

# توسعه درک مفهومی اندازه‌گیری حجم در زندگی روزمره از طریق سیستم‌های فعالیت مدل‌سازی

© دکتر ابوالفضل رفیع پور<sup>۱</sup> © کاظم عبدالله پور<sup>۲</sup>

## چکیده:

هدف پژوهش حاضر، توسعه درک مفهومی اندازه‌گیری حجم در زندگی روزمره دانش‌آموزان بوده است. جامعه آماری پژوهش را همه دانش‌آموزان دوره متوسطه اول شهرستان کهنوج استان کرمان تشکیل می‌دادند. نمونه مورد مطالعه، ۶۰ دانش‌آموز دختر از سه پایه هفتم، هشتم و نهم متوسطه اول بودند که با روش نمونه‌گیری هدفمند انتخاب شدند. ابزار گردآوری داده‌ها مشاهده، مصاحبه و بحث‌های کلاسی بود. داده‌های مطالعه طی ۹ ماه گردآوری شدند که منابع آنها شامل ۲ فعالیت مدل‌سازی مربوط به مصرف آب بود. روش‌شناسی پژوهش، مبتنی بر روش‌شناسی کیفی است که در آن برای تحلیل داده‌های کیفی از روش تحلیل نظریه فعالیت استفاده شده است. از آنجایی که نظریه فعالیت، ساختار فعالیت انسان را در قالب سیستم فعالیت بررسی می‌کند و مدل‌سازی ریاضی براساس یک چرخه انجام می‌شود، از این‌رو، با تلفیق سیستم فعالیت نظریه فعالیت و چرخه مدل‌سازی، سیستم فعالیت مدل‌سازی تعریف شده که از آن به منزله ابزار تحلیل داده‌ها استفاده شده است. در سیستم‌های فعالیت از دو عنصر تنش (فشار، نگرانی، چالش یا اختلافی که برای دانش‌آموزان ایجاد می‌شود) و اصلاح آن برای توسعه درک مفهومی استفاده شد. از تحلیل داده‌های مطالعه، دو تنش که یکی مربوط به درک رابطه حجم استوانه و یکی مربوط به گزارش میزان مصرف آب است به‌دست آمد. دانش‌آموزان از طریق فرایند مدل‌سازی و با راهنمایی معلم، توانستند تنش‌های به‌وجود آمده را اصلاح کنند و اندازه‌گیری حجم را در فعالیتهای زندگی روزمره خود توسعه دهند. این مطالعه نشان داد که مدل‌سازی ریاضی ابزاری مناسب برای برنامه‌درسی تلفیقی است که می‌توان از ظرفیت بالای آن برای توسعه مفاهیم ریاضی بهره برد.

**کلید واژگان:** فعالیتهای مدل‌سازی، رابطه حجم استوانه، زندگی روزمره، توسعه درک مفهومی، نظریه فعالیت، چرخه مدل‌سازی

تاریخ پذیرش: ۱۴۰۰/۳/۲۲

تاریخ دریافت: ۹۹/۱۰/۱۳

۱. نویسنده مسئول: دانشیار بخش آموزش ریاضی، دانشکده ریاضی و کامپیوتر و مرکز پژوهشی ریاضی ماهانی، دانشگاه شهید باهنر کرمان، کرمان، ایران. rafiepour@uk.ac.ir

۲. دانشجوی دوره دکتری آموزش ریاضی، دانشکده ریاضی و کامپیوتر، دانشگاه شهید باهنر کرمان، کرمان، ایران. k\_a\_abdollahi@yahoo.com

## مقدمه

اندازه‌گیری یکی از مهم‌ترین مباحث پژوهش‌های آموزش ریاضی است، به طوری که بیشتر پژوهش‌ها در سراسر دنیا نشان می‌دهند که اندازه‌گیری یکی از مؤلفه‌های اصلی برنامه‌درسی در دوره ابتدایی و متوسطه است. به طور مثال می‌توان به برنامه‌درسی ترکیه (تان-سیسمن و آکسو<sup>۱</sup>، ۲۰۱۲)، برنامه‌درسی چین و آلمان (لودویگ<sup>۲</sup> و شو، ۲۰۱۰) و برنامه‌درسی ایران (سند ملی برنامه‌درسی، ۱۳۹۱) اشاره کرد. بیشتر پژوهش‌های آموزش ریاضی به آموزش مفاهیم کلیدی اندازه‌گیری یعنی طول، مساحت و حجم پرداخته‌اند. برای مثال، می‌توان به مطالعات کلمنتس<sup>۳</sup> (۱۹۹۹)، یوبرتا، زولکاردی، هارتونو و گالن<sup>۴</sup> (۲۰۱۱) و هوانگ و وو<sup>۵</sup> (۲۰۱۹) اشاره کرد. همچنین نتایج ارزشیابی‌های یک دوره مربوط به اندازه‌گیری نشان می‌دهد که از میان مفاهیم اندازه‌گیری طول، مساحت و حجم، مفهوم «حجم» یکی از موضوعات خیلی دشوار برای دانش‌آموزان است (گریومایر<sup>۶</sup> و همکاران، ۲۰۱۶: ۳۸). پژوهش‌ها این مشکل را مربوط به درک مفهومی اندازه‌گیری حجم می‌دانند. مثلاً می‌توان به مطالعه باتسیتا<sup>۷</sup> و کلمنتس (۱۹۹۸) اشاره کرد. آنها در مطالعه خود دریافتند که دانش‌آموزان در درک مفهومی رابطه حجم یعنی  $V = w \times l \times h$  مشکل دارند. بنابراین، موضوع «درک مفهومی» از اهمیت بالایی برخوردار است. در همین راستا، انجمن ملی معلمان ریاضی آمریکا<sup>۸</sup> (۲۰۰۰) در مورد اهمیت آن، چنین گفته است: «یادگیری ریاضی با فهم ضروری است و دانش‌آموزان باید به سطحی خاص از درک مفهومی برسند» (ص: ۲۰).

بررسی پیشینه توسعه درک مفهومی اندازه‌گیری نشان می‌دهد که مطالعات، بیشتر به توسعه درک مفاهیم اندازه‌گیری از جمله طول، مساحت و محیط پرداخته‌اند که از آن میان می‌توان به مطالعه مک‌دونالد و لوری<sup>۹</sup> (۲۰۱۱)، هوانگ و ویتز<sup>۱۰</sup> (۲۰۱۱) و بارت<sup>۱۱</sup> و همکاران (۲۰۱۱) اشاره کرد. همچنین مطالعات محدودی در مورد توسعه درک مفهومی اندازه‌گیری حجم وجود دارد که از آن میان می‌توان به مطالعه بارت، کلمنتس و ساراما<sup>۱۲</sup> (۲۰۱۷) اشاره کرد. با توجه به مطالبی که در پیشینه اندازه‌گیری بیان شد، می‌توان نتیجه گرفت که مطالعه‌ای در مورد توسعه درک مفهومی اندازه‌گیری حجم در مقطع متوسطه انجام نشده است. از این رو، بررسی توسعه درک مفهومی اندازه‌گیری حجم در دوره متوسطه یک ضرورت است که مطالعه حاضر، آن را هدف اصلی خود قرار داده است.

1. Tan-Sisman & Aksu
2. Ludwig
3. Clements
4. Yuberta, Zulkardi, Hartono & Galen
5. Wu
6. Gravemeijer
7. Battista
8. National Council of Teachers of Mathematics (NCTM)
9. MacDonald & Lowrie
10. Witz
11. Barrett
12. Sarama

