



Production and Operations Management
University of Isfahan E-ISSN: 2423-6950

Vol. 13, Issue 3, No. 30, Autumn 2022



<http://dx.doi.org/10.22108/jpom.2022.127521.1347>

(Research Paper)

Markdown pricing of perishable products with price and time-dependent demand, considering twice discount during the sales period – The case of Ofoq Kourosh Chain Stores

Farzad Bahrami

Department of Industrial Management, Faculty of Administrative Sciences & Economics, Arak University, Arak, Iran, f-bahrami@araku.ac.ir

Ameneh Jeihouni

Department of Industrial Management, Faculty of Management, University of Tehran - Kish Campus, Kish, Iran, ameneh.jeihouni@ut.ac.ir

Ali Ebrahimi Kordlar

Department of Accounting, Faculty of Management, University of Tehran, Tehran, Iran, aebrahimi@ut.ac.ir

Hossein Safari*

Department of Industrial Management, Faculty of Management, University of Tehran, Tehran, Iran, hsafari@ut.ac.ir

Purpose: Perishable products suffer from spoilage and quality loss after a period, so their demand decreases. To raise the level of demand and reduce the cost due to product spoilage and increase in waste, a markdown policy is used. This paper aims to find the optimal amount of discount and the initial order amount so that the total profit is maximized. The discount is offered twice during the sales period; the first discount is provided before the onset of deterioration, when and attractiveness of the product for purchase decreases. The second one is given after the deterioration starts when product spoilage is visible.

Design/methodology/approach: After an extensive literature review, the initial mathematical model has been shaped and solved using an analytical approach. Considering experts' opinions, the internal validity of the proposed model has been checked and confirmed. Also, the concavity conditions of the objective function and the existence of the global optimal point of the model have been investigated. Then, the values of parameters have been determined by experts and placed in the model. Finally,

* Corresponding author



Ofoq Kourosh Chain Stores' original sales data have been collected as a case study and the model has been solved in MATLAB software.

Findings: In this paper, the amount of the initial order was determined. Then, the optimal amount of the discount was obtained to reach the maximum profit. In this paper, the authors' observation indicated that using the markdown pricing strategy is more profitable than the fixed pricing strategy during the sales period. This result is the most important finding of the paper, which can be calculated during the sales period examined in the Ofoq Kourosh Chain Stores. It can help decision makers of the discount chain store to set better strategies for their fresh and dairy products.

Research limitations/implications: Choosing a demand function that takes into account all factors affecting demand; also, Considering the optimal discount times, corresponding to the optimal discount values as decision variables, complicates the model. It should be mentioned that due to limitations in the IT infrastructure of the case study and our boundaries to get information from these brick-and-mortar chain stores, it is not possible to record data in short periods (hourly) and the warehouse inventory is only available daily.

Practical implications: Since one of the main goals of the institution is to obtain maximum profit, by applying the markdown pricing strategy on perishable products, due to the quality of perishable goods being proportional to their price from the customer's point of view, it is possible to encourage them to buy the product and increase their demand. Besides, it can reduce waste which also leads to the maximization of profit. It should be noted that with the implementation of the proposed model in Ofoq Kourosh Chain Stores, it is practically shown that its implementation can make an important contribution to increasing profits.

Social implications: The results of this research can be used to improve the sales of perishable products, seasonal products, and fashion goods and can increase the profitability of products and reduce waste. This is also possible for consumers to have access to fresh or seasonal products at various and lower prices with different income levels. Such changes can lead to greater equality in society.

Originality/value: The literature review shows that the inventory control models have discussed more optimal order amount and time and less about pricing strategies and price discounts, simultaneously. The subject that is less considered in the literature, to the best of the authors' knowledge, is the determination of discount values to maximize profit, which was considered in this paper.

Keywords: Markdown Pricing, Inventory Control, Dynamic Pricing, Perishable Product, Discount



مدیریت تولید و عملیات، دوره ۱۳، شماره ۳، پیاپی ۳۰، پاییز ۱۴۰۱

دریافت: ۱۳۹۹/۱۲/۱۸ پذیرش: ۱۴۰۱/۰۵/۲۲ ص ۴۶-۲۵



<http://dx.doi.org/10.22108/jpom.2022.127521.1347>

(مقاله پژوهشی)

قیمت‌گذاری کاهشی محصولات فسادپذیر با تقاضای وابسته به قیمت و زمان و در

نظر گرفتن دو بار تخفیف در طول دوره فروش

(مطالعه موردی: فروشگاه‌های زنجیره‌ای افق کوروش)

فرزاد بهرامی^۱، آمنه جیحونی^۲، علی ابراهیمی کردلر^۳، حسین صفری^{۴*}

- ۱- استادیار گروه مدیریت صنعتی، دانشکده علوم اداری و اقتصاد، دانشگاه اراک، اراک، ایران، f-bahrami@araku.ac.ir
- ۲- فارغ‌التحصیل دکتری گروه مدیریت صنعتی، دانشکده مدیریت، دانشگاه تهران- پردیس کیش، کیش، ایران، ameneh.jeiouni@ut.ac.ir
- ۳- دانشیار گروه حسابداری، دانشکده مدیریت، دانشگاه تهران، تهران، ایران، abrahimi@ut.ac.ir
- ۴- استاد گروه مدیریت صنعتی، دانشکده مدیریت، دانشگاه تهران، تهران، ایران، hsafari@ut.ac.ir

چکیده: در این مقاله برای دستیابی به حداکثر سود حاصل از فروش محصولات فسادپذیر، سیاست کاهش قیمت به کار گرفته شده است. محصولات فسادپذیر پس از یک بازه زمانی دچار افت کیفیت می‌شوند و فساد در آنها شکل می‌گیرد؛ بنابراین نزد مشتری جذابیت لازم را ندارند و تقاضا برای خرید این محصولات کاهش می‌یابد. در این حالت سیاست کاهش قیمت یا ارائه تخفیف، یکی از راه‌های بالابردن میزان تقاضاست. همچنین افزایش تقاضا، ضایعات را نیز کاهش خواهد داد که باعث کم‌شدن هزینه‌ها و در نهایت افزایش سود کل خواهد شد. حال آنکه اگر میزان تخفیف بهینه نباشد، حداکثر سود حاصل نخواهد شد. هدف این مقاله پیدا کردن مقادیر بهینه تخفیف و مقدار سفارش اولیه است؛ به طوری که سود کل بیشینه شود. تخفیف دوبار در طول دوره ارائه می‌شود؛ یکبار قبل از شروع فساد و کاهش جذابیت محصول برای خرید و تخفیف دوم بعد از شروع فساد در محصول. تابع تقاضا وابسته به دو عامل قیمت فروش و زمان می‌باشد و میزان فساد ثابت فرض شده است. پس از توسعه مدل و حل آن با رویکرد تحلیلی، ثابت شده است که مسئله دارای حداکثر سراسری است؛ سپس اعتبار مدل پیشنهادی در قالب مطالعه موردی در فروشگاه‌های زنجیره‌ای افق کوروش بررسی شده است. به منظور تجزیه و تحلیل رفتار مدل و توصیف رویه حل، تحلیل حساسیت پارامترهای کلیدی مدل انجام شد. در نهایت استراتژی قیمت‌گذاری کاهشی با قیمت‌گذاری ثابت مقایسه گردید.

واژه‌های کلیدی: قیمت‌گذاری کاهشی، کنترل موجودی، قیمت‌گذاری پویا، محصول فسادپذیر، تخفیف



مقدمه

یکی از هدف‌های اصلی اغلب مؤسسات، کسب حداکثر سود است که مدیریت درآمد و مدیریت عملیات دو رکن اساسی برای دستیابی به حداکثر سود می‌باشد (جوهر^۱، ۱۹۹۸). مهم‌ترین پارامتر مدیریت عملیات، کنترل موجودی است که به دنبال حداقل کردن هزینه‌ها و تصمیم‌گیری درباره مقدار بهینه سفارش و زمان بهینه سفارش است (جعفرنژاد، ۱۳۹۰) و مدیریت درآمد به دنبال حداکثر کردن سود یا درآمد حاصل از فروش ظرفیت محدودی از یک محصول فسادپذیر، در طی افق زمانی مشخص به مشتری مناسب با قیمت بهینه است و مهم‌ترین پارامتر آن قیمت‌گذاری است (تالوری و ون رایزن^۲، ۲۰۰۵).

قیمت چه از دیدگاه مالی و چه از دیدگاه عملیاتی یکی از مؤثرترین عامل‌ها بر میزان و نوع تقاضا برای دستیابی به سود بالاتر است و به‌عنوان یک ابزار کمک‌کننده به تنظیم و تعادل موجودی و فشار تولید به حساب می‌آید (جیا و هو^۳، ۲۰۱۱). مدیران می‌توانند با تغییر قیمت علاوه بر تنظیم موجودی در دست، بر میزان تقاضا اثر بگذارند و تقاضا را در کوتاه‌مدت تقویت یا محدود کنند (بیتران و کالدنتی^۴، ۲۰۰۳). سیاست‌ها و تاکتیک‌های بسیاری مانند قیمت‌گذاری پویا^۵ و قیمت‌گذاری کاهشی^۶ وجود دارند که مؤسسات به‌منظور دستیابی به سود بیشتر از آنها استفاده می‌کنند. قیمت‌گذاری پویا به‌عنوان یک سیاست قیمت‌گذاری قدرتمند به وجود آمده است که فرصت تغییر قیمت را در طول زمان به‌دلیل عواملی مانند تغییرات در سطح موجودی، تغییر در میزان تقاضا و تغییر در کیفیت محصول به خرده‌فروشان می‌دهد (ربانی^۷ و همکاران، ۲۰۱۶). بسیاری از صنایع وقتی به پایان فصل فروش خود می‌رسند، به‌منظور کاهش ضایعات و ضررهای متحمل‌شده، استراتژی کاهش قیمت را به کار می‌گیرند (لونتال و برور^۸، ۲۰۱۲).

مدل‌های سنتی موجودی دوره عمر محصول را نامحدود فرض می‌کردند؛ در حالی که این فرض با واقعیت صدق نمی‌کند. بیشتر کالاهای موجود در بازار فسادپذیرند. کالاهای فسادپذیر یعنی کالاهایی که در مقایسه با دیگر کالاهای دوره عمر کوتاهی دارند و پس از آن، دیگر برای هدف اصلی‌شان مناسب نیستند (رافت^۹، ۱۹۹۱). فساد می‌تواند در نتیجه ضربه خوردن، فاسد شدن، پوسیده شدن، خشک شدن یا تبخیر اتفاق بیافتد (گویال و گیری^{۱۰}، ۲۰۰۱). بسیاری از محصولات فسادپذیر مثل شاتوت، توت‌فرنگی، میوه‌ها، سبزیجات، دونات، شیر، گوشت و ... چند روز ماندگاری دارند؛ بنابراین با نزدیک شدن به تاریخ انقضای خود، تقاضا برای خرید آنها به صفر می‌رسد و مصرف‌کنندگان ترجیح می‌دهند کالاهای تازه را انتخاب کنند (چونگ و لی^{۱۱}، ۲۰۱۳). نظر به اینکه شیوه‌های کالاهای دوره‌ای باعث وجود محصولات با قیمت یکسان ولی تاریخ‌های انقضای مختلف در قفسه‌ها می‌شود، مشتریان ترجیح می‌دهند محصولات تازه‌تر را انتخاب کنند، چون به نظرشان این محصولات کیفیت و ماندگاری بیشتری دارد. مطابق با نظر چونگ و لی (۲۰۱۳)، معمولاً ۸۸ درصد مصرف‌کنندگان هنگام خرید تاریخ انقضا را چک می‌کنند؛ واضح است که تعدیل قیمت با توجه به مشخصات محصول، به‌جای ارائه یک قیمت ثابت در طول زمان ماندگاری یک محصول، فروش را بالا می‌برد و در نتیجه ممکن است درآمد را نیز بالا ببرد و عرضه و تقاضا را برحسب اطلاعاتی مانند میزان موجودی و کشش قیمت متعادل کند (دیزاز^{۱۲}، ۲۰۱۷).

