زمان وسط دسترسی غیرقطعی به منابع فرموله کردند. که در مدل ارائه شده هدف حداکثرسازی ارزش کسب شده با توجه به محدودیت زمانی تعریف شده و جریمه‌های تعدی از آن بود.

کوهن و بالوکا^۲ (۲۰۱۸) مسئله زمان‌بندی پروژه با محدودیت منابع چندحالتی را تحت عدم قطعیت مدت زمان فعالیت‌ها با هدف حداقل‌سازی مدت زمان پروژه مورد بررسی قرار دادند. در این مطالعه از مجموعه عدم قطعیت‌های ارائه شده توسط برتسیماس و سیم که در آن سطح استواری مدل با استفاده از پارامتر بودجه عدم قطعیت کنترل می‌شود، استفاده شده است. سطح استواری مدل با در نظر گرفتن تعداد فعالیت‌هایی که می‌تواند از مدت زمان اولیه خود فراتر بروند کنترل می‌گردد. ژانگ و ژونگ^۳ (۲۰۱۸) بهینه‌سازی استوار موازنه زمان - منابع را در مسئله برنامه‌ریزی پروژه با محدودیت منابع با اهداف چندگانه حداکثرسازی استواری، حداقل‌سازی مدت زمان و حداکثرسازی تسطیح منابع مورد بررسی قرار دادند. در مدل پیشنهادی مدت زمان فعالیت‌ها و منابع غیرقطعی بود و از روش ابتکاری مبتنی بر اولویت برای حل مسئله استفاده کردند. برونی، پوگلیز، برالدی و گوریرو^۴ (۲۰۱۷) مسئله زمان‌بندی پروژه با محدودیت منابع را با در نظر گرفتن عدم قطعیت مدت زمان فعالیت‌ها با هدف حداقل‌سازی بدبینانه‌ترین مدت زمان پروژه مدل‌سازی کردند و میزان استواری مدل با مقادیر بودجه عدم قطعیت بسته به سطح ریسک‌پذیری تصمیم‌گیرنده کنترل می‌شد.

تبریزی و قادری^۵ (۲۰۱۶) یک مدل برنامه‌ریزی هم‌زمان را برای زمان‌بندی استوار پروژه و مسئله تدارکات برای به حداقل رساندن هزینه‌های کل پروژه و حداکثرسازی شناوری فعالیت‌ها ارائه دادند.

ما، ژو و لی^۶ (۲۰۱۵) یک روش بهینه‌سازی استوار مبتنی بر سناریو را برای زمان‌بندی پروژه‌های ساخت و ساز با استفاده از مدیریت زنجیره بحرانی ارائه دادند که در آن اهداف شامل حداکثرسازی استواری مدل و حداقل‌سازی مدت زمان پروژه بود. ارتیجیو، لئوس و نوبیبون^۷ (۲۰۱۳) مدل‌هایی برای برنامه‌ریزی پروژه‌ها پیشنهاد دادند که عدم قطعیت شایان توجهی در مدت زمان فعالیت‌ها وجود داشت. روش مدل‌سازی آن‌ها از بهینه‌سازی استوار گسسته منشأ می‌گیرد. چارچوب این تحقیق بدین صورت است که تصمیم‌گیرنده قادر به تولید راه‌حل‌هایی با مقادیر تابع هدف متناسب با هر سناریو احتمالی از داده‌های ورودی است. آن‌ها الگوریتم‌های آزادسازی سناریو و روش ابتکاری مبتنی بر آزادسازی سناریو را پیشنهاد و اجرا نمودند که الگوریتم اول با وجود نیاز به راه‌اندازی‌های زیاد برای نمونه‌های متوسط راه‌حل‌های بهینه تولید می‌کند و الگوریتم دوم راه‌حل‌های بهینه با کیفیت بالا را برای نمونه‌های متوسط و بزرگ تولید می‌کند.

1. Moradi, Hafezalkotob & Ghezavati

2. Cohen & Balouka

3. Zhang & Zhong

4. Bruni, Pugliese, Beraldi & Guerriero

5. Tabrizi & Ghaderi

6. Ma, Gu & Li

7. Artigues, Leus & Talla Nobibon

جدول ۱. پیشینه پژوهش و مقایسه پژوهش حاضر با مطالعات پیشین

پژوهش	هدف	نوع فعالیت	پارامترهای غیرقطعی	نوع روابط پیش نیاز	محدودیت منابع	محدودیت زمان
کائو و همکاران (۲۰۲۲)	حداقل سازی هزینه	تکحالت	نقدینگی	-	-	-
بنی‌هاشمی و خلیل زاده (۲۰۲۲)	حداکثرسازی ارزش خالص فعلی و حداقل سازی نوسان‌های استفاده از منابع	چندحالت	زمان هزینه	FS ^۱	دارد	دارد
بلد و گتوریک (۲۰۲۲)	حداقل سازی زمان	چندحالت	زمان فعالیت‌ها	-	دارد	-
بالوکا و همکاران (۲۰۲۱)	حداقل سازی زمان	چندحالت	زمان فعالیت‌ها	FS	دارد	ندارد
چاکرابورتی وریان (۲۰۲۰)	حداقل سازی زمان	تکحالت	زمان فعالیت‌ها	FS	دارد	ندارد
نبی پور و همکاران (۲۰۲۰)	حداقل سازی زمان	تکحالت	زمان فعالیت‌ها	FS	دارد	دارد
مرادی و همکاران (۲۰۱۹)	حداکثرسازی ارزش کسب شده	چندحالت	زمان و منابع	FS	دارد	دارد
برونی و همکاران (۲۰۱۸)	حداقل سازی زمان	تکحالت	زمان فعالیت‌ها	FS	دارد	ندارد
کوهن و بالوکا (۲۰۱۸)	حداقل سازی زمان	چندحالت	زمان فعالیت‌ها	FS	دارد	ندارد
ژان و شون (۲۰۱۸)	حداقل سازی زمان، تسطیح منابع	چندحالت	زمان فعالیت‌ها، سطح دسترسی به منابع	FS	دارد	ندارد
برونی و همکاران (۲۰۱۷)	زمان	تکحالت	زمان	FS	دارد	ندارد
تبریزی و همکاران (۲۰۱۶)	حداقل سازی هزینه، حداکثرسازی شنواری پروژه	چندحالت	زمان / هزینه	FS	دارد	دارد
ما و همکاران (۲۰۱۵)	حداقل سازی زمان	تکحالت	زمان	FS	دارد	ندارد
آرتیچیو و همکاران (۲۰۱۳)	حداقل سازی زمان	تکحالت	زمان	FS	دارد	ندارد
پژوهش حاضر	حداقل سازی زمان و هزینه	چندحالت	زمان هزینه منابع	FS SF ^۲ FF ^۳ SS ^۴	دارد	دارد