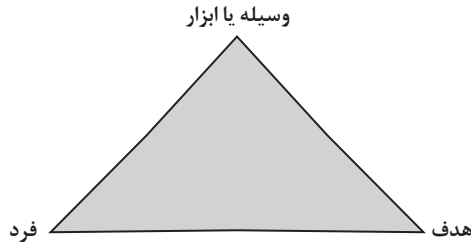
دانش‌آموزان برای توسعه درک مفهومی نیاز دارند از دانش ریاضی خود در محیط بیرون از مدرسه استفاده کنند. اما مطالعات نشان می‌دهند، دانش‌آموزان قادر نیستند از دانش ریاضی خود در محیط بیرون از مدرسه استفاده کنند. برای مثال، لو<sup>۱</sup> (۱۹۹۸؛ به نقل از بولر<sup>۲</sup>، ۱۹۹۸) در مطالعه خود دریافت که افراد قادر نیستند از دانش ریاضی خود در محیط بیرون از مدرسه مانند موقعیت خرید استفاده کنند. اما پژوهشگران برای اینکه دانش‌آموزان بتوانند دانش خود را در محیط بیرون از مدرسه به کار گیرند، از ابزاری به نام فعالیت‌های باز-پاسخ<sup>۳</sup> استفاده می‌کنند. به‌طور مثال، بولر (۱۹۹۸) از این فعالیت‌ها به‌مثابه ابزاری برای توسعه درک مفهومی مفاهیم ریاضی استفاده کرده است، اما امروزه، نمونه بارز این فعالیت‌ها را می‌توان در فعالیت‌های مدل‌سازی مشاهده کرد که مربوط به زندگی واقعی دانش‌آموزان است (بورومئو فری<sup>۴</sup>، ۲۰۱۸). در حقیقت، فعالیت‌های مدل‌سازی زمینه‌ای غنی از مسائل واقعی را برای دانش‌آموزان فراهم می‌کند تا آنها بتوانند دانش و ایده‌های ریاضی خود را در آن توسعه دهند (دوئر و اینگلیش<sup>۵</sup>، ۲۰۰۳). در ضمن، انجمن ملی معلمان ریاضی آمریکا نیز در مورد اهمیت مدل‌سازی بیان می‌کند که مدل‌سازی نقشی مهم در زندگی روزمره دارد (سیریلو، پلسکو، فلتون-کوستلر و روبل<sup>۶</sup>، ۲۰۱۶). از این رو، فعالیت‌های مدل‌سازی وسیله‌ای برای توسعه مفاهیم ریاضی در زندگی روزمره به‌شمار می‌روند (گریب، ورشافل و موکوپادهیایی<sup>۷</sup>، ۲۰۰۷). به‌طور کلی، پژوهشگرانی مانند لودویگ و شو (۲۰۱۰) در مطالعه خود دریافتند که مدل‌سازی ابزاری است که می‌تواند مهارت‌ها و یادگیری دانش‌آموزان را توسعه بخشد و تسهیل کند. در واقع، فعالیت مدل‌سازی یک محیط ساخت و ساز گرای خوبی برای دانش‌آموزان فراهم می‌کند که با راهنمایی معلم دانش‌آموزان را به سمت توسعه درک مفهومی هدایت می‌کند. از این رو، با توجه به مطالب بیان شده، مطالعه حاضر در پی پاسخ دادن به سؤال زیر است:

● چگونه فعالیت‌های مدل‌سازی می‌توانند درک مفهومی دانش‌آموزان را از اندازه‌گیری حجم توسعه دهند؟

## چارچوب نظری

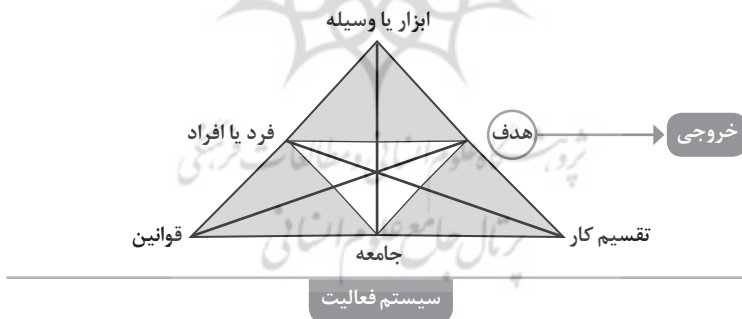
نظریه فعالیت نظریه‌ای کاربردی است که در همه حوزه‌ها، از جمله آموزش و پژوهش به کار می‌رود. در این مطالعه، از جنبه آموزشی آن برای توسعه درک مفهومی و از جنبه پژوهشی آن برای تحلیل داده‌های مطالعه استفاده شده است. تمرکز اصلی این نظریه روی واژه «فعالیت» است. در همین راستا، ابتدا نظریه فوق برای فعالیت فردی تعریف شده است، به‌طوری که پژوهشگران آن را برای بررسی عمل فردی به کار برده و یک سیستم سه مؤلفه‌ای مانند شکل شماره ۱ را برای آن تعریف کرده‌اند.

1. Lave
2. Boaler
3. Open-ended activities
4. Borromeo Ferri
5. Doerr & English
6. Cirillo, Pelesko, Felton-Koestler & Rubel
7. Greer, Verschaffel & Mukhopadhyay



شکل ۱. ساختار سیستم عمل فردی بر اساس مدل مثلثی ویگوتسکی (انگستروم، ۲۰۰۱: ۱۳۴)

در مدلی که در شکل ۱ نشان داده شده است، فعالیت فرد در سطح فردی این گونه بررسی می‌شود که فرد عملی را با توجه هدفی انجام می‌دهد. پس از آن، برای دستیابی به آن هدف، از ابزار یا وسیله‌ای کمک می‌گیرد که نقش واسطه را میان هدف و فرد دارد. در ادامه، همین فرد در جامعه‌ای قرار می‌گیرد که سطح فعالیت او را در سطح جمعی بررسی می‌کند. روشن است که برای انجام دادن چنین فعالیتی در سطح جمعی، نیاز است که میان فرد و اعضای جامعه، تقسیم کار صورت گیرد. پس از تقسیم کار، باید میان اعضای جامعه و افراد درگیر فعالیت، قوانینی وضع شود که بتواند فعالیتها را به سمت هدف سوق دهد. در نهایت برای دستیابی به هدف، افراد و دیگر اعضای جامعه می‌توانند از ابزارها یا وسیله‌هایی استفاده کنند تا بتوانند از هدف جمعی، خروجی مدنظر را به دست آورند. به‌طور خلاصه، ساختار فعالیت انسان در سطح جمعی به‌صورت سیستم فعالیت نشان داده شده در شکل شماره ۲ تعریف می‌شود.



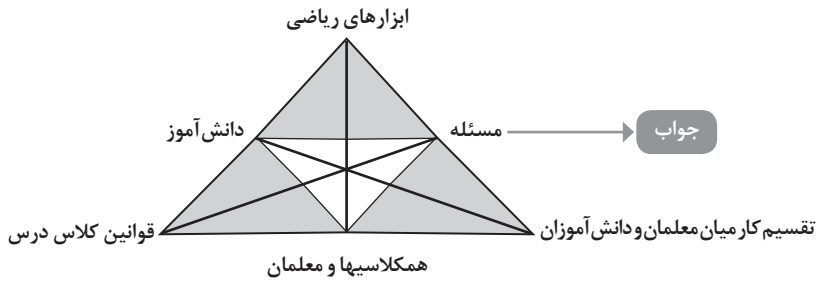
شکل ۲. ساختار سیستم فعالیت انسان (انگستروم ۱۹۸۷، ص. ۶: به نقل از انگستروم و سانیانو<sup>۲</sup> ۲۰۱۰)

ساختاری که در شکل شماره ۲ ارائه شده یک ساختار کلی است که فعالیت انسانها را در همهٔ حوزه‌ها اعم از پژوهش، آموزش و غیره بررسی می‌کند، درحالی‌که ضرورت دارد در حوزه آموزش ریاضی ساختار فعالیت انسان متناسب با زمینه‌های آن تعریف شود. در همین راستا، جرداک<sup>۳</sup> (۲۰۰۶) ساختار

1. Engeström
2. Sannino
3. Jurdak

فعالیت انسان (یا به عبارتی سیستم فعالیت) را در حوزه آموزش ریاضی بررسی کرده است. سیستم فعالیتی که جرداک پیشنهاد داده، سیستم فعالیت حل مسئله بوده است. او ابتدا این سیستم فعالیت را در زمینه ریاضی به صورت شکل شماره ۳ تعریف کرده است.

#### الف) زمینه ریاضی

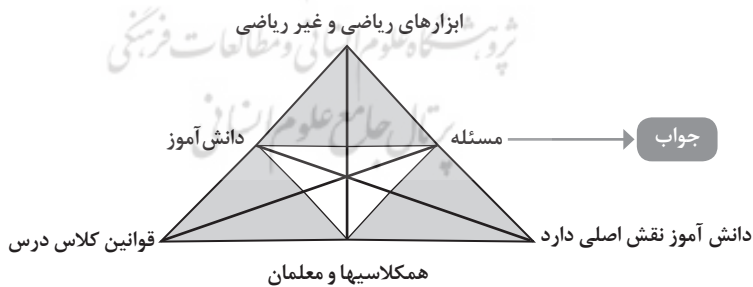


#### سیستم فعالیت

شکل ۳. سیستم فعالیت حل مسئله در زمینه ریاضی جرداک (۲۰۰۶: ۲۸۹)

در ادامه، جرداک (۲۰۰۶) سیستم فعالیت حل مسئله در زمینه ریاضی را برای مسائل موقعیت‌مداری تعریف کرده است که موقعیتهای دنیای واقعی را دارند. او این سیستم فعالیت را سیستم فعالیت حل مسئله در زمینه شبیه‌سازی شده دنیای واقعی نامیده است. مؤلفه‌های این سیستم در شکل شماره ۴ نشان داده شده‌اند.

