



Production and Operations Management
University of Isfahan E-ISSN: 2423-6950

Vol. 13, Issue 2, No. 29, Summer 2022



<http://dx.doi.org/10.22108/jpom.2022.130811.1399>

(Research Paper)

A new fuzzy DEA network with possibility and necessity measures for performance evaluation of DMUs with network relations and fuzzy data: A case study in Iran regional power companies

Hamze Pourbabagol

Department of Industrial Management, Faculty of Management and Accounting, University of Allameh Tabataba'i, Tehran, Iran, hamze1910@yahoo.com

Magsoud Amiri *

Department of Industrial Management, Faculty of Management and Accounting, University of Allameh Tabataba'i, Tehran, Iran, amiri@atu.ac.ir

Mohammad Taghi Taghavifard

Department of Industrial Management, Faculty of Management and Accounting, University of Allameh Tabataba'i, Tehran, Iran, dr.taghavifard@gmail.com

Purpose: This paper aims to introduce necessity and possibility equality constraints in a real case, developing and improving fuzzy network DEA models by using proposed relations and creating a suitable and applicable framework for situations with uncertain and ambiguous data with multi-stage and network structure.

Design/methodology/approach: First, the defuzzification relations of necessity equality constraints have been introduced. Then a new fuzzy network DEA model using proposed relations has been developed. After presenting the appropriate mathematical model and due to the infrastructural role of the electricity industry in the country's economy, electricity industry network structure, and uncertainty in some data of the electricity industry, the proposed fuzzy network DEA (FNDEA) has been used based on the possibility theory to evaluate all efficiency and sub-efficiency scores of Iran regional power companies.

Findings: For evaluating the efficiency of the proposed FNDEA, the designed fuzzy network DEA has been used to calculate all efficiency and sub-efficiency scores of Iran's regional power companies. According to the results, the proposed research approach can be used as an efficient tool for performance evaluation in processes similar to network-fuzzy nature.

* Corresponding author



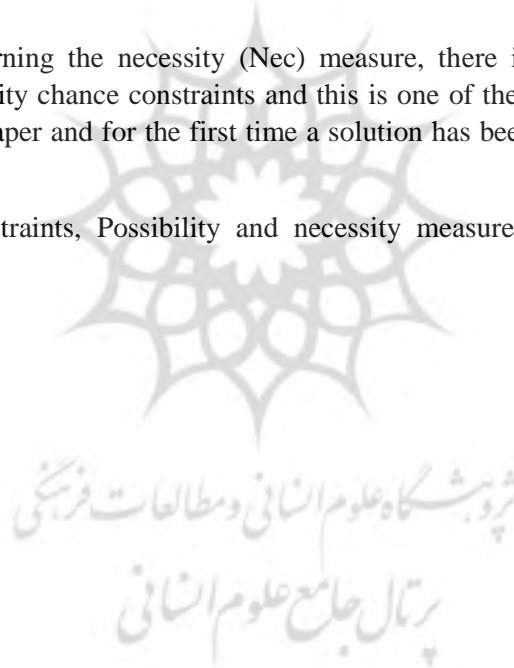
Research limitations/implications: For future studies, FNDEA-SBM could be reformulated using a credibility measure which is considered as an average of the Pos/Nec measure, and a general fuzzy measure that is equal to the convex combination of Pos and Nec measures. Also, the adjustable fuzzy DEA model (AFDEA), which was proposed by Peykani could be adopted to equality constraints using Theorem 1. The novel fuzzy concepts such as Z-number, fuzzy type-2, and random fuzzy variables model (for more details see Azadeh & Kokabi (2016), Qin, Liu, Liu and Wang (2009), and Tavana, Shiraz, Hatami-Marbini, Agrell and Paryab (Tavana et al., 2013). In addition, further investigation into the evaluation and ranking of DMUs in different contexts and real-life case studies with fuzzy data can be carried out by applying the proposed model.

Practical implications: The results of the proposed fuzzy network DEA model based on the possibility and necessity measures provided useful managerial implications for the efficiency and sub-efficiency evaluation of regional power companies. The study proved the usefulness of fuzzy network DEA as a decision-making tool in processes similar to network-fuzzy nature.

Social implications: Due to the infrastructural role of the electricity industry in the country's economy, it is significant to evaluate the overall efficiency and sub-efficiencies of generation, transmission, and distribution centers of regional power companies. Allocating the optimal resources in the generation, transmission, and distribution centers of regional power companies based on the proper criteria increases the efficiency of the electricity industry and the quality of the level of welfare of the community.