از سوی دیگر، بیش از ۸۱ درصد از صنعت خرده‌فروشی آمریکا در سال ۲۰۰۹ مربوط به غذا و نوشیدنی و ۶۳ درصد آنها محصولات با طول عمر محدود است؛ به عبارت دیگر، ۵۰ درصد از فروش این صنعت را محصولات

فسادپذیر تشکیل می‌دهند (لی و همکاران^{۱۳}، ۲۰۱۲). از طرفی، از دست دادن و ضایعات مواد غذایی به یک مشکل مهم در سراسر جهان تبدیل شده است؛ براساس حقایق منتشرشده از سازمان خواروبار و کشاورزی ملل متحد^{۱۴}، در سال ۲۰۱۳ تقریباً یک‌سوم مواد غذایی سالانه جهان از بین می‌رود یا دور ریخته می‌شود که در کشورهای صنعتی حدوداً ۶۸۰ میلیارد دلار و در کشورهای در حال توسعه به ۳۱۰ میلیارد دلار می‌رسد (چن و چن^{۱۵}، ۲۰۲۰). از دست دادن مواد فسادپذیر عمدتاً ناشی از کنترل نامناسب موجودی تا ۱۵٪ در خرده‌فروشان مواد غذایی است (فرگوسن و کتزبرگ^{۱۶}، ۲۰۰۶). همچنین نتایج آماری نشان می‌دهد میزان خرابی میوه‌ها و سبزیجات تازه به ۲۰ درصد می‌رسد و هزینه محصولات به فروش نرسیده قبل از رسیدن به تاریخ انقضا هر ساله میلیون‌ها دلار است (کین^{۱۷} و همکاران، ۲۰۱۴)؛ بنابراین با توجه به اهمیت نقش فساد در سیستم موجودی، نباید آن را نادیده گرفت. با ارائه راهکارهای مناسب قیمت‌گذاری مانند سیاست تخفیف، با ایجاد فرصت برای مشتری و ترغیب او به خرید، می‌توان تقاضا را بالا برد؛ در نتیجه ممکن است باعث افزایش سود و همچنین کاهش هزینه ناشی از فساد شود. در این پژوهش سیاست کاهش قیمت برای فروش محصولات فسادپذیر با هدف دستیابی به حداکثر سود به کار گرفته شده است و حال آنکه هدف، به دست آوردن مقدار تخفیفی است که باید ارائه شود تا بیشترین سود حاصل شود؛ موضوعی که براساس جست‌وجوهای محقق تاکنون بررسی نشده است.

در ادامه ساختار مقاله به صورت زیر خواهد بود. بخش بعدی به پیشینه تحقیق اختصاص خواهد یافت، سپس مبانی نظری پژوهش ارائه خواهد شد، آنگاه روش‌شناسی پژوهش، نمادها، پارامترها، متغیرهای تصمیم، مفروضات و مدل ریاضی شرح داده خواهد شد. در نهایت، مطالعه موردی، تحلیل حساسیت، بحث، نتیجه‌گیری، پیشنهادهای آتی و فهرست منابع ارائه خواهد شد.

پیشینه تحقیق

مشهورترین و قدیمی‌ترین سیاست کنترل موجودی، سیاست مقدار اقتصادی سفارش (EOQ) است که هریس^{۱۸} در سال ۱۹۱۳ ارائه کرده است و هنوز مدل پایه در اغلب پژوهش‌های کنترل موجودی به کار می‌رود. البته برای مطابقت با شرایط امروزی بنگاه‌های تولیدی، در مفروضات آن اصلاحات زیادی ایجاد شده است. اما قاره و شردر^{۱۹} (۱۹۶۳) اولین کسانی بودند که مدل EOQ را برای موجودی با میزان فسادنمایی منفی و تقاضای ثابت توسعه دادند. با این فرض که تا قبل از شروع فساد، تغییر در سطح موجودی تنها به دلیل وجود تقاضا برای خرید محصول توسط مشتری است، پس از شروع خرابی علاوه بر عامل تقاضا، عامل فساد کالا نیز در آن نقش دارد که زمان کالاهای مجدد و مقدار بهینه سفارش اقتصادی را به دست آوردند. سپس کوورت و فیلیپ^{۲۰} (۱۹۷۳) با تحلیل و مدلی شبیه قیر و شردر (۱۹۶۳) فرض کردند که خرابی لحظه‌ای (آنی) از توزیع وایبل به جای توزیع نمایی پیروی می‌کند. پس از آن فیلیپ^{۲۱} (۱۹۷۴)، مدل EOQ را با میزان توزیع وایبل سه‌متغیره بررسی کرد؛ زمانی که کمبود در سیستم مجاز نیست. کوهن^{۲۲} (۱۹۷۷) از نخستین کسانی بود که درباره مسئله موجودی و قیمت‌گذاری هم‌زمان برای کالاهای فاسدشدنی مطالعه کرد، او اولین گام را در تجزیه و تحلیل آثار متقابل فساد با تصمیمات سفارش‌دهی موجودی و قیمت‌گذاری برداشت. کوهن با وارد کردن قیمت مانند سطح موجودی در مدل، مدل قیر و شردر (۱۹۶۳) را توسعه داد و میزان تقاضا را تابعی از قیمت فرض کرد (ناهمیاس^{۲۳}، ۲۰۱۱). وی^{۲۴} (۱۹۹۷) مدل کوهن را گسترش داد و

علاوه بر در نظر گرفتن تقاضای وابسته به قیمت، فاسدشدن کالا را به صورت تابع وایبل^{۲۵} در نظر گرفت؛ سپس وی (۱۹۹۹) مدل را در حالت تخفیف قیمت و بدون تخفیف در نظر گرفت. راجان^{۲۶} و همکاران (۱۹۹۲) و اید^{۲۷} (۲۰۰۱) سیستمی ترکیبی از قیمت‌گذاری و موجودی را در نظر گرفتند که تقاضا تحت تأثیر عمر باقی‌مانده محصول و قیمت محصول است.

میهمی و نخعی^{۲۸} (۲۰۱۲)، قیمت‌گذاری و کنترل موجودی را برای اقلام فاسدشدنی با یکدیگر ادغام کردند؛ تابع تقاضا وابسته به زمان و قیمت است. هدف اصلی این مقاله تعیین قیمت فروش بهینه، برنامه زمان‌بندی بهینه و مقدار سفارش بهینه و به‌طور هم‌زمان است، به‌طوری که سود حداکثر شود. کین^{۲۹} و همکاران (۲۰۱۴) مدل قیمت‌گذاری و کنترل موجودی را برای کالاهای فسادپذیر به‌طور هم‌زمان در نظر گرفتند. میزان تقاضا قطعی و وابسته به کیفیت کالا، قیمت فروش هر واحد و سطح موجودی در معرض نمایش است. نرخ فساد، آنی و از توزیع وایبل دو پارامتری پیروی می‌کند. ژانگ^{۳۰} و همکاران (۲۰۱۵) مسئله تعیین بهینه قیمت‌گذاری پویا و دوره کالاهای مجدد را برای اقلام فاسدشدنی ارائه کردند که تقاضا وابسته به قیمت فروش و موجودی در معرض نمایش است. آنها از استراتژی قانون ماکزیم پونتریاگین^{۳۱} در کنترل بهینه برای حل مدل استفاده کردند. ربانی و همکاران (۲۰۱۶) به‌طور هم‌زمان مدل قیمت‌گذاری پویا و سیاست‌های کالاهای فسادپذیر در نظر گرفتند. آنها نرخ فساد از نظر کیفیت را به صورت آنی در نظر گرفتند که از توزیع وایبل دو متغیره و از نظر تعداد فیزیکی به صورت غیرآنی که از توزیع وایبل سه متغیره پیروی می‌کند و تقاضا را وابسته به قیمت، کیفیت، موجودی و تغییر قیمت در طول زمان گرفتند؛ همچنین قیمت فروش را تابعی وابسته به زمان از قیمت اولیه و نرخ تخفیف در نظر گرفتند، هدف آنها تعیین دوره زمانی بهینه برای کالاهای فسادپذیر مجدد و قیمت اولیه بود به‌طوری که سود کل ماکزیم گردد. در پژوهشی دیگر، وو^{۳۲} و همکاران (۲۰۱۶) بر مسائل حجم انباشته برای محصولات تازه کار کردند که در آنها میزان تقاضا هم‌زمان با نزدیک‌شدن به تاریخ انقضای محصول به تدریج به‌طور خطی به سمت صفر کاهش می‌یابد. آنها نیز برای افزایش سود کل، فرض سنتی موجودی نهایی صفر را به موجودی نهایی غیرصفر توسعه دادند. فنگ^{۳۳} و همکاران (۲۰۱۷)، یک مدل سیاست قیمت‌گذاری و حجم انباشته را برای کالای فسادپذیر ارائه دادند؛ به‌طوری که تقاضا به قیمت فروش، تاریخ انقضا و موجودی در معرض نمایش بستگی دارد و فرض موجودی پایانی صفر را به فرض موجودی پایانی غیرصفر تغییر دادند. تشکر^{۳۴} و همکاران (۲۰۱۸) بر بهینه‌سازی هم‌زمان قیمت‌گذاری پویا و چرخه کالاهای فسادپذیر، با در نظر گرفتن فساد غیرآنی و تقاضای وابسته به قیمت فروش و موجودی در معرض نمایش کار کردند. هدف آنها ماکزیم‌کردن سود است و میزان خرابی ثابت در نظر گرفته نشده است، اما پس از زمانی افزایش می‌یابد. تاریخ انقضا زمانی است که در آن موجودی فروخته‌نشده بی‌ارزش می‌شود و باید دور ریخته شود (ارزش اسقاط صفر است). تقاضای مشتری وابسته به قیمت فروش و موجودی در معرض نمایش است. لی^{۳۵} (۲۰۱۸) مدل هم‌زمان قیمت‌گذاری و اندازه انباشته را برای محصولات فسادپذیر ارائه داد که تقاضا وابسته به قیمت فروش، قیمت مرجع، تازگی محصول مرتبط با تاریخ انقضا و سطح موجودی در معرض نمایش است. خاکزار و ذبیحی^{۳۶} (۲۰۱۹) قیمت‌گذاری کالای فسادپذیر را در شرایط تخفیف مدنظر قرار دادند. همچنین سیاست تخفیف همراه با تغییر تابع میزان تقاضا را در دوره تخفیف در نظر گرفتند؛ در بازه‌ای که تخفیف وجود ندارد میزان تقاضا، تابعی کاهشی از زمان و قیمت است و در دوره تخفیف، تابع میزان تقاضا ابتدا نسبت به

زمان افزایشی است و با گذشت زمان کاهشی می‌شود. این مقاله میزان موجودی را در واحد زمان در نظر نگرفته است و هدف حداکثرکردن سود کل و تعیین قیمت و زمان بهینه برای کاهش قیمت فروش (تخفیف) است. همچنین میزان تقاضا تابعی از قیمت و زمان است. وانگ^{۳۷} و همکاران (۲۰۲۰) یک مدل قیمت‌گذاری پویا را برای محصولات فسادپذیر غیرآنی ارائه دادند که هدفش حداکثرکردن سود شرکت است. تقاضا به قیمت فروش و زمان بستگی دارد. استراتژی بهینه قیمت‌گذاری، دوره بهینه فروش و بیشترین مقدار سود از حل مسئله با استفاده از اصل ماکزیمم پونتریاگین حاصل شده است. جیحونی^{۳۸} و همکاران (۲۰۲۱) برای دستیابی به حداکثر سود حاصل از فروش محصولات فسادپذیر، سیاست کاهش قیمت یا تخفیف را به کار گرفتند. هدف، تعیین زمان و مقدار بهینه تخفیف و مقدار سفارش اولیه است؛ به طوری که سود کل ماکزیمم شود. تابع تقاضا وابسته به دو عامل قیمت فروش و موجودی در معرض نمایش است، سطح موجودی نهایی غیرصفر و میزان فساد ثابت است. سونی و شه^{۳۹} (۲۰۲۱) یک مدل موجودی را ارائه دادند تا هنگامی که شاخص تازگی محصول به حد معینی می‌رسد، محصول با قیمت تخفیف یافته به فروش برسد. هدف، پیدا کردن قیمت فروش بهینه و زمان کالاگیری مجدد است؛ به طوری که سود کل ماکزیمم شود.

