

برآورد ارزش در معرض خطر با استفاده از روش باز

نمونه‌گیری بوت استرپ (مطالعه موردی بورس اوراق بهادار تهران)

رسول سجاد^{۱*}

مهسا گرجی^۲

تاریخ پذیرش: ۹۱/۶/۳

تاریخ دریافت: ۹۱/۴/۲۸

چکیده

توسعه روز افزون بازارهای مالی اهمیت برآورد معیار شناخته شده اندازه‌گیری ریسک بازار، ارزش در معرض خطر (VaR) را بیش از گذشته آشکار ساخته است. استفاده از مدل GARCH نرمال یکی از روش‌های پایه در زمینه برآورد VaR می‌باشد. با این وجود، توزیع بازده دارایی‌های مالی از دنباله پهن تری نسبت به توزیع نرمال برخوردار است. بنابراین، در مقاله حاضر یک فرآیند تصحیح تورش بر اساس روش باز نمونه‌گیری بوت استرپ به منظور برطرف نمودن کاستی‌های مدل GARCH نرمال در ارتباط با برآورد مناسب VaR اجرا شده است. نتایج نشان می‌دهد فرآیند تصحیح تورش توانایی برآورد VaR مدل GARCH نرمال را در برآورد VaR برای شاخص کل بورس اوراق بهادار تهران (TEPIX)، حداقل در سطوح احتمال نهایی بهبود داده است، و همچنین منجر به بهبود نتایج مدل t -GARCH شده است. مدل شبیه سازی تاریخی (HS) و شبیه سازی تاریخی فیلتر شده (FHS) نیز به منظور مقایسه نتایج حاصل از به کارگیری فرآیند تصحیح، مورد بررسی قرار گرفته است.

کلید واژه: ارزش در معرض خطر (VaR)، مدل خود رگرسیون واریانس ناهمسانی تعمیم یافته (GARCH)، بوت استرپ، شبیه سازی تاریخی، شبیه سازی تاریخی فیلتر شده

طبقه بندی JEL: G32, C15

۱- مقدمه

ورود به هر فعالیت اقتصادی مستلزم رو به رو شدن با درجاتی از ریسک است. از این رو مساله مدیریت و کنترل ریسک برای موسسات مالی به خصوص در سال‌های اخیر به صورت یک ضرورت درآمده است. مطالعات متعددی در این زمینه انجام پذیرفته و همچنان در حال رشد است. موسسات مالی که به فعالیت‌های اقتصادی می‌پردازند، با ریسک‌های متنوعی مواجه هستند، یکی از انواع این ریسک‌ها که از اهمیت فراوانی برخوردار است ریسک بازار می‌باشد. معیاری که به صورت متداول توسط تحلیل گران مالی و موسسات برای اندازه‌گیری ریسک بازار به کار می‌رود ارزش در معرض خطر^۱ (VaR) می‌باشد. این معیار حداکثر کاهش در ارزش (زیان) یک سبد از دارایی‌های مالی را با احتمال مشخص $(1-\alpha)$ و در یک افق زمانی^۲ معین (h) مشخص می‌نماید.

پیچیدگی برخی از مدل‌های ارائه شده به منظور برآورد VaR، و یا در سایر موارد اکتفا به روش‌های آماری بسیار ساده، انگیزه مناسبی را برای پیاده‌سازی مدلی که با تکیه بر ابزارهای آماری جدید تخمین‌های مناسبی ارائه دهد و در عین حال فارغ از فروض مختلف و از محدودیت‌های کمتری برخوردار باشد ایجاد می‌کند. روش‌های پیشرفته از دو نظر با محدودیت همراه هستند. اول به لحاظ شرایط پایداری، که در مقایسه با مدل ساده ای مانند GARCH نرمال بسیار پیچیده تر می‌باشند (به عنوان نمونه می‌توان به تحقیقات انجام شده توسط هی^۳ و همکاران، ۲۰۰۲؛ میتنیک^۴ و همکاران، ۲۰۰۲؛ کرناسوس و کیم^۵، ۲۰۰۳ و هاس^۶ و همکاران، ۲۰۰۴ اشاره کرد). دومین محدودیت این

^۱. Value- at- Risk

^۲. Time Horizon

^۳. He

^۴. Mittnik

^۵. Karanasos and Kim

^۶. Hass

مدل‌ها آن است که پیاده‌سازی عددی برخی از این مدل‌ها بسیار پیچیده است. این دو محدودیت، محاسبه عددی توسط تخمین حداکثر درست‌نمایی را پیچیده‌تر می‌سازند و همچنین مانع از به‌کارگیری نرم‌افزارهای ساده‌تر اقتصادسنجی می‌شوند.

روش‌های متعددی برای محاسبه VaR ارائه شده‌است. کارایی مدل شبیه‌سازی تاریخی فیلتر شده (FHS)^۱، به وسیله آزمون بازگشت در مطالعه‌ای که توسط بارونی-ادسی و همکاران (۲۰۰۲) صورت گرفته اثبات شده‌است. پریسکر (۲۰۰۶)، در تحقیقی به مقایسه کارایی روش‌های شبیه‌سازی تاریخی، روش هیبریدی و FHS پرداخته‌است. نتایج این تحقیق نشان می‌دهد روش شبیه‌سازی تاریخی و هیبریدی نسبت به تغییرات ریسک شرطی کمتر پاسخ می‌دهند و پاسخ دهی آن‌ها نسبت به تغییرات ریسک به صورت نامتقارن است. روش FHS از این لحاظ اطمینان بخش‌تر است. ماریموتو و همکاران (۲۰۰۹)، در تحقیقی نشان می‌دهند که مدل تنوری ارزش نهایی شرطی و روش FHS بهبود قابل توجهی را نسبت به روش‌های مرسوم ارائه می‌کنند. چرتین و کوگینز (۲۰۱۰)، در تحقیقی نشان می‌دهند که دو مدل FHS روزانه بر پایه مدل GARCH، بهترین عملکرد را دارا هستند.

از جمله مطالعات تجربی در زمینه به‌کارگیری روش بوت‌استرپ به منظور برآورد VaR، می‌توان به تحقیقات انجام شده توسط بامز و همکاران (۲۰۰۵)، اشاره کرد. با توجه به نتایج، مدل (۱ و ۱) GARCH با توزیع t استیودنت به عنوان یک مدل مناسب در ارزیابی صحیح زیان‌های حدی برای یک پرتفو ارزی معرفی شده‌است. هارتز، میتیک و پائوللا (۲۰۰۶) با استفاده از بوت‌استرپ، تورش تخمین‌زننده VaR را کاهش می‌دهد و به تخمین دقیق‌تری از VaR دست یافته‌اند. نیتو و رویز، (۲۰۱۰) یک روش جدید بوت‌استرپ را برای برآورد فواصل پیش‌بینی برای VaR و VaR شرطی^۲ آتی، پیشنهاد

^۱. Filtered Historical Simulation

^۲. Conditional VaR

کرده‌اند. لی و همکاران (۲۰۱۰)، در تحقیقی VaR را برای بازده نفت خام^۱ WIT، به کمک روش ریسک‌متریک و مدل‌های AR-GARCH، با استفاده از روش بوت‌استرپ هموار برآورد کرده‌اند. نتایج تجربی ثابت می‌کنند روش بوت استرپ از عملکرد بهتری نسبت به روش‌های غیر بوت‌استرپی برخوردار است.

از جمله تحقیقات داخلی در زمینه برآورد VaR می‌توان به تحقیق انجام شده توسط فدایی‌نژاد و اقبال‌نیا (۱۳۸۵) اشاره کرد. آن‌ها ریسک سرمایه‌گذاری در بازار بورس اوراق بهادار تهران را با استفاده از VaR مدل‌سازی کرده‌اند. نتایج نشان می‌دهند، مدل طراحی شده با استفاده از هر دو روش میانگین متحرک ساده و نمایی در سطح اطمینان ۹۵٪ قابل اتکا است، اما در سطوح اطمینان بالاتر مناسب نمی‌باشد. نوروززاده (۱۳۸۵)، نیز کارایی روش ارزش در معرض خطر را در بازار بورس تهران بررسی کرده‌است. لطفعلی‌ای (۱۳۸۵)، با استفاده از روش میانگین موزون نمایی ریسک سبد سهامی را به کمک VaR برآورد کرده‌است. شاهمرادی و زنگنه (۱۳۸۶)، به محاسبه VaR برای شاخص عمده بورس اوراق بهادار تهران با استفاده از روش‌های پارامتریک پرداخته‌اند. نتایج حاکی از آن است که این گروه مدل‌ها رفتار میانگین و واریانس داده‌ها را به نحو مطلوبی توضیح می‌دهند. محمدی و همکاران (۱۳۸۷)، به محاسبه VaR پارامتریک با استفاده از مدل‌های ناهمسانی واریانس شرطی در بورس اوراق بهادار تهران پرداخته‌اند. نتایج نشان می‌دهد که برآورد مقادیر VaR یک روزه و ده روزه با استفاده از توزیع‌های لپتوکورتیک از دقت بالاتری برخوردار می‌باشد. کشاورز و صمدی (۱۳۸۸)، در مقاله‌ای به برآورد تلاطم بازدهی در بازار سهام تهران و مقایسه دقت روش‌ها در تخمین VaR با استفاده از مدل‌های خانواده FIGARCH^۲ پرداخته‌اند. نتایج نشان‌دهنده آن است که در سطح

^۱. West Texas Intermediate

^۲. Fractionally Integrated GARCH

معناداری ۲/۵٪ مدل FIGARCH، بهترین عملکرد را در میان مدل‌های GARCH دارا می‌باشد.