Originality/value: Concerning the necessity (Nec) measure, there is a lack of any procedure or formula to deal with equality chance constraints and this is one of the main challenges in possibility theory; therefore, in this paper and for the first time a solution has been provided to deal with such a challenge.

Keywords: Equality constraints, Possibility and necessity measures, Fuzzy network slack-based model





مدیریت تولید و عملیات، دوره ۱۳، شماره ۲، پیاپی ۲۹، تابستان ۱۴۰۱

دریافت: ۱۴۰۰/۰۷/۲۳ پذیرش: ۱۴۰۱/۰۵/۱۸ ص ۸۳-۱۱۹



<http://dx.doi.org/10.22108/ipom.2022.130811.1399>

(مقاله پژوهشی)

یک مدل جدید *DEA* شبکه‌ای فازی با اندازه‌های امکان و الزام برای ارزیابی

عملکرد واحدهای تصمیم‌گیرنده با ارتباطات شبکه‌ای و داده‌های فازی

(مطالعه موردی: صنعت برق ایران)

حمزه پورباگل^۱، مقصود امیری^{۲*}، محمدتقی تقوی فرد^۳

۱- دانشجوی دکترا گروه مدیریت صنعتی، دانشکده مدیریت و حسابداری، دانشگاه علامه طباطبائی، تهران، ایران، hamze1910@yahoo.com

۲- استاد گروه مدیریت صنعتی، دانشکده مدیریت و حسابداری، دانشگاه علامه طباطبائی، تهران، ایران، amiri@atu.ac.ir

۳- دانشیار گروه مدیریت صنعتی، دانشکده مدیریت و حسابداری، دانشگاه علامه طباطبائی، تهران، ایران، dr.taghavifard@gmail.com

چکیده: در تئوری امکان، به‌عنوان یکی از پرکاربردترین رویکردها در منطق فازی، تاکنون رابطه‌ای برای حل مدل‌هایی با محدودیت‌هایی از نوع مساوی و بر مبنای ریاضیات تئوری امکان ارائه نشده است؛ بنابراین از اهداف اصلی این تحقیق معرفی روابط دی‌فازی‌سازی محدودیت‌هایی به‌صورت مساوی، با اندازه‌ی الزام در نوع خاصی از مدل *DEA* شبکه‌ای-فازی، به‌منظور ارزیابی عملکرد و اندازه‌گیری کارایی‌های کلی و مرحله‌ای در صنعت برق ایران است. در این تحقیق با ترکیب مدل *SBM* فازی مبتنی بر تئوری امکان و مدل *SBM* شبکه‌ای (*N-SBM*)، مدل‌های تحلیل پوششی داده‌های شبکه‌ای فازی را توسعه و بهبود داده و چهارچوبی مناسب و قابل‌کاربرد برای شرایط با داده‌های غیرقطعی و با ساختار چندمرحله‌ای و شبکه‌ای ایجاد شده است. در پژوهش حاضر، ابتدا روابط دی‌فازی‌سازی محدودیت‌های مساوی با اندازه‌ی الزام ارائه شده است، سپس به کمک روابط پیشنهادی، مدل جدیدی از تحلیل پوششی داده‌های شبکه‌ای-فازی مبتنی بر تئوری امکان ارائه شده است. به‌منظور اعتبارسنجی مدل شبکه‌ای فازی پیشنهادی و با توجه به نقش زیربنایی صنعت برق در اقتصاد کشور، ماهیت شبکه‌ای آن و عدم قطعیت موجود در بعضی از متغیرها و داده‌های موجود در صنعت برق، از مدل پیشنهادی در ارزیابی عملکرد و محاسبه کارایی‌های مرحله‌ای و کلی واحدهای تصمیم‌گیرنده در صنعت برق ایران بهره‌برده شده است که با توجه به نتایج حاصل، رویکرد پیشنهادی می‌تواند ابزاری کارآمد در فرآیندهای مشابه با ارتباطات شبکه‌ای-فازی در نظر گرفته شود. همچنین در این مقاله و برای اولین بار به یکی از چالش‌های اصلی موجود در پژوهش‌های موضوعی تئوری امکان، که همان نبود روابط دی‌فازی‌سازی محدودیت‌های مساوی با اندازه‌ی الزام است، اشاره و راهکار ارائه شده است.