جدول ۱، خلاصه‌ای از تحقیقات مرتبط در این زمینه است که هدف همه آنها ماکزیمم کردن سود است.

جدول ۱- خلاصه پیشینه تحقیق مطالعات مرتبط

Table 1- Summary of the literature review of related studies

منبع	عوامل تقاضا	متدولوژی حل	میزان فساد - روند خرابی	هدف	دیگر توضیحات
میهمی و نخعی (۲۰۱۲)	قیمت، زمان	رویکرد تحلیلی	ثابت - غیرآنی	قیمت، زمان کالاگیری مجدد بهینه و مقدار سفارش بهینه	کمبود مجاز و پس‌افت پاره‌ای
کین (۲۰۱۴)	قیمت، موجودی، کیفیت	رویکرد تحلیلی	وایبول - کمی و کیفی هم‌زمان - آنی	قیمت، مقدار سفارش بهینه و زمان بهینه سفارش	کالاگیری مجدد نامحدود، افق زمانی نامحدود
ژانگ و همکاران (۲۰۱۵)	قیمت و موجودی	کنترل بهینه - اصل ماکزیمم پونتریاگین	ثابت - غیرآنی	قیمت پویا و دوره کالاگیری مجدد	-
ربانی (۲۰۱۶)	قیمت، تغییر قیمت، کیفیت	رویکرد تحلیلی	وایبول، کمی و کیفی، کیفی آنی کمی غیرآنی	قیمت پویا و زمان بهینه کالاگیری مجدد	قیمت تابعی از قیمت اولیه و تخفیف
وو و همکاران (۲۰۱۶)	موجودی، تازگی، زمان	رویکرد تحلیلی	-	زمان کالاگیری مجدد و سطح نهایی موجودی	موجودی پایانی غیرصفر، ارزش اسقاط ثابت
فنگ (۲۰۱۷)	قیمت، موجودی، تازگی	رویکرد تحلیلی	-	قیمت و مقدار بهینه سفارش	موجودی پایانی غیرصفر، ارزش اسقاط ثابت
لی (۲۰۱۸)	قیمت، قیمت مرجع، تازگی، موجودی	رویکرد تحلیلی	-	قیمت و مقدار بهینه سفارش	چند دوره‌ای، قیمت اسقاطی ثابت، موجودی نهایی غیرصفر
تشکر و همکاران (۲۰۱۸)	قیمت و موجودی	کنترل بهینه - اصل ماکزیمم پونتریاگین	غیر ثابت - غیر آنی	قیمت‌گذاری پویا و دوره کالاگیری مجدد	-

منبع	عوامل تقاضا	متدولوژی حل	میزان فساد- روند خرابی	هدف	دیگر توضیحات
یاوری و همکاران (۲۰۱۹)	قیمت و زمان	رویکرد تحلیلی	-	قیمت فروش اولیه بهینه، مقدار سفارش بهینه و زمان بهینه کالاگیری مجدد	کمبود مجاز، پس‌افت پاره‌ای، تورم
خاکزار و ذبیحی (۲۰۱۹)	قیمت و زمان	رویکرد تحلیلی	-	قیمت بهینه تخفیف و زمان بهینه تخفیف	در دوره تخفیف، تابع میزان تقاضا ابتدا نسبت به زمان افزایشی است و با گذشت زمان کاهش می‌یابد
وانگ (۲۰۲۰)	قیمت فروش و زمان	کنترل بهینه- اصل ماکزیمم پونتریاگین	غیرآنی	استراتژی بهینه قیمت‌گذاری، دوره بهینه فروش	-
جیحونی و همکاران (۲۰۲۱)	قیمت فروش و موجودی در معرض نمایش	رویکرد تحلیلی	ثابت- غیرآنی	زمان بهینه تخفیف، مقدار بهینه تخفیف و مقدار بهینه سفارش	سطح موجودی نهایی غیر صفر
سونی و شه (۲۰۲۱)	قیمت و زمان	رویکرد تحلیلی	ثابت-آنی	قیمت فروش و زمان کالاگیری مجدد	تخفیف با رسیدن شاخص تازگی محصول به سطح معینی
پژوهش حاضر	قیمت و زمان	رویکرد تحلیلی	ثابت- غیرآنی	مقادیر تخفیف بهینه و مقدار بهینه سفارش	-

مرور پیشینه موضوع نشان می‌دهد مدل‌های موجود بیشتر درباره کنترل موجودی بحث می‌کنند و کمتر مباحث مربوط به قیمت‌گذاری و تخفیفات قیمتی برای مشتریان را بررسی می‌کنند (وانگ، ۲۰۱۲). موضوعی که کمتر در مقالات درخور توجه قرار گرفته است، تعیین مقادیر تخفیف بهینه به منظور حداکثر کردن سود کل است. بنابراین هدف این پژوهش تعیین مقادیر بهینه تخفیف و مقدار اولیه سفارش است؛ به طوری که سود کل بنگاه حداکثر شود؛ مسئله‌ای که براساس جست‌وجوهای محقق، در تحقیقات قبلی بررسی نشده است. این تحقیق براساس مدل قاره و شردر (۱۹۶۳) و کوهن (۱۹۷۷) درباره محصولات فسادپذیر است که با توجه به شرایط امروزه محیط کسب‌وکار و نمونه موردی توسعه پیدا کرده است. تقاضا وابسته به دو عامل قیمت و زمان در نظر گرفته شده است و میزان فساد ثابت فرض می‌شود و در طول دوره فروش دوبار تخفیف ارائه می‌شود.

مبانی نظری

با در نظر گرفتن تغییر نیازهای مصرف‌کنندگان و کوتاهی دوره عمر محصولات فسادپذیر، برای افزایش سود می‌توان از طریق تحریک تقاضا با استفاده از استراتژی‌هایی مانند کاهش قیمت و همچنین کاهش هزینه‌های مرتبط با سیستم موجودی از جمله کاهش ضایعات بهره جست.

قیمت‌گذاری، ابزاری سریع و مؤثر برای کنترل تقاضاست؛ با ارائه راهکارهای مناسب قیمت‌گذاری می‌توان بین عرضه و تقاضا تعادل ایجاد کرد، تقاضای اقلام را تا حد زیادی مدیریت کرد و مانع از اتلاف سرمایه به دلیل فساد کالا شد (جیا و هو، ۲۰۱۱). قیمت‌گذاری پویا یکی از بنیادی‌ترین و متداول‌ترین ابزارهای استفاده‌شده است. این

ابزار شرکت‌ها را قادر می‌کند تا با تنظیم بهتر عرضه و تقاضا، در پاسخ به تغییرات الگوی تقاضا و دستیابی به بخش‌های مشتریان، درآمد را افزایش دهند (چن و چن^{۴۰}، ۲۰۱۵). نظر به اینکه بیشتر کالاهایی که در بازار وجود دارد کالاهای فاسدشدنی است، مسئله مهم و نگران‌کننده خرده‌فروشان، مدیریت موجودی محصولات فاسدشدنی است. وقتی فساد در محصول شروع می‌شود، کیفیت، ارزش و میزان موجودی افت پیدا می‌کند و باعث می‌شود که هزینه اضافی (هزینه فساد) به سیستم موجودی تحمیل شود؛ بنابراین کنترل موجودی محصولات فاسدشدنی اهمیت بسیاری دارد. در نتیجه برای آنکه یک سازمان بتواند مدیریت عملیات و درآمد بهینه را در سیستم خود برقرار کند، باید کنترل موجودی و قیمت‌گذاری را بهینه کند. بنابراین تعیین این دو مقدار به‌عنوان یک هدف اصلی پیش روی تحقیقات صنعتی و آکادمیک قرار دارد.

قاره و شردر (۱۹۶۳) از اولین کسانی بودند که مدل EOQ را برای موجودی فسادپذیر توسعه دادند. کوهن (۱۹۷۷) هم قیمت را مثل سطح موجودی در مدل موجودی و قیمت‌گذاری هم‌زمان را برای کالاهای فاسدشدنی وارد کرد. این تحقیق نیز براساس مدل قاره و شردر (۱۹۶۳) و کوهن (۱۹۷۷) درباره محصولات فسادپذیر، با توجه به شرایط امروزه محیط کسب‌وکار و نمونه موردی توسعه پیدا کرده است.

دو عامل کلیدی موجودی فسادپذیر، تقاضا و میزان فساد است. تقاضا، نیروی محرک کل سیستم موجودی و میزان فساد، نشان‌دهنده ویژگی‌های کالای فاسدشدنی است (لی و همکاران، ۲۰۱۲). تقاضا می‌تواند وابسته به عوامل مختلفی چون قیمت، زمان، موجودی، تازگی محصول، کیفیت، تاریخ انقضا، قیمت مرجع و غیره یا ترکیبی از این موارد باشد. از میان پژوهش‌های انجام‌شده به موارد زیر اشاره می‌شود: تقاضای وابسته به تازگی محصول و موجودی در معرض نمایش (بی و کندال^{۴۱}، ۲۰۰۸)، تقاضای وابسته به تازگی محصول، سطح موجودی و تاریخ انقضا (چن و همکاران، ۲۰۱۶) و (وو و همکاران، ۲۰۱۶)، تقاضای وابسته به قیمت و موجودی در معرض نمایش (لو و همکاران^{۴۲}، ۲۰۱۴)؛ (جیحونی و همکاران، ۲۰۲۱)، تقاضای وابسته به تازگی و قیمت (هربن^{۴۳}، ۲۰۱۴)، تقاضای وابسته به قیمت، تازگی و موجودی (فنگ و همکاران، ۲۰۱۷)، تقاضای وابسته به قیمت و زمان (میهمی و نخعی، ۲۰۱۲) و (خاکزار و ذبیحی، ۲۰۱۹) که در این تحقیق تقاضا مطابق میهمی و نخعی (۲۰۱۲) وابسته به دو عامل قیمت و زمان در نظر گرفته شده است. میزان فساد هم می‌تواند ثابت (قاره و شردر، ۱۹۶۳) و (فنگ، ۲۰۱۷)، دارای توزیع وایبل دو پارامتری (کوورت و فیلیپ، ۱۹۷۳) و (کین، ۲۰۱۴)، توزیع وایبل سه پارامتری (فیلیپ، ۱۹۷۴) و (ربانی، ۲۰۱۶) و تابعی از زمان (ابد، ۲۰۰۱) باشد که در این پژوهش میزان فساد مطابق با قاره و شردر (۱۹۶۳) ثابت فرض می‌شود.

در این مقاله در طول دوره فروش دوبار تخفیف ارائه می‌شود که بار اول قبل از شروع فساد و بار دوم بعد از شروع فساد است. موضوعی که براساس جست‌وجوهای محقق در مقالات درخور توجه قرار نگرفته است، تعیین مقدار بهینه تخفیف است. بنابراین هدف این مقاله، تعیین مقادیر بهینه تخفیف و مقدار سفارش اولیه است؛ به‌طوری که سود کل بنگاه حداکثر شود.

روش‌شناسی پژوهش

در این پژوهش ابتدا پس از مرور گسترده‌ای بر سابقه تحقیق، مدل اولیه ریاضی ایجاد و حل شد، سپس با نظر خبرگان فروشگاه افق کوروش، اعتبار درونی مدل از نظر درست بودن منطق مدل و معقول بودن مفروضات مدل و همچنین پشتمانه تئوریک آنها بررسی و تأیید شد. پس از آن مقادیر پارامترها تعیین و داده‌های فروشگاه افق کوروش جمع‌آوری و در نهایت مدل حل شد.