۱. پایان - شروع

۲. شروع - پایان

۳. پایان - پایان

۴. شروع - شروع

مطالعه پژوهش‌های پیشین نشان می‌دهد که تعداد کمی از آن‌ها مسئله زمان‌بندی پروژه غیرقطعی را در شرایطی که مسئله اهداف متناقضی مانند زمان و هزینه را هم زمان موازنه می‌کند و همچنین فعالیت‌ها دارای روش‌های اجرایی گوناگون بوده بررسی کرده‌اند. در اکثر مدل‌های ارائه شده از روابط پیش‌نیازی بین فعالیت‌ها فقط وابستگی پایان - شروع (FS) بین فعالیت‌ها در نظر گرفته شده و سایر روابط شروع - شروع (SS)، شروع - پایان (SF)، پایان - پایان (FF) در نظر گرفته نشده است. این مقاله علاوه بر نوع پایان - شروع، سایر روابط شروع - شروع، شروع - پایان، پایان - پایان را نیز در نظر گرفته است. همچنین وجه تمایز دیگری که بین تحقیق حاضر با مطالعات دیگر در این زمینه وجود دارد این بوده که سایر مطالعات بیشتر عدم قطعیت مربوط به مدت زمان فعالیت‌ها را در نظر گرفته، و عدم قطعیت‌های مربوط به منابع و هزینه کمتر مورد توجه قرار گرفته است. این تحقیق به ارائه مدل چند هدفه بهینه استواری برای زمان‌بندی پروژه با محدودیت منابع که در آن مدت زمان فعالیت‌ها، منابع و هزینه دارای عدم قطعیت بوده می‌پردازد و به دنبال توازن بهینه بین مدت زمان و هزینه پروژه در شرایطی است که استواری مدل حفظ شود و سطح ریسک‌پذیری و محافظه‌کاری تصمیم‌گیرنده در آن متغیر لحاظ شده است.

روش‌شناسی پژوهش

تحقیق حاضر به دنبال ارائه و حل مدل زمان‌بندی پروژه با محدودیت منابع است که برای هر فعالیت چندین روش اجرایی با میزان منابع مورد نیاز و مدت زمان و خاص خود وجود دارد. پروژه $(n + 2)$ فعالیت را دربردارد که از 0 تا $(n + 1)$ شماره‌گذاری می‌شوند. دو فعالیت موهومی 0 و $n + 1$ فعالیت‌های شروع و پایان پروژه‌اند. در مدل پیشنهادی، عدم قطعیت‌های مربوط به مدت زمان فعالیت‌ها و منابع در حالات اجرایی در نظر گرفته شده است. توابع هدف مسئله شامل حداقل‌سازی زمان اتمام و هزینه پروژه است که با در نظر گرفتن محدودیت‌های مربوط به روابط تقدمی عمومی میان فعالیت‌ها، محدودیت‌ها و عدم قطعیت‌های مربوط به منابع و محدودیت‌ها و عدم قطعیت‌های مربوط به مدت زمان فعالیت‌ها را بهینه می‌کند. بدین منظور ابتدا مسئله زمان‌بندی چند هدفه - چندحالتی پروژه با منابع محدود^۱ در محیط قطعی مدل‌سازی شده و سپس معادل استوار آن فرموله می‌شود.

مفروضات مدل

مسئله تحقیق حاضر با توجه به مفروضات زیر فرموله شده است.

۱. پروژه شامل $(n + 2)$ فعالیت است که از فعالیت صفر تا $(n + 1)$ شماره‌گذاری می‌شوند. دو فعالیت موهومی $i = 0$ و $i = n + 1$ فعالیت‌های شروع و پایان هستند.
۲. در مسئله پایه برنامه‌ریزی پروژه با محدودیت منابع و نیز در حالت چندگانه آن فرض بر این است که فعالیت‌ها از لحظه شروع تا پایان بدون وقفه ادامه یابند. در این مدل نسخه پایه برنامه‌ریزی چندحالتی پروژه با محدودیت منابع مد نظر است.
۳. هر فعالیت دارای چندین حالت اجرایی با منابع، مهارت و مدت زمان خاص مربوط به هر حالت است.

۴. در این تحقیق روابط تقدمی عمومی با اختلاف‌های زمانی مثبت - منفی و یا صفر مد نظر است.
۵. در حین اجرای فعالیت، حالت اجرایی اختصاص داده شده قابل تغییر نیست.

نمادگذاری

اندیس‌ها، مجموعه‌ها، پارامترها و متغیرهای مدل به شرح زیر تعریف می‌شوند.

اندیس‌ها

$i = 1, 2, \dots, n$	i شاخص فعالیت‌های پروژه
$E = \{ss, sf, fs, ff\}$	E مجموعه کمان‌های روابط
$j \in E$	j شاخص فعالیت‌های پس نیاز و پیش نیاز
$r = 1, 2, 3, \dots, R_r$	r منابع غیرمصرفی
$nr = 1, 2, 3, \dots, R_{nr}$	nr مجموعه منابع تجدید ناپذیر
	C حد بالای هزینه پروژه

پارامترها

پارامترهای غیرقطعی

c_{im}	هزینه اجرای فعالیت i در حالت m
d_{im}	مدت زمان اجرای فعالیت i در حالت m
u_{imr}	میزان منابع تجدید پذیر برای فعالیت i در حالت اجرایی m
U_{imnr}	میزان منابع تجدیدناپذیر برای فعالیت i در حالت اجرایی m

پارامترهای قطعی

$L_{i,j}$	میزان وقفه در روابط تقدمی بین فعالیت‌های i و j (فعالیت پس نیاز)
m	تعداد حالت‌های اجرایی برای فعالیت i
$m = 1, 2, 3, \dots, M_i$	

متغیرها

x_{im}	اگر فعالیت i در حالت اجرایی m انجام شود، مقدار ۱ و در غیر این صورت مقدار آن ۰ است.
S_{im}	زمان شروع فعالیت i در حالت اجرایی m
F_{im}	زمان پایان فعالیت i در حالت اجرایی m

مدل چندحالتی زمان‌بندی پروژه با محدودیت منابع و روابط فعالیت‌ها

در این بخش یک مدل چند هدفه - چندحالتی برای مسئله زمان‌بندی پروژه با محدودیت منابع فرموله می‌شود. این مسئله از دو تابع هدف مرتبط با زمان و هزینه پروژه و مجموعه‌ای از محدودیت‌ها تشکیل شده که در ادامه تشریح شده‌اند.