واژه‌های کلیدی: محدودیت‌های مساوی، اندازه‌های امکان و الزام، مدل *DEA* شبکه‌ای فازی بر مبنای متغیرهای کمکی



۱- مقدمه

یکی از ابزار اصلی در ارزیابی عملکرد واحدهای تصمیم‌گیری، تحلیل پوششی داده‌ها^۱ است که تعداد زیادی از محققان و در حوزه‌های مختلفی همچون ارزیابی عملکرد بیمارستان‌ها (عمرانی و همکاران، ۲۰۱۸؛ کتابی و همکاران، ۱۳۹۸)، بانک‌ها و بازار سرمایه (پیکانی و همکاران، ۲۰۱۹)، اندازه‌گیری بهره‌وری (اخوان خرازیان و همکاران، ۱۳۹۶) و دیگر حوزه‌ها آن را به کار برده‌اند.

در تعدادی از سیستم‌های تولیدی که ساختار شبکه‌ای دارند، برخی از تولیدات نقش واسطه‌ای ایفا کرده‌اند؛ به نحوی که در یک زیرفرآیند خاص نقش خروجی دارند و هم‌زمان در زیرفرآیند دیگر نقش ورودی را ایفا می‌کنند (فوکویاما و وبر^۲، ۲۰۱۰). در نتیجه به‌منظور در نظر گرفتن نقش فعالیت‌های داخلی یا تولیدات میانی، مدل‌های مختلفی با عنوان تحلیل پوششی داده‌های شبکه‌ای^۳ ارائه شده است. صنعت برق نیز یک ساختار شبکه‌ای با فرآیندهای سه‌مرحله‌ای دارد که به‌منظور محاسبه کارایی در سطوح مختلف و زیرفرآیندهای آن، باید از مدل‌های شبکه‌ای استفاده شود و چه‌بسا برای بسیاری از مدیران، کارایی‌های مرحله‌ای از کارایی کلی شبکه اهمیت بیشتری دارد. از سوی دیگر، بسیاری از مدل‌های DEA بر مبنای این فرض توسعه داده شده‌اند که ورودی و خروجی‌ها به تناسب تغییر می‌کنند که به نظر می‌رسد در بسیاری از فرآیندهای تولیدی و خدماتی فرض نادرستی بوده است؛ بنابراین به‌منظور توسعه و بسط مدل‌های جمعی به مدل‌هایی که نسبت به تغییر واحد پایدار است، تون و پاستر یک مدل غیرشعاعی غیرحساس به مقیاس ورودی و خروجی‌ها را با عنوان رویکرد SBM^۴ ارائه کردند تا در مواقعی مناسب باشد که ورودی‌ها و خروجی‌ها به تناسب تغییر نکنند (تون^۵، ۲۰۰۱). با توجه به خصوصیات رویکردهای شبکه‌ای و SBM، تون و تسوتسوئی^۶ (۲۰۰۹) با ادغام رویکرد SBM و مدل‌های DEA شبکه‌ای، رویکرد جدیدی را با عنوان مدل شبکه‌ای غیرشعاعی (N-SBM)^۷ ارائه کردند. از طرف دیگر به‌منظور دستیابی به نتایج منطقی و اتخاذ تصمیمات صحیح در مواجهه با اطلاعات مبهم، ناکافی و فازی، باید از دیگر رویکردهای تصمیم‌گیری چون منطق فازی استفاده شود.