تعریف مسئله

در این پژوهش دو بار در طول دوره تخفیف ارائه خواهد شد؛ ابتدا قبل از اینکه علائم فساد در محصول ظاهر شود و کاهش جذابیت ظاهری محصول به وجود آید (t_{1d}) و تخفیف دوم زمانی ارائه می‌شود که محصول از نظر شکل ظاهری جذابیت لازم را برای مشتری نداشته باشد و لازم است ترخیص یا پاکسازی^{۴۴} شود (t_{2d}). نظر به اینکه اگر مقادیر تخفیفی که ارائه می‌شود بیشتر از مقادیر بهینه باشد، حداکثر سود به دست نمی‌آید، پس هدف تعیین مقدار بهینه تخفیف و مقدار سفارش اولیه است؛ به طوری که سود کل ماکزیمم شود (محصول در بازه زمانی t_{1d} تا t_{1d} ، با قیمت اولیه p_0 ، در بازه زمانی t_{1d} تا t_{2d} درصد تخفیف α_1 و در بازه t_{2d} تا T با α_2 درصد تخفیف ارائه می‌شود).

مفروضات

مفروضات مسئله به شرح ذیل است:

- پارامترهای مدل قطعی است؛
- سیستم موجودی تک‌محصولی و بدون محدودیت است؛
- زمان پیشرو برابر با صفر است؛
- افق زمانی برابر با T است و مدل‌سازی برای یک دوره انجام می‌شود؛
- سفارش یکبار در ابتدای دوره انجام می‌شود؛
- کمبود کالا مجاز نیست؛
- موجودی باقی‌مانده در پایان دوره با ارزش اسقاط $\delta \cdot p_0$ فروخته می‌شود.

نمادها، پارامترها و متغیرهای تصمیم

نمادها، پارامترها و متغیرهای تصمیم مسئله به شرح ذیل است:

پتانسیل بازار (تقاضای بالقوه وقتی قیمت صفر باشد)	d_0
حساسیت به قیمت	a
قیمت اولیه	p_0
زمان اولین تخفیف	t_{1d}
زمان دومین تخفیف	t_{2d}
زمان شروع فساد یا زمان کاهش جذابیت محصول	t'
زمان کالاهای مجدد یا بازپرسی	T

میزان خرابی	θ
عامل زمان	λ
موجودی اولیه یا مقدار سفارش اولیه	I_0
میزان موجودی $i=1,2,3,4$	$I_i(t)$
میزان تقاضا $i=1,2,3,4$	$D_i(p, I)$
هزینه ثابت سفارش	k_0
هزینه خرید هر واحد	c_p
هزینه نگهداری هر واحد	h
هزینه خرابی هر واحد	c_d
قیمت اسقاط هر واحد کالا ($0 \leq \delta < 1$)	$\delta \cdot p_0$
میزان تخفیف بار اول (متغیر تصمیم)	α_1
میزان تخفیف بار دوم (متغیر تصمیم)	α_2

مدل ریاضی

تابع تقاضا قبل و بعد از ارائه تخفیف وابسته به قیمت محصول و زمان و به صورت زیر است:

$$D = \begin{cases} D_1 = (d_0 - ap_0)e^{\lambda t} & , 0 \leq t \leq t_{1d} \\ D_2 = (d_0 - ap_0(1 - \alpha_1))e^{\lambda t} & , t_{1d} \leq t \leq t' \\ D_3 = (d_0 - ap_0(1 - \alpha_1))e^{\lambda t} & , t' \leq t \leq t_{2d} \\ D_4 = (d_0 - ap_0(1 - \alpha_2))e^{\lambda t} & , t_{2d} \leq t \leq T \end{cases} \quad (1)$$

$(0 \leq p_0 \leq \frac{d_0}{a}, a > 0, d_0 > 0, \lambda < 0)$

نمودار تقاضا بر حسب زمان به صورت زیر است:



شکل ۱- نمودار تقاضا بر حسب زمان

Fig. 1. Demand chart by time

تابع قیمت نیز به صورت زیر در نظر گرفته می شود: ($0 \leq \alpha_1 < 1$, $0 \leq \alpha_2 < 1$)

$$p = \begin{cases} p_0 & , 0 \leq t \leq t_{1d} \\ p_0(1 - \alpha_1) & , t_{1d} \leq t \leq t' \\ p_0(1 - \alpha_1) & , t' \leq t \leq t_{2d} \\ p_0(1 - \alpha_2) & , t_{2d} \leq t \leq T \end{cases} \quad (2)$$

سطح موجودی در بازه زمانی $0 \leq t \leq t_{1d}$ از حل معادله دیفرانسیل زیر به دست می آید؛ زیرا در این بازه تقاضا عامل تغییر سطح موجودی است:

$$\frac{dI_1}{dt} = -D \Rightarrow \frac{dI_1}{dt} = -(d_0 - ap_0)e^{\lambda t} \Rightarrow I_1(t) = \frac{(d_0 - ap_0)}{\lambda}(1 - e^{\lambda t}) + I_0, \quad 0 \leq t \leq t_{1d} \quad (3)$$

و در بازه $t_{1d} \leq t \leq t'$ ، تغییر در سطح موجودی به دلیل افزایش تقاضای ناشی از کاهش α_1 درصدی قیمت است:

$$\frac{dI_2}{dt} = -D \Rightarrow \frac{dI_2}{dt} = -(d_0 - ap_0(1 - \alpha_1))e^{\lambda t} \Rightarrow I_2(t) = \frac{-(d_0 - ap_0(1 - \alpha_1))}{\lambda} e^{\lambda t} + c, \quad t_{1d} \leq t \leq t' \quad (4)$$

و در بازه $t' \leq t \leq t_{2d}$ ، تغییر در سطح موجودی به دو عامل تقاضا و فساد بستگی دارد:

$$\frac{dI_3}{dt} = -D - \theta I_3(t) \Rightarrow \frac{dI_3}{dt} = -(d_0 - ap_0(1 - \alpha_1))e^{\lambda t} - \theta I_3(t) \Rightarrow I_3(t) = \frac{-(d_0 - ap_0(1 - \alpha_1))}{(\lambda + \theta)} e^{\lambda t} + c'e^{-\theta t}, \quad t' \leq t \leq t_{2d} \quad (5)$$

و در بازه $t_{2d} \leq t \leq T$ ، تغییر در سطح موجودی باز هم به دو عامل تقاضا و فساد بستگی دارد:

$$\frac{dI_4}{dt} = -D - \theta I_4(t) \Rightarrow \frac{dI_4}{dt} = -(d_0 - ap_0(1 - \alpha_2))e^{\lambda t} - \theta I_4(t) \Rightarrow I_4(t) = \frac{-(d_0 - ap_0(1 - \alpha_2))}{\lambda + \theta} e^{\lambda t} + \frac{c''}{e^{\theta t}}, \quad t_{2d} \leq t \leq T \quad (6)$$

با جایگذاری شرط مرزی $I_4(T) = 0$ در رابطه (۶)، رابطه زیر به دست می آید:

$$c'' = \frac{(d_0 - ap_0(1 - \alpha_2))}{\lambda + \theta} e^{(\lambda + \theta)T} \quad (7)$$

رابطه (۷) در (۶) قرار داده می شود:

$$I_4(t) = \frac{(d_0 - ap_0(1 - \alpha_2))}{(\lambda + \theta)e^{\theta t}} (e^{(\lambda + \theta)T} - e^{(\lambda + \theta)t}) \quad (8)$$

نظر به اینکه $I_3(t_{2d}) = I_4(t_{2d})$ ؛ بنابراین با مساوی قرار دادن روابط (۸) و (۵) نتیجه می‌شود:

$$c' = \frac{(d_0 - ap_0(1 - \alpha_1))}{\lambda + \theta} (e^{(\lambda + \theta)t_{2d}}) + \frac{(d_0 - ap_0(1 - \alpha_2))}{\lambda + \theta} (e^{(\lambda + \theta)T} - e^{(\lambda + \theta)t_{2d}}) \quad (9)$$

رابطه (۹) در (۵) جایگذاری می‌شود:

$$I_3(t) = \frac{-(d_0 - ap_0(1 - \alpha_1))}{(\lambda + \theta)e^{\theta t}} + \frac{(d_0 - ap_0(1 - \alpha_1))}{(\lambda + \theta)e^{\theta t}} e^{(\lambda + \theta)t_{2d}} + \frac{(d_0 - ap_0(1 - \alpha_2))}{(\lambda + \theta)e^{\theta t}} (e^{(\lambda + \theta)T} - e^{(\lambda + \theta)t_{2d}}) \quad (10)$$

از طرفی: $I_2(t') = I_3(t')$

$$c = \frac{(d_0 - ap_0(1 - \alpha_1))}{\lambda} e^{\lambda t'} + \frac{(d_0 - ap_0(1 - \alpha_1))}{(\lambda + \theta)} (e^{(\lambda + \theta)t_{2d} - \theta t'} - e^{\lambda t'}) + \frac{(d_0 - ap_0(1 - \alpha_2))}{(\lambda + \theta)} (e^{(\lambda + \theta)T - \theta t'} - e^{(\lambda + \theta)t_{2d} - \theta t'}) \quad (11)$$

با قراردادن رابطه (۱۱) در (۴) رابطه زیر به دست می‌آید:

$$I_2(t) = \frac{-(d_0 - ap_0(1 - \alpha_1))}{\lambda} e^{\lambda t} + \frac{(d_0 - ap_0(1 - \alpha_1))}{(\lambda + \theta)} (e^{(\lambda + \theta)t_{2d} - \theta t'} - e^{\lambda t'}) + \frac{(d_0 - ap_0(1 - \alpha_2))}{(\lambda + \theta)} (e^{(\lambda + \theta)T - \theta t'} - e^{(\lambda + \theta)t_{2d} - \theta t'}) \quad (12)$$

با مساوی قرار دادن $I_1(t_{1d}) = I_2(t_{1d})$ مقدار سفارش اولیه به دست می‌آید:

$$I_0 = \frac{-(d_0 - ap_0)}{\lambda} (1 - e^{\lambda t_{1d}}) + \frac{(d_0 - ap_0(1 - \alpha_1))}{\lambda} (e^{\lambda t'} - e^{\lambda t_{1d}}) + \frac{(d_0 - ap_0(1 - \alpha_1))}{(\lambda + \theta)} (e^{(\lambda + \theta)t_{2d} - \theta t'} - e^{\lambda t'}) \quad (13)$$

$$+ \frac{(d_0 - ap_0(1 - \alpha_2))}{(\lambda + \theta)} (e^{(\lambda + \theta)T - \theta t'} - e^{(\lambda + \theta)t_{2d} - \theta t'})$$

رابطه (۱۳) را در (۳) قرار می‌دهیم و رابطه زیر به دست می‌آید:

$$I_1(t) = \frac{-(d_0 - ap_0)}{\lambda} (e^{\lambda t} - e^{\lambda t_{1d}}) + \frac{(d_0 - ap_0(1 - \alpha_1))}{\lambda} (e^{\lambda t'} - e^{\lambda t_{1d}}) + \frac{(d_0 - ap_0(1 - \alpha_1))}{(\lambda + \theta)} (e^{(\lambda + \theta)t_{2d} - \theta t'} - e^{\lambda t'}) \quad (14)$$

$$+ \frac{(d_0 - ap_0(1 - \alpha_2))}{(\lambda + \theta)} (e^{(\lambda + \theta)T - \theta t'} - e^{(\lambda + \theta)t_{2d} - \theta t'})$$

هزینه‌های موجودی و درآمد فروش هر دوره عبارت است از:

۱- درآمد فروش:

$$\begin{aligned}
 SR = & \int_0^{t_{1d}} p_0(d_0 - ap_0)e^{\lambda t} dt + \int_{t_{1d}}^{t'} p_0(1 - \alpha_1)(d_0 - ap_0(1 - \alpha_1))e^{\lambda t} dt + \\
 & \int_{t'}^{t_{2d}} p_0(1 - \alpha_1)(d_0 - ap_0(1 - \alpha_1))e^{\lambda t} dt + \int_{t_{2d}}^T p_0(1 - \alpha_2)(d_0 - ap_0(1 - \alpha_2))e^{\lambda t} dt = \\
 & \frac{p_0(d_0 - ap_0)}{\lambda} (e^{\lambda t_{1d}} - 1) + \frac{p_0(1 - \alpha_1)(d_0 - ap_0(1 - \alpha_1))}{\lambda} (e^{\lambda t_{2d}} - e^{\lambda t_{1d}}) + \\
 & \frac{p_0(1 - \alpha_2)(d_0 - ap_0(1 - \alpha_2))}{\lambda} (e^{\lambda T} - e^{\lambda t_{2d}}) + \frac{h(d_0 - ap_0)}{\lambda^2} (e^{\lambda t_{1d}} - 1) - ht_{1d} \left(\frac{d_0 - ap_0}{\lambda} e^{\lambda t_{1d}} \right. \\
 & + \frac{(d_0 - ap_0(1 - \alpha_1))}{\lambda} (e^{\lambda t_{1d}} - e^{\lambda t'}) + \frac{(d_0 - ap_0(1 - \alpha_1))}{(\lambda + \theta)} (e^{\lambda t'} - e^{(\lambda + \theta)t_{2d} - \theta t'}) \\
 & \left. + \frac{(d_0 - ap_0(1 - \alpha_2))}{(\lambda + \theta)} (e^{(\lambda + \theta)t_{2d} - \theta t'} - e^{(\lambda + \theta)T - \theta t'}) \right)
 \end{aligned} \tag{15}$$

۲- هزینه سفارش:

$$OC = k_0 \tag{16}$$

۳- هزینه نگهداری:

$$\begin{aligned}
 HC = & \int_0^{t_{1d}} hI_1(t)dt + \int_{t_{1d}}^{t'} hI_2(t)dt + \int_{t'}^{t_{2d}} hI_3(t)dt + \int_{t_{2d}}^T hI_4(t)dt = \\
 & h \left(\frac{d_0 - ap_0}{\lambda^2} (e^{\lambda t_{1d}} - 1) - t_{1d} \left(\frac{d_0 - ap_0}{\lambda} e^{\lambda t_{1d}} + \frac{d_0 - ap_0(1 - \alpha_1)}{\lambda} (e^{\lambda t_{1d}} - e^{\lambda t'}) + \right. \right. \\
 & \left. \left. \frac{d_0 - ap_0(1 - \alpha_1)}{(\lambda + \theta)} (e^{\lambda t'} - e^{(\lambda + \theta)t_{2d} - \theta t'}) + \frac{d_0 - ap_0(1 - \alpha_2)}{(\lambda + \theta)} (e^{(\lambda + \theta)t_{2d} - \theta t'} - e^{(\lambda + \theta)T - \theta t'}) + \right. \right. \\
 & \left. \left. \frac{d_0 - ap_0(1 - \alpha_1)}{\lambda^2} (e^{\lambda t'} - e^{\lambda t_{1d}}) + (d_0 - ap_0(1 - \alpha_1)) e^{\lambda t'} (t_{1d} - t') \left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda + \theta} \right) + \right. \right. \\
 & \left. \left. \frac{d_0 - ap_0(1 - \alpha_1)}{\lambda + \theta} e^{(\lambda + \theta)t_{2d} - \theta t'} (t_{1d} - t') + \frac{d_0 - ap_0(1 - \alpha_2)}{\lambda + \theta} (e^{(\lambda + \theta)T - \theta t'} - e^{(\lambda + \theta)t_{2d} - \theta t'}) (t_{1d} - t') + \right. \right. \\
 & \left. \left. \frac{d_0 - ap_0(1 - \alpha_1)}{\lambda(\lambda + \theta)} (e^{\lambda t_{2d}} - e^{\lambda t'}) + \frac{d_0 - ap_0(1 - \alpha_1)}{\theta(\lambda + \theta)} (e^{\lambda t_{2d}} - e^{(\lambda + \theta)t_{2d} - \theta t'}) + \right. \right. \\
 & \left. \left. \frac{d_0 - ap_0(1 - \alpha_2)}{\theta(\lambda + \theta)} (e^{(\lambda + \theta)t_{2d} - \theta t'} - e^{\lambda t_{2d}} - e^{(\lambda + \theta)T - \theta t'} + e^{\lambda T}) + \frac{d_0 - ap_0(1 - \alpha_2)}{\lambda(\lambda + \theta)} (e^{\lambda T} - e^{\lambda t_{2d}}) \right) \right)
 \end{aligned} \tag{17}$$

۴- هزینه خرید:

$$\begin{aligned}
 PC = & c_p I_0 = c_p \left(\frac{d_0 - ap_0}{\lambda} (1 - e^{\lambda t_{1d}}) + \frac{d_0 - ap_0(1 - \alpha_1)}{\lambda} (e^{\lambda t_{1d}} - e^{t'}) + \right. \\
 & \left. \frac{d_0 - ap_0(1 - \alpha_1)}{(\lambda + \theta)} (e^{\lambda t'} - e^{(\lambda + \theta)t_{2d} - \theta t'}) + \frac{d_0 - ap_0(1 - \alpha_2)}{(\lambda + \theta)} (e^{(\lambda + \theta)t_{2d} - \theta t'} - e^{(\lambda + \theta)T - \theta t'}) \right)
 \end{aligned} \tag{18}$$

۶- هزینه دور ریزی:

$$\begin{aligned}
 DC = & \int_{t'}^{t_{2d}} c_d \theta_3(t) dt + \int_{t_{2d}}^T c_d \theta_4(t) dt = c_d \theta \left(\frac{(d_0 - ap_0(1 - \alpha_1))}{\lambda(\lambda + \theta)} (e^{\lambda t'} - e^{\lambda t_{2d}}) + \right. \\
 & \frac{(d_0 - ap_0(1 - \alpha_1))}{\theta(\lambda + \theta)} (e^{(\lambda + \theta)t_{2d} - \theta t'} - e^{\lambda t_{2d}}) + \frac{(d_0 - ap_0(1 - \alpha_2))}{\theta(\lambda + \theta)} (e^{\lambda t_{2d}} - e^{(\lambda + \theta)t_{2d} - \theta t'}) + \\
 & \frac{(d_0 - ap_0(1 - \alpha_2))}{\theta(\lambda + \theta)} (e^{(\lambda + \theta)T - \theta t'} - e^{(\lambda + \theta)T - \theta t_{2d}}) + \frac{(d_0 - ap_0(1 - \alpha_2))}{\lambda(\lambda + \theta)} (e^{\lambda t_{2d}} - e^{\lambda T}) + \\
 & \left. \frac{(d_0 - ap_0(1 - \alpha_2))}{\theta(\lambda + \theta)} (e^{(\lambda + \theta)T - \theta t_{2d}} - e^{\lambda T}) \right)
 \end{aligned} \tag{19}$$

۷- ارزش اسقاط:

$$\begin{aligned}
 SV = & \delta p_0 (I_4(t_{2d}) - \int_{t_{2d}}^T D_4 dt - \theta I_4(t_{2d})) = \\
 & \delta p_0 \left(\frac{(1 - \theta)(d_0 - ap_0(1 - \alpha_2))}{(\lambda + \theta)} (e^{(\lambda + \theta)T - \theta t_{2d}} - e^{\lambda t_{2d}}) - \frac{(d_0 - ap_0(1 - \alpha_2))}{\lambda} (e^{\lambda T} - e^{\lambda t_{2d}}) \right)
 \end{aligned} \tag{20}$$

هدف این مقاله به دست آوردن مقادیر بهینه تخفیف و مقدار سفارش اولیه است؛ به طوری که سود کل حداکثر شود. سود کل برابر است با:

ارزش اسقاط + هزینه دور ریزی - هزینه نگهداری - هزینه خرید - هزینه سفارش - درآمد کل = سود کل

$$Tp(\alpha_1, \alpha_2) = \frac{1}{T} (SR - OC - HC - PC - DC + SV) \tag{21}$$

که پس از جایگذاری برابر است با:

$$\begin{aligned}
 TP(\alpha_1, \alpha_2) = & \frac{1}{T} \left(\frac{p_0(d_0 - ap_0)}{\lambda} (e^{\lambda t_{1d}} - 1) + \frac{p_0(1 - \alpha_1)(d_0 - ap_0(1 - \alpha_1))}{\lambda} (e^{\lambda t_{2d}} - e^{\lambda t_{1d}}) + \right. \\
 & \frac{p_0(1 - \alpha_2)(d_0 - ap_0(1 - \alpha_2))}{\lambda} (e^{\lambda T} - e^{\lambda t_{2d}}) + \frac{h(d_0 - ap_0)}{\lambda^2} (e^{\lambda t_{1d}} - 1) - ht_{1d} \left(\frac{(d_0 - ap_0)}{\lambda} e^{\lambda t_{1d}} \right. \\
 & \left. + \frac{(d_0 - ap_0(1 - \alpha_1))}{\lambda} (e^{\lambda t_{1d}} - e^{\lambda t'}) + \frac{(d_0 - ap_0(1 - \alpha_1))}{(\lambda + \theta)} (e^{\lambda t'} - e^{(\lambda + \theta)t_{2d} - \theta t'}) + \frac{(d_0 - ap_0(1 - \alpha_2))}{(\lambda + \theta)} (e^{(\lambda + \theta)t_{2d} - \theta t'} - e^{(\lambda + \theta)T - \theta t'}) \right) + \\
 & \frac{h(d_0 - ap_0(1 - \alpha_1))}{\lambda^2} (e^{\lambda t'} - e^{\lambda t_{1d}}) + h(d_0 - ap_0(1 - \alpha_1)) e^{\lambda t'} (t_{1d} - t') \left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda + \theta} \right) + \\
 & \frac{h(d_0 - ap_0(1 - \alpha_1))}{\lambda + \theta} e^{(\lambda + \theta)t_{2d} - \theta t'} (t_{1d} - t') + \frac{h(d_0 - ap_0(1 - \alpha_2))}{\lambda + \theta} (e^{(\lambda + \theta)T - \theta t'} - e^{(\lambda + \theta)t_{2d} - \theta t'}) (t_{1d} - t') + \\
 & + (h + c_d \theta) \left(\frac{(d_0 - ap_0(1 - \alpha_1))}{\lambda(\lambda + \theta)} (e^{\lambda t_{2d}} - e^{\lambda t'}) + \frac{(d_0 - ap_0(1 - \alpha_1))}{\theta(\lambda + \theta)} (e^{\lambda t_{2d}} - e^{(\lambda + \theta)t_{2d} - \theta t'}) + \right. \\
 & \left. \frac{(d_0 - ap_0(1 - \alpha_2))}{\theta(\lambda + \theta)} (e^{(\lambda + \theta)t_{2d} - \theta t'} - e^{\lambda t_{2d}} - e^{(\lambda + \theta)T - \theta t'} + e^{\lambda T}) + \frac{(d_0 - ap_0(1 - \alpha_2))}{\lambda(\lambda + \theta)} (e^{\lambda T} - e^{\lambda t_{2d}}) \right) + \\
 & \delta p_0 \left(\frac{(1 - \theta)(d_0 - ap_0(1 - \alpha_2))}{(\lambda + \theta)} (e^{(\lambda + \theta)T - \theta t_{2d}} - e^{\lambda t_{2d}}) - \frac{(d_0 - ap_0(1 - \alpha_2))}{\lambda} (e^{\lambda T} - e^{\lambda t_{2d}}) \right) - k_0 + \\
 & c_p \left(\frac{(d_0 - ap_0)}{\lambda} (1 - e^{\lambda t_{1d}}) + \frac{(d_0 - ap_0(1 - \alpha_1))}{\lambda} (e^{\lambda t_{1d}} - e^{\lambda t'}) + \right. \\
 & \left. \frac{(d_0 - ap_0(1 - \alpha_1))}{(\lambda + \theta)} (e^{\lambda t'} - e^{(\lambda + \theta)t_{2d} - \theta t'}) + \frac{(d_0 - ap_0(1 - \alpha_2))}{(\lambda + \theta)} (e^{(\lambda + \theta)t_{2d} - \theta t'} - e^{(\lambda + \theta)T - \theta t'}) \right)
 \end{aligned} \tag{22}$$