#### ب) زمینه شبیه‌سازی شده دنیای واقعی

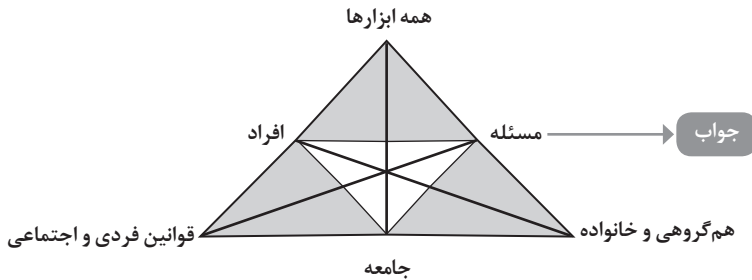


#### سیستم فعالیت

شکل ۴. سیستم فعالیت حل مسئله در زمینه شبیه‌سازی شده دنیای واقعی جرداک (۲۰۰۶: ۲۸۹)

در نهایت، جرداک (۲۰۰۶) سیستم فعالیت حل مسئله را در مورد مسائلی تعریف کرده که به طور کامل در زمینه دنیای واقعی‌اند. مؤلفه‌های این سیستم فعالیت در شکل شماره ۵ ارائه شده‌اند.

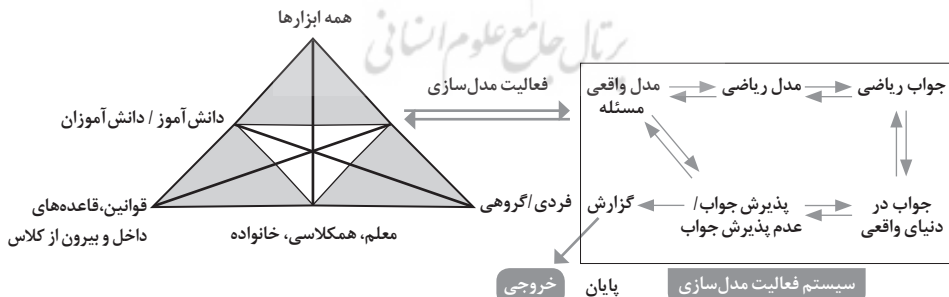
## ج) زمینه دنیای واقعی



## سیستم فعالیت

شکل ۵: سیستم فعالیت حل مسئله در زمینه دنیای واقعی جرداک (۲۰۰۶: ۲۸۹)

سیستم فعالیت حل مسئله در زمینه دنیای واقعی جرداک (۲۰۰۶)، همان سیستم فعالیت در زمینه مسائل دنیای واقعی است که در ادبیات آموزش ریاضی از آن به عنوان مسائل مدل سازی ریاضی نام برده می شود. هر مسئله مدل سازی براساس یک چرخه مدل سازی انجام می شود. نتایج مطالعات نشان می دهد که دانش آموزان در حل مسائل مدل سازی، عملکرد خوبی ندارند. به عبارت دیگر، نمی توانند چرخه مدل سازی را به طور کامل طی کنند (رفیع پور، ۱۳۹۰؛ عبدالله پور، ۱۳۹۱؛ لودویگ و شو، ۲۰۱۰). حال این پرسش پیش می آید برای اینکه دانش آموزان بتوانند چرخه مدل سازی را به طور کامل طی کنند، به چه ابزاری نیاز دارند؟ همچنین، سیستم فعالیتی که جرداک (۲۰۰۶) در شکل شماره ۵ تعریف کرده، یک ابزار کمکی است که می توان در کنار چرخه مدل سازی از آن استفاده کرد تا دانش آموزان بتوانند با استفاده از آن چرخه های مدل سازی را طی کنند. از این رو، نیاز به سیستم فعالیتی است که تلفیقی از چرخه مدل سازی و سیستم فعالیت جرداک (۲۰۰۶) باشد. این سیستم فعالیت را می توان به صورت سیستم فعالیت مدل سازی شکل شماره ۶ تعریف کرد.

شکل ۶: مدل تلفیق شده چرخه مدل سازی استیلمن<sup>۱</sup> و همکاران (۲۰۰۷) با سیستم فعالیت حل مسئله دنیای واقعی جرداک

(۲۰۰۶) به عنوان سیستم فعالیت مدل سازی

1. Stillman

نحوه کار این سیستم فعالیت مدل‌سازی (شکل ۶) به صورت ذیل است:

هر سیستم فعالیت مدل‌سازی از یک فعالیت مدل‌سازی شروع می‌شود. هر فعالیت مدل‌سازی را دانش‌آموز یا دانش‌آموزان سیستم، به صورت فردی یا گروهی انجام می‌دهند. در این سیستم اعضای جامعه (معلم، همکلاسی و خانواده) به دانش‌آموز/ دانش‌آموزان کمک می‌کنند تا این فعالیت را انجام دهند. در این سیستم برای اینکه تعامل خوبی میان اعضای سیستم برای اجرای فعالیت مدل‌سازی شکل گیرد، لازم است از قوانین مربوط به داخل و خارج کلاس استفاده شود. علاوه بر موارد فوق، دانش‌آموز/ دانش‌آموزان برای انجام دادن فعالیت مدل‌سازی نیاز به یک سری ابزارها دارند که می‌توانند مربوط به ریاضی یا دنیای واقعی باشند. به طور کلی مجموعه تمام عوامل سیستم فعالیت، به دانش‌آموز/ دانش‌آموزان کمک می‌کنند تا چرخه مدل‌سازی را که شرح آن در ذیل آمده است، طی کنند.

این چرخه با انتقال از موقعیت به هم‌ریخته مسئله دنیای واقعی به سمت بیان مسئله واقعی شروع می‌شود. پس از اینکه مسئله واقعی، طرح شد مرحله دوم انتقال، یعنی حرکت از مسئله واقعی به مدل ریاضی شروع می‌شود تا زمانی که مدل ریاضی ساخته شود. به همین ترتیب، انتقال از مدل ریاضی به نتایج ریاضی، نتایج ریاضی به نتایج واقعی و نتایج واقعی تا ارزیابی پاسخ، ادامه می‌یابد. اگر مدل به دست آمده معنادار باشد، پاسخ پذیرفته می‌شود و مرحله آخر انتقال یعنی ارائه گزارش صورت می‌گیرد. در غیر این صورت، مدل مورد پذیرش قرار نمی‌گیرد و برای بازبینی، بایستی انتقال به مرحله بیان مسئله واقعی صورت می‌گیرد. این روند، باز تکرار می‌شود تا پاسخی معنادار برای ارائه گزارش به دست آید (استیلمن و همکاران، ۲۰۰۷).

در قسمت پایانی، چارچوب نظری نیاز است که نحوه استفاده از سیستم فعالیت مدل‌سازی برای توسعه درک مفهومی تشریح شود. به این منظور ابتدا لازم است، منظور از واژه توسعه درک مفهومی بیان شود. توسعه درک مفهومی همان گسترش درک دانش‌آموزان از مفاهیم ریاضی است. به طور مشخص، توسعه درک مفهومی اندازه‌گیری حجم به این معناست که دانش‌آموزان درک اولیه خود را از رابطه حجم استوانه  $V = \pi r^2 h$  در زندگی روزمره گسترش می‌دهند تا به درک ثانویه‌ای از آن برسند. حال برای ایجاد چنین درکی، نیاز است در سیستم‌های فعالیت مدل‌سازی یک سری تنشها رخ دهد. این تنشها نقش کلیدی در توسعه یادگیری سیستم فعالیت دارند (انگستروم، ۱۹۹۶؛ به نقل از یاماگاتا-لینچ، ۲۰۱۰) و به‌منزله منبع تغییر و توسعه یادگیری به‌شمار می‌روند (انگستروم و سانینو ۲۰۱۰). این تنشها در سیستم‌های فعالیت چنین تعریف می‌شوند:

منظور از تنش فشار، نگرانی، پریشانی، مشکل، چالش یا اختلافی است که برای دانش‌آموزان در سیستم فعالیت به‌وجود می‌آید. تنشها از طریق یکی از مؤلفه‌های سیستم فعالیت (مانند فعالیت مدل‌سازی) برای دانش‌آموزان ایجاد می‌شود. این تنشها سبب می‌شوند که دانش‌آموزان با مفهوم اندازه‌گیری که در فعالیت

مدل‌سازی وجود دارد، درگیر شوند. این درگیری با طی کردن چرخه مدل‌سازی از سوی دانش‌آموزان، در جهت گسترش درک مفهوم هدایت می‌شود تا اینکه دانش‌آموزان به درک ثانویه‌ای از مفهوم موردنظر برسند و تنش موردنظر را اصلاح کنند. در واقع، نقشی که تنشها در سیستم فعالیت مدل‌سازی ایفا می‌کنند درگیر کردن دانش‌آموزان با مفاهیم ریاضی و نشان دادن مشکلات گسترش مفهوم است. با اصلاح این تنشها از طریق سیستم فعالیت مدل‌سازی، درکی جدید از مفهوم در ذهن دانش‌آموزان شکل می‌گیرد که همان توسعه درک مفهومی موردنظر است. این توسعه درک مفهومی، می‌تواند به صورت‌های گوناگون خود را نشان دهد. برای مثال، می‌تواند کاربرد مفهوم در یک رابطه ریاضی، استفاده از یک رابطه در زندگی روزمره و ... باشد. بنابراین، در سیستم‌های فعالیت مدل‌سازی، ایجاد تنش و اصلاح آن دو ابزار کلیدی برای توسعه درک مفهومی به‌شمار می‌روند.