هم‌زمان با شکل‌گیری منطق فازی، نظریه‌های ریاضی مختلفی برای درک و شناسایی وجوه عدم‌اطمینان در محیط تصمیم و پیشامدهای امکان‌پذیر آن ابداع و توسعه یافته است. از بین نظریه‌های ریاضی در شرایط ابهام، نظریه امکان^۸ مناسب‌ترین و منسجم‌ترین نظریه در تحلیل عدم قطعیت‌های محیط تصمیم به حساب آورده می‌شود. مجموعه‌های فازی، تئوری احتمالات و استدلال‌های غیریکنواخت همه در تئوری امکان با هم تلاقی می‌یابند (دوبیس و پاراد^۹، ۲۰۱۵). زاده (۱۹۷۸) تئوری امکان بر مبنای مجموعه‌های فازی را بنا کرده است و بسیاری از محققان دیگر آن را توسعه داده‌اند. مرجع مناسبی به‌منظور مرور کاملی از تئوری امکان در تحقیق دوبیس یافت می‌شود (دوبیس و پاراد، ۲۰۱۵). دوبیس متغیرهای فازی را با توزیع امکان در تئوری امکان، همانند متغیرهای تصادفی با توزیع احتمالات در تئوری احتمالات معرفی کرد. در مدل‌های برنامه‌ریزی امکانی، هر پارامتر فازی یک متغیر فازی و هر محدودیت فازی به‌صورت یک رویداد فازی در نظر گرفته می‌شود. در تئوری امکان، درجه امکان هر رویداد فازی (مانند هر محدودیت فازی) محاسبه می‌شود. تئوری امکان ارتباط نزدیکی با تئوری مجموعه‌های تصادفی و فواصل اطمینان دارد؛ به نحوی که ساده‌ترین و پرکاربردترین ساختار و چهارچوب را برای استدلال آماری با توزیع احتمالی ارائه می‌دهد، به‌علاوه به‌عنوان ابزاری برای انتشار عدم قطعیت، در مسائلی با اطلاعات ذهنی

یا آمار محدود تلقی می‌شود. برخلاف نقش مهم توابع عضویت در دو رویکرد امکان و احتمال، کاربرد اندازه‌های امکان و الزام به‌عنوان مجموعه‌های عضویت با خاصیت دوآییتی در تئوری امکان به‌جای استفاده از یک اندازه (اندازه احتمال) در تئوری احتمالات، از تفاوت‌های اصلی دو رویکرد است. درواقع باید تئوری امکان را تنظیم‌کننده‌ای بین مجموعه‌های فازی و احتمالی دانست.

مطابق با موارد مذکور، تئوری امکان درخور توجه تعداد زیادی از محققان قرار گرفته و در زمینه‌های مختلف و گسترده‌ای از علوم با داده‌های غیرقطعی، نادقیق و مبهم به کار گرفته شده است و از مزیت‌های نسبی زیادی نسبت به دیگر رویکردها در مواجهه با داده‌های غیرقطعی و مبهم برخوردار است.

به‌منظور تعریف و محاسبه شانس رویدادهای فازی، اندازه‌های امکان و الزام به‌عنوان ابزار اصلی برای ایجاد ساختار مدل‌های ریاضی فازی در تئوری امکان استفاده می‌شوند. دویس و پاراد فرآیند و نحوه‌ی فازی‌سازی محدودیت‌هایی به‌صورت نامساوی را با اندازه‌های امکان و الزام ارائه کرده‌اند (دویس و پاراد، ۱۹۸۸). همچنین لیو و ایوامورا این فرآیند پیشنهادی را توسط دویس و پاراد توسعه دادند و در مدل‌های برنامه‌ریزی ریاضی خطی و غیرخطی به کار بردند (لیو و ایوامورا^{۱۱}، ۱۹۹۸). با در نظر گرفتن اندازه‌ی الزام، که دویس و پاراد آن را ارائه کرده‌اند، تاکنون رویه یا فرمولی برای مواجهه با محدودیت‌هایی از نوع مساوی و بر مبنای ریاضیات تئوری امکان ارائه نشده است؛ به نحوی که یکی از چالش‌های اصلی در پژوهش‌های موضوعی تئوری امکان، نحوه‌ی مواجهه و دی‌فازی‌سازی محدودیت‌های مساوی با اندازه‌ی الزام است (ظهیری و همکاران، ۲۰۱۴). برای نمونه پیکانی (۲۰۱۸) با توجه به وجودناشتن روابط دی‌فازی در محدودیت‌های مساوی با اندازه‌ی الزام، از مدل تعدیلی و بدون محدودیت‌های مساوی بهره برده است. بنابراین یکی از اهداف اصلی این تحقیق معرفی روابط دی‌فازی‌سازی محدودیت‌هایی به‌صورت مساوی با اندازه‌های امکان و الزام در نوع خاصی از مدل DEA شبکه‌ای-فازی بر مبنای متغیرهای کمکی است.