$TP(\alpha_1, \alpha_2)$ تابعی از α_1 و α_2 است. بنابراین شرایط لازم برای اینکه سود کل در هر واحد زمانی حداکثر

شود، این است که به طور هم‌زمان $\frac{TP(\alpha_1, \alpha_2)}{\partial \alpha_1} = 0$ و $\frac{TP(\alpha_1, \alpha_2)}{\partial \alpha_2} = 0$ باشد؛ پس داریم:

$$\frac{\partial TP(\alpha_1, \alpha_2)}{\partial \alpha_1} = \frac{p_0}{\lambda} (e^{\lambda t_{2d}} - e^{\lambda t_{1d}}) (-d_0 + 2ap_0(1 - \alpha_1)) - \frac{hap_0}{(\lambda + \theta)} \left(-\frac{e^{\lambda t_{1d}}}{\lambda} t_{1d} - \frac{e^{\lambda t_{1d}}}{\lambda^2} + \frac{e^{\lambda t_{1d}}}{\lambda} t' - \frac{e^{\lambda t_{1d}}}{\lambda + \theta} + \frac{e^{(\lambda + \theta)t_{2d} - \theta t'}}{\lambda + \theta} t' \right) \quad (23)$$

$$- (h + c_d \theta) \left(\frac{ap_0}{\lambda(\lambda + \theta)} (e^{\lambda t'} - e^{\lambda t_{2d}}) + \frac{ap_0}{\theta(\lambda + \theta)} (e^{(\lambda + \theta)t_{2d} - \theta t'} - e^{\lambda t_{2d}}) \right) - c_p ap_0 \left(\frac{e^{\lambda t'} - e^{\lambda t_{1d}}}{\lambda} + \frac{e^{(\lambda + \theta)t_{2d} - \theta t'} - e^{\lambda t'}}{\lambda + \theta} \right) = 0$$

پس α_1^* به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\alpha_1^* = \frac{\frac{p_0}{\lambda} (e^{\lambda t_{2d}} - e^{\lambda t_{1d}}) (-d_0 + 2ap_0) - h(e^{\lambda t_{1d}} t_{1d} + \frac{e^{\lambda t'} - e^{\lambda t_{1d}}}{\lambda} - e^{\lambda t'} t' + \frac{\lambda e^{\lambda t'} t'}{\lambda + \theta} - \frac{\lambda e^{(\lambda + \theta)t_{2d} - \theta t'} t'}{\lambda + \theta}) - (h + c_d \theta) \left(\frac{e^{\lambda t'} - e^{\lambda t_{2d}}}{\lambda + \theta} + \frac{\lambda (e^{(\lambda + \theta)t_{2d} - \theta t'} - e^{\lambda t_{2d}})}{\theta(\lambda + \theta)} \right) - c_p \left((e^{\lambda t'} - e^{\lambda t_{1d}}) - \frac{\lambda (e^{(\lambda + \theta)t_{2d} - \theta t'} - e^{\lambda t'})}{\lambda + \theta} \right)}{2p_0(e^{\lambda t_{2d}} - e^{\lambda t_{1d}})} \quad (24)$$

همچنین داریم:

$$\frac{\partial TP(\alpha_1, \alpha_2)}{\partial \alpha_2} = \frac{p_0}{\lambda} (e^{\lambda T} - e^{\lambda t_{2d}}) (-d_0 + 2ap_0(1 - \alpha_2)) - \frac{hap_0}{(\lambda + \theta)} t_{1d} (e^{(\lambda + \theta)T - \theta t'} - e^{(\lambda + \theta)t_{2d} - \theta t'}) \quad (25)$$

$$- \frac{hap_0}{(\lambda + \theta)} \left((e^{(\lambda + \theta)t_{2d} - \theta t'} - e^{(\lambda + \theta)T - \theta t'}) (t_{1d} - t') + (e^{(\lambda + \theta)t_{2d} - \theta t'} - e^{(\lambda + \theta)T - \theta t'}) (t_{1d} - t') \right)$$

$$- \frac{(h + c_d \theta) ap_0}{(\lambda + \theta)} \left(\frac{e^{\lambda t_{2d}} - e^{(\lambda + \theta)t_{2d} - \theta t'} + e^{(\lambda + \theta)T - \theta t'} - e^{\lambda T}}{\theta} + \frac{e^{\lambda t_{2d}} - e^{\lambda T}}{\lambda} \right) - \frac{c_p ap_0}{(\lambda + \theta)} (e^{(\lambda + \theta)T - \theta t'} - e^{(\lambda + \theta)t_{2d} - \theta t'})$$

$$+ \delta ap_0^2 \left(\frac{(1 - \theta)(e^{(\lambda + \theta)T - \theta t_{2d}} - e^{\lambda t_{2d}})}{\lambda + \theta} - \frac{e^{\lambda T} - e^{\lambda t_{2d}}}{\lambda} \right) = 0$$

بنابراین:

$$\alpha_2^* = \frac{\frac{p_0}{\lambda} (e^{\lambda T} - e^{\lambda t_{2d}}) (-d_0 + 2ap_0) - \frac{h\lambda(t_{1d}(e^{(\lambda + \theta)T - \theta t'} - e^{(\lambda + \theta)t_{2d} - \theta t'}) + (e^{(\lambda + \theta)t_{2d} - \theta t'} - e^{(\lambda + \theta)T - \theta t'})(t_{1d} - t'))}{(\lambda + \theta)} + \frac{\lambda(h + c_d \theta)}{\lambda + \theta} \left(\frac{e^{\lambda t_{2d}} - e^{(\lambda + \theta)t_{2d} - \theta t'} + e^{(\lambda + \theta)T - \theta t'} - e^{(\lambda + \theta)T - \theta t_{2d}}}{\theta} + \frac{e^{\lambda t_{2d}} - e^{\lambda T}}{\lambda} + \frac{e^{(\lambda + \theta)T - \theta t_{2d}} - e^{\lambda T}}{\theta} \right) - \frac{c_p (e^{(\lambda + \theta)T - \theta t'} - e^{(\lambda + \theta)t_{2d} - \theta t'})}{\lambda + \theta}}{2p_0(e^{\lambda T} - e^{\lambda t_{2d}})} \quad (26)$$

و برای اینکه تابع هدف دارای سود حداکثر سراسری باشد، باید $\frac{\partial^2 TP}{\partial \alpha_1^2} \leq 0$ و درمیان ماتریس هسین مثبت

باشد:

$$\frac{\partial^2 TP}{\partial \alpha_1^2} \leq 0 \Rightarrow \frac{\partial^2 TP}{\partial \alpha_1^2} = \frac{2ap_0^2}{\lambda} (e^{\lambda t_{2d}} - e^{\lambda t_{1d}}) \leq 0 \quad (27)$$

$$\det H = \frac{\partial^2 TP}{\partial \alpha_1^2} \cdot \frac{\partial^2 TP}{\partial \alpha_2^2} - \left(\frac{\partial^2 TP}{\partial \alpha_1 \partial \alpha_2} \right)^2 \geq 0 \Rightarrow \det H = \frac{4a^2 p_0^4}{\lambda^2} (e^{\lambda t_{1d}} - e^{\lambda t_{2d}}) (e^{\lambda t_{2d}} - e^{\lambda T}) \geq 0 \quad (28)$$

بنابراین تابع سود کل دارای حداکثر سراسری نسبت به پارامترهای α_1 و α_2 است.

مطالعه موردی و حل مدل

شرکت فروشگاه‌های زنجیره‌ای افق کوروش در سال ۱۳۸۸، به منظور ارائه محصولات تندگردش (خواروبار) از طریق خرده‌فروشی خواروبار تأسیس شده است. حوزه فعالیت این مجموعه، ارائه کالاهای تندگردش با ارائه تخفیفات همیشگی بر تمامی کالاها نسبت به قیمت درج شده بر محصول است که این کالاها عمدتاً برای مصرف روزانه، هفتگی و یا ماهانه خانوار ایرانی تهیه می‌شود. کالاهای عرضه شده در این فروشگاه از برندهای معتبر داخلی تأمین و به مصرف‌کننده ارائه می‌شود. در حال حاضر فروشگاه‌های زنجیره‌ای افق کوروش در ۳۱ استان مشغول فعالیت است. تعداد شعب این فروشگاه‌ها در ۴۰۶ شهر ایران، ۳۱۰۰ شعبه و ۲۸۰۰۰ کارمند و ۴۰۰ تأمین‌کننده و ۶۰۰ هزارتن گردش روزانه کالا، ۲۵۰ انبار و ۶۰۰ ماشین حمل بار و ۲۰ میلیون مشتری است، ۲۷۵۰ نوع محصول متنوع اعم از فسادپذیر و غیر فسادپذیر ارائه می‌دهد و حدود ۳۰ درصد محصولات آن فسادپذیر است که بالغ بر ۳۶۰ نوع کالا است. این پژوهش در ۱۲۰ فروشگاه منتخب و بر محصولات فسادپذیری از قبیل پیاز، سیب‌زمینی، سیب و خیار به صورت بسته‌بندی ارائه شده است که برچسب تاریخ تولید دارند. داده‌های این فروشگاه به دلایل مسائل امنیتی کسب‌وکار بی‌مقیاس شده است.

پارامترهای بی‌مقیاس شده مربوط به محصول فسادپذیری با قیمت اولیه ۴۲۰ واحد پول و زمان سفارش‌دهی مجدد ۶ واحد زمانی است، هزینه ثابت سفارش صفر، هزینه خرید هر واحد کالا ۲۵۲، میزان خرابی ۰/۱، ضریب اسقاط هر واحد ۰/۴ و قیمت اسقاط هر واحد ۱۶۸ واحد پول، تقاضای بالقوه ۹۰۰، حساسیت به قیمت ۲، زمان شروع فساد ۴، عامل زمان ۲- و هزینه نگهداری ۱، زمان اولین بار تخفیف ۱ و زمان دومین بار تخفیف ۵ است:

$$d_0 = 900, a = 2, p_0 = 420, k_0 = 0, c_p = 252, \theta = 0.1, c_d = 294 \quad (29)$$

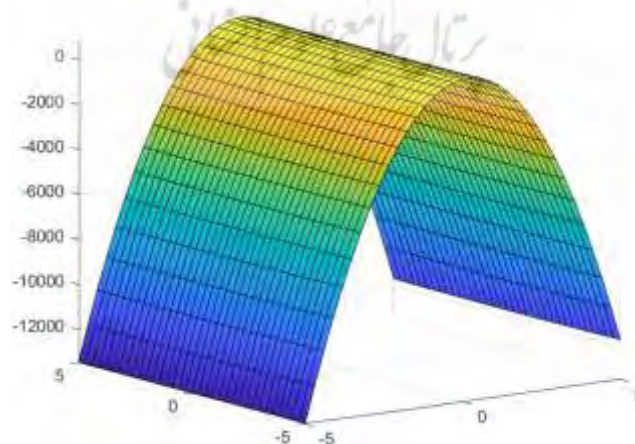
$$\lambda = -2, h = 1, \delta = 0.4, T = 6, t' = 4, t_{1d} = 1, t_{2d} = 5$$

پس از جایگذاری در مدل و حل مدل و بررسی شرایط، جواب بهینه به این صورت به دست می‌آید:

$$P^* = 850.25 \quad (30)$$

$$\alpha_1^* = 0.161$$

$$\alpha_2^* = 0.78$$



شکل ۲- نمایش تابع سود کل بر حسب متغیرهای تصمیم α_1^* ، α_2^* به ازای پارامترهای مفروض

Fig. 2-Display of the total profit function according to the decision variables α_1 and α_2 for the assumed parameters

در حالت استفاده از استراتژی، کاهش قیمت سود کل حاصل ۸۵۰/۲۵ است؛ حال آنکه اگر برای محصول تخفیف در نظر گرفته نشود و محصول در طول دوره فروش با قیمت ثابت ارائه شود، سودی معادل با ۸۳۷/۳ خواهد شد. در مقایسه استراتژی فروش با قیمت ثابت در تمام دوره فروش با استراتژی کاهش قیمت، سود کل افزایش خواهد یافت.