در تحقیق حاضر VaR، برای شاخص کل بورس اوراق بهادار تهران (TEPIX) با استفاده از مدل GARCH با فرض توزیع t استیودنت و نرمال، برآورد شده‌است. سپس با استفاده از روش آماری باز نمونه‌گیری بوت‌استرپ^۱، برآورد VaR اصلاح شده‌است. بدین ترتیب ضمن حفظ جایگاه مدل‌های پارامتریک ساده ارائه‌شده، به‌عنوان مدل‌هایی با پیچیدگی کمتر، با استفاده از روش باز نمونه‌گیری بوت‌استرپ سعی شده‌است کاستی‌های این مدل‌ها در ارتباط با برآورد VaR برطرف شود. همچنین به منظور مقایسه نتایج از روش شبیه‌سازی تاریخی (HS)^۲ و شبیه‌سازی تاریخی فیلتر شده (FHS)، نیز استفاده شده‌است.

سازمان‌دهی بخش‌های مختلف مقاله به شرح زیر خواهد بود: بخش بعدی به معرفی مدل‌های مورد استفاده به منظور برآورد VaR، نحوه برآورد توزیع پیش‌بینی VaR و استفاده از آن به منظور تصحیح این معیار می‌پردازد. توصیف آماری داده‌ها و ارزیابی عملکرد مدل‌ها در بخش سوم مورد بررسی قرار می‌گیرد، بخش پایانی نیز به ارائه خلاصه و نتایج حاصل از تحقیق اختصاص یافته‌است.

۲- مدل‌های مورد استفاده در تحقیق

روش شبیه‌سازی تاریخی (HS)

مدل‌های تاریخی VaR فرض می‌کنند تمامی تغییرات احتمالی آینده در گذشته مشاهده شده‌اند، بنابراین توزیع شبیه‌سازی شده تاریخی با توزیع بازدهی‌ها برای یک افق زمانی معین در آینده یکسان است (الکساندر، ۲۰۰۸). در ابتدا یک سری توزیع مناسب

^۱. Bootstrap Resampling Method

^۲. Historical Simulation

برای پرتفو دارایی‌ها استخراج می‌شود. به کمک محاسبه بازده لگاریتمی و مرتب‌سازی داده‌ها توزیع بازده تجربی قابل استخراج خواهد بود. با در اختیار داشتن توزیع بازده و کوانتایل مورد نظر به راحتی می‌توان مقدار VaR را استخراج کرد.

روش باز نمونه‌گیری بوت استرپ

بوت استرپ روشی است که فارغ از بسیاری فرضیات با ایجاد نمونه‌های فراوان، شرایط نمونه را به شرایط جامعه نزدیک می‌کند و با در نظر گرفتن تمامی حالات تشکیل نمونه، می‌توان از صحت برآورد ضرایب و برآورد فاصله اطمینان برای ضرایب، مطمئن تر شد (افرون و تبشیرانی، ۱۹۹۳). هنگامی که این روش بر روی داده‌های غیر نرمال به کار گرفته می‌شود، از مزیت‌های قابل توجهی برخوردار است (هندرسون، ۲۰۰۵).

فرض کنید یک نمونه اصلی با سایز N در اختیار باشد. فرآیند بوت استرپ از این نمونه آغاز می‌شود، یک نمونه تصادفی جدید با اندازه یکسان از نمونه اصلی استخراج می‌شود (نمونه مجدد^۱) و در عین حال هر مشاهده انتخاب شده پس از خارج شدن دوباره به نمونه اصلی بازگردانده می‌شود. این نمونه‌گیری مجدد اساس روش بوت استرپ است.

روش شبیه‌سازی تاریخی فیلتر شده (FHS)

این روش از جمله روش‌های نیمه پارامتریک بوت استرپ است، که توسط بارونی-ادسی^۲ و همکاران (۱۹۹۸)، بارونی-

ادسی و همکاران (۱۹۹۹) و بارونی-ادسی و گیانوپولس^۳ (۲۰۰۰)، ارائه شده است. هدف از ارائه این روش، ترکیب مزیت‌های روش HS، با قدرت و انعطاف‌پذیری مدل‌های نوسان‌پذیری شرطی مانند GARCH است. این فرآیند به کمک بوت استرپ کردن خطاها، با یک الگوی واریانس شرطی انجام می‌پذیرد. (داود، ۲۰۰۵).

¹. Resample

². Barone-Adesi

³. Giannopoulos

در این روش فروض مربوط به توزیع عوامل ریسک در نظر گرفته نمی‌شود، اما شرایط جاری بازار مانند درجه نوسان پذیری شرطی در محاسبات وارد خواهند شد (گیانوپلس و تونارو، ۲۰۰۵). روش HS در صورتی مناسب خواهد بود که بازدهی‌ها دارای توزیع یکنواخت و مستقل^۱ (iid) باشند. این فرض با وجود تغییر واریانس در طول زمان نقض می‌شود و منجر به ارائه یک تخمین بی‌ثبات از VaR خواهد شد. این موضوع توسط هندریکس (۱۹۹۶)، مک نیل و فری (۱۹۹۸) ثابت شده است (بارونی - ادسی و همکاران، ۱۹۹۹).

در روش FHS به منظور در نظر گرفتن واریانس ناهمسانی از مدل (۱) و GARCH استفاده شده است. بنابراین:

$$r_t = \mu + \varepsilon_t, \quad \varepsilon_t \sim N(0, \sigma_t)$$

$$\sigma_t^2 = c_0 + c_1 \varepsilon_{t-1}^2 + d_1 \sigma_{t-1}^2$$

در معادله (۱) بازده روزانه مجموع بازده روزانه میانگین و ε_t ، خطای باقیمانده است. نوسان پذیری در معادله (۲) مجموع یک مقدار ثابت، یک جزء که نشان‌دهنده شک‌ها در دوره گذشته است و نوسان پذیری دوره گذشته می‌باشد. پس از تخمین ضرایب مدل برای استاندارد کردن خطای باقیمانده، خطای باقیمانده تخمین زده شده ($\hat{\varepsilon}_t$) بر آورد واریانس ($\hat{\sigma}_t$) تقسیم شده است. تحت فرض GARCH مجموعه خطاهای باقیمانده استاندارد شده، مستقل و دارای توزیع یکنواخت با میانگین صفر و واریانس یک می‌باشد و بنابراین برای اجرای روش شبیه‌سازی مناسب هستند). بنابراین:

$$Z_t = \frac{\hat{\varepsilon}_t}{\hat{\sigma}_t},$$

نوسان پذیری آتی ($\hat{\sigma}_{t+1}$) با ضرایب به دست آمده از تخمین مدل بر روی بازده‌ها، و مقادیر تخمین $\hat{\varepsilon}_t$ و $\hat{\sigma}_t$ پیش‌بینی شده است. خطاهای باقیمانده استاندارد شده (Z_t)، به

^۱.Independent and Identically Distributed

صورت تصادفی و با جایگزینی استخراج و با هر بار استخراج، پس از آن که با نوسان-پذیری آتی تعدیل شده، به عنوان خطای باقیمانده آتی (ε_{t+1}^*) برای ایجاد مسیر آینده بازده به کار گرفته شده است.

$$\varepsilon_{t+1}^* = \sigma_{t+1} \cdot Z_t^*$$

$$r_{t+1}^* = \mu + \varepsilon_{t+1}^*$$

Z_t^* نشان‌دهنده، خطای باقیمانده استاندارد و بوت استرپ شده می‌باشد. با هر بار بوت استرپ Z_t ، این فرآیند تکرار می‌شود. به این ترتیب، با B بار تکرار بوت استرپ، B بازده شبیه‌سازی شده به دست آمده است. با مرتب‌سازی بازدهی‌ها و استخراج کوانتایل مرتبط با سطوح احتمال در نظر گرفته شده مقدار VaR برای روز آینده پیش‌بینی شده است.

روش پارامتریک محاسبه ارزش در معرض خطر

در این روش با در نظر گرفتن الگوهای مناسب از میانگین و نوسانات بازدهی مالی، مقادیر میانگین و واریانس شرطی داده‌ها پیش‌بینی شده است. و با استفاده از این مقادیر به طور مستقیم می‌توان VaR را استخراج کرد. با در نظر گرفتن ویژگی‌های آماری داده‌های مورد بررسی مدل $AR(1)$ ، برای توصیف رفتار میانگین استفاده شده است.

$$r_t = a_0 + a_1 r_{t-1} + \varepsilon_t, \quad \varepsilon_t = Z_t \cdot \sigma_t$$

بنابراین:

مدل $GARCH(1,1)$ ، با توزیع نرمال و t استیودنت به منظور تصریح معادله نوسانات،

در نظر گرفته شده است.