تاکنون در پژوهش‌های موضوعی DEA، هم مدل‌های SBM فازی و هم مدل‌های SBM شبکه‌ای ارائه شده‌اند. با وجود مزیت‌هایی که در استفاده از تئوری امکان در منطق فازی برشمردیم، ولی به واسطه‌ی یکی از چالش‌های اصلی در پژوهش‌های موضوعی تئوری امکان، که همان نبود روابط دی‌فازی‌سازی محدودیت‌های مساوی با اندازه‌ی الزام است، مدل‌های SBM فازی مبتنی بر تئوری امکان هنوز ارائه نشده است. همان‌گونه که اشاره شده است، چنانچه استفاده از تئوری امکان در مسائلی با داده‌های غیرقطعی، باعث واقعی‌تر شدن آنها خواهد شد، کاربرد مدل‌های شبکه‌ای می‌تواند به شناسایی عدم‌کارایی‌ها کمک کند.

درنتیجه ترکیب مدل‌های DEA فازی مبتنی بر تئوری امکان (F-SBM) و مدل‌های DEA شبکه‌ای (N-SBM) موجب ارتقای عملکرد و کارایی مدل‌های DEA خواهد شد. چنین ترکیبی تاکنون در پژوهش‌های موضوعی ارائه نشده است. به‌علاوه صنعت برق به‌سبب نقش زیربنایی و ارتباط زیادی که با کلیه عوامل مؤثر بر رشد اقتصادی دارد، صنعتی پویا و اثرگذار است و ارزیابی عملکرد بخش‌های مختلف آن در ساختار شبکه‌ای حائز اهمیت است و با توجه به فراگیری گسترده انرژی برق، یکی از اصلی‌ترین عوامل بسترساز توسعه اقتصادی کشور محسوب می‌شود. بنابراین در این تحقیق با توجه به عدم قطعیت موجود در بعضی از متغیرها و داده‌های موجود در صنعت برق و ساختار شبکه‌ای در صنعت برق، یک مدل فازی شبکه‌ای مبتنی بر اندازه‌های امکان و الزام (FN-SBM) ورودی-خروجی محور^{۱۱} برای اولین بار و به‌منظور ارزیابی عملکرد و محاسبه کارایی‌های مرحله‌ای و کلی

شرکت‌های برق منطقه‌ای ایران ارائه شده است. در نتیجه مسئله اصلی تحقیق را می‌توان به این صورت بیان کرد: چگونه می‌توان با ادغام مدل‌های SBM فازی مبتنی بر تئوری امکان با اندازه‌های امکان و الزام و مدل‌های DEA شبکه‌ای (N-SBM)، مدل‌های DEA شبکه‌ای فازی را توسعه و بهبود داد، به نحوی که بتوان از مزیت‌های هر دو رویکرد بهره برد و چهارچوبی مناسب و قابل کاربرد را برای شرایط مشابه با داده‌های غیرقطعی و مبهم با ساختار چندمرحله‌ای و شبکه‌ای ایجاد کرد؟