حداقل سازی مدت زمان پروژه در رابطه ۱ به عنوان اولین تابع هدف نمایش داده شده است که با کاهش زمان پایان آخرین فعالیت پروژه محقق می شود.

$$\min z_1 = \sum_{i=1}^n \sum_{m=1}^{M_i} d_{im} x_{im} \quad \text{رابطه ۱}$$

رابطه ۲ به دنبال حداقل سازی هزینه انجام پروژه که شامل مجموع هزینه اجرای فعالیت های ۱ تا n با حالت اجرایی اختصاص یافته به هر فعالیت است.

$$\min z_2 = \sum_{i=1}^n \sum_{m=1}^{M_i} c_{im} x_{im} \quad \text{رابطه ۲}$$

حالت اجرایی تخصیص داده شده به هر فعالیت تا پایان فعالیت بدون تغییر باقی می ماند. رابطه ۳ تضمین کننده این محدودیت است. با توجه به اینکه متغیر باینری x_{im} در صورت اجرای فعالیت با یکی از حالات اجرایی $m \in \{1, \dots, M_i\}$ دارای مقدار ۱ و در غیر این صورت دارای مقدار صفر است. بنابراین:

$$\sum_{m=1}^{M_i} x_{im} = 1 \quad \forall i \in n \quad \text{رابطه ۳}$$

هزینه انجام کلیه فعالیت های پروژه باید از سقف هزینه مشخص شده کمتر باشد.

$$\sum_{i=1}^n \sum_{m=1}^{M_i} c_{im} x_{im} \leq C \quad \text{رابطه ۴}$$

محدودیت های ۵ و ۶ محدودیت های مربوط به دسترسی به منابع تجدیدپذیر و تجدیدناپذیر است.

$$\sum_{i=1}^n \sum_{m=1}^{M_i} u(r)_{im} x_{im} \leq R_r \quad \text{رابطه ۵}$$

$$\sum_{i=1}^n \sum_{m=1}^{M_i} u(nr)_{im} x_{im} \leq R_{nr} \quad \text{رابطه ۶}$$

رابطه های ۷ تا ۱۰ بیانگر روابط پیش نیاز عمومی مسئله اند.

$$S_{im} + \sum_{m=1}^{M_i} x_{im} \cdot d_{imt} + L_{ij} \leq S_{jm} \quad \forall m_i, i, j \in E_{fs} \quad \text{رابطه ۷}$$

$$S_{im} + L_{ij} \leq S_{jm} + \sum_{m=1}^{M_i} x_{jm} \cdot d_{jmt} \quad \forall m_i, i, j \in E_{sf} \quad \text{رابطه ۸}$$

$$S_{im} + \sum_{m=1}^{M_i} x_{im} \cdot d_{imt} + L_{ij} \leq S_{jm} + \sum_{m=1}^{M_i} x_{jm} \cdot d_{jmt} \quad \forall m, i, j \in E_{ff} \quad \text{رابطه ۹}$$

$$S_{im} + L_{ij} \leq S_{jm} \quad \forall m, i, j \in E_{SS} \quad \text{رابطه ۱۰}$$

محدودیت ۱۱ تضمین می‌کند که مدت زمان فعالیت i برابر با اختلاف زمان‌های شروع و پایان آن بوده و به عبارت دیگر فعالیت i طبق برنامه اجرا می‌شود.

$$F_{im} - S_{im} = \sum_{m=1}^{M_i} x_{im} \cdot d_{im} \quad \forall i \in n, m \quad \text{رابطه ۱۱}$$

محدودیت‌های ۱۲ و ۱۳ مقادیر همواره مثبت و باینری برای متغیرهای تصمیم را نشان می‌دهند.

$$F_{im}, S_{im} \geq 0 \quad \forall i, j \in n, m \quad \text{رابطه ۱۲}$$

$$x_{im} \in \{0, 1\}, \quad \forall i, j \in n, m \quad \text{رابطه ۱۳}$$

محدودیت ۱۴ نشان‌دهنده فعالیت موهومی شروع پروژه است.

$$F_0 \cdot S_0 = 0 \quad \text{رابطه ۱۴}$$

با توجه به اینکه مدل ارائه شده برای مسئله MM-RCPSP، یک مدل چند هدفه بوده و فرم استاندارد رویکرد بهینه‌سازی استوار مورد استفاده به صورت تک هدفه است، از این رو ابتدا مسئله با استفاده از روش اپسیلون محدودیت به فرم تک‌هدفه تبدیل شده و سپس هم‌تای استوار مدل برای تابع هدف اصلی حداقل‌سازی مدت زمان پروژه ارائه می‌شود. مدل تک‌هدفه حاصل از روش اپسیلون محدودیت به شرح زیر است.

$$\min z_1 = \sum_{i=1}^n \sum_{m=1}^{M_i} d_{im} x_{im} \quad \text{رابطه ۱۵}$$

$$\sum_{i=1}^n \sum_{m=1}^{M_i} c_{im} x_{im} \leq \xi_1 \quad \text{رابطه ۱۶}$$

$$\sum_{i=1}^n \sum_{m=1}^{M_i} c_{im} x_{im} \leq C \quad \text{رابطه ۱۷}$$

$$\sum_{i=1}^n \sum_{m=1}^{M_i} u^{(r)}_{im} x_{im} \leq R_r \quad \text{رابطه ۱۸}$$

$$\sum_{i=1}^n \sum_{m=1}^{M_i} u^{(nr)}_{im} x_{im} \leq R_{nr} \quad \text{رابطه ۱۹}$$

$$S_{im} + \sum_{m=1}^{M_i} x_{.im} \cdot d_{imt} + L_{ij} \leq S_{jm} \quad \forall m_i, i, j \in E_{sf} \quad \text{رابطه ۲۰}$$

$$S_{im} + L_{ij} \leq S_{jm} + \sum_{m=1}^{M_i} x_{.jm} \cdot d_{jmt} \quad \forall m_i, i, j \in E_{sf} \quad \text{رابطه ۲۱}$$