با در اختیار داشتن یک سری از بازدهی‌ها و مدلی از نوع $AR-GARCH$ نرمال، تخمین VaR در این روش توسط برآورد بردار پارامترهای نامعلوم (θ) از طریق روش حداکثر درست‌نمایی شرطی قابل محاسبه می‌باشد. با در اختیار داشتن تخمین‌های $\hat{\theta}$ می‌توان مجموعه $\{Z_t^*\}$ را با محاسبه:

$$\hat{\varepsilon}_t = r_t - \hat{a}_0 - (\sum_{i=1}^p \hat{a}_i r_{t-i}),$$

$$\hat{\sigma}_t^2 = \hat{c}_0 + \sum_{i=1}^r \hat{c}_i \hat{\varepsilon}_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^s \hat{d}_j \hat{\sigma}_{t-j}^2$$

تخمین زد و سپس مقدار VaR، برای افق زمانی h به صورت زیر قابل محاسبه می‌باشد:

$$\hat{k}_\lambda = \hat{k}_\lambda(h, T) = \Phi^{-1}(\lambda; \hat{\mu}_{T+h}, \hat{\sigma}_{T+h}^2)$$

که در آن $\Phi^{-1}(\lambda; \mu, \sigma^2)$ ، نشان‌دهنده معکوس تابع توزیع تجمعی^۱ توزیع نرمال استاندارد، با میانگین μ و واریانس σ^2 می‌باشد، و λ نشان‌دهنده سطح احتمال در نظر گرفته شده برای پیش بینی VaR می‌باشد:

$$\hat{\mu}_{T+h} = \hat{a}_0 + \sum_{i=1}^p \hat{a}_i r_{T+h-i}$$

$$\hat{\sigma}_{T+h}^2 = \hat{c}_0 + \sum_{i=1}^r \hat{c}_i \hat{\varepsilon}_{T+h-i}^2 + \sum_{j=1}^s \hat{d}_j \hat{\sigma}_{T+h-j}^2$$

۱-۲- پیش‌بینی توزیع VaR به کمک روش بوت‌استرپ
 برای دستیابی به توزیع نمونه‌ای VaR، از روش بازنمونه‌گیری بوت‌استرپ استفاده شده‌است. این روش، منطبق با روشی است که در مقاله پاسکال و همکاران (۲۰۰۶) توضیح داده شده‌است. همچنین این روش توسط کریستوفرسن و گانکالوز^۲ (۲۰۰۵) برای ساخت فاصله اطمینان پیش‌بینی‌های VaR پیشنهاد و به کار گرفته شده‌است.^۳ توزیع نمونه‌ای تخمین نقطه‌ای VaR، $\hat{k}_\lambda(h, T)$ ، نامعلوم است و به صورت تحلیلی قابل دستیابی نیست، اما فرآیند بوت‌استرپ یک روش محاسباتی ساده و عملی را برای تخمین زدن آن فراهم می‌کند. روش بازنمونه‌گیری بر روی خطاهای فیلترشده، $\{\hat{\varepsilon}_t\}$ اجرا

^۱. Cumulative Distribution Function

^۲. Christoffersen & Goncalves

^۳. رجوع شود به:

می‌شود. استفاده از B بار تکرار بوت استرپ ($b=1, \dots, B$)، b امین تکرار بوت استرپ) به منظور دستیابی به توزیع پیش‌بینی‌های VaR، مستلزم مراحل زیر می‌باشد:

قدم اول: برای یک مجموعه از مقادیر p, r, s و $p=r=s=1$ در نظر گرفته شده است) مقادیر $\hat{\theta}$ و $\{\hat{z}_t\}$ تخمین زده شده است، و برای افق زمانی h تخمین VaR، $\hat{k}_\lambda(h, T)$ با استفاده از معادله (۸) به دست آمده است.

قدم دوم: b' امین سری زمانی بازده، با مدل مفروض (۱۰) AR(۱)-GARCH نرمال (و یا t استیودنت) $\{r_t^{(b')}\}$ (با طول T) از B تکرار بوت استرپ، با استفاده از بردار پارامترهای تخمین زده شده $\hat{\theta}$ و مجموعه خطاها که با استخراج از مجموعه برآورد خطاهای استاندارد، به دست آمده است، شبیه‌سازی می‌شود. به منظور حذف اثر مقادیر اولیه، طول $T+1$ مفروض و سپس l مشاهده حذف شده است ($l=T$ ، فرض شده است).

قدم سوم: مدل (۱۰) AR(۱)-GARCH با استفاده از سری زمانی شبیه‌سازی شده $\{r_t^{(b')}\}$ ، برازش و مقادیر تخمین $\hat{\theta}^{(b')}$ به دست آمده است.

قدم چهارم: تخمین VaR باز نمونه‌گیری شده $\hat{k}_\lambda^{(b)}(h, T)$ با استفاده از سری داده‌های اصلی $\{r_t\}$ ، و تخمین بردار پارامتر بوت استرپ $\hat{\theta}^{(b')} = \hat{\theta}^{(b)}$ محاسبه شده است:

$$\hat{\varepsilon}_t^{(b)} = r_t - \hat{a}_0^{(b)} - \left(\sum_{i=1}^p \hat{a}_i^{(b)} r_{t-i} \right),$$

$$\hat{\sigma}_t^{2(b)} = \hat{c}_0^{(b)} + \sum_{i=1}^r \hat{c}_i^{(b)} \hat{\varepsilon}_{t-i}^{2(b)} + \sum_{j=1}^s \hat{d}_j^{(b)} \hat{\sigma}_{t-j}^{2(b)}, \quad t = 1, \dots, T,$$

محاسبه پیش‌بینی VaR بوت استرپ شده، با افق زمانی h به صورت زیر انجام

پذیرفته است:

$$\hat{k}_\lambda^{(b)}(h, T) = \Phi^{-1}\left(\lambda, \hat{\mu}_{T+h}^{(b)}, \hat{\sigma}_{T+h}^{2(b)}\right),$$

$$\hat{\mu}_{T+h}^{(b)} = \hat{a}_0^{(b)} + \sum_{i=1}^p \hat{a}_i^{(b)} r_{T+h-i},$$

$$\hat{\sigma}_{T+h}^{2(b)} = \hat{c}_0^{(b)} + \sum_{i=1}^r \hat{c}_i^{(b)} \hat{\varepsilon}_{T+h-i}^{2(b)} + \sum_{j=1}^s \hat{d}_j^{(b)} \hat{\sigma}_{T+h-j}^{2(b)}$$

پس از اجرای فرآیند توصیف شده در بالا، پیش‌بینی VaR اصلی $\hat{k}_\lambda(h, T) =$ و $\hat{k}_\lambda^{(0)}(h, T)$ پیش‌بینی VaR بوت‌استرپ شده $\hat{k}_\lambda^{(b)}(h, T)$ می‌توانند برای ایجاد توزیع تجربی تخمین‌زننده نقطه‌ای \hat{k}_λ ، با تابع توزیع تجربی که به صورت زیر قابل محاسبه است مورد استفاده قرار بگیرند:

$$\hat{F}_{\hat{k}}(x; \lambda, h, T) = \frac{1}{B+1} \sum_{b=0}^B \varphi_{(-\infty, x)}(\hat{k}_\lambda^{(b)}(h, T))$$

φ تابع علامت است. مدل (۱ و ۱)-GARCH(۱) با توزیع t نیز به منظور برآورد در نظر گرفته شده است. در این مدل تخمین VaR به صورت زیر محاسبه شده است:

$$\hat{k}_\lambda = \hat{k}_\lambda(h, T) = \hat{\mu}_{T+h} + \hat{\sigma}_{T+h} F_t^{-1}(\lambda; \hat{\nu})$$

که در آن $F_t^{-1}(\lambda; \nu)$ ، نشان‌دهنده معکوس تابع توزیع تجمعی توزیع t با ν درجه آزادی است.

۲-۲- تصحیح تورش پیش‌بینی‌های VaR

در این مرحله با به کارگیری توزیع‌های VaR به دست آمده در مرحله قبل و استفاده از یک روش نسبتاً ساده و مفهومی سعی شده است تورش تخمین‌زننده‌های VaR را برطرف، و تا حد امکان به تخمین‌های دقیق‌تری از این معیار دست یافت. با توجه به تعریف VaR، یک معیار بدیهی برای این تصحیح، فراوانی شکست‌های (استثنائات^۱) مشاهده شده می‌باشد. در یک سطح احتمال مشخص λ ، فراوانی مشاهده شده شکست‌ها $\hat{\lambda}$ ، برای مجموعه‌ای از پیش‌بینی‌های VaR، که از مدل GARCH نرمال، در بازه زمانی η_1 و η_2 به دست آمده‌اند و با در نظر گرفتن بازده واقعی منطبق با مقدار VaR، به صورت زیر قابل محاسبه خواهند بود:

$$\hat{\lambda} = \frac{1}{\eta_2 - \eta_1 + 1} \sum_{t=\eta_1}^{\eta_2} \varphi_{(-\infty, \hat{k}(t))}(r_{t+h}), \quad \hat{k}(t) = \hat{k}_\lambda(h, t)$$

^۱. Exceptions

اگر پیش‌بینی‌های VaR، که از مدل GARCH نرمال (و یا t استیودنت) به دست آمده‌است، تمایل به بیشتر برآورد کردن (کمتر برآورد کردن) ریسک داشته باشد، فراوانی مشاهده‌شده شکست‌ها کمتر از (بیشتر از) سطح واقعی ریسک (λ) خواهد بود. بنابراین هدف از اصلاح تورش VaR، مشخص کردن کوانتایلی از توزیع‌های VaR گذشته است که باعث شود فراوانی مشاهده شده از شکست‌های VaR، با سطح در نظر گرفته شده ریسک (تا آن جا که ممکن است) منطبق باشد.