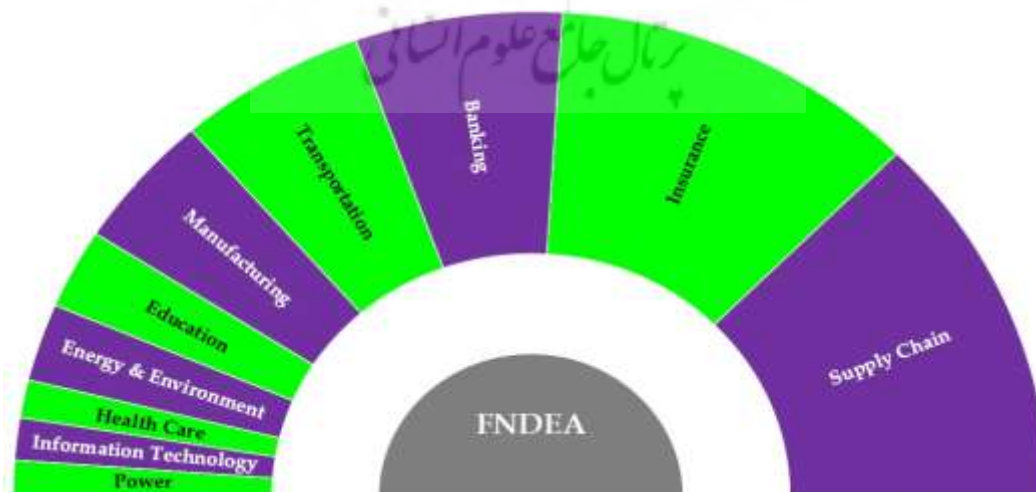
۲- پیشینه پژوهش

۲-۱- کاربرد تحلیل پوششی داده‌ها در صنعت برق

مطالعات فراوانی از کاربرد DEA در محاسبه کارایی و ارزیابی عملکرد واحدهای تولید برق در کشورها صورت گرفته است که به تحقیقات ناگ^{۱۲} (۲۰۰۶) و سویوشی و همکاران^{۱۳} (۲۰۱۰) اشاره می‌شود. همچنین تحقیقات دیگری در زمینه محاسبه کارایی واحدهای انتقال و توزیع انجام شده است (برای مثال آزاده و همکاران، ۲۰۰۷؛ سویوشی و گوتو^{۱۴}، ۲۰۱۲). فرسو و کیتلسن (۱۹۹۸) روند رشد بهره‌وری صنایع توزیع برق نروژ را بررسی کردند. فیلیپینی (۲۰۰۱) در تحقیقی کارایی اقتصادی ۵۰ شرکت توزیع برق کشور سوئیس را طی سال‌های ۱۹۹۶ الی ۱۹۹۸ بررسی کرد. کالمن و همکاران (۲۰۰۸) با بررسی کارایی شرکت‌های توزیع کشورهای اروپای شرقی دریافتند که شرکت‌های توزیع برق لهستان ناکارا، شرکت‌های توزیع برق جمهوری چک نسبتاً کارا و شرکت‌های توزیع برق اسلواکی و مجارستان دارای کارایی متوسط‌اند. مرجع مناسبی به منظور مرور کاملی از تحقیقات صورت گرفته را می‌توان در تحقیق شرمه یافت (شرمه و همکاران، ۲۰۱۶).

۲-۲- کاربردهای DEA شبکه‌ای فازی

DEA شبکه‌ای فازی یکی از پرکاربردترین و رایج‌ترین روش‌ها در اندازه‌گیری کارایی و رتبه‌بندی واحدهای تصمیم‌گیری، با ماهیت شبکه‌ای و داده‌های فازی و نادقیق است. همان‌گونه که در شکل ۱ مشاهده می‌شود، DEA شبکه‌ای فازی به‌طور گسترده، توسط بسیاری از محققان و در حوزه‌های مختلفی استفاده شده است و کاربرد آن در بسیاری از مسائل واقعی اجتناب‌ناشدنی است.



شکل ۱- حوزه‌های کاربردی DEA شبکه‌ای فازی (پیکانی و همکاران، ۲۰۲۱)

Fig. 1- Real-World Applications of FNDEA Approach (Peykani et al., 2021)

مروری اجمالی از تحقیقات اخیر در حوزه DEA شبکه‌ای فازی در جدول ۱ آورده شده است (پیکانی و همکاران، ۲۰۲۱).

جدول ۱- تحقیقات اخیر در حوزه DEA شبکه‌ای فازی
Table 1- Real-World Applications of FNDEA Approach

محققان	حوزه کاربردی	مطالعه موردی	ساختار شبکه
خلیلی و همکاران (۲۰۱۲)	زنجیره تأمین	زنجیره تأمین لبنیات	دومرحله‌ای
لیو (۲۰۱۴)	بیمه / بانکداری	شرکت‌های بیمه‌ای / بانک	دومرحله‌ای
همتی و همکاران (۲۰۱۶)	ساخت و تولید	شرکت‌های تولیدی	دومرحله‌ای
شرمه و همکاران (۲۰۱۶)	صنعت برق	شرکت‌های برق منطقه‌ای	سری
سلطان‌زاده و عمرانی (۲۰۱۸)	حمل و نقل	صنایع هوایی	دومرحله‌ای
عامری و همکاران (۲۰۱۹)	بهداشت و درمان	بیمارستان	موازی
طبسی و همکاران (۲۰۱۹)	ساخت و تولید	صنعت خودرو	دومرحله‌ای
وانگ و یائو (۲۰۲۰)	زنجیره تأمین	محصولات کشاورزی	سری
پیکانی و همکاران (۲۰۲۰)	مالی	صندوق‌های سرمایه‌گذاری	دومرحله‌ای