$$S_{im} + \sum_{m=1}^{M_i} x_{.im} \cdot d_{imt} + L_{ij} \leq S_{jm} + \sum_{m=1}^{M_i} x_{.jm} \cdot d_{jmt} \quad \forall m_i, i, j \in E_{ff} \quad \text{رابطه ۲۲}$$

$$F_{im} - S_{im} = \sum_{m=1}^{M_i} x_{.im} \cdot d_{im} \quad \forall i \in n, m \quad \text{رابطه ۲۳}$$

$$S_{im} + L_{ij} \leq S_{jm}, \forall m_i, \quad i, j \in E_{ss} \quad \text{رابطه ۲۴}$$

$$F_{im}, S_{im} \geq 0 \quad \forall i, j \in n, m \quad \text{رابطه ۲۵}$$

$$x_{im} \in \{0,1\} \quad \forall i, j \in n, m \quad \text{رابطه ۲۶}$$

همتای استوار مدل زمان بندی پروژه

برای تحلیل عدم قطعیت پارامترهای مدل، از رویکرد استوار برتسیماس و سیم استفاده شده است. این رویکرد علاوه بر اینکه توانایی کنترل سطح محافظه کاری را دارد، به یک الگوی بهینه سازی خطی منجر می شود، بنابراین می تواند روی الگوهای بهینه سازی گسسته را نیز اعمال شود. با توجه به این ویژگی ها و سهولت حل بهینه سازی استوار رویکرد برتسیماس و سیم که یک الگوی خطی است، این رویکرد به منظور استوار سازی مدل به کار رفته است (آذر و رضایی، ۱۳۹۵: ۲۴۱). برای این منظور پارامترهای استواری به شرح زیر معرفی می شوند:

Γ_0 تعداد ضرایب فنی غیرقطعی در تابع هدف

Γ_j تعداد ضرایب فنی غیرقطعی در محدودیت j ام

c_{im} حداکثر مقدار انحراف از مقدار اسمی هزینه فعالیت i ام در حالت اجرایی m ام

$u(r)_{im}$ حداکثر مقدار انحراف از مقدار اسمی منابع تجدیدپذیر فعالیت i ام در حالت اجرایی m ام

$u(nr)_{im}$ حداکثر مقدار انحراف از مقدار اسمی منابع تجدیدناپذیر فعالیت i ام در حالت اجرایی m ام

\hat{d}_{im} حداکثر مقدار انحراف از مقدار اسمی مدت زمان فعالیت i ام در حالت اجرایی m

همچنین، متغیرهای استواری زیر نیز در معادل استوار مدل استفاده می شوند.

λ_0 متغیر استواری مربوط به تابع هدف

λ_j متغیر استواری مربوط به محدودیت j ام

K_{0im} متغیر استواری مربوط به فعالیت i ام در حالت اجرایی m ام در تابع هدف

K_{jim} متغیر استواری مربوط به فعالیت i ام در حالت اجرایی m ام در محدودیت زام
 y_{im} متغیر استواری مربوط به فعالیت i ام در حالت اجرایی m ام
 بر این اساس معادل استوار مدل فوق در روابط ۲۷ تا ۵۴ نشان داده شده است.

$$\max z_1 = - \sum_{i=1}^n \sum_{m=1}^{M_i} d_{im} x_{im} - \lambda_0 \Gamma_0 - \sum_{i=1}^n \sum_{m=1}^{M_i} K_{0im} \quad \text{رابطه (۲۷)}$$

$$\lambda_0 + k_{0im} \geq \hat{d}_{im} y_{im} \quad \forall i, m \quad \text{رابطه (۲۸)}$$

$$\sum_{i=1}^n \sum_{m=1}^{M_i} c_{im} x_{im} + \lambda_1 \Gamma_1 + \sum_{i=1}^n \sum_{m=1}^{M_i} K_{1im} \leq \xi_1 \quad \text{رابطه (۲۹)}$$

$$\lambda_1 + k_{1im} \geq \hat{c}_{im} y_{im} \quad \forall i, m \quad \text{رابطه (۳۰)}$$

$$\sum_{i=1}^n \sum_{m=1}^{M_i} c_{im} x_{im} + \lambda_2 \Gamma_2 + \sum_{i=1}^n \sum_{m=1}^{M_i} K_{1im} \leq C \quad \text{رابطه (۳۱)}$$

$$\lambda_2 + k_{1im} \geq \hat{c}_{im} y_{im} \quad \forall i, m \quad \text{رابطه (۳۲)}$$

$$\sum_{i=1}^n \sum_{m=1}^{M_i} u(r)_{im} x_{im} + \lambda_3 \Gamma_3 + \sum_{i=1}^n \sum_{m=1}^{M_i} K_{2im} \leq R_r \quad \text{رابطه (۳۳)}$$

$$\lambda_3 + k_{2im} \geq \hat{u}(r)_{im} y_{im} \quad \forall i, m \quad \text{رابطه (۳۴)}$$

$$\sum_{i=1}^n \sum_{m=1}^{M_i} u(nr)_{im} x_{im} + \lambda_4 \Gamma_4 + \sum_{i=1}^n \sum_{m=1}^{M_i} K_{3im} \leq R_{nr} \quad \text{رابطه (۳۵)}$$

$$\lambda_4 + k_{3im} \geq \hat{u}(nr)_{im} y_{im} \quad \forall i, m \quad \text{رابطه (۳۶)}$$

$$S_{im} - S_{jm} + \sum_{m=1}^{M_i} x_{im} \cdot d_{im} + \lambda_5 \Gamma_5 + \sum_{m=1}^{M_i} K_{0im} \leq -L_{ij} \quad \forall m, i, j \in E_{fs} \quad \text{رابطه (۳۷)}$$

$$\lambda_5 + k_{0im} \geq \hat{d}_{im} y_{im} \quad \forall i, m \quad \text{رابطه (۳۸)}$$

$$S_{im} - S_{jm} - \sum_{m=1}^{M_i} x_{jm} \cdot d_{jm} + \lambda_6 \Gamma_6 + \sum_{m=1}^{M_i} K_{4jm} \leq -L_{ij} \quad \forall m; i, j \in E_{sf} \quad \text{رابطه (۳۹)}$$

$$\lambda_6 + k_{4jm} \geq \hat{d}_{jm} y_{jm} \quad \forall j, m \quad \text{رابطه (۴۰)}$$