## ■ روش‌شناسی

همان‌طور که در قسمت قبل اشاره شد، چارچوب نظری پژوهش، براساس نظریه فعالیت است. نظریه فعالیت علاوه بر اینکه، یک چارچوب نظری است، یک روش تحلیل در موضوعات روش‌شناسی کیفی نیز هست. اکثر پژوهشگرانی که از نظریه فعالیت استفاده می‌کنند، ماهیت کارشان کیفی است (یاماگاتا - لینچ، ۲۰۱۰). از این‌رو، نظریه فعالیت چارچوبی برای تحلیل داده‌های کیفی است (هاشم و جونز<sup>۱</sup>، ۲۰۰۷). در روش تحلیلی نظریه فعالیت، پژوهشگران از سیستم‌های فعالیت به‌مثابه ابزار تحلیل استفاده می‌کنند. هر سیستم فعالیت به‌مثابه واحد تحلیل تعریف می‌شود (انگستروم، ۲۰۰۱). عناصر اصلی واحد تحلیل در سیستم‌های فعالیت، تنشهای درک شده در سیستم و اصلاح آنهاست. از این‌رو در مطالعه حاضر، هر سیستم فعالیت مدل‌سازی به‌مثابه یک واحد تحلیل تعریف شده که در قسمت یافته‌های مطالعه عناصر آن یعنی تنشها و اصلاح آنها ارائه می‌شود.

پژوهشگران برای سیستم‌های فعالیت نظریه فعالیت از روش گردآوری داده‌های مصاحبه و مشاهده روش قوم‌نگاری و مطالعه موردی استفاده می‌کنند (راسل<sup>۲</sup>، ۲۰۰۹). آنها با ارجاع به نقل‌قول‌های مصاحبه و روایت‌های توصیفی شواهدی برای تنشهای درک‌شده سیستم‌های فعالیت ارائه می‌دهند (هاشم و جونز، ۲۰۰۷). به این منظور، در مطالعه حاضر، از روش مشاهده و مصاحبه‌های نیمه‌ساختار یافته برای گردآوری داده‌های مطالعه استفاده شده است. همه مشاهده‌ها و همچنین مصاحبه‌ها و بحث‌های کلاسی میان معلم و دانش‌آموزان با دوربین فیلمبرداری ثبت و ضبط شده است. در کل ۸۲ مصاحبه با دانش‌آموزان انجام شده که میانگین هر مصاحبه ۱۲ دقیقه بوده است. مصاحبه‌های انجام شده با دانش‌آموزان کدگذاری شده‌اند که در قسمت یافته‌های مطالعه، با ارجاع به آنها و روایت توصیفی‌شان، شواهدی برای تنشهای درک شده سیستم فعالیت مدل‌سازی ارائه می‌شود. به‌طور کلی، داده‌های مطالعه در بازه زمانی ۹ ماهه

1. Hashim & Jones

2. Russell



از مهر سال ۱۳۹۶ تا خرداد سال ۱۳۹۷ گردآوری شده‌اند. فرایند تحلیل داده‌ها سه ماه به‌طول انجامیده است که در ذیل شرح داده می‌شود:

در گام نخست تمام فیلم‌های ضبط شده و مشاهده‌های کلاسی تبدیل به فایل‌های متنی همراه با تصاویر شده‌اند. در گام بعد، با توجه به فعالیت‌های مدل‌سازی، سیستم فعالیت مدل‌سازی مربوط به آن تشکیل شده که با ارجاع به فایل‌های متنی، مؤلفه‌های سیستم فعالیت تعریف شده‌اند. در ادامه، داده‌های متنی که مربوط به گفت‌وگوهای میان معلم و دانش‌آموز بود، چندین بار مطالعه شده تا تنش‌هایی که در سیستم‌های فعالیت مدل‌سازی رخ داده‌اند، درک شوند. پس از درک و تعریف تنش‌های سیستم‌های فعالیت مدل‌سازی، دوباره به داده‌های مطالعه مراجعه شده تا این بار، بررسی شود که چگونه دانش‌آموزان توانسته‌اند با طی کردن چرخه مدل‌سازی این تنش‌ها را اصلاح کنند. تنش‌ها و اصلاح آنها به همراه مصاحبه‌های انجام شده مرتبط با آنها در جدولی جداگانه ثبت شده‌اند که از آنها به‌منزله منبعی برای ارجاع به مصاحبه‌ها و روایت‌های توصیفی داده‌های مطالعه استفاده شده است. در مرحله پایانی، روایی داده‌های مطالعه مورد بررسی قرار گرفته است که برای بررسی آن، از روش رجوع به شرکت‌کنندگان در پژوهش استفاده شده است. به گفته نیک‌نشان، نوروزی و نصراصفحانی (۱۳۸۹)، یکی از روش‌های بررسی روایی کیفی داده‌ها، رجوع به شرکت‌کنندگان در پژوهش است تا با بررسی نتایج پژوهش از سوی آنان، بتوان دقت یافته‌های پژوهش را بالا برد. از این رو، برای بررسی روایی کیفی داده‌ها، یافته‌های حاصل از پژوهش به دانش‌آموزان شرکت‌کننده ارائه شد تا نظر خود را در مورد آن بیان کنند که دانش‌آموزان یافته‌های حاصل را تأیید کردند.






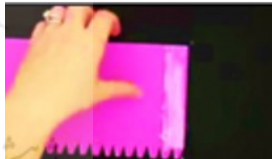

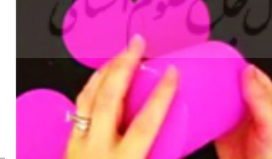

جامعه آماری مطالعه حاضر همه دانش‌آموزان دوره متوسطه اول شهرستان کهنوج بودند و نمونه مورد مطالعه، ۶۰ دانش‌آموز دختر از سه کلاس پایه هفتم، هشتم و نهم متوسطه اول با میانگین گروه سنی ۱۳ تا ۱۵ سال بودند که با روش نمونه‌گیری هدفمند انتخاب شدند. همه دانش‌آموزان از روستایی در جنوب شرقی ایران (دهکهان، از توابع شهرستان کهنوج) بودند. نتایج پژوهش نویسنده دوم مطالعه در سال ۱۳۹۱ در پژوهشی با عنوان «مطالعه سطوح شایستگی مدل‌سازی دانش‌آموزان پایه نهم و دهم» نشان داده بود که دانش‌آموزان روستایی در حل مسئله مدل‌سازی مربوط به «پوست‌کندن آناناس» نسبت به دانش‌آموزان شهری عملکرد بهتری داشتند. یکی از روستاهای شرکت‌کننده در آن پژوهش، این روستا بود که برای بررسی عمیق انتخاب شد. نتایج بررسی‌های میدانی نشان داد که این روستا یک محیط غنی برای طراحی فعالیت مدل‌سازی است که این موضوع با گفته السینا<sup>۱</sup> (۲۰۰۷) همخوانی دارد. او بیان می‌کند جایی که تدریس می‌کنید حالا یک شهر یا یک روستا و ... ممکن است یک محیط غنی برای طراحی فعالیت‌های ریاضی (فعالیت‌های مدل‌سازی) باشد. از این رو، این دانش‌آموزان این روستا از سال ۱۳۹۱ به بعد، مورد مطالعه عمیق در زمینه فعالیت‌های مدل‌سازی

1. Alsina

قرار گرفتند (عبداله پور، ۱۳۹۱). در همین راستا، نویسنده دوم به عنوان معلم ریاضی در این روستا سکونت گزید تا با همکاری نویسنده اول به مطالعه عمیق در مورد مدل سازی در این روستا بپردازند. شایان ذکر است که مقاله حاضر بخشی از یک پروژه تحقیقاتی است که در مرکز پژوهشی ریاضی ماهانی تعریف شده بود. این پروژه دو ساله از اول تیر ماه سال ۱۳۹۶ و با هدف توسعه درک مفهومی از طریق انجام فعالیتهای ریاضی مبتنی بر واقعیتهای روزمره، آغاز شد. قسمتی از پروژه تعریف شده به «توسعه درک مفهومی به وسیله اندازه گیری حجم» مربوط می شد و برای آن ۱۲ فعالیت مدل سازی طراحی گردید که تنها دو فعالیت مدل سازی در مقاله حاضر به عنوان منبع گردآوری داده ها در نظر گرفته شدند. این فعالیتها در شکلهای ۷ و ۸ تشریح شده اند.

### فعالیت مدل سازی ساخت استوانه (A1,1):

مراحل ساخت جعبه استوانه ای در شکل زیر آمده است:

		
۱. برگه مستطیل شکل را مطابق شکل، به صورت مثلثی برش بزنید.	۲. یک سانتیمتر از سمت چپ آن با خط کش رسم کنید.	۳. یک سانتیمتر از سمت راست آن با خط کش رسم کنید.
		
۴. مقداری چسب روی قسمت مشخص شده سمت راست بریزید.	۵. حال دو قسمت سمت چپ و راست را روی یکدیگر قرار دهید.	۶. به اندازه مقطع استوانه یک دایره جدا کنید.
		