۲-۳- تئوری امکان

مسئله مدل‌های امکانی با پارامترهایی با فاصله‌های فازی درخور توجه قرار گرفته شده است (بادریت و همکاران^{۱۵}، ۲۰۰۷). برنامه‌ریزی و زمان‌بندی مثال مناسبی برای موقعیت‌هایی است که تصمیم‌گیری براساس تئوری امکان کاربرد دارد (دوبیس و همکاران، ۱۹۹۵). در برنامه‌ریزی خطی و غیرخطی، توزیع امکان به‌منظور مدل‌سازی محدودیت‌ها با ضرایب نامعین کاربرد داشته و درنهایت به ایجاد رویکرد برنامه‌ریزی با محدودیت‌های شانس منجر شده است (اینوگوچی و همکاران^{۱۶}، ۱۹۹۳). البته مفهوم منطق برنامه‌ریزی امکانی، جایگزین مؤثرتری را برای درجه ارجحیت نسبت به رویکرد برنامه‌ریزی با محدودیت‌های شانس^{۱۷} ایجاد می‌کند (کیسی و پراد^{۱۸}، ۲۰۰۸). پردازش داده‌ها^{۱۹}، تئوری استدلالی^{۲۰} (آلسینت و همکاران^{۲۱}، ۲۰۰۸) و تحلیل پوششی داده‌های فازی (احمدوند و پیشوایی، ۲۰۱۸؛ امیرخان^{۲۲}، ۲۰۱۸) تعداد دیگری از حوزه‌های کاربردی تئوری امکان است.

۲-۴- شکاف پژوهشی

با توجه به آنچه ذکر شد، در این تحقیق به‌منظور معرفی محدودیت‌های مساوی با اندازه‌های امکان و الزام در یک مسئله واقعی، یک مدل جدید تحلیل پوششی داده‌های شبکه‌ای فازی با اندازه‌های امکان و الزام توسعه داده شده و با استفاده از رویکردی سیستماتیک، چارچوبی به‌منظور ارزیابی عملکرد واحدهای تصمیم‌گیری در صنعت برق ایران ارائه شده است. نوآوری‌های ارائه‌شده در این تحقیق را می‌توان به‌طور خلاصه به‌صورت زیر بیان کرد:

روابط دی‌فازی‌سازی در محدودیت‌هایی به‌صورت مساوی با اندازه الزام و بر مبنای ریاضیات تئوری امکان برای اولین بار ارائه و اثبات شده است؛

مدل جدیدی از تحلیل پوششی داده‌های شبکه‌ای-فازی و ورودی-خروجی محور بر مبنای متغیرهای کمکی و با اندازه‌های الزام و امکان ارائه شده است.

مقایسه‌ای از مدل پیشنهادی تحقیق با دیگر مدل‌های DEA ارائه‌شده در پژوهش‌های موضوعی، در جدول ۲ آورده شده است. مدل FN-SBM پیشنهادی تحقیق می‌تواند یک چهارچوب مناسب و کاربردی در اندازه‌گیری

کارایی کلی و مرحله‌ای برای موقعیت‌های مشابهی با معیارهای کیفی و فرآیندهای چندمرحله‌ای، از قبیل بیمارستان‌های عمومی (یک فرآیند ۵ مرحله‌ای) (تون و تسوتسوئی، ۲۰۰۹) و تئوری زنجیره تأمین چابک (خلیلی، ۲۰۱۲) در نظر گرفته شود.

جدول ۲- ویژگی‌های مدل DEA پیشنهادی تحقیق

Table 2- Features of our proposed FNDEA-SBM

ویژگی روابط فازی ارائه شده در محدودیت‌های مساوی		ویژگی‌های مدل DEA ارائه شده					محققان
استفاده از اندازه‌های تئوری امکان (اندازه امکان-الزام و ...)	ارائه روابط فازی در محدودیت‌های مساوی	برنامه‌ریزی امکانی در محیط فازی (اندازه امکان-الزام و ...)	وجود عدم قطعیت در ورودی و خروجی‌ها	ورودی-خروجی محور	شبکه‌ای	ترکیبی با SBM	
			√				کائو ^{۳۳} (۲۰۱۴)، لیو (۲۰۰۸)، پارک ^{۳۴} (۲۰۱۰)
						√	فار و گراسکو ^{۳۵} (۲۰۰۰)، یو و لین ^{۳۶} (۲۰۰۸)، چن ^{۳۷} (۲۰۰۹)، کوک و همکاران ^{۳۸} (۲۰۱۰)، ژائو و لیانگ ^{۳۹} (۲۰۱۰)، کائو (۲۰۱۴)
						√	تون و تسوتسوئی (۲۰۰۹)
			√		√	√	شرمه و همکاران (۲۰۱۶)
	√						پارا و همکاران (۲۰۰۵)، پیشوایی و ترابی (۲۰۱۰)
	√	√					پیشوایی و همکاران (۲۰۱۲)، ظهیری و همکاران (۲۰۱۴)
			√	√			پیکانی و همکاران (۲۰۱۹)
	√	√	√	√			احمدوند و پیشوایی (۲۰۱۸)
√	√	√	√	√	√	√	تحقیق حاضر