$$S_{im} - S_{jm} + \sum_{m=1}^{M_i} x_{jm} \cdot d_{jm} - \sum_{m=1}^{M_i} x_{im} \cdot d_{im} + \lambda_7 \Gamma_7 + \sum_{m=1}^{M_i} K_{4jm} + \sum_{m=1}^{M_i} K_{0im} \leq -L_{ij} \quad \forall m; i, j \in E_{ff} \quad \text{رابطه (۴۱)}$$

$$\lambda_7 + k_{4jm} \geq d_{jm} y_{jm} \quad \forall j, m \quad \text{رابطه (۴۲)}$$

$$\lambda_7 + k_{0im} \geq d_{im} y_{im} \quad \forall j, m \quad \text{رابطه (۴۳)}$$

$$F_{im} - S_{im} = \sum_{m=1}^{M_i} x_{im} \cdot d_{im} + \lambda_8 \Gamma_8 + \sum_{m=1}^{M_i} K_{0im} \quad \forall i \quad \text{رابطه (۴۴)}$$

$$\lambda_8 + k_{0im} \geq d_{im} y_{im} \quad \forall i, m \quad \text{رابطه (۴۵)}$$

$$-y_{im} \leq x_{im} \leq y_{im} \quad \forall i, m \quad \text{رابطه (۴۶)}$$

$$-y_{jm} \leq x_{jm} \leq y_{jm} \quad \forall j, m \quad \text{رابطه (۴۷)}$$

$$x_{jm}, y_{jm}, x_{im}, y_{im} \geq 0 \quad \forall j, i, m \quad \text{رابطه (۴۸)}$$

$$\lambda_0, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4, \lambda_5, \lambda_6, \lambda_7, \lambda_8 \geq 0 \quad \text{رابطه (۴۹)}$$

$$k_{0im}, k_{1im}, k_{2im}, k_{3im}, k_{4jm} \geq 0 \quad \forall j, i, m \quad \text{رابطه (۵۰)}$$

$$\sum_{m=1}^{M_i} x_{im} = 1 \quad \forall i \in n \quad \text{رابطه (۵۱)}$$

$$S_{im} + L_{ij} \leq S_{jm}, \quad \forall m; i, j \in E_{SS} \quad \text{رابطه (۵۲)}$$

$$F_{im} \cdot S_{im} \geq 0 \quad \forall i, m \quad \text{رابطه (۵۳)}$$

$$F_0, S_0 = 0 \quad \text{رابطه (۵۴)}$$

یافته‌های پژوهش

مدل ارائه شده برای یک نمونه عددی انتخاب شده از کتابخانه مدیریت پروژه با ۳۰ فعالیت در محیط نرم‌افزار GAMS با حل‌کننده CPLEX حل شده است. جدول ۲ مشخصات نمونه عددی حل شده را نشان می‌دهد. با توجه به عدم وجود پارامتر هزینه در نمونه عددی کتابخانه مدیریت پروژه، هزینه هر فعالیت به صورت مجموع هزینه منابع تجدیدپذیر و تجدیدناپذیر (هزینه هر واحد از منابع n1، n2، r1 و r2 به ترتیب ۱۵۰، ۱۵۰، ۳۰۰ و ۱۰۰ واحد) و هزینه غیرمستقیم هر فعالیت نیز به صورت ۱۰ درصد هزینه متغیر هر فعالیت در نظر گرفته شده است.

جدول ۲. نمونه عددی منتخب از مسائل کتابخانه مدیریت پروژه

فعالیت‌های پس‌نیاز	حالات اجرایی	مدت زمان	هزینه	منابع تجدیدپذیر		منابع تجدیدناپذیر		
				r1	r2	n1	n2	
۱	۱	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۴،۳،۲
۲	۱	۱	۱۹۸۰	۱۰	۰	۰	۲	۱۹،۱۱
	۲	۳	۳۱۹۰	۰	۴	۷	۰	
	۳	۶	۲۳۱۰	۰	۳	۵	۰	
۳	۱	۴	۴۱۸۰	۰	۱۰	۶	۰	۲۵،۵
	۲	۶	۲۷۵۰	۰	۸	۳	۰	
	۳	۹	۶۶۰	۲	۰	۱	۰	
۴	۱	۵	۳۳۰۰	۶	۰	۷	۰	۱۷،۹،۷
	۲	۶	۱۸۱۵	۳	۰	۴	۰	
	۳	۹	۱۴۸۵	۰	۳	۰	۵	
۵	۱	۵	۱۶۵۰	۵	۰	۰	۵	۲۳،۱۲،۶
	۲	۹	۱۵۴۰	۰	۴	۰	۴	
	۳	۱۰	۳۱۳۵	۳	۰	۸	۰	
۶	۱	۷	۱۸۱۵	۹	۰	۱	۰	۲۰،۱۰،۸
	۲	۹	۲۳۱۰	۰	۹	۱	۰	
	۳	۹	۱۶۵۰	۸	۰	۱	۰	
۷	۱	۲	۴۲۹۰	۰	۹	۷	۰	۲۸،۱۶،۱۴
	۲	۴	۲۹۱۵	۰	۸	۰	۷	
	۳	۸	۲۵۳۰	۰	۷	۰	۶	
۸	۱	۳	۲۸۰۵	۸	۰	۰	۹	۲۹،۱۸،۱۴
	۲	۵	۲۴۲۰	۰	۵	۰	۸	
	۳	۹	۲۱۴۵	۸	۰	۰	۵	
۹	۱	۴	۳۸۵۰	۰	۷	۷	۰	۱۵
	۲	۷	۱۹۸۰	۰	۳	۰	۸	
	۳	۸	۱۹۸۰	۲	۰	۵	۰	
۱۰	۱	۳	۲۶۴۰	۷	۰	۰	۹	۱۶،۱۴،۱۳
	۲	۸	۲۹۷۰	۶	۰	۶	۰	
	۳	۹	۲۰۹۰	۰	۲	۵	۰	
۱۱	۱	۲	۳۱۹۰	۰	۷	۵	۰	۱۶
	۲	۴	۲۴۷۵	۷	۰	۴	۰	
	۳	۵	۲۲۰۰	۰	۷	۰	۴	
۱۲	۱	۱	۱۱۵۵	۱	۰	۳	۰	۲۷،۱۸
	۲	۲	۱۲۱۰	۰	۴	۰	۲	
	۳	۱۰	۱۱۵۵	۶	۰	۰	۱	