۷. اطراف دایره چسب بزنید.	۸. حال دایره را به کف استوانه بچسبانید.	۹. استوانه ساخته شده به صورت شکل مقابل خواهد بود.

۱. استوانه را با کاغذ پلاستیکی (طلق شیرازه) درست کنید تا آب نشت نکند.
۲. نحوه ساخت کف استوانه (دایره) را شرح دهید.
۳. استوانه را پر از آب کنید و حجم آب را اندازه گیری کنید.

شکل ۷. فعالیت مدل سازی ساخت استوانه (A1,1)

### فعالیت مدل‌سازی محاسبه میزان آب مصرفی حمام (A1,2)

در این فعالیت، یک نمونه انجام فعالیت مدل‌سازی آب مصرفی حمام را معلم ریاضی کلاس درس نشان می‌دهد:



او ارتفاع داخل تشت را ۱۴ سانتی‌متر و شعاع تشت را ۲۵ سانتی‌متر اندازه‌گیری می‌کند. محاسبات زیر نشان می‌دهد داخل تشت او چند لیتر آب جمع شده است:

$$V = \pi r^2 h = \pi (25)^2 \cdot 14 = 27 / 488 \text{ cm}^3 \approx 28 \text{ lit}$$

جدولی را می‌بینید که در آن روز، مدت زمان و میزان آب مصرفی در یک هفته آمده است. لطفاً در هر بار که به حمام می‌روید با استفاده از دانش ریاضی خود میزان آب مصرفی خود را با رسم شکل در جدول یادداشت کنید.

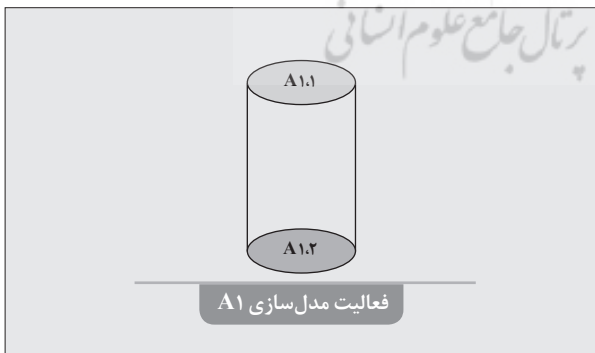
روز	مدت زمان	میزان آب مصرفی با رسم شکل
-----	----------	---------------------------

شکل ۸. فعالیت مدل‌سازی میزان آب مصرفی حمام (A1,2)

لازم است در مورد شکل ۷، این توضیح داده شود که منظور از کاغذ پلاستیک، همان طلقهایی است که دانش‌آموزان به همراه شیرازه از آن در لوازم‌التحریر خود استفاده می‌کنند. ممکن است این پرسش در ذهن خواننده شکل گیرد که چرا از وسیله‌ای دیگر برای اندازه‌گیری مصرف آب استفاده نشده است. بنا به گفته بونوتو<sup>۱</sup> (۲۰۰۵) چون این دست‌سازه‌ها یا کاردستیها (جعبه استوانه‌ای) حاصل تجربه‌کار خود دانش‌آموزان است، برای آنها معنادار است. از این رو، در مطالعه تصمیم بر این شد به جای استفاده از ابزارهای آماده مانند جعبه‌های شیشه‌ای، از کاغذهای پلاستیکی استفاده شود.

### یافته‌ها

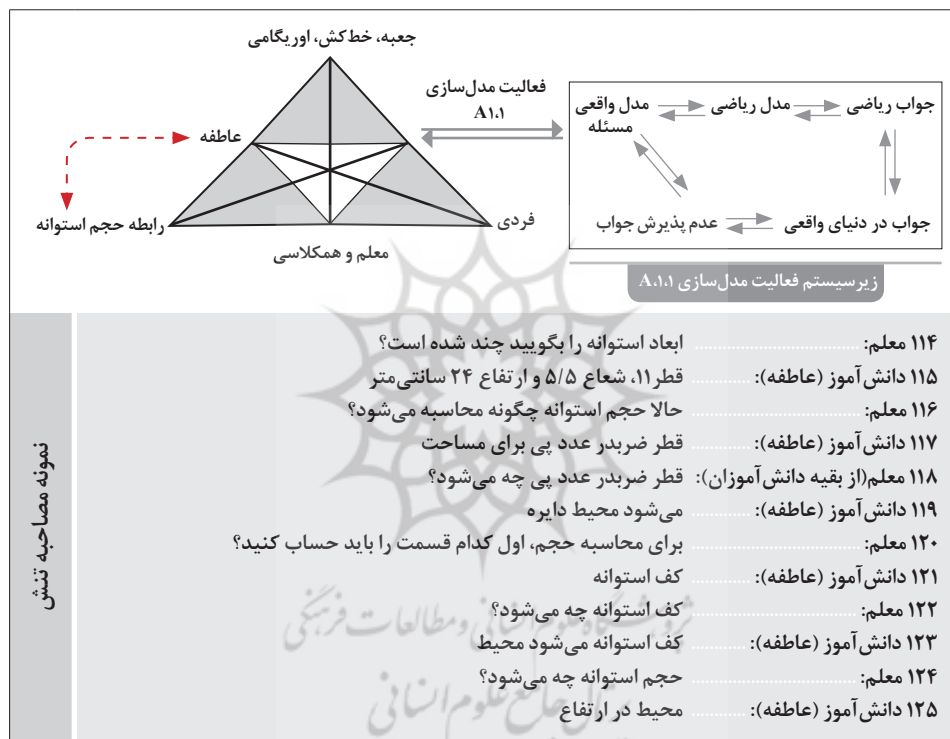
برای توسعه درک مفهومی اندازه‌گیری حجم در زندگی روزمره، سیستم فعالیت مدل‌سازی توسعه درک مفهومی اندازه‌گیری حجم استوانه A1 تعریف شده که شمایل کلی آن در روبه‌رو آمده است:



شکل ۹. سیستم فعالیت توسعه درک مفهومی اندازه‌گیری حجم استوانه (A1)

1. Bonotto

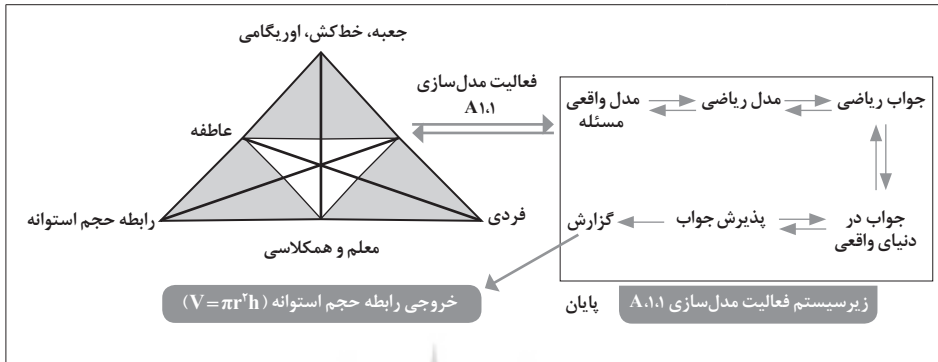
همان‌طور که در شکل شماره ۹ می‌بینید، این سیستم فعالیت مدل‌سازی از دو زیرسیستم فعالیت مدل‌سازی  $A1,1$  و  $A1,2$  تشکیل شده است که در شکل‌های بعدی به تحلیل تنش‌های آنها پرداخته می‌شود. یادآور می‌شود که تنش‌هایی که در سیستم فعالیت مدل‌سازی رخ داده‌اند، تنها برای یک‌دانش‌آموز رخ نداده است، این تنش‌ها برای دانش‌آموزان دیگر نیز رخ داده است، اما برای اینکه بتوان این تنش را بهتر به تصویر کشید، فعالیت یک دانش‌آموز انتخاب شده که در شکل شماره ۱۰ جزئیات آن آمده است.



شکل ۱۰. تنش میان دانش‌آموز و رابطه حجم استوانه در زیرسیستم فعالیت مدل‌سازی  $A1,1$

نخستین تنش در زیرسیستم فعالیت مدل‌سازی  $A1,1$  میان دانش‌آموز و رابطه حجم استوانه  $(V = \pi r^2 h)$ ، رخ می‌دهد. تنش فوق در شکل شماره ۱۰ با رنگ قرمز نشان داده شده است. این تنش با سؤالی شروع می‌شود که معلم از دانش‌آموز در مورد نحوه چگونگی محاسبه حجم استوانه می‌پرسد (مصاحبه ۱۱۶). پاسخی که دانش‌آموز به این سؤال می‌دهد حاکی از این است که دانش‌آموز مفهوم مساحت را با محیط اشتباه گرفته است و برای محاسبه حجم استوانه، از حاصلضرب محیط در ارتفاع استفاده می‌کند (مصاحبه ۱۲۵). این موضوع نشان می‌دهد دانش‌آموز رابطه حجم استوانه که برابر با

حاصل ضرب مساحت در ارتفاع است را به خوبی درک نکرده و همین عدم درک رابطه حجم استوانه، سبب ایجاد تنش در سیستم فعالیت مدل سازی شده است. شکل شماره ۱۱ نشان می دهد که معلم می تواند با راهنمایی خود تنش به وجود آمده میان دانش آموز و رابطه حجم استوانه را اصلاح کند.