اگر مجموعه تخمین‌های بوت‌استرپ و مرتب شده VaR، به اضافه VaR اصلی حاصل از مدل GARCH ($\hat{k}_\lambda^{(0)}(h, t)$) برای یک روز بعد در سطح احتمال λ و در زمان t با طول $(B+1)$ را به صورت $\{k_\lambda^{[b]}(h, t)\}_{b=0}^B$ نشان دهیم، تعیین کوانتایل صحیح از توزیع VaR معادل است با مشخص کردن بزرگ‌ترین اندیس b که به صورت b^* نشان داده شده‌است. به این ترتیب برای مجموعه VaR‌های منطبق با این اندیس $\{k_\lambda^{[b^*]}(h, t)\}_{t=\eta_1}^{\eta_2}$ فراوانی مشاهده شده از شکست‌ها، کمتر یا مساوی سطح ریسک تعیین شده λ می‌باشد. به منظور اجرای این فرآیند به تعداد مشخصی از توزیع‌های VaR گذشته نیاز داریم، که پیش از تخمین VaR اصلی مورد نظر، قرار دارند. بنابراین یک شیوه^۱ پنجره متحرک^۱ برای یافتن کوانتایل صحیح توزیع VaR در نظر گرفته شده‌است. این شیوه، شامل L تعداد ثابت، از توزیع‌های پیش‌بینی VaR قبلی است که برای محاسبه کوانتایل صحیح به منظور برآورد آتی، با سطح احتمال مشخص در زمان T مورد استفاده قرار می‌گیرد. کوانتایل مورد نظر بدین صورت مشخص می‌شود:

$$b^* = \max\{b : b \in \{0, 1, \dots, B\}\}$$

¹. Moving Window

$$s. t. \frac{1}{L} \sum_{t=T-L-h+1}^{T-h} \varphi_{(-\infty, \hat{k}^{[b]}(h,t))}(r_{t+h}) \leq \lambda.$$

بنابراین b^* ، نشان‌دهنده بیشترین کوانتایل L توزیع VaR امکان‌پذیر است که در آن مجموعه پیش‌بینی‌های معادل VaR، $\{k_{\lambda}^{[b^*]}(h, t)\}$ ، باعث می‌شوند، فراوانی شکست‌های VaR برابر با (یا به صورت جزئی کمتر از) سطح ریسک در نظر گرفته شده λ باشند.

در این تحقیق L معادل ۱۲۵ و ۲۵۰ روز کاری در طول یک سال فرض شده‌است. مقدار L ثابت در نظر گرفته شده‌است، به این مفهوم که در هر مرحله قدیمی‌ترین توزیع VaR از محاسبه کوانتایل پیشین کنار گذاشته می‌شود، و جدیدترین توزیع به فرآیند اصلاح تورش اضافه می‌شود. انتخاب L بیشتر یک مساله تجربی است، و بر اساس تبادل میان تورش و واریانس انجام می‌پذیرد چرا که فرآیند تولید داده‌ها در طول زمان متغیر است این مساله منجر به شکل‌گیری مطالعات شبیه‌سازی فراوانی در زمینه تعیین مقدار بهینه برای پارامتر L شده‌است، اما این مطالعات، تنها برای بخشی خاص، از مجموعه داده‌هایی مشخص معتبر است (هارتز و همکاران، ۲۰۰۶).

۳- برآورد تجربی و ارزیابی عملکرد مدل‌ها در تخمین VaR

۳-۱- توصیف آماری داده‌ها

داده‌های تحقیق شامل ۳۵۰۰ داده روزانه از تاریخ ۱۳۷۳/۰۶/۱۲ تا ۱۳۸۷/۱۲/۲۸ مربوط به شاخص قیمت سهام بورس تهران می‌باشند. بازدهی روزانه به صورت بازده مرکب پیوسته، محاسبه شده‌است. $r_t = (p_t - p_{t-1}) \times 100$ که در آن p_t برابر با، $\ln(P_t)$ و مقدار شاخص قیمت بورس در زمان t است.

جدول ۱ ویژگی‌های آماری سری زمانی شاخص مورد نظر را نمایش می‌دهد. معیار کشیدگی، نشان‌دهنده کشیدگی بیشتر نسبت به توزیع نرمال، و پهن دنباله بودن تابع توزیع احتمال تجربی شاخص مورد نظر می‌باشد. آماره آزمون جارک-برا^۱، برابر $۵۲۴۵۵/۲۹$ است، و بنابراین فرض صفر مبنی بر نرمال بودن توزیع بازده رد می‌شود. مقدار آماره باکس-یونگ^۲، با ده و دوازده وقفه، از کوانتایل بحرانی چپ دو در سطح معناداری ۵٪ بیشتر می‌باشد و فرضیه صفر مبنی بر نوفه سفید^۳ بودن بازدهی رد می‌شود.

جدول (۱) ویژگی‌های سری زمانی بازده شاخص بورس سهام تهران در بازه زمانی ۱۳۷۳/۰۶/۱۲ تا ۱۳۸۷/۱۲/۲۸

ویژگی‌های آماری	شاخص قیمت کل	نتایج آزمون‌ها	شاخص قیمت کل	
تعداد مشاهدات	۳۵۰۰	آماره جارک-برا	۵۲۴۵۵/۲۹	
میانگین	۰/۰۸۳۲	آماره ADF	-۳۹/۳۹۴۱	
ماکزیمم	۵/۰۹۲۴	آماره PP	-۳۹/۳۹۴۱	
مینیمم	-۵/۴۵۰۳	آماره آزمون: ARCH(۱۰)	۱۷۱/۰۶	
انحراف معیار	۰/۴۸۸۸		مربع بازده	بازده
چولگی	۰/۴۰۳۴	آماره Q(۱۰)-آزمون Box-Ljung	۱۸۴۰	۳۱۳/۱۶
کشیدگی	۲۱/۹۴۸۴	آماره Q(۱۲)-آزمون Box-Ljung	۲۰۶۶/۸	۳۶۷/۹۶

^۱. Jerque-Bra Test

^۲. Box-Ljung

^۳. White Noise

مقدار آماره آزمون انگل (۱۹۸۲) با ده وقفه ۰۶/۱۷۱، از مقدار بحرانی تابع نمونه‌ای کای دو، در سطح معناداری ۵٪ بیشتر می‌باشد و فرضیه صفر نبود ناهمسانی شرطی رد می‌شود. با توجه به آماره دیکی - فولر (ADF) فرضیه صفر مبنی بر وجود ریشه واحد رد می‌شود و مانایی برقرار است. آماره آزمون PP یا آزمون فیلیپس پرون^۱ (۱۹۸۸) برابر ۳۹/۳۹۴۱- است. در نتیجه فرض صفر مبنی بر وجود ریشه واحد بار دیگر رد می‌شود.

۳-۲- تحلیل تجربی

به منظور برآورد تجربی در تمامی مدل‌ها افق زمانی یک روز، طول دوره تخمین $T=1000$ و طول دوره خارج نمونه^۲ $P=2000$ ، مفروض است. آخرین پیش‌بینی VaR در تمامی مدل‌ها مربوط به روز ۱۳۸۷/۱۲/۲۸ می‌باشد. برای استخراج توزیع VaR، $B=1000$ بار فرآیند پیش‌بینی VaR انجام شده است. با توجه به این که با استفاده از روش اصلاح تورش اولین برآورد VaR مربوط به روز ۱۳۷۹/۰۹/۰۹ از مجموع ۳۵۰۰ مشاهده است، به منظور اجرای آزمون‌های ارزیابی عملکرد در سایر مدل‌ها نیز برآورد VaR و بازدهی معادل آن دقیقاً از همین روز در نظر گرفته شده است.

شکل ۱ نمونه‌ای از توزیع پیش‌بینی VaR را با در نظر گرفتن مدل (۱ا) AR-GARCH(۱) - (۱) نرمال و به کارگیری فرآیند بوت‌استرپ برای شاخص TEPIX نشان می‌دهد. قسمت بالای شکل مربوط به هزارمین توزیع پیش‌بینی VaR و بخش پایینی آن مربوط به آخرین توزیع پیش‌بینی VaR می‌باشد، خطوط عمودی نشان‌دهنده برآورد VaR به کمک مدل (۱ا) AR-GARCH(۱) - (۱) نرمال معمولی (\hat{k}^0) است.

با توجه به شکل ۱ کاملاً مشخص است که برای سطوح احتمال شکست کمتر، ریسک پیش‌بینی VaR افزایش می‌یابد. برآورد VaR به کمک مدل (۱ا) AR-GARCH(۱) -

^۱. Philips-Perron

^۲. Out-of-sample

نرمال معمولی لزوماً با مد توزیع پیش‌بینی VaR منطبق نیست، اما همواره نزدیک به میانه این توزیع است.

به منظور درک بهتر کارکرد فرآیند اصلاح تورش، شکل ۲ کوآنتایل‌های بهینه، $b^*/(B+1)$ ، را برای احتمالات شکست ۱۰٪، ۵٪، و ۱٪ در طول دوره زمانی پیش‌بینی نمایش می‌دهد. قسمت بالایی (پایینی) شکل مربوط به اندازه پنجره متحرک $L=125$ ($L=250$) می‌باشد. از آنجا که پنجره کوچکتر، از رویداد یک شکست از VaR برآورد شده در طول خود بیشتر متاثر می‌شود، واریانس کوآنتایل‌های بهینه برای پنجره کوچکتر بیشتر است. کوآنتایل‌های بهینه از نوسان قابل ملاحظه‌ای برخوردار هستند. بنابراین، در حالی که برآورد VaR با استفاده از مدل GARCH نرمال معمولی (\hat{k}^0) نزدیک به میانه توزیع پیش‌بینی VaR قرار دارد، این نوسانات نشان‌دهنده زمان‌هایی است که برآورد VaR احتمال شکست را بیش از حد و یا کمتر از حد تخمین زده است. بنابراین، به منظور ارزیابی صحت مدل‌ها از الگوی ارائه شده توسط کریستوفرسن (۲۰۰۳) استفاده می‌شود.