تحلیل حساسیت

در این قسمت تأثیر تغییرات پارامترهای $\lambda, T, t', t_{1d}^*, t_{2d}^*, p_0, a, d_0$ مسئله بر $TP^*, \alpha_1^*, \alpha_2^*$ بررسی می‌شود.

جدول ۲- تحلیل حساسیت پارامتر T

Table 2- Sensitivity analysis of parameter T

پارامتر	مقدار	α_1^* (مقدار بهینه اولین بار تخفیف)	α_2^* (مقدار بهینه دومین بار تخفیف)	TP^* (سود کل)
زمان بازپرسازی T	۶	۰/۱۶۱	۰/۷۸	۸۵۰/۲۵
	۷	۰/۱۶۱	۰/۸۷۱	۷۲۸/۶۹
	۸	۰/۱۶۱	۰/۸۸۶	۶۳۷/۵۹

از جدول ۲ مشاهده می‌شود که اگر تمام پارامترهای مدل ثابت نگه داشته شود و زمان بازپرسازی محصول از ۶ روز به ۸ روز تغییر یابد، مقدار سود کل از ۸۵۰/۲۵ به ۶۳۷/۵۹ تغییر خواهد یافت. این تغییرات بر مقدار بهینه اولین تخفیف اثری ندارد، ولی مقدار بهینه دومین بار تخفیف به میزان ۱۰ درصد افزایش می‌یابد.

جدول ۳- تحلیل حساسیت پارامتر t_{1d}

Table 3- Sensitivity analysis of parameter t_{1d}

پارامتر	مقدار	α_1^* (مقدار بهینه اولین بار تخفیف)	α_2^* (مقدار بهینه دومین بار تخفیف)	TP^* (سود کل)
t_{1d} (زمان اولین بار تخفیف)	۱	۰/۱۶۲	۰/۷۸	۹۴۱/۳۱
	۲	۰/۱۶۱	۰/۷۸	۸۵۰/۲۵
	۳	۰/۱۵۷	۰/۷۸	۸۳۸/۱۱

همان‌طور که در جدول ۳ مشاهده می‌شود، با ثابت نگه داشتن دیگر پارامترها، اگر زمان اولین تخفیف از روز اول به روز سوم تغییر یابد، قبل از زمان شروع فساد، مقدار سود کل از ۹۴۱/۳۱ به ۸۳۸/۱۱ تغییر می‌کند و بر مقادیر بهینه تخفیف اثری ندارد.

جدول ۴- تحلیل حساسیت پارامتر t_{2d}

Table 4- Sensitivity analysis of parameter t_{2d}

پارامتر	مقدار	α_1^* (مقدار بهینه اولین بار تخفیف)	α_2^* (مقدار بهینه دومین بار تخفیف)	TP^* (سود کل)
t_{2d}	۴	۰/۱۶۱	۰/۸	۸۳۶/۴۹
(زمان دومین بار تخفیف)	۵	۰/۱۶۱	۰/۷۸	۸۵۰/۲۵
	۶	۰/۱۶۱	۰/۴۶۴	۸۵۱/۲۶

مطابق جدول ۴، اگر دومین بار تخفیف بعد از زمان شروع فساد در محصول ارائه داده شود، با فرض ثابت بودن دیگر پارامترها، این زمان از روز چهارم به روز ششم تغییر یابد، مقدار سود کل از ۸۳۶/۴۹ به ۸۵۱/۲۶ تغییر خواهد کرد. این تغییرات بر مقدار بهینه اولین تخفیف اثری ندارد، ولی مقدار بهینه دومین بار تخفیف از ۸۰ درصد به ۴۶ درصد تغییر می‌یابد.

جدول ۵- تحلیل حساسیت پارامتر t'

Table 5- Sensitivity analysis of parameter t'

پارامتر	مقدار	α_1^* (مقدار بهینه اولین بار تخفیف)	α_2^* (مقدار بهینه دومین بار تخفیف)	TP^* (سود کل)
t'	۳	۰/۱۵۷	۰/۸۴	۸۴۹/۱۴
(زمان شروع فساد)	۴	۰/۱۶۱	۰/۷۸	۸۵۰/۲۵
	۵	۰/۱۶۱	۰/۷۲۶	۸۵۰/۴۸

از جدول ۵ مشاهده می‌شود که با فرض ثابت بودن دیگر پارامترها، اگر زمان شروع فساد در محصول روز سوم باشد، مقدار سود کل ۸۴۹/۱۴ و اگر روز پنجم باشد، ۸۵۰/۴۸ خواهد بود؛ این تغییرات بر مقدار بهینه اولین بار تخفیف اثری ندارد، ولی مقدار بهینه دومین بار تخفیف حدوداً ۱۰ درصد کاهش می‌یابد.

جدول ۶- تحلیل حساسیت پارامتر λ

Table 6- Sensitivity analysis of parameter λ

پارامتر	مقدار	α_1^* (مقدار بهینه اولین بار تخفیف)	α_2^* (مقدار بهینه دومین بار تخفیف)	TP^* (سود کل)
λ	-۱	۰/۱۵۸	۰/۶۵۸	۱۵۹۲/۸
عامل زمان	-۱/۵	۰/۱۶	۰/۷۲۹	۱۱۵۰
	-۲	۰/۱۶۱	۰/۷۸	۸۵۰/۲۵

مطابق جدول ۶، با ثابت نگه داشتن دیگر پارامترها و تغییر عامل زمان، λ ، به تدریج از -۱ به -۲، مقدار سود کل از ۱۵۹۲/۸ به ۸۵۰/۲۵ تغییر می‌یابد. این تغییرات بر مقدار بهینه اولین تخفیف اثری ندارد، ولی مقدار بهینه دومین بار تخفیف به اندازه ۱۲ درصد افزایش می‌یابد.

جدول ۷- تحلیل حساسیت پارامتر d_0

Table 7- Sensitivity analysis of parameter d_0

پارامتر	مقدار	α_1^* (مقدار بهینه اولین بار تخفیف)	α_2^* (مقدار بهینه دومین بار تخفیف)	TP^* (سود کل)
d_0 (تقاضای بالقوه)	۹۰۰	۰/۱۶۱	۰/۷۸	۸۵۰/۲۵
	۱۰۰۰	۰/۱	۰/۷۲	۲۲۳۷/۷
	۱۱۰۰	۰/۰۴۲	۰/۶۰۱	۳۶۲۸

در جدول ۷ مشاهده می‌شود که با ثابت نگه داشتن دیگر پارامترها و تغییر پتانسیل بازار (تقاضای بالقوه بازار وقتی قیمت صفر باشد)، اگر مقدار پتانسیل بازار ۹۰۰ باشد، سود کل ۸۵۰/۲۵ و اگر ۱۱۰۰ باشد، سود کل ۳۶۲۸ خواهد بود. این تغییرات باعث تغییر مقدار بهینه اولین بار تخفیف از ۱۶ درصد به ۴ درصد و تغییر دومین مقدار بهینه تخفیف از ۷۸ درصد به ۶۰ درصد است.

جدول ۸- تحلیل حساسیت پارامتر a

Table 8- Sensitivity analysis of parameter a

پارامتر	مقدار	α_1^* (مقدار بهینه اولین بار تخفیف)	α_2^* (مقدار بهینه دومین بار تخفیف)	TP^* (سود کل)
a حساسیت به قیمت	۱/۷۵	۰/۰۸۴	۰/۷۰۳	۲۳۰۵/۴
	۲	۰/۱۶۱	۰/۷۸	۸۵۰/۲۵
	۲/۱	۰/۱۸۶	۰/۸۰۶	۲۶۹/۹۱

از جدول ۸ مشاهده می‌شود که با ثابت نگه داشتن دیگر پارامترها، با مقدار حساسیت به قیمت ۱/۷۵، سود کل ۲۳۰۵/۴ خواهد بود و با مقدار ۲/۱، ۲۶۹/۹۱ خواهد بود. این تغییرات مقدار بهینه اولین تخفیف را از ۸ درصد به ۱۸ درصد افزایش می‌دهد و همچنین مقدار بهینه دومین بار تخفیف نیز از ۷۰ درصد به ۸۰ درصد افزایش می‌یابد.

جدول ۹- تحلیل حساسیت پارامتر P_0

Table 9- Sensitivity analysis of parameter P_0

پارامتر	مقدار	α_1^* (مقدار بهینه اولین بار تخفیف)	α_2^* (مقدار بهینه دومین بار تخفیف)	TP^* (سود کل)
P_0 (قیمت اولیه)	۳۵۰	۰/۰۵۳۲	۰/۶۷۴	۲۳۲۵/۱
	۴۰۰	۰/۱۳۱	۰/۷۵۳	۱۳۳۷
	۴۲۰	۰/۱۶۱	۰/۷۸	۸۵۰/۲۵

همان‌طور که در جدول ۹ مشاهده می‌شود، اگر قیمت از مقدار ۳۵۰ به مقدار ۴۲۰ تغییر کند، با فرض ثابت ماندن دیگر پارامترها، سود کل از ۲۳۲۵/۱ به ۸۵۰/۲۵ تغییر خواهد یافت. این تغییرات باعث تغییر اولین مقدار بهینه تخفیف از ۵ درصد به ۱۶ درصد و دومین مقدار بهینه تخفیف از ۶۷ درصد به ۷۸ درصد است.

بحث

مطابق جداول ۲ تا ۹، همان‌طور که انتظار می‌رفت با تغییر پارامترهای مدل در بازه مجازشان، نتایج به دست آمده تأییدکننده موارد زیر است:

- سود کل نسبت به موارد زمان بازپرسی (جدول ۲)، زمان ارائه اولین بار تخفیف (جدول ۳)، زمان ارائه دومین بار تخفیف (جدول ۴) و زمان شروع فساد محصول (جدول ۵) حساس نیست و تغییر در این پارامترها در سود کل خیلی اثرگذار نیست، ولی درکل افزایش زمان بازپرسی (T) سود کل را کاهش می‌دهد.
- تأخیر در ارائه تخفیف اولیه که قبل از شروع فساد صورت می‌گیرد نیز سود کل را کاهش خواهد داد، ولی افزایش زمان تخفیف دوم باعث افزایش سود کل می‌شود؛ به این معنی که با تأخیر انداختن زمان تخفیف دوم سود کل افزایش می‌یابد و زمان شروع خرابی محصول بر سود کل اثرگذار نیست.
- عامل زمان (λ) از عوامل بسیار حساس بر سود کل است که به دلیل فسادپذیر بودن این محصولات، در تابع تقاضا به صورت نمایی اثرگذار است. همان‌طور که از جدول ۶ استنباط می‌شود، تغییر λ از ۱- به ۲- سود را از ۱۵۹۲/۸ به ۸۵۰/۲۵ کاهش خواهد داد. پس مقدار پارامتر زمان λ ، هرچه بیشتر باشد، سود بیشتری به دست خواهد آمد.
- تقاضا نسبت به تقاضای بالقوه بازار برای خرید محصول، حساسیت به قیمت و قیمت اولیه حساس است و افزایش تقاضا باعث بالابردن سود است؛ به طوری که با تغییر تقاضای بالقوه از ۹۰۰ به ۱۱۰ میزان سود از ۸۵۰/۲۵ به ۳۶۲۸ افزایش می‌یابد (جدول ۷) و با افزایش حساسیت به قیمت از ۱/۷۵ به ۲/۱، میزان سود از ۲۳۰۵/۴ به ۲۶۸/۹۱ تنزل می‌یابد (جدول ۸)، همچنین با افزایش قیمت از ۳۵۰ به ۴۲۰ میزان سود از ۲۳۲۵/۱ به ۸۵۰/۲۵ کاهش خواهد یافت (جدول ۹). پس هرچه میزان تقاضای بالقوه برای محصولی بیشتر باشد، سود کل هم بیشتر خواهد بود، همچنین سود کل نسبت به حساسیت به قیمت (پارامتر a) بسیار حساس است و هرچه حساسیت به قیمت بیشتر باشد، سود کل کاهش خواهد یافت. قیمت اولیه نیز نسبت عکس با سود کل دارد و هرچه بیشتر باشد، سود کل کمتر خواهد بود.