۱۲۶ معلم: ..... به حرکت دست من نگاه کن ببین این چه مفهومی است؟



۱۱-۲



۱۱-۱

۱۲۷ دانش آموز (عاطفه): ..... می شود مساحت دایره.

۱۲۸ معلم: ..... مساحت دایره چه می شود؟

۱۲۹ دانش آموز (عاطفه): ..... شعاع ضربدر شعاع ضربدر  $\frac{3}{14}$

۱۳۰ معلم: ..... برای محاسبه حجم، اول کف را محاسبه می کنیم و بعد وقتی آب می ریزیم، چه چیز بالا می آید؟

۱۳۱ دانش آموز (عاطفه): ..... ارتفاع آب



۱۱-۴



۱۱-۳

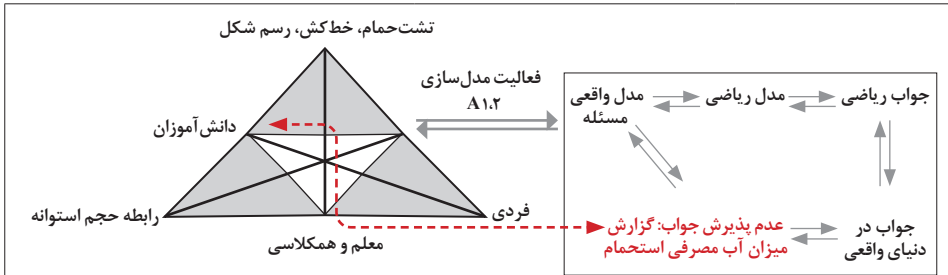
۱۳۲ معلم: ..... پس حجم استوانه چه می شود؟

۱۳۳ دانش آموز (عاطفه): ..... مساحت کف در ارتفاع  $(V = \pi r^2 h)$

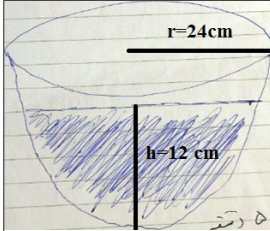
شکل ۱۱. اصلاح تنش میان دانش آموز و رابطه حجم استوانه در زیر سیستم فعالیت A1

همان طور که در شکل‌های ۱۱-۱ و ۱۱-۲، مشاهده می‌شود، معلم برای اینکه دانش‌آموز (عاطفه) مفهوم مساحت را درک کند، با حرکت افقی دست خود مفهوم مساحت را در ذهن او تداعی می‌کند. این حرکت سبب می‌شود تا دانش‌آموز (عاطفه) به مفهوم سطح پی ببرد و بیان کند «مساحت دایره». بنابراین، حرکت دست معلم سبب شد تا تنشی که در شکل شماره ۱۰ برای دانش‌آموز ایجاد شده بود، اصلاح شود. دانش‌آموز (عاطفه) بعد از اینکه مفهوم مساحت را در شکل شماره ۱۱ درک می‌کند، رابطه حجم را به صورت حاصلضرب مساحت کف استوانه در ارتفاع ( $V = \pi r^2 h$ ) بیان می‌کند (مصاحبه ۱۳۳). پس از اینکه، دانش‌آموزان رابطه حجم استوانه را درک می‌کنند، آن را در فعالیت روزمره خود، یعنی میزان آب مصرفی حمام به کار می‌گیرند. سیستم فعالیت مدل‌سازی زیر نشان می‌دهد وقتی که دانش‌آموزان از رابطه حجم استوانه در اندازه‌گیری مصرف آب حمام استفاده می‌کنند، برای آنها تنش ایجاد می‌شود که در شکل شماره ۱۲ بیان شده است.

شکل ۱۲ نشان می‌دهد «هدف» در زیرسیستم فعالیت مدل‌سازی A1,2، همان اجرای فعالیت مدل‌سازی A1,2 یا به عبارتی، محاسبه مقدار آبی است که دانش‌آموزان در حمام مصرف می‌کنند. این فعالیت برای این انگیزه طرح شد، تا دانش‌آموزان از رابطه حجم استوانه‌ای که در زیرسیستم فعالیت مدل‌سازی A1,1 درک کردند، به‌طور کاربردی در زندگی روزمره خود یعنی برای محاسبه میزان آب مصرف‌شده حمام، استفاده کنند تا بتوانند درک اولیه خود را از رابطه حجم استوانه توسعه دهند. در شکل شماره ۱۲ مشاهده می‌شود که در زیرسیستم فعالیت مدل‌سازی تنش میان دانش‌آموزان و میزان گزارش آب مصرفی آنان رخ داده است. به‌عبارت دیگر، این تنش میان دانش‌آموزان و گزارش میزان آب مصرف‌شده حمام آنهاست. این دانش‌آموزان تا پیش از انجام دادن این فعالیت، مقدار آب مصرف‌شده را برای حمام خود نمی‌دانستند، ولی با اندازه‌گیری که انجام دادند، از میزان آب مصرف‌شده اطلاع یافتند. برای مثال، دانش‌آموز زهرا، وقتی که آب مصرفی خود در حمام اندازه‌گیری می‌کند و با عدد ۲۰۰ لیتر مواجه می‌شود اذعان می‌دارد «جدی من ۲۰۰ لیتر آب مصرف کردم». بیان واژه «جدی» در گفته‌های دانش‌آموز حکایت از تنش میان او و مقدار آب مصرفی ۲۰۰ لیتر است. دانش‌آموز بعدی زینب، دو برابر میزان آب مصرفی زهرا یعنی ۴۰۰ لیتر آب در حمام مصرف کرده است. او نیز مانند زهرا وقتی که از میزان آب مصرفی اطلاع می‌یابد، برای او تنش ایجاد می‌شود (مصاحبه ۱۷۷). زهرا در گفته‌های خود میزان آب مصرفی خود را به اندازه یک منبع آب بیان می‌دارد (شکل ۳-۱۲) و همین یک منبع آب سبب می‌شود، خودش اعتراف کند که حجم زیادی از آب مصرف کرده است (مصاحبه ۱۷۷). در واقع، دانش‌آموزان در این زیرسیستم مدل‌سازی برای محاسبه میزان حجم آب مصرف‌شده حمام، از تشتهای استوانه‌ای استفاده کردند که با استفاده از رابطه حجم استوانه  $V = \pi r^2 h$ ، میزان آب هر تشت را هر کدام ۲۰ و ۴۰ لیتر محاسبه کردند. این محاسبات نشان می‌دهد، دانش‌آموزان به‌طور کاربردی از رابطه حجم استوانه  $V = \pi r^2 h$  در زندگی روزمره خود استفاده کرده‌اند.



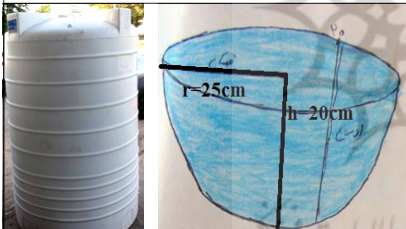
زیر سیستم فعالیت مدل سازی A.۱.۲



شکل ۱-۱۲

$$V = \pi r^2 h = 3/14 \times 24^2 \times 12 \quad (1)$$

$$= 20/85 \text{ lit} \approx 20 \text{ lit}$$



شکل ۲-۱۲

$$V = \pi r^2 h = 3/14 \times 25^2 \times 20 \quad (2)$$

$$= 39/25 \text{ lit} \approx 40 \text{ lit}$$

شکل ۳-۱۲

- ۱۶۸ معلم: چند لیتر آب مصرف کردید؟  
 ۱۶۹ دانش آموز (زهرا): ۲۰ لیتر (شکل ۱-۱۲ و رابطه (۱))  
 ۱۷۰ معلم: چند تشت حمام آب مصرف کردید؟  
 ۱۷۱ دانش آموز (زهرا): ۱۰ تشت حمام (شکل ۱-۱۲)، که در مجموع ۲۰۰ لیتر آب مصرف کردم.  
 ۱۷۲ معلم: خیلی آب مصرف کردید؟  
 ۱۷۳ دانش آموز (زهرا): جدی من ۲۰۰ لیتر آب مصرف کردم! تازه من صرفه جویی کردم.

- ۱۷۴ معلم: شما چند لیتر آب مصرف کردید؟  
 ۱۷۵ دانش آموز (زینب): ۱۰ تشت ۴۰ لیتری آب مصرف کردم (شکل ۲-۱۲، رابطه (۲))، که در مجموع ۴۰۰ لیتر آب مصرف کردم.  
 ۱۷۶ معلم: چند منبع آب مصرف کردید؟  
 ۱۷۷ دانش آموز (زینب): یک منبع آب مصرف کردم (شکل ۳-۱۲). آب خیلی زیادی مصرف کردم.