با در نظر گرفتن پیش‌بینی VaR، $\hat{k}_\lambda(1, t)$ ، برای یک افق زمانی یک روزه، و بازده واقعی مشاهده شده r_{t+1} ، مجموعه صفر و یک^۱ که نشان‌دهنده وجود یا عدم وجود شکست‌های VaR می‌باشد به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$I_{t+1} = \varphi_{(-\infty, \hat{k}_\lambda(1, t))}(r_{t+1})$$

و $T_1 = \sum_{t=1}^T I_{t+1}$ تعداد شکست‌ها، و $T_0 = T - T_1$ تعداد عدم شکست‌ها و

احتمال شکست تجربی به صورت $\hat{\lambda} = T^{-1} \sum_{t=1}^T I_{t+1} = T_1/T$ محاسبه شده است.

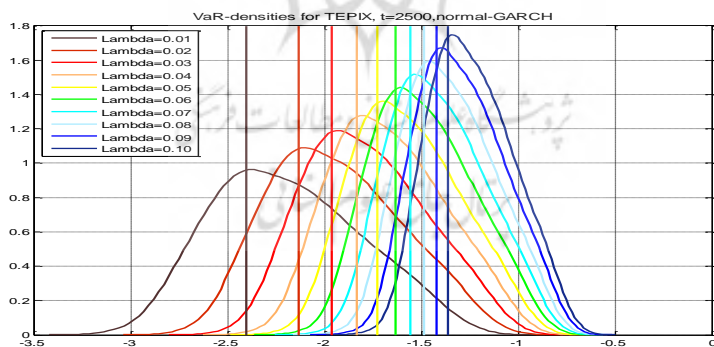
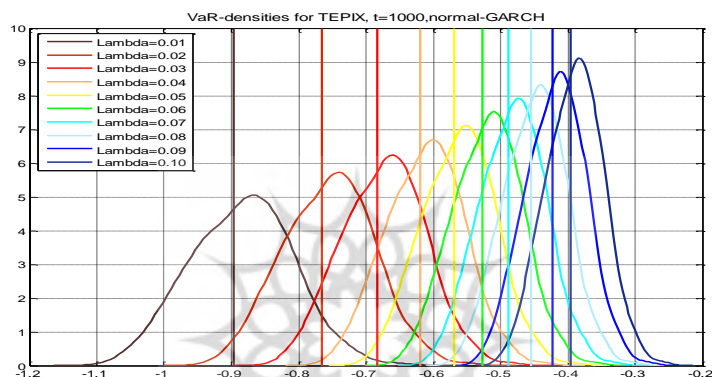
^۱. Boolean Sequence

برای یک مدل پیش‌بینی VaR صحیح، انتظار داریم مجموعه شکست‌ها I_{t+1} به صورت زیر باشد:

$$H_0: I_{t+1} \stackrel{iid}{\sim} \text{Bernoulli}(\lambda)$$

شکل (۱) توزیع پیش‌بینی VaR برای هزارمین و آخرین پیش‌بینی VaR، به کمک مدل (۱) و

AR (۱)-GARCH نرمال



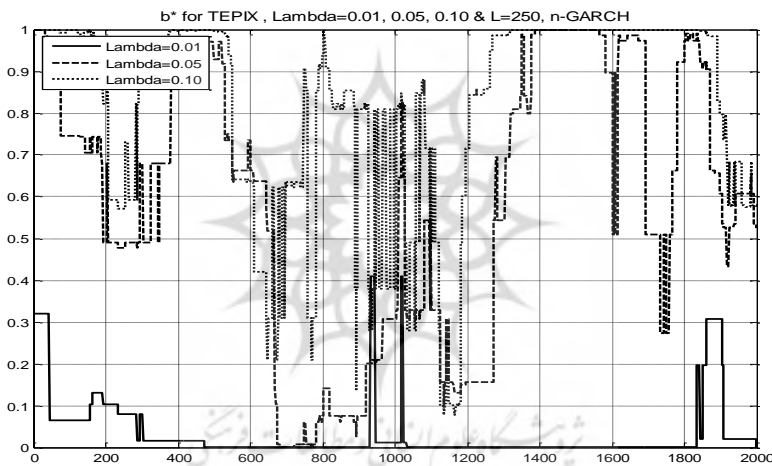
آزمون این فرض صفر همانطور که کریستوفرسن (۱۹۹۸) نشان داد، شامل دو بخش است. بخش اول شامل آزمون پوشش غیرشرطی، و بخش دوم بررسی استقلال شکست‌ها می‌باشد. برای آزمون بخش اول مقدار تابع درست‌نمایی به صورت زیر محاسبه شده‌است:

$$L(\lambda) = \prod_{t=1}^T (1 - \lambda)^{(1-I_{t+1})} \lambda^{I_{t+1}} = (1 - \lambda)^{T_0} \lambda^{T_1}$$

مقدار تابع راست‌نمایی مشاهده شده نیز از طریق $L(\hat{\lambda}) = (1 - \hat{\lambda})^{T_0} \hat{\lambda}^{T_1}$ به دست

آمده‌است. برای P_{un} ‌های کوچکتر از سطح معناداری مورد نظر، فرض صفر رد شده‌است.

شکل (۲) کوآنتایل بهینه، $b^*/(B + 1)$ ، برای توزیع VaR با فرض مدل (۱و۱)

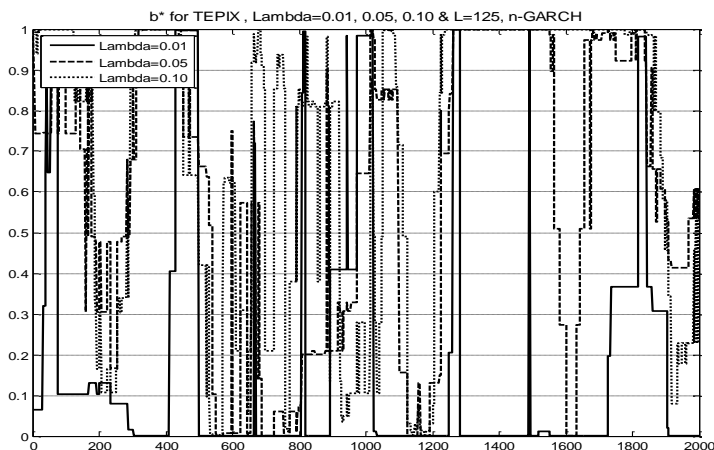


AR(۱)GARCH نرمال، $L=۱۲۵$ و $L=۲۵۰$

$$LR_{un} = -2 \ln[L(\lambda)/L(\hat{\lambda})] \sim \chi_1^2, \quad P_{un} = 1 - F_{\chi_1^2}(LR_{un})$$

برای آزمون استقلال I_{t+1} ، از روش کریستوفرسن (۱۹۹۸) استفاده شده‌است. λ_{ij} ‌ها نسبت‌هایی هستند که توسط $\lambda_{ij} = \text{prop}(I_t = i, I_{t+1} = j)$ و $i, j = 0, 1$ به دست می‌آیند.

$$\hat{\lambda}_{01} = \frac{T_{01}}{T_{00} + T_{01}} \quad \text{و} \quad \hat{\lambda}_{11} = \frac{T_{11}}{T_{10} + T_{11}}$$



$\hat{\lambda}_{01}$: احتمال تجربی این که یک عدم شکست با شکست دیگری در روز بعد دنبال شود. بنابراین تابع راست‌نمایی تحت فرض صفر ($\hat{\lambda}_{01} = \hat{\lambda}_{11} = \hat{\lambda}$) به صورت $L(\hat{\lambda}) = (1 - \hat{\lambda})^{T_0} \hat{\lambda}^{T_1}$ می‌باشد، و تابع راست‌نمایی مشاهده شده به این صورت محاسبه شده‌است:

$$L(\hat{\Lambda}) = (1 - \hat{\lambda}_{01})^{T_{00}} \hat{\lambda}_{01}^{T_{01}} (1 - \hat{\lambda}_{11})^{T_{10}} \hat{\lambda}_{11}^{T_{11}}$$

$$\Lambda = \begin{bmatrix} \lambda_{00} & \lambda_{01} \\ \lambda_{10} & \lambda_{11} \end{bmatrix}$$

$$LR_{ind} = -2\ln[L(\hat{\lambda})/L(\hat{\Lambda})] \sim \chi_1^2, \quad P_{ind} = 1 - F_{\chi_1^2}(LR_{ind})$$

آماره آزمون نسبت درست‌نمایی و p-value آن در آزمون پوشش شرطی که از ترکیب دو آماره آزمون‌های پوشش غیر شرطی و استقلال به دست می‌آید، به صورت زیر محاسبه شده‌است:

$$LR_{cc} = LR_{un} + LR_{ind} \sim \chi_2^2, \quad P_{cc} = 1 - F_{\chi_2^2}(LR_{cc})$$

مقایسه مدل‌ها بر اساس مقدار p-value سه آماره توضیح داده شده انجام شده‌است، و مدلی که از p-value بالاتری برخوردار است مطلوب‌تر خواهد بود.

p-value هر یک از آزمون‌های پوشش غیرشرطی، استقلال و پوشش شرطی برای مدل‌های شبیه‌سازی تاریخی و FHS در جدول ۲ مشخص شده‌است. نتایج پوشش شرطی نشان‌دهنده آن است که مقدار p-value در کلیه سطوح احتمال کمتر از ۱۰٪ می‌باشد (در مورد کوآنتایل‌های ۹٪ و ۱۰٪ مقدار آماره آزمون پوشش قابل محاسبه نمی‌باشد و مدل قادر به برآورد ریسک نمی‌باشد).