ادامه جدول ۲

فعالیت‌های پس نیاز	حالات اجرایی	مدت زمان	هزینه	منابع تجدیدپذیر		منابع تجدیدناپذیر		
				r1	r2	n1	n2	
۱۳	۱	۱	۲۹۷۰	۸	۰	۵	۰	۲۶،۲۴
	۲	۶	۲۳۱۰	۰	۶	۳	۰	
	۳	۸	۱۸۷۰	۰	۴	۳	۰	
۱۴	۱	۶	۸۲۵	۳	۰	۱	۰	۲۷
	۲	۶	۱۳۲۰	۰	۳	۰	۴	
	۳	۷	۹۹۰	۴	۰	۰	۲	
۱۵	۱	۳	۳۲۴۵	۰	۸	۰	۹	۲۶،۲۳،۲۱
	۲	۶	۳۵۲۰	۰	۴	۸	۰	
	۳	۷	۱۹۸۰	۴	۰	۰	۸	
۱۶	۱	۳	۲۶۴۰	۰	۶	۴	۰	۲۲،۱۸
	۲	۴	۱۷۶۰	۰	۲	۴	۰	
	۳	۵	۲۶۴۰	۷	۰	۰	۷	
۱۷	۱	۵	۲۱۴۵	۷	۰	۰	۶	۲۵،۲۳
	۲	۵	۲۳۶۵	۰	۷	۰	۵	
	۳	۸	۲۵۳۰	۰	۷	۵	۰	
۱۸	۱	۳	۴۹۵۰	۱۰	۰	۱۰	۰	۳۰
	۲	۶	۱۹۸۰	۱۰	۰	۱	۰	
	۳	۸	۲۶۴۰	۹	۰	۰	۷	
۱۹	۱	۴	۴۷۸۵	۹	۰	۱۰	۰	۳۱،۳۰،۲۱
	۲	۶	۲۸۶۰	۰	۷	۴	۰	
	۳	۱۰	۱۹۸۰	۰	۶	۲	۰	
۲۰	۱	۴	۳۷۹۵	۵	۰	۹	۰	۲۸،۲۷
	۲	۸	۲۴۲۰	۰	۵	۰	۸	
	۳	۱۰	۱۶۵۰	۳	۰	۰	۷	
۲۱	۱	۳	۳۰۸۰	۰	۸	۰	۸	۲۵،۲۴
	۲	۶	۴۲۹۰	۱۰	۰	۸	۰	
	۳	۱۰	۳۹۶۰	۰	۶	۸	۰	
۲۲	۱	۷	۱۹۲۵	۰	۵	۰	۵	۲۶
	۲	۸	۱۹۸۰	۹	۰	۰	۳	
	۳	۱۰	۲۰۹۰	۰	۵	۳	۰	
۲۳	۱	۲	۲۱۴۵	۳	۰	۵	۰	۲۴
	۲	۸	۲۲۵۵	۰	۵	۰	۷	
	۳	۹	۸۲۵	۲	۰	۰	۳	

ادامه جدول ۲

فعالیت‌های پس‌نیاز	حالات اجرایی	مدت زمان	هزینه	منابع تجدیدپذیر		منابع تجدیدناپذیر		
				r1	r2	n1	n2	
۲۴	۱	۳	۳۳۰۰	۴	۰	۸	۰	۲۹
	۲	۳	۱۹۸۰	۴	۰	۰	۸	
	۳	۱۰	۲۶۴۰	۲	۰	۷	۰	
۲۵	۱	۱	۲۸۰۵	۸	۰	۰	۹	۲۸
	۲	۵	۲۰۳۵	۰	۸	۰	۷	
	۳	۱۰	۱۹۸۰	۷	۰	۰	۵	
۲۶	۱	۱	۲۳۱۰	۶	۰	۰	۸	۳۱، ۳۰
	۲	۷	۲۶۹۵	۰	۱۰	۰	۳	
	۳	۱۰	۴۶۲۰	۰	۹	۸	۰	
۲۷	۱	۲	۱۶۵۰	۵	۰	۳	۰	۳۱
	۲	۶	۱۱۵۵	۱	۰	۳	۰	
	۳	۱۰	۲۹۷۰	۰	۹	۳	۰	
۲۸	۱	۲	۲۶۴۰	۰	۹	۰	۴	۲۹
	۲	۶	۴۵۱۰	۰	۷	۹	۰	
	۳	۷	۳۷۴۰	۰	۵	۸	۰	
۲۹	۱	۱	۲۸۰۵	۹	۰	۰	۸	۳۲
	۲	۴	۲۶۴۰	۹	۰	۰	۷	
	۳	۶	۲۳۱۰	۸	۰	۰	۶	
۳۰	۱	۲	۲۳۱۰	۰	۹	۱	۰	۳۲
	۲	۵	۲۵۸۵	۰	۸	۰	۵	
	۳	۶	۲۳۶۵	۰	۷	۰	۵	
۳۱	۱	۳	۲۶۴۰	۱۰	۰	۰	۶	۳۲
	۲	۴	۴۵۱۰	۰	۱۰	۷	۰	
	۳	۹	۲۴۷۵	۹	۰	۰	۶	
۳۲	۱	۰	۰	۰	۰	۰	۰	-

مقدار تابع هدف به ازای مقادیر مختلف پارامتر استواری و میزان ترانس ۱۰، ۲۰، ۳۰، ۴۰، ۵۰ و درصد برای

پارامترهای غیرقطعی به ترتیب در شکل ۲ ارائه شده است.

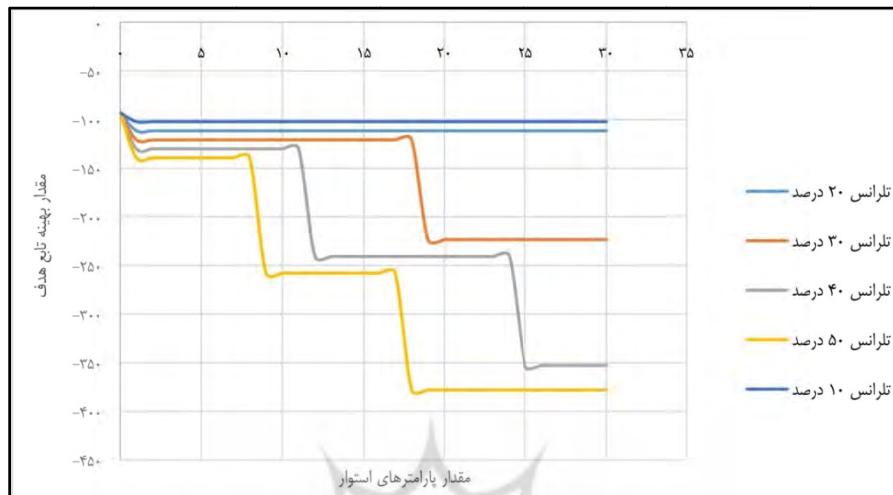
همچنین تأثیر نوسان هزینه پروژه در بازه ۴۰- درصد تا ۴۰+ درصد بر روی تابع هدف مورد بررسی قرار گرفته است.