شکل ۱۲. تنش میان گزارش میزان مصرف آب و دانش آموزان در زیر سیستم فعالیت مدل سازی A.۱.۲

در شکل شماره ۱۳، هر دو دانش آموز توانسته اند مقدار آب مصرفی خود را به طور قابل توجهی کاهش دهند. دانش آموز زهرا مقدار آب مصرفی خود را از ۲۰۰ لیتر به ۱۸ لیتر و دانش آموز زینب مقدار آب مصرفی خود را از ۴۰۰ به ۴۰ لیتر رسانده اند که این مقادیر را می توان در رابطه های شماره ۳ و ۴ شکل شماره ۱۳ دید. معلم در مصاحبه ۱۸۶، دلیل کاهش مصرف آب را از زهرا می پرسد. او در پاسخ خود به عامل اندازه گیری پیمایی که در حمام انجام داده است (مصاحبه ۱۸۷)، اشاره می کند. در واقع، دانش آموز در گفته خود نشان می دهد که اندازه گیری پیمایی آب حمام، عامل کاهش مصرف آب او بوده است. به طور مشابه،

دانش آموز بعدی، زینب توانسته بود میزان آب مصرفی خود را از ۴۰۰ لیتر به ۴۰ لیتر برساند. او هم مانند زهرا، دلیل کاهش مصرف آب را مربوط به محاسبات حجم تشت می داند، به طوری که در مصاحبه ۱۸۹ به وضوح به اندازه گیری حجم آب «تشت» اشاره می کند. همین اندازه گیریهای او سبب شده است تا بتواند مفهوم اندازه گیری را در زندگی خود به کار گیرد و ۳۶۰ لیتر آب صرفه جویی کند. در ضمن خود او اذعان می کند این محاسبات مربوط به اندازه گیری مصرف آب حمام به درک حجم استوانه و کمک کرده است (مصاحبه ۱۸۹). او همچنین با گفتن جمله «هیچ وقت یادمون نمیره.» به یادگیری عمیق اشاره می کند. این جملات دانش آموز، حاکی از این است که او واقعاً رابطه حجم استوانه  $V = \pi r^2 h$  را درک کرده است. بنابراین، دانش آموزان در این زیرسیستم فعالیت مدل سازی نشان دادند که اندازه گیری حجم را در زندگی روزمره خود توسعه داده اند.



شکل ۱۳. اصلاح تنش میان گزارش میزان مصرف آب و دانش آموزان در زیرسیستم فعالیت مدل سازی A۱.۲



## ■ بحث و نتیجه گیری ■

در این مطالعه برای توسعه درک مفهومی رابطه حجم استوانه  $V = \pi r^2 h$ ، از سیستم فعالیت مدل سازی A1 استفاده شده که در آن، دو زیرسیستم فعالیت مدل سازی A1,1 و A1,2 توسعه داده شده است. یافته‌های مطالعه نشان داده که خروجی زیرسیستم فعالیت مدل سازی A1,1، درک رابطه حجم استوانه  $V = \pi r^2 h$  از سوی دانش‌آموزان بوده است. در زیرسیستم فعالیت مدل سازی A1,2، دانش‌آموزان رابطه حجم استوانه را در فعالیت مدل سازی محاسبه مقدار آب مصرف شده برای حمام، توسعه دادند. در این فعالیت، دانش‌آموزان با تنش مصرف بی‌رویه آب در حمام مواجه‌اند که به‌طور نمونه، می‌تواند به ۴۰۰ لیتر مصرف آب یکی از دانش‌آموزان به نام زینب اشاره کرد. میزان مصرف ۴۰۰ لیتر آب مصرف شده یک نفر در منطقه‌ای که با بحران کم‌آبی روبه‌روست، مصرفی بی‌رویه است، اما این مطالعه نشان داد، همین فرد با استفاده از تکرار فرایند مدل سازی و محاسبات مربوط به آن، موفق می‌شود مصرف خود را به ۴۰ لیتر برساند و این یعنی، مصرف خود را به یک دهم مصرف اولیه رسانده است. این دانش‌آموز دلیل موفقیت خود را در مصاحبه ۱۸۹ به محاسباتی که در مورد اندازه‌گیری مصرف آب انجام داده است، ارتباط می‌دهد و بیان می‌کند که این محاسبات به درک مفهومی او از رابطه حجم استوانه کمک کرده و سبب یادگیری عمیق او شده است. این شواهد حکایت از توسعه درک مفهومی رابطه حجم استوانه در زندگی روزمره دارد. در حقیقت، این مطلب نشان می‌دهد فعالیت مدل سازی محیط ساخت و سازگرای خوبی برای دانش‌آموزان فراهم کرده است تا ساخت دانش از سوی خودشان با راهنمایی معلم صورت گیرد. این موضوع با اصل یادگیری که انجمن ملی معلمان ریاضی آمریکا در زیر به آن اشاره کرده است، سازگاری دارد:

«دانش‌آموزان بایستی ریاضی را با فهم یاد بگیرند و به‌طور فعالانه دانش جدید خود را از تجربه و دانش قبلی بسازند» (انجمن ملی معلمان ریاضی آمریکا، ۲۰۰۰، ص. ۲۰)

به‌طور کلی، یافته‌های این مطالعه نشان داد که دانش‌آموزان با استفاده از سیستم فعالیت مدل سازی توانسته‌اند دانش ریاضی خود را در دنیای واقعی به‌کارگیرند و رابطه حجم استوانه را در زندگی خود توسعه دهند. در واقع این یافته، یکی از اهداف سند ملی برنامه‌درسی یعنی «توانایی به‌کارگیری ریاضی در حل مسائل روزمره و انتزاعی است» (سند ملی برنامه‌درسی، ۱۳۹۱: ۱۰۸)، را جامعه عمل پوشانده است. یکی از موضوعاتی که این مطالعه برای توسعه درک مفهومی از آن بهره برده است، استفاده از مدل سازی به‌مثابه ابزاری برای توسعه درک مفهومی رابطه حجم استوانه بود. این موضوع با دیدگاه پژوهشگرانی مانند لودویگ و شو (۲۰۱۰) همخوانی دارد. آنها در مطالعه خود دریافتند که مدل سازی ابزاری است که می‌تواند مهارت‌ها و یادگیری دانش‌آموزان را توسعه بخشد. در واقع، مطالعه حاضر نشان داد که فعالیت مدل سازی زمینه مناسب را برای توسعه مفاهیم ریاضی برای دانش‌آموزان فراهم می‌کند. یکی از جنبه‌های خوب مطالعه، استفاده از دست‌سازه‌ها و اجسام واقعی بود. برای نمونه می‌توان اشاره کرد به دست‌سازه‌های استوانه‌ای و تشت‌های آبی که دانش‌آموزان برای اندازه‌گیری مصرف آب، از آنها

استفاده می‌کردند. در ضمن مطالعه حاضر این دست‌سازه‌ها و اجسام واقعی را در فعالیتهای مدل‌سازی با تجربه روزمره دانش‌آموزان تلفیق کرده و سبب توسعه درک مفهومی آنان از رابطه حجم استوانه شده است که این با گفته السینا (۲۰۰۷) همخوانی دارد. او بیان می‌کند که اگر تجارب واقعیت‌مدار<sup>۱</sup> با فعالیتهای آموزشی دانش‌آموزان تلفیق شوند، می‌توانند به دانش‌آموزان کمک کنند تا مفاهیم مهم ریاضی خود را توسعه دهند.

بررسی پیشینه مربوط به توسعه مفاهیم ریاضی در ادبیات آموزش ریاضی نشان می‌دهد مطالعاتی که به توسعه مفهوم اندازه‌گیری حجم در زندگی روزمره پرداخته باشند، وجود ندارد. پژوهشگران بیشتر به توسعه مفهوم ذهنی اندازه‌گیری یک‌بعدی مانند، طول و دویبعدی مانند مساحت پرداخته‌اند. برای مثال، هوانگ و ویتز (۲۰۱۱) به توسعه مفهوم اندازه‌گیری مساحت در مطالعه خود پرداخته و نشان داده‌اند که فهم دانش‌آموزان از فرمول مساحت می‌تواند از طریق اجسام هندسی بهبود یابد. اما مطالعه حاضر نشان داد، با استفاده از سیستم فعالیت مدل‌سازی، دانش‌آموزان نه‌تنها رابطه حجم استوانه را درک کردند، بلکه آن را در زندگی روزمره خود توسعه دادند.

بررسی پیشینه ادبیات مدل‌سازی ریاضی نشان می‌دهد که مطالعات انگشت‌شماری وجود دارند که از نظریه فعالیت برای تحلیل یافته‌های خود بهره برده باشند. در این زمینه می‌توان به مطالعه جرداک (۲۰۰۶) و دی‌اولیویرا و باربوسا<sup>۲</sup> (۲۰۰۸) اشاره کرد. آنها هر کدام به ترتیب به بررسی تنشهای معلمان در تدریس مدل‌سازی ریاضی، تفاوت میان ریاضیات مدرسه و ریاضیات دنیای واقعی و بررسی تناقضها در فرایند مدل‌سازی پرداخته‌اند، اما هیچ‌یک از این دو مطالعه از اصلاح تنشها، برای توسعه درک مفهومی مفاهیم استفاده نکرده‌اند. در حالی که پژوهش حاضر نشان داد که در کنار استفاده از نظریه فعالیت برای تحلیل تنشها، می‌توان با اصلاح تنشها، مفاهیم ریاضی از جمله اندازه‌گیری حجم را توسعه داد.