این نتایج، نشان‌دهنده عدم کفایت مدل شبیه‌سازی تاریخی در برآورد تخمین‌های مناسب از VaR می‌باشد.

با اجرای روش شبیه‌سازی تاریخی فیلتر شده (FHS) بهبود نتایج نسبت به روش HS مشهود است. در این روش p-value آزمون غیر شرطی در هیچ یک از ده کوآنتایل در نظر گرفته شده کمتر از ۱۰٪ نمی‌باشد. در مورد نتایج آزمون بررسی استقلال شکست‌ها نیز مقدار p-value در ۷ (۶) مورد زیر ۱۰٪ (۵٪) می‌باشد. نتایج آزمون پوشش شرطی نیز با کمی اختلاف تقریباً مشابه آزمون استقلال می‌باشد، به طوری که در ۶ (۵) مورد مقدار p-value کمتر از ۱۰٪ (۵٪) می‌باشد. بنابراین، روش FHS از قابلیت ارائه برآوردهای دقیق‌تری از VaR در مقایسه با روش HS برخوردار است.

در ادامه به بررسی توانایی مدل اصلاح تورش، بر بهبود نتایج پیش‌بینی VaR با استفاده از مدل GARCH نرمال می‌پردازیم. مقایسه نتایج پیش‌بینی مدل پارامتریک برآورد VaR با فرآیند اصلاح تورش با فرض $L=125$ نشان می‌دهد که تنها در دو مورد از مجموع ده λ در نظر گرفته شده P_{un} (p-value آزمون غیر شرطی) نسبت به مدل GARCH نرمال کاهش می‌یابد. در سه (دو) مورد برای برآورد VaR اصلاح شده مقدار p-value کمتر از سطح معنی‌داری ۱۰٪ (۵٪) است.

جدول (۲) نتایج اجرای آزمون‌های ارزیابی عملکرد در ارزیابی دقت مدل‌های شبیه‌سازی تاریخی و فیلتر

λ	۰/۰۱	۰/۰۲	۰/۰۳	۰/۰۴	۰/۰۵	۰/۰۶	۰/۰۷	۰/۰۸	۰/۰۹	۰/۱	
$\hat{\lambda}_{HS}$	/۰۱۶۵	/۰۲۹۵	/۰۴۶۰	/۰۶۲۰	/۰۷۵۵	/۰۹۳۰	/۱۰۲۵	/۱۱۴۵	/۱۲۷۰	/۱۳۹۵	
$\hat{\lambda}_{FHS}$	/۰۱۲۵	/۰۲۲۰	/۰۲۹۰	/۰۴۱۵	/۰۵۲۵	/۰۶۲۰	/۰۷۲۰	/۰۷۹۰	/۰۸۷۵	/۰۹۸۰	
P_{un}											***/**
$\hat{\lambda}_{HS}$	/۰۰۷۶	/۰۰۴۶	/۰۰۰۹	/۰۰۰۳	/۰۰۰۱	/۰۰۰۷	/۰۰۰۸	/۰۰۰۷	NaN	NaN	/۱۰/۱۰
$\hat{\lambda}_{FHS}$	/۲۷۹۴	/۵۲۹۴	/۷۹۲۱	/۷۳۳۶	/۶۱۰۷	/۷۰۷۹	/۷۲۷۱	/۸۶۸۸	/۶۹۴۸	/۷۶۴۹	۰/۰/۰
P_{ind}											
$\hat{\lambda}_{HS}$	/۰۰۰۴	/۰۰۰۳	/۰۰۰۲	/۰۰۰۰	/۰۰۰۰	/۰۰۰۰	/۰۰۰۰	/۰۰۰۰	/۰۰۰۰	/۰۰۰۰	/۱۰/۱۰
$\hat{\lambda}_{FHS}$	/۳۱۳۸	/۳۳۴۲	/۷۳۰۳	/۰۷۲۴	/۰۲۵۹	/۰۰۱۵	/۰۰۰۱	/۰۰۰۸	/۰۰۰۶	/۰۰۰۱	۷/۶/۵
P_{cc}											
$\hat{\lambda}_{HS}$	/۰۰۰۷	/۰۰۰۴	/۰۰۰۰	/۰۰۰۰	/۰۰۰۰	/۰۰۰۰	/۰۰۰۰	/۰۰۰۰	/۰۰۰۰	/۰۰۰۰	/۱۰/۱۰
$\hat{\lambda}_{FHS}$	/۳۳۵۵	/۵۱۴۸	/۹۱۰۹	/۱۸۸۰	/۰۷۳۶	/۰۰۶۱	/۰۰۰۹	/۰۰۰۶	/۰۰۰۵	/۰۰۰۱	۶/۵/۵

f: احتمال شکست مفروض، $\hat{\lambda}_{HS}$: احتمال شکست تجربی در مدل شبیه‌سازی تاریخی، $\hat{\lambda}_{FHS}$: احتمال شکست تجربی در مدل شبیه‌سازی تاریخی فیلتر شده، P_{un} (P_{cc} و P_{ind}): احتمال مشاهده نمونه‌ای با آماره آزمون پوشش غیر شرطی بزرگ‌تر (آماره آزمون استقلال و آماره آزمون پوشش شرطی) و $***/**$: تعداد p-value های کمتر از ۰/۱/۰/۰۵/۰/۱ و NaN: آماره مورد نظر قابل محاسبه نمی‌باشد.

در مورد برآوردهای VaR معمولی پنج (پنج) p-value کمتر از ۱۰٪ (۵٪) ملاحظه می‌شود. با در نظر گرفتن $L=250$ ملاحظه می‌شود که تنها در دو مورد از مجموع ده λ در نظر گرفته شده P_{un} نسبت به مدل GARCH نرمال کاهش می‌یابد، در دو (یک) مورد برای برآورد VaR اصلاح شده مقدار p-value کمتر از سطح معنی‌داری ۱۰٪ (۵٪) است. بررسی استقلال استثنائات در طول زمان نشان‌دهنده آن است که فرض استقلال

شکست‌ها در هر دو مدل برآورد VaR پارامتریک و اصلاح تورش رد نخواهد شد. بنابراین، رخداد شکست‌ها در هر دو حالت از الگوی منظمی برخوردار نمی‌باشد.

بررسی آماره آزمون پوشش شرطی نیز نشان‌دهنده آن است که، با فرض $L=125$ تنها در یک مورد از مجموع ده سطح احتمال در نظر گرفته شده P_{CC} (p-value آزمون شرطی) در مدل اصلاح تورش نسبت به مدل GARCH نرمال کاهش می‌یابد. در یک (یک) مورد برای برآورد VaR اصلاح شده مقدار p-value کمتر از سطح معنی‌داری $10\% (0.05)$ است. در مورد برآوردهای VaR معمولی پنج (چهار) p-value کمتر از $10\% (0.05)$ ملاحظه می‌شود. با فرض $L=250$ در سه مورد از مجموع ده λ در نظر گرفته شده P_{CC} نسبت به مدل GARCH نرمال کاهش می‌یابد، در یک (یک) مورد برای برآورد VaR اصلاح شده مقدار p-value کمتر از سطح معنی‌داری $10\% (0.05)$ است.