شکل ۲ روند تغییرات تابع هدف با نوسان پارامترها را نشان می‌دهد؛ به‌طور مثال در شکل ۲ خط آبی، بیانگر روند تغییر

مقدار تابع هدف به ازای تغییر مقدار پارامترهای غیرقطعی (زمان و هزینه) فعالیت به میزان ۱۰ درصد افزایش یا کاهش

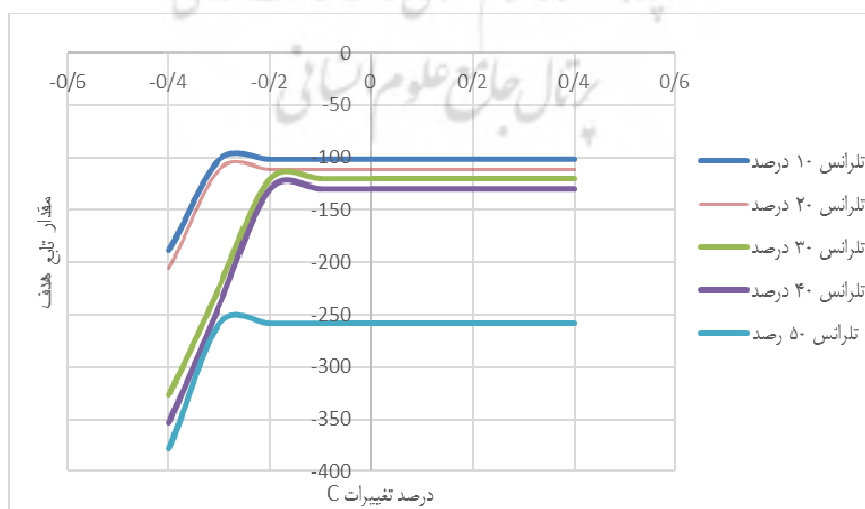
است. محور افقی، تعداد فعالیت‌های غیرقطعی پروژه را نشان می‌دهد؛ برای نمونه عدد ۲۰ در محور افقی بیانگر این

شرایطی بوده که تعداد ۲۰ فعالیت از ۳۰ فعالیت پروژه غیرقطعی بوده و تا ۱۰ درصد افزایش یا کاهش قابل تغییرند. یا عدد ۲۰ برای خط قرمز بیانگر شرایطی بوده که تعداد ۲۰ فعالیت از فعالیت‌های پروژه غیرقطعی بوده و مقادیر پارامترهای آن‌ها تا ۳۰ درصد تغییر می‌کنند.



شکل ۲. مقادیر بهینه تابع هدف به ازای مقادیر پارامترهای استواری و میزان تولانس پارامترهای غیرقطعی

در شکل ۳ تأثیر افزایش یا کاهش بودجه پروژه به میزان ۴۰ درصد بر مدت زمان اتمام پروژه در شرایطی که ۱۰ فعالیت از فعالیت‌های پروژه غیرقطعی بوده برای مقادیر مختلف نوسان پارامترهای غیرقطعی مورد بررسی قرار گرفته است. برای نمونه عدد ۲ روی محور افقی برای خط سبز بیانگر مدت زمان پروژه در شرایطی است که تعداد ۱۰ فعالیت از فعالیت‌های پروژه غیرقطعی هستند و پارامترهای زمان و هزینه آن‌ها تا ۳۰ درصد تغییر می‌کنند و بودجه پروژه ۲۰ درصد افزایش یافته است.



شکل ۳. تحلیل حساسیت هزینه پروژه

نتیجه‌گیری و پیشنهادها

در این پژوهش با توجه به اینکه، تخصیص و توزیع منابع در مرحله اجرای پروژه به شدت بر هزینه‌های اضافی پروژه‌ها تأثیر می‌گذارد، در مسئله زمان‌بندی پروژه هزینه‌های اجرای فعالیت‌ها با توجه به محدودیت منابع تجدیدپذیر و تجدیدناپذیر مورد استفاده در پروژه‌ها در نظر گرفته است. همچنین مفروضات مربوط به پروژه‌های دنیای واقعی در خصوص فعالیت‌های چندحالتی، و انواع مختلف روابط پیش‌نیازی بین فعالیت‌ها در مدل پیشنهادی گنجانده شد تا آن را کارآمدتر کند. برای مقابله بهتر با عدم قطعیت‌های پروژه در مورد هزینه و زمان زمان‌بندی پروژه و تشخیص شکاف مطالعاتی موجود در بحث زمان‌بندی چند هدفه پروژه در شرایط غیرقطعی شامل استفاده از رویکرد بهینه‌سازی استوار برای مواجهه با عدم قطعیت، مدلی برای زمان‌بندی پروژه با هدف موازنه اهداف متضاد کاهش مدت زمان پروژه و کاهش هزینه پروژه در شرایط قطعی ارائه شد. پس از آن هم‌تای استوار مدل با استفاده از رویکرد برتسیماس و سیم نوشته و مسئله ریاضی مورد نظر با استفاده از حل‌کننده cplex در نرم‌افزار گمز (نسخه ۲۴.۰۱.۲) برای نمونه عددی ۳۲ فعالیته منتخب از مسائل کتابخانه مدیریت پروژه حل شد. که پس تحلیل پارامترهای مربوطه نتایج زیر قابل ارائه هستند:

افزایش سطوح حفاظتی منجر به افزایش میانگین نتایج به‌دست‌آمده و کاهش انحراف معیار می‌شود که نشان‌دهنده استحکام مدل پیشنهادی در برابر تغییرات پارامترهای نامشخص است. با افزایش مقادیر پارامترهای استواری (بودجه عدم قطعیت یا پارامتر گاما) و میزان تلرانس پارامترهای غیرقطعی مدت زمان پروژه روند کاهشی پیدا کرده که با توجه به ضرایب منفی تابع هدف در هم‌تای استوار مدل منطقی به نظر می‌رسد. همچنین با افزایش مقادیر پارامترهای استواری درصد تغییر مقادیر تابع هدف کاهش می‌یابد.