مطالعه حاضر نشان داد که با استفاده از طراحی فعالیتهای مدل‌سازی بومی می‌توان زمینه‌ای برای دانش‌آموزان فراهم کرد تا آنها با استفاده از تجربه زندگی روزمره خود، دانش ریاضی را توسعه دهند. این موضوع، با نتیجه مطالعه عبدالله‌پور و رفیع‌پور (۱۳۹۶) همخوانی دارد. آنها در مطالعه خود دریافتند که با استفاده از طراحی مسائل مدل‌سازی بومی، می‌توان دانش ریاضی دانش‌آموزان را در زمینه دنیای واقعی توسعه داد. به‌طور کلی، این مطالعه با طراحی فعالیتهای مدل‌سازی مبتنی بر موضوعات چالش واقعی مصرف آب، دست‌سازه‌ها و تلفیق نظریه فعالیت با مدل‌سازی به‌عنوان سیستم فعالیت مدل‌سازی، نشان داد که می‌توان مفاهیم ریاضی مانند رابطه حجم (استوانه) را در زندگی روزمره دانش‌آموزان توسعه داد. از این رو، مدل‌سازی ریاضی ابزاری مناسب برای برنامه‌درسی تلفیقی است که می‌توان با استفاده از ظرفیت آن، مفاهیم ریاضی را در دنیای واقعی توسعه داد.

1. Realistic Experiences
2. de Oliveira & Barbosa

- دبیرخانه شورای عالی آموزش و پرورش. (۱۳۹۱). برنامه درسی ملی جمهوری اسلامی ایران، مصوبه اسفند ۱۳۹۱. تهران: شورای عالی آموزش و پرورش با همکاری سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی.
- رفیع‌پور، ابوالفضل. (۱۳۹۰). طراحی چارچوبی برای ایجاد تعادل در برنامه درسی ریاضی متوسطه در ایران. چکیده گسترده رساله دکتری، رشد آموزش ریاضی، ۲۸ (۳)، ۲۷-۲۵.
- عبداله‌پور، کاظم. (۱۳۹۱). مطالعه سطوح شایستگی مدل‌سازی دانش‌آموزان سال اول و دوم دبیرستان مناطق شهری و روستایی استان کرمان. پایان‌نامه کارشناسی ارشد، دانشگاه شهید باهنر کرمان.
- عبداله‌پور، کاظم و رفیع‌پور، ابوالفضل. (۱۳۹۶). پدیدارشناسی چرخه مدل‌سازی دانش‌آموزان پایه نهم در حل یک مسئله اصیل. فصلنامه فناوری آموزش، ۱۱ (۲)، ۱۴۹-۱۶۰.
- نیک‌نشان، شقایق؛ نوروزی، رضاعلی و نصرافهانی، احمدرضا. (۱۳۸۹). تحلیلی بر رویکردهای روایی در پژوهش کیفی. فصلنامه روش‌شناسی علوم انسانی، ۱۶ (۶۲)، ۱۴۱-۱۶۰.

- Alsina, C. (2007). Less chalk, less words, less symbols ... More objects, more context, more actions. In W. Blum, P. L. Galbraith, H.-W. Henn, & M. Niss (Eds.), *Modelling and applications in mathematics education* (pp. 35-44). New ICMI Study Series, vol 10. Boston, MA: Springer.
- Barrett, J. E., Clements, D. H., & Sarama, J. (2017). Children's measurement: A longitudinal study of children's knowledge and learning of length, area, and volume. *Journal for Research in Mathematics Education Monograph Series*, 16.
- Barrett, J. E., Cullen, C., Sarama, J., Clements, D. H., Klanderma, D., Miller, A. L., & Rumsey, C. (2011). Children's unit concepts in measurement: A teaching experiment spanning grades 2 through 5. *ZDM - The International Journal of Mathematics Education*, 43(5), 637-650.
- Battista, M. T., & Clements, D. H. (1998). Students' understanding of three-dimensional cube arrays: Findings from a research and curriculum development project. In R. Lehrer, & D. Chazan (Eds.), *Designing learning environments for developing understanding of geometry and space* (pp. 227-248). Mahwah, NJ: Erlbaum.
- Boaler, J. (1998). Open and closed mathematics: Student experiences and understandings. *Journal for Research in Mathematics Education*, 29(1), 41-62.
- Bonotto, C. (2005). How informal out-of-school mathematics can help students make sense of formal in-school mathematics: The case of multiplying by decimal numbers. *Mathematical Thinking and Learning*, 7(4), 313-344.
- Borromeo Ferri, R. (2018). Task competency: For your instructional flexibility. In *Learning how to teach mathematical modeling in school and teacher education* (pp. 41-75). Cham: Springer.
- Cirillo, M., Pelesko, J. A., Felton-Koestler, M. D., & Rubel, L. (2016). Perspectives on modeling in school mathematics. In C. R. Hirsch, & A. R. McDuffie (Eds.), *Mathematical modeling and modeling mathematics* (pp. 3-16). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Clements, D. H. (1999). Teaching length measurement: Research challenges. *School Science and Mathematics*, 99(1), 5-11.
- de Oliveira, A. M. P., & Barbosa, J. C. (2013). Mathematical modelling, mathematical content and tensions in discourses. In G. A. Stillman, G. Kaiser, W. Blum, & J. P. Brown (Eds.), *Teaching mathematical modelling: Connecting to research and practice* (pp. 67-76). Dordrecht: Springer.

- Doerr, H. M., & English, L. D. (2003). A modeling perspective on students' mathematical reasoning about data. *Journal for Research in Mathematics Education*, 34(2), 110-136.
- Engeström, Y. (2001). Expansive learning at work: Toward an activity theoretical reconceptualization. *Journal of Education and Work*, 14(1), 133-156.
- Engeström, Y., & Sannino, A. (2010). Studies of expansive learning: Foundations, findings and future challenges. *Educational Research Review*, 5(1), 1-24.
- Gravemeijer, K., Figueiredo, N., Feijs, E., van Galen, F., Keijzer, R., & Munk, F. (2016). *Measurement and geometry in upper primary school*. Rotterdam/Boston/Taipei: Sense Publishers.
- Greer, B., Verschaffel, L., & Mukhopadhyay, S. (2007). Modelling for life and children's experience. In W. Blum, P. L. Galbraith, H.-W. Henn, & M. Niss (Eds.), *Modelling and applications in mathematics education* (pp. 88-98). New ICMI Study Series, vol 10. Boston, MA: Springer.
- Hashim, N. H., & Jones, M. L. (2007). *Activity Theory: A framework for qualitative analysis*. Paper presented at the 4th International Qualitative Research Convention (QRC), 3-5 September, 2007, Malaysia.
- Huang, H. E. G., & Witz, K. G. (2011). Developing children's conceptual understanding of area measurement: A curriculum and teaching experiment. *Learning and Instruction*, 21(1), 1-13.
- Huang, H.-M. E., & Wu, H.-Y. (2019). Supporting children's understanding of volume measurement and ability to solve volume problems: Teaching and learning. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 15(12), Article em1789.
- Jurdak, M. E. (2006). Contrasting perspectives and performance of high school students on problem solving in real world, situated, and school contexts. *Educational Studies in Mathematics*, 63(3), 283-301.
- Ludwig, M., & Xu, B. (2010). A comparative study of modelling competencies among Chinese and German students. *Journal für Mathematik-Didaktik*, 31(1), 77-97.
- MacDonald, A., & Lowrie, T. (2011). Developing measurement concepts within context: Children's representations of length. *Mathematics Education Research Journal*, 23(1), 27-42.
- National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: NCTM.
- Russell, D. R. (2009). Uses of activity theory in written communication research. In A. Sannino, H. Daniels, & K. D. Gutiérrez (Eds.), *Learning and expanding with activity theory* (pp. 40-52). New York, NY: Cambridge University Press.
- Stillman, G., Galbraith, P., Brown, J., & Edwards, I. (2007). A framework for success in implementing mathematical modelling in the secondary classroom. In J. Watson, & K. Beswick (Eds.), *Mathematics: Essential research, essential practice* (vol. 2, pp. 688-697). Adelaide: MERGA.
- Tan-Sisman, G., & Aksu, M. (2012). The length measurement in the Turkish Mathematics Curriculum: Its potential to contribute to students' learning. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 10(2), 363-385.
- Yamagata-Lynch, L. C. (2010). *Activity systems analysis methods*. Boston: Springer.
- Yuberta, K. R., Zulkardi, Z., Hartono, Y., & Galen, F. V. (2011). Developing student's notion of measurement unit for area. *Journal of Mathematics Education*, 2(2), 173-184.