جدول (۳) نتایج اجرای آزمون‌ها برای مدل (۱) AR-GARCH(۱) و مدل اصلاح شده

λ	۰/۰۱	۰/۰۲	۰/۰۳	۰/۰۴	۰/۰۵	۰/۰۶	۰/۰۷	۰/۰۸	۰/۰۹	۰/۱	
$\hat{\lambda}_N$	۰/۰۲۴۵	۰/۰۲۹۵	۰/۰۳۳۵	۰/۰۳۸۰	۰/۰۴۵۵	۰/۰۵۶۰	۰/۰۶۲۰	۰/۰۶۸۰	۰/۰۷۴۵	۰/۰۸۰۵	
$\hat{\lambda}_{125}^*$	۰/۰۱۸۰	۰/۰۲۶۵	۰/۰۳۱۵	۰/۰۴۷۵	۰/۰۵۵۵	۰/۰۶۳۰	۰/۰۶۹۵	۰/۰۸۲۵	۰/۰۹۰۰	۰/۰۹۹۵	
$\hat{\lambda}_{250}^*$	۰/۰۱۵۵	۰/۰۲۶۰	۰/۰۳۳۵	۰/۰۴۵۰	۰/۰۵۳۵	۰/۰۶۵۵	۰/۰۷۷۰	۰/۰۸۷۵	۰/۰۹۵۵	۰/۱۰۶۰	
P_{un}											*/**/**
$\hat{\lambda}_N$	۰/۰۰۰۳	۰/۰۰۴۶	۰/۰۳۶۷۶	۰/۰۶۴۵۴	۰/۰۳۴۸۷	۰/۰۴۴۶۵	۰/۰۱۵۳۲	۰/۰۰۴۲۷	۰/۰۱۲۸	۰/۰۰۲۷	۵/۵/۳
$\hat{\lambda}_{125}^*$	۰/۰۰۱۲	۰/۰۴۷۸	۰/۰۶۹۶۴	۰/۰۹۶۱	۰/۰۲۶۷۱	۰/۰۵۷۵۱	۰/۰۹۳۰۱	۰/۰۶۸۱۷	۱	۰/۰۹۴۰۵	۳/۲/۱
$\hat{\lambda}_{250}^*$	۰/۰۰۲۲۲	۰/۰۶۶۸	۰/۰۳۶۷۶	۰/۰۲۶۳۰	۰/۰۴۷۷۴	۰/۰۳۰۷۰	۰/۰۲۲۶۷	۰/۰۲۲۲۷	۰/۰۳۹۴۳	۰/۰۳۷۵۳	۲/۱/۰
P_{ind}											
$\hat{\lambda}_N$	۰/۰۴۷۱۴	۰/۰۷۵۳۱	۰/۰۷۵۴۳	۰/۰۵۲۳۶	۰/۰۲۰۹۸	۰/۰۶۴۹۷	۰/۰۷۰۶۴	۰/۰۴۷۸۶	۰/۰۴۷۲۹	۰/۰۴۶۶۷	۰/۰/۰
$\hat{\lambda}_{125}^*$	۰/۰۶۴۹۳	۰/۰۶۶۲۷	۰/۰۸۰۰۱	۰/۰۶۸۵۱	۰/۰۷۳۰۰	۰/۰۷۱۷۷	۰/۰۶۵۶۳	۰/۰۵۲۲۵	۰/۰۴۵۱۷	۰/۰۶۱۶۴	۰/۰/۰
$\hat{\lambda}_{250}^*$	۰/۰۳۱۵۴	۰/۰۶۹۰۲	۰/۰۵۷۴۵	۰/۰۷۶۰۶	۰/۰۳۸۵۴	۰/۰۶۶۹۶	۰/۰۶۲۷۳	۰/۰۶۶۱۹	۰/۰۶۵۰۷	۰/۰۳۴۶۴	۰/۰/۰
P_{CC}											
$\hat{\lambda}_N$	۰/۰۰۰۲	۰/۰۰۱۷۰	۰/۰۶۳۴۵	۰/۰۷۳۴۰	۰/۰۲۹۳۶	۰/۰۶۷۵۱	۰/۰۳۳۵۹	۰/۰۰۹۹۸	۰/۰۰۳۴۸	۰/۰۰۰۸۶	۵/۴/۲
$\hat{\lambda}_{125}^*$	۰/۰۰۰۴۹	۰/۰۱۲۸۳	۰/۰۸۹۷۵	۰/۰۲۳۰۷	۰/۰۵۰۸۹	۰/۰۸۰۰۵	۰/۰۹۰۲۲	۰/۰۷۴۹۳	۰/۰۷۵۳۴	۰/۰۸۷۹۶	۱/۱/۱
$\hat{\lambda}_{250}^*$	۰/۰۰۴۴۱	۰/۰۱۷۲۲	۰/۰۵۶۹۲	۰/۰۵۱۰۲	۰/۰۵۲۳۱	۰/۰۵۴۱۹	۰/۰۴۲۸۱	۰/۰۴۳۳۱	۰/۰۶۲۸۰	۰/۰۴۳۳۳	۱/۱/۰

λ : احتمال شکست مفروض، $\hat{\lambda}_N$: احتمال شکست تجربی در مدل

AR(۱)-GARCH(۱) نرمال، $\hat{\lambda}_{125}^*$: احتمال شکست تجربی در حالت

(۱و۱) AR(۱)-GARCH(۱و۱) نرمال با فرض $L=125$ ، λ_{250}^* : احتمال شکست تجربی در حالت (۱و۱) AR(۱)-GARCH(۱و۱) نرمال با فرض $L=250$ ، و P_{un} (P_{cc} و P_{ind}): احتمال مشاهده نمونه‌ای با آماره آزمون پوشش غیر شرطی بزرگ تر (آماره آزمون استقلال و آماره آزمون پوشش شرطی) و $***/*/*/*$: تعداد p-value های کمتر از ۰/۱/۰/۰۵/۰/۰۱.

بنابراین، نتایج آزمون پوشش شرطی موید آن است که، با وجود کاهش p-value در برخی از موارد، در سطوح احتمال نهایی که برآورد پارامتریک VaR از عملکرد مطلوبی برخوردار نیست به کارگیری فرآیند اصلاح تورش VaR منجر به بهبود نتایج گشته است.

بررسی نتایج آزمون پوشش شرطی نشان‌دهنده آن است که مدل FHS در سطوح احتمال ۱٪ و ۲٪ که در مدل پارامتریک GARCH نرمال فرض صفر رد می‌شود از عملکرد مطلوب تری برخوردار است. اما در سایر سطوح احتمال، عملکرد مدل پارامتریک GARCH نرمال به طور نسبی مطلوب تر است. بررسی جداول ۳ و ۴ و مقایسه نتایج آزمون آزمون پوشش شرطی نشان‌دهنده برتری مدل GARCH نرمال نسبت به مدل t -GARCH می‌باشد. در پنج (چهار) مورد برای مدل GARCH نرمال، مقدار p-value کمتر از سطح معنی‌داری ۱۰٪ (۰/۰۵) است. با این وجود در ده (ده) مورد برای برآورد VaR مدل t -GARCH، مقدار p-value کمتر از سطح معنی‌داری ۱۰٪ (۰/۰۵) است.

بنابراین، با تعمیم نتایج می‌توان گفت عملکرد مدل GARCH نرمال تصحیح شده از سایر مدل‌های HS، FHS و GARCH نرمال و t -GARCH مطلوب تر است.

جدول (۴) نتایج اجرای آزمون‌ها برای مدل (۱) t -AR(1)-GARCH و مدل اصلاح شده

λ	۰/۰۱	۰/۰۲	۰/۰۳	۰/۰۴	۰/۰۵	۰/۰۶	۰/۰۷	۰/۰۸	۰/۰۹	۰/۱	
$\hat{\lambda}_t$	۰/۰۲۱۰	۰/۰۳۱۰	۰/۰۴۰۵	۰/۰۵۲۵	۰/۰۶۵۰	۰/۰۷۶۵	۰/۰۸۷۵	۰/۰۹۵۵	۰/۱۰۶۰	۰/۱۱۳۵	
$\hat{\lambda}_{125}^*$	۰/۰۱۵۰	۰/۰۲۲۵	۰/۰۳۴۰	۰/۰۴۹۰	۰/۰۵۷۵	۰/۰۶۸۰	۰/۰۷۴۰	۰/۰۹۲۰	۰/۰۹۹۵	۰/۱۰۵۰	
$\hat{\lambda}_{250}^*$	۰/۰۱۳۵	۰/۰۲۵۵	۰/۰۳۵۵	۰/۰۴۷۰	۰/۰۵۵۰	۰/۰۷۲۰	۰/۰۷۹۵	۰/۰۹۲۵	۰/۱۰۰۵	۰/۱۱۲۰	
P_{un}											*/**/**
$\hat{\lambda}_t$	۰/۰۰۰۱	۰/۰۰۱۱	۰/۰۰۸۹	۰/۰۰۶۴	۰/۰۰۳۲	۰/۰۰۲۸	۰/۰۰۳۱	۰/۰۱۲۹	۰/۰۱۴۸	۰/۰۴۸۳	۱۰/۱۰/۷
$\hat{\lambda}_{125}^*$	۰/۰۳۶۴	۰/۴۳۳۶	۰/۳۰۴۳	۰/۰۴۷۰	۰/۱۳۲۴	۰/۱۳۹۷	۰/۴۸۷۰	۰/۰۵۲۹	۰/۱۴۳۷	۰/۴۵۹۳	۳/۲/۰
$\hat{\lambda}_{250}^*$	۰/۱۳۵۳	۰/۰۹۱۸	۰/۱۶۰۹	۰/۱۱۹۷	۰/۳۱۲۳	۰/۰۲۸۲	۰/۱۰۲۶	۰/۰۴۳۹	۰/۱۰۶۷	۰/۰۷۸۶	۴/۲/۰
P_{ind}											
$\hat{\lambda}_t$	۰/۸۰۹۴	۰/۷۹۶۹	۰/۳۹۹۹	۰/۲۰۳۸	۰/۶۸۶۶	۰/۵۷۱۱	۰/۶۳۹۸	۰/۴۰۶۶	۰/۱۱۸۸	۰/۰۴۲۴	۱/۱/۰
$\hat{\lambda}_{125}^*$	۰/۴۵۹۴	۰/۸۳۰۷	۰/۸۳۲۷	۰/۶۱۱۸	۰/۶۶۷۲	۰/۶۹۹۶	۰/۶۱۴۳	۰/۴۹۲۸	۰/۶۴۵۳	۰/۶۰۲۵	۰/۰/۰
$\hat{\lambda}_{250}^*$	۰/۳۸۱۳	۰/۷۱۷۲	۰/۶۸۵۰	۰/۷۰۶۷	۰/۵۶۵۷	۰/۶۸۴۴	۰/۶۷۳۷	۰/۶۵۸۶	۰/۵۲۵۴	۰/۵۱۸۷	۰/۰/۰
P_{cc}											
$\hat{\lambda}_t$	۰/۰۰۰۹	۰/۰۰۴۸	۰/۰۲۲۹	۰/۰۱۰۸	۰/۰۱۲۰	۰/۰۰۹۸	۰/۰۱۱۲	۰/۰۳۳۳	۰/۰۱۵۲	۰/۰۱۸۲	۱۰/۱۰/۳
$\hat{\lambda}_{125}^*$	۰/۰۸۵۲	۰/۷۱۹۳	۰/۵۵۶۶	۰/۱۲۲۳	۰/۲۹۳۹	۰/۳۱۲۰	۰/۶۹۱۸	۰/۱۲۱۴	۰/۳۰۸۹	۰/۶۶۴۰	۱/۰/۰
$\hat{\lambda}_{250}^*$	۰/۲۲۳۵	۰/۲۲۶۱	۰/۳۴۴۶	۰/۲۷۷۷	۰/۵۰۸۹	۰/۰۸۲۸	۰/۲۴۱۶	۰/۱۱۹۲	۰/۲۲۲۴	۰/۱۷۳۰	۰/۰/۰

λ : احتمال شکست مفروض، $\hat{\lambda}_t$: احتمال شکست تجربی در مدل (۱) t -AR(1)-GARCH: $\hat{\lambda}_{125}^*$: احتمال شکست تجربی در حالت (۱) t -AR(1)-GARCH، با فرض $L=125$ و $\hat{\lambda}_{250}^*$: احتمال شکست تجربی در حالت (۱) t -AR(1)-GARCH با فرض $L=250$ ، P_{un} ، $L=250$: احتمال مشاهده نمونه‌ای با آماره آزمون پوشش غیر شرطی بزرگ‌تر (آماره آزمون استقلال و آماره آزمون پوشش شرطی) و $*/**/**$: تعداد p-value های کمتر از ۰/۱/۰/۰۵/۰/۰۱.