پارامتر هزینه در بازه ۴۰- درصد تا ۴۰+ درصد برای مقدار گاما ۱۰ (حالتی که ۱۰ فعایت از پروژه غیرقطعی هستند) برای مقادیر مختلف نوسان پارامترهای فعالیت‌های غیرقطعی تغییر داده شده و تأثیر آن بر مقادیر تابع هدف مشخص شد. که پارامتر هزینه در بازه ۴۰+ تا ۴۰- درصد یک محدودیت زائد بوده و تغییر آن تأثیری در مقدار تابع هدف (مدت زمان پروژه) نداشته و در بازه ۴۰- تا ۴۰+ درصد کاهش هزینه باعث کاهش مقادیر تابع هدف شده (افزایش مدت زمان پروژه) و بیشترین میزان تأثیرگذاری کاهش بودجه پروژه مربوط به حالتی است که پارامترهای غیرقطعی زمان و هزینه ۴۰ و ۵۰ درصد نوسان دارند.

محققان آتی می‌توانند در تحقیقات خود به توسعه مدل ارائه شده از لحاظ ابعاد مدل و روش حل بپردازند. در بعد مدل‌سازی، امکان توجه به سایر اشکال عدم قطعیت پارامترها به صورت تصادفی یا فازی قابل بررسی است. همچنین، ارائه الگوریتم‌های فراابتکاری نظیر الگوریتم ژنتیک و شبیه‌سازی تبرید برای حل مدل در ابعاد بزرگ‌تر قابل بررسی خواهد بود.

منابع

آذر، عادل و رضایی، عباس (۱۳۹۵). تحقیق در عملیات پیشرفته، تهران، انتشارات نگاه دانش.

References

- Artigues, C., Leus, R., & Talla Nobibon, F. (2013). Robust optimization for resource-constrained project scheduling with uncertain activity durations. *Flexible Services and Manufacturing Journal*, 25, 175-205.
- Azar, A., Rezaei Pandari, A. (2017). *Advanced Operation Research*, Tehran, Negah Danesh Publication. (in Persian)
- Ballestin, F. & Leus, R. (2009). Resource constrained project scheduling for timely project completion with stochastic activity durations. *Production and operations management*, 18(4), 459-474.
- Balouka, N. & Cohen, I. (2021). A robust optimization approach for the multi-mode resource-constrained project scheduling problem. *European journal of operational research*, 291(2), 457-470.
- Banihashemi, S. A., & Khalilzadeh, M. (2022). A Robust Bi-objective Optimization Model for Resource Levelling Project Scheduling Problem with Discounted Cash Flows. *KSCE Journal of Civil Engineering*, 26(6), 2539-2554.
- Bold, M., & Goerigk, M. (2022). A faster exact method for solving the robust multi-mode resource-constrained project scheduling problem. *Operations Research Letters*, 50(5), 581-587.
- Bruni, M. E., Pugliese, L. D. P., Beraldi, P., & Guerriero, F. (2017). An adjustable robust optimization model for the resource-constrained project scheduling problem with uncertain activity durations. *Omega*, 71, 66-84.
- Cao, Q., Zou, X., & Zhang, L. (2022). Multi-objective Robust Optimization Model for Generating Stable and Makespan-Protective Repetitive Schedules. *Journal of construction Engineering and Management*, 148(9).
- Chakraborty, R. K., & Ryan, M. J. (2020). Robust optimization based heuristic approach for solving stochastic multi-mode resource constrained project scheduling problem. *2020 IEEE International Conference on Industrial Engineering and Engineering Management (IEEM)*.
- Cohen, I., & Balouka, N. (2018). Robust Project Planning under Resource Constraints. *2018 IEEE Technology and Engineering Management Conference (TEMSCON)*.
- Guldmond, T. A., Hurink, J. L., Paulus, J. J., & Schutten, J. M. (2008). Time-constrained project scheduling. *Journal of Scheduling*, 11, 137-148.
- Hazır, Ö., Haouari, M., & Erel, E. (2015). Robust optimization for the discrete time-cost tradeoff problem with cost uncertainty. *Handbook on Project Management and Scheduling*, 2, 865-874.
- Lock, D. (2007). *Project management* (9th edition). Burlington, VT: Gower.
- Ma, G., Gu, L., & Li, N. (2015). Scenario-based proactive robust optimization for critical-chain project scheduling. *Journal of construction Engineering and Management*, 141(10), 04015030.

- Moradi, M., Hafezalkotob, A., & Ghezavati, V. (2019). Robust resource-constrained project scheduling problem of the project's subcontractors in a cooperative environment under uncertainty: Social complex construction case study. *Computers & industrial engineering*, 133, 19-28.
- Nabipoor Afrazi, E., Aghaie, A., & Najafi, A. A. (2020). Robust optimization for the resource-constrained multi-project scheduling problem with uncertain activity durations. *Scientia Iranica*, 27(1), 361-376.
- Tabrizi, B. H., & Ghaderi, S. F. (2016). A robust bi-objective model for concurrent planning of project scheduling and material procurement. *Computers & industrial engineering*, 98, 11-29.
- Tavana, M., Abtahi, A.-R., & Khalili-Damghani, K. (2014). A new multi-objective multi-mode model for solving preemptive time-cost-quality trade-off project scheduling problems. *Expert Systems with Applications*, 41(4), 1830-1846. doi:10.1016/j.eswa.2013.08.081
- Tirkolae, E. B., Goli, A., Hematian, M., Sangaiyah, A. K., & Han, T. (2019). Multi-objective multi-mode resource constrained project scheduling problem using Pareto-based algorithms. *Computing*, 101, 547-570.
- Van Peteghem, V., & Vanhoucke, M. (2010). A genetic algorithm for the preemptive and non-preemptive multi-mode resource-constrained project scheduling problem. *European Journal of Operational Research*, 201(2), 409-418.
- Zhang, Z., & Zhong, X. (2018). Time/resource trade-off in the robust optimization of resource-constrained project scheduling problem under uncertainty. *Journal of Industrial and Production Engineering*, 35(4), 243-254.