نتیجه‌گیری

در این مقاله مدل قیمت‌گذاری کاهشی برای کالاهای فاسدشدنی ارائه شد که در ابتدا محصول با قیمت اولیه برای فروش گذاشته می‌شود. نظر به اینکه با گذشت زمان و نزدیک شدن به تاریخ انقضای محصول فسادپذیر، تقاضا برای خرید آن محصول کاهش می‌یابد، به منظور افزایش تقاضا برای دستیابی به سود بالاتر و کاهش ضایعات از سیاست کاهش قیمت استفاده شده است. در ابتدا قبل از شروع فساد، مقداری تخفیف در نظر گرفته شده است، سپس بعد از شروع فساد در محصول، برای بار دوم تخفیف داده می‌شود. هدف این مقاله پیدا کردن مقادیر بهینه تخفیفات است؛ به طوری که سود کل حداکثر شود. تقاضا وابسته به قیمت و زمان است. پس از به دست آوردن جواب بهینه، اثبات شد که مسئله، جواب بهینه سراسری دارد. در پایان، مدل با داده‌های واقعی فروشگاه زنجیره‌ای افق کوروش اجرا و پس از تحلیل حساسیت، نتایج حاصل تشریح شد. همچنین جواب‌های حاصل از به کارگیری دو استراتژی قیمت‌گذاری کاهشی و قیمت‌گذاری ثابت با هم مقایسه شد.

در پژوهش‌های آینده می‌توان مدل را برای حالتی در نظر گرفت که قیمت‌ها به صورت لحظه‌ای تغییر می‌کند یا می‌توان مدل را احتمالی در نظر گرفت. در این مقاله تابع تقاضا وابسته به دو عامل قیمت و زمان است، عواملی مانند موجودی در معرض نمایش، قیمت ذهنی مشتری و تبلیغات نیز می‌تواند در تقاضا اثرگذار باشد. همچنین قیمت‌گذاری پویا در محیطی رقابتی با اقلام جایگزین و مکمل، موضوع جالبی برای تحقیقات آینده است.

References

- Ahmadi, E., Masel, D. T., Hostetler, S., Maihami, R., & Ghalekhondabi, I. (2020). A centralized stochastic inventory control model for perishable products considering age-dependent purchase price and lead time. *Top*, 28(1), 231-269.
- Bai, R., Kendall, G., (2008). A Model for Fresh Produce Shelf Space Allocation and Inventory Management with Freshness Condition Dependent Demand. *Inform Journal on Computing*, 20(1), 78-85.
- Bitran, G., Caldentey, R. (2003). An Overview of Pricing Models for Revenue Management. *Journal of Manufacturing & Service Operations Management*, 5(3), 203-229.
- Chen, M., & Chen, Z. L. (2015). Recent developments in dynamic pricing research: multiple products, competition, and limited demand information. *Production and Operations Management*, 24(5), 704-731.
- Chen, S. P., Chen, C. Y., (2020). Dynamic markdown decisions based on a quality loss function in on-site direct-sale supply chains for perishable food. *Journal of the Operational Research Society*.
- Chen, S. C., Min, J., Teng, J. T., & Li, F. (2016). Inventory and shelf-space optimization for fresh produce with expiration date under freshness-and-stock-dependent demand rate. *Journal of the Operational Research Society*, 67(6), 884-896.
- Chung, J. and Li, D. (2013). The prospective impact of a multi period pricing strategy on consumer perceptions for perishable foods. *British Food Journal*, 115(3), 377-393.
- Cohen, M.A., (1977). Joint pricing and ordering policy for exponentially decaying inventories with known demand. *Naval Research Logistics Quarterly*, 24 (2), 257-268.
- Covert, R.P., Philip, G.C., (1973). An EOQ model for items with Weibull distribution deterioration. *AIIE Transactions*, 5, 323—326.
- Díaz, B.A., Lozano, S., Palacio, A., (2017). Effects of dynamic pricing of perishable products on revenue and waste., *Applied Mathematical Modelling*, 45, 148-164.
- Feng, L., Chan, Y.L., Barron, L.E.C., (2017). Pricing and lot-sizing policies for perishable goods when the demand depends on selling price, displayed stocks, and expiration date. *International Journal of Production Economic: Manufacturing Systems, Strategy & Design*, 185:11-20.
- Feng, L., Chan, Y. L., & Cárdenas-Barrón, L. E. (2017). Pricing and lot-sizing policies for perishable goods when the demand depends on selling price, displayed stocks, and expiration date. *International Journal of Production Economics*, 185, 11-20.
- Ferguson, M., Ketzenberg, M.E. (2006). Information Sharing to Improve Retail Product Freshness of Perishables. *Production and Operations Management, Production and Operations Management Society*, 15(1), 57-73.
- Ghare, P.2006., Schrader, G.F. (1963). A model for exponentially decaying inventory. *Journal of Industrial Engineering*, 14, 238—243.
- Goyal, S.K., Giri, B.C. (2001). Recent trends in modeling of deteriorating inventory. *European Journal of Operational Research*, 134, 1–16.
- Harris, F. W. (1913). How many parts to make at once. *The Magazine of Management*, 10(2), 135–136, 152.
- Herbon, A., Levner, E., Cheng, T.C.E. ,(2014). Perishable Inventory Management with Dynamic Pricing Using Time-Temperature Indicators Linked to Automatic Detecting Device. *International Journal of Production Economics*, 147(C), 605-613.

- Jia, J., Hu, Q. (2011). Dynamic ordering and pricing for a perishable goods supply chain. *Computers & Industrial Engineering Journal*, (60), 302–309.
- Jafarnejad, A. (2012). *New Production and Operations Management: Concepts, Systems, Models, and Supply Chain, A comprehensive set of production and operations topics*. University of Tehran Press (In Persian).
- Jeihouni, A., Safari, H., shavandi, H., Sadeghi Moghadam, M.R., Bahrami.F. (2021). Markdown Pricing of Perishable Products with Demand Dependence on Inventory Level and Selling Price. *Strategic Management in Industrial Systems*, 16 (56),1-16.
- Jobber, D. (1998). *Principles and practice of marketing*. McGraw Hill Berkshire.
- Khakzar, M., Zabihi, F., (2019). Pricing and Determining the Optimal Discount of Perishable Goods to Speed up Demand Rate. *Production and Operations Management*, 9 (17), 179-193.
- Leventhal, B., Breur, T., (2012). Intelligent markdown pricing. *Journal of Direct, Data and Digital Marketing Practice*, 13, 207 – 220.
- Li, R., Teng, J.T. (2018). Pricing and lot-sizing decisions for perishable goods when demand depends on selling price, reference price, product freshness, and displayed stocks. *European Journal of Operational Research* 270, 1099-1108.
- Li, Y., Cheang. B., Lim, A., (2012). Grocery Perishables Management. *Production and Operations Management*, 21(3), 504-517.
- Lu, L., Zhang, J., & Tang, W. (2014). Optimal dynamic pricing and replenishment policy for perishable items with inventory-level-dependent demand. *International Journal of Systems Science*, 47(6), 1480-1494.
- Maihami, R., and Nakhai Kamalabadi, I. (2012). Joint pricing and inventory control for non-instantaneous deteriorating items with partial backlogging and time and price dependent demand. *International Journal of Production Economics*, 136 (1), 116–122.
- Nahmias, Steven, (2011). *Perishable Inventory Systems*, Springer.
- Philip, G.C. (1974). A generalized EOQ model for items with Weibull distribution deterioration. *AIIE Transaction*, (6), 159—162.
- Qin, Y., Jianjun Wang, J., Caimin Wei, C. (2014). Joint pricing and inventory control for fresh produce and foods with quality and physical quantity deteriorating simultaneously. *Int. J. Production Economics*, 152 (2014), 42–48.
- Raafat, F. (1991). Survey of Literature on Continuously Deteriorating Inventory Models. *Palgrave Macmillan Journals on behalf of the Operational Research Society*, 42 (1), 27-37.
- Rabbani, M., Zia, N. P., Rafiei, H. (2016). Joint optimal dynamic pricing and replenishment policies for items with simultaneous quality and physical quantity deterioration. *Applied Mathematics and Computation*, 287, 149-160.
- Rajan, A., Steinberg, R. and Steinberg, R., (1992). Dynamic Pricing and Ordering Decisions by a Monopolist. *Management Science*, 38 (2), 240 – 262.
- Soni, H.N., Shah, K.,(2021). Joint Pricing and Inventory Policies for Perishable Items with Price Discount based on Freshness Index. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education*, 12 (11), 1954-1963.
- Talluri, K., Van Ryzin, G. (2005). *The theory and practice of revenue management*. Boston kluwer academic publishers.
- Tashakkor, N., Mirmohammadi, S.M., Iranpoor, M. (2018). Joint optimization of dynamic pricing and replenishment cycle considering variable non-instantaneous deterioration and stock-dependent demand. *Computers & Industrial Engineering*, 123, 232-241.
- Wang, X., Li D., (2012). A dynamic product quality evaluation based pricing model for perishable food supply chains. *Omega*, 40, 906-917.
- Wang, L., Song, H., Yang, H., Huang, F., (2020). Optimal dynamic pricing for non-instantaneous deteriorating items dependent on price and time demand. *Int. J. Computing Science and Mathematics*, 11(4), 372-384.

- Wee, H.M., (1997). A Replenishment Policy for Items with a Price-Dependent Demand and a Varying Rate of Deterioration. *Production Planning & Control*, 8, 494-499.
- Wee, H. M., & Law, S. T. (1999). Economic production lot size for deteriorating items taking account of the time-value of money. *Computers & Operations Research*, 26(6), 545-558.
- Wu, J., Chang, C. T., Cheng, M. C., Teng, J. T., & Al- Khateeb, F. B. (2016). Inventory management for fresh produce when the time-varying demand depends on product freshness, stock level and expiration date. *International Journal of Systems Science: Operations & Logistics*, 3(3), 138-147.
- Yavari, M., Zaker, H., & Emamzadeh, E. S. M. (2019). Joint dynamic pricing and inventory control for perishable products taking into account partial backlogging and inflation. *International Journal of Applied and Computational Mathematics*, 5(1), 1-28.
- Zhang, J., Wang, Y., Lu, L., & Tang, W. (2015). Optimal dynamic pricing and replenishment cycle for non-instantaneous deterioration items with inventory-level-dependent demand. *International Journal of Production Economics*, 170, 136-145.

¹ Jobber

² Talluri & Van Ryzin

³ Jia & Hu

⁴ Bitran & Coldentey

⁵ Dynamic Pricing

⁶ Markdown Pricing

⁷ Rabbani

⁸ Leventhal & Breur

⁹ Raafat

¹⁰ Goyal & Giri

¹¹ Chung & Li

¹² Diaz

¹³ Li

¹⁴ FAO

¹⁵ Chen & Chen

¹⁶ Ferguson & Ketzenberg

¹⁷ Qin

¹⁸ Harris

¹⁹ Ghare & Schrader

²⁰ Covert & Philip

²¹ Philip

²² Cohen

²³ Nahmias

²⁴ Wee

²⁵ Weibull

²⁶ Rajan

²⁷ Abad

²⁸ Maihami & Nakhai

²⁹ Qin

³⁰ Zhang

³¹ Pontryagin Maximum Principle

³² Wu

³³ Feng

³⁴ Tashakkor

³⁵ Li

³⁶ Khakzar & Zabihi

³⁷ Wang

³⁸ Jeihouni

³⁹ Soni & Shah

⁴⁰ Chen & Chen

⁴¹ Bai & Kendal

⁴² Lu & Zhang

⁴³ Herbon

⁴⁴ Clearance