در ادامه به بررسی توانایی مدل اصلاح تورش، بر بهبود نتایج پیش‌بینی VaR با استفاده از مدل t -GARCH خواهیم پرداخت. مقایسه نتایج پیش‌بینی مدل پارامتریک برآورد VaR با فرآیند اصلاح تورش با فرض $L=125$ نشان می‌دهد که در کلیه موارد P_{un} نسبت

به مدل t -GARCH افزایش می‌یابد. در سه (دو) مورد برای برآورد VaR اصلاح شده با $L=125$ مقدار p -value کمتر از سطح معنی‌داری 10% است. در مورد برآوردهای VaR معمولی ده (ده) p -value کمتر از 10% ملاحظه می‌شود.

با فرض $L=250$ در همه موارد، P_{un} نسبت به مدل t -GARCH افزایش می‌یابد. در چهار (دو) مورد برای برآورد VaR اصلاح شده با $L=250$ مقدار p -value کمتر از سطح معنی‌داری 10% است.

بررسی استقلال استثنائات VaR در طول زمان نشان‌دهنده آن است که، در یک مورد برای برآورد VaR مدل t -GARCH، مقدار p -value کمتر از سطح معنی‌داری 10% است. با فرض $L=125$ و 250 ، فرض استقلال شکست‌ها در کلیه سطوح پذیرفته خواهد شد و بنابراین، رخداد شکست‌ها در هر دو حالت از الگوی منظمی برخوردار نمی‌باشد. بررسی آماره آزمون پوشش شرطی نیز نشان‌دهنده آن است که، با فرض $L=125$ در کلیه موارد P_{CC} در مدل اصلاح تورش نسبت به مدل t -GARCH افزایش می‌یابد.

در یک مورد برای برآورد VaR اصلاح شده با $L=125$ مقدار p -value کمتر از سطح معنی‌داری 10% است. در مورد برآوردهای VaR معمولی ده (ده) p -value کمتر از 10% ملاحظه می‌شود. با فرض $L=250$ در کلیه موارد P_{CC} نسبت به مدل t -GARCH افزایش می‌یابد و در هیچ یک از موارد مقدار p -value کمتر از 10% نمی‌باشد. بنابراین با توجه به نتایج پوشش شرطی می‌توان گفت، مدل به کار گرفته شده توانسته است منجر به بهبود نتایج برآورد VaR، با در نظر گرفتن مدل t -GARCH شود. در مورد داده‌های مورد بررسی در این تحقیق به کارگیری $L=250$ به طور نسبی از عملکرد بهتری برخوردار بوده است.

۴- نتیجه‌گیری

تحقیق حاضر به بررسی برخی از روش‌های برآورد VaR و استفاده از روش آماری باز نمونه‌گیری بوت استرپ به منظور تصحیح برآورد VaR به دست آمده، با استفاده از روش پارامتریک پرداخته است. در این تحقیق سعی شد ضمن بررسی روش‌های شناخته شده برآورد VaR، مانند روش HS، FHS و روش پارامتریک از روش آماری باز نمونه‌گیری بوت استرپ نیز به منظور رفع تورش برآورد VaR با استفاده از مدل‌های GARCH نرمال و t استیودنت استفاده شود، تا استفاده از این مدل‌ها را که به دلیل عدم ارائه تخمین‌های مناسب از VaR کنار گذاشته شده است احیا کرده، و در عین حال کاستی‌های آن‌ها را در ارتباط با پیش‌بینی VaR برطرف شود.

فرآیند تصحیح تورش VaR، از عملکرد مطلوب‌تری در مقایسه با مدل‌های HS، FHS، GARCH نرمال و t -GARCH برخوردار است. این فرآیند توانایی برآورد VaR مدل GARCH نرمال را حداقل در سطوح احتمال نهایی (دنباله‌ها)، که این مدل از عملکرد مطلوبی برخوردار نمی‌باشد، بهبود داده است و عدم کفایت مدل مذکور را بدین لحاظ جبران کرده است. همچنین باعث افزایش دقت برآوردهای VaR در مورد مدل t -GARCH در بازار بورس تهران شده است. در نهایت، به نظر می‌رسد تحقیقات بیشتر در زمینه به کارگیری مدل‌هایی مانند EGARCH، IGARCH، و یا FIGARCH در مدل مورد بررسی، به لحاظ در نظر گرفتن اثر اهرم مالی و پدیده پایداری شک‌ها می‌تواند راهگشا باشد.

منابع

۱. فدائی نژاد، م و اقبال نیا، م. (۱۳۸۵). طراحی مدلی برای مدیریت ریسک سرمایه گذاری در بورس اوراق بهادار تهران با استفاده از مفهوم ارزش در معرض ریسک. چهارمین کنفرانس بین المللی مدیریت.
۲. شاهمرادی، الف و زنگنه، م. (۱۳۸۶)، محاسبه ارزش در معرض خطر برای شاخص های عمده بورس اوراق بهادار تهران با استفاده از روش پارامتریک. مجله تحقیقات اقتصادی، شماره ۷۹، ص ۱۴۹-۱۲۱.
۳. محمدی، ش، راعی، ر و فیض آباد، آ. (۱۳۸۷)، محاسبه ارزش در معرض خطر پارامتریک با استفاده از مدل های ناهمسانی واریانس شرطی در بورس اوراق بهادار تهران. تحقیقات مالی، شماره ۲۵، ص ۱۲۴-۱۰۹.
۴. شاخص بازده نقدی و قیمت بورس سهام تهران، www.irbourse.com.
5. Alexander, C., (2008). Market risk analysis Value-at-Risk models, John Wiley & Sons, Ltd., England, p: 42.
6. Bams, D., Lehnert, T., Wolff, C. C. P., (2005). An evaluation framework for alternative VaR- models. *J. Int. Money Finance* 24, 944-958.
7. Barone-Adesi, G., Giannopoulos, K., Vosper, L., (1999). VaR without Correlations for Non-Linear Portfolios, *Journal of Futures Markets*, vol. 19. <http://www.gloriamundi.org>.
8. Barone-Adesi, G., and K. Giannopoulos., (2000). 'Non-parametric VaR techniques. Myths and realities.' Mimeo. Università della Svizzera Italiana and City University Business School; and Westminster Business School. November 2000, p. 18.
9. Chrétien, S., Coggins, F., (2010). Performance and conservatism of monthly FHS VaR: An international investigation. *International Review of Financial Analysis* 19, 323-333.

10. Christoffersen, P.F., (1998). Evaluating interval forecasts. *Int. Econ. Rev.* 39 (4), 841-861.
11. Dowd, K., 2005. *Measuring Market Risk*. Second ed. Wiley, New York.
12. Efron, B., Tibshirani, R., (1993). An introduction to the bootstrap. *New York7 Chapman & Hall*.
13. Engle, R., (1982). Autoregressive Conditional Heteroskedasticity with Estimates of the Variance of U.K. Inflation; *Econometrica*; Vol. 50; pp. 987-1008.
14. Giannopoulos, K., Tunaru, R., (2005). Coherent risk measures under filtered historical simulation. *Journal of Banking & Finance* 29, 979-996.
15. Hartz ,C.,Mittnik,S.,Paoella,M., (2006). Accurate value- at- risk forecasting based on the normal-GARCH model. *Comput Statist & Data Anal.*51, 2295-2312.
16. Henderson, A. R., (2005). The bootstrap: A technique for data-driven statistics. Using computer-intensive analyses to explore experimental data. *Clinica Chimica Acta.* 359, 1-26.
17. Hendricks, D., (1996). Evaluation of Value-at-Risk models using historical data. FRBNY Economic Policy Review. April, pp. 39-70.
18. Lee, M-C., Chiu, C-L., Cheng, W-H., (2010). Modeling Value-at-Risk for oil prices using a bootstrapping approach. *Journal of Finance and Economics.* 1450-2887.
19. Nieto, M.R., Ruiz, E., (2010). Bootstrap prediction intervals for VaR and ES in the context of GARCH models. Working Paper. 10-28.
20. Pascual, L., Romo, J., Ruiz, E., (2006). Bootstrap prediction for returns and volatilities in GARCH models. *Comput. Statist. Data Anal.* 50,2293-2312.
21. Pritsker, M., (2006). The hidden dangers of historical simulation. Mimeo. Board of Governors of the Federal Reserve System. April, pp. 22-24.