سازمان‌دهی باقی مانده تحقیق در ادامه آورده شده است: اثبات روابط دی‌فازی سازی پیشنهادی در محدودیت‌های مساوی با اندازه‌های امکان و الزام به همراه پژوهش‌های مربوط در بخش سوم آورده شده است. در ادامه و در بخش چهارم روش شناسی پژوهش شامل روش پژوهش، مدل مفهومی تحقیق با توجه به مفاهیم مربوط به موفقیت فرآیند در صنعت برق ایران و مدل FNDEA-SBM^{۳۰} پیشنهادی تحقیق، با اندازه‌های امکان و الزام به منظور ارزیابی میزان موفقیت فرآیند و اندازه‌گیری کارایی‌های مرحله‌ای و کلی شرح داده شده است. در دو بخش بعدی یافته‌های تحقیق شامل نتایج حاصل از اجرای مدل‌های پیشنهادی تحلیل پوشی داده‌های شبکه‌ای فازی، در ارزیابی کارایی‌های کلی و مرحله‌ای و بحث آورده شده است. در نهایت و در بخش هفتم تحقیق، به نتیجه‌گیری و جمع‌بندی به همراه پیشنهادها برای تحقیقات آتی اشاره شده است.

۳- مبانی نظری تحقیق

۳-۱- امکان و الزام در محیط فازی

هر زیرمجموعه فازی \check{c} عضو R به عنوان مجموعه اعداد حقیقی در نظر گرفته شده است ((RNs)) با تابع عضویت $\mu_{\check{c}}(t): R \rightarrow [0, 1]$ یک عدد فازی نامیده می‌شود. برای دو عدد فازی \check{c} و \check{e} با توابع عضویت $\mu_{\check{c}}(t)$ و $\mu_{\check{e}}(u)$ روابط زیر حاصل می‌شوند (ماتی، ۳۱ و ماتی، ۲۰۰۶):

$$Pos(\check{c} * \check{e}) = \{ \sup(\min(\mu_{\check{c}}(t), \mu_{\check{e}}(u)), t, u \in R, t * u) \}, \quad (1)$$

$$Nec(\check{c} * \check{e}) = \{ \inf(\max(1 - \mu_{\check{c}}(t), \mu_{\check{e}}(u)), t, u \in R, t * u) \}, \quad (2)$$

در تئوری امکان، عدم اطمینان یک پیشامد با دو عدد امکان و الزام مشخص می‌شود. در روابط بالا Pos و Nec به ترتیب مشخص‌کننده اندازه‌های امکان و الزام و * می‌تواند هریک از عملگرهای ریاضی <, >, =, <=, >= باشد. روابط دوگان بین اندازه‌های امکان و الزام به صورت رابطه ۳ است. همچنین روابط ۴ تا ۷ را برای اندازه‌های امکان و الزام داریم (دوبیس و پاراد، ۱۹۸۸).

$$Nec(\check{c} \times \check{e}) = 1 - Pos((\check{c} \times \check{e})^0). \quad (3)$$

$$\min(Nec(\check{c} \times \check{e}), Nec(\overline{\check{c} \times \check{e}})) = 0. \quad (4)$$

$$Pos(\check{c} \times \check{e}) \propto Nec(\check{c} \times \check{e}) \quad (5)$$

$$\text{If } Nec(\check{c} \times \check{e}) > 0 \text{ Then } Pos(\check{c} \times \check{e}) = 1 \quad (6)$$

$$\text{If } Pos(\check{c} \times \check{e}) < 1 \text{ Then } Nec(\check{c} \times \check{e}) = 0 \quad (7)$$

همچنین سه عدد فازی $\check{c}, \check{e}, \check{z} \in R$ را در نظر بگیرید، به نحوی که \check{z} تابعی از دو عدد فازی دیگر باشد. $f: R \times R \rightarrow R$ و $\check{z} = f(\check{c}, \check{e})$ یک عملگر باینری باشد، تابع عضویت $\mu_{\check{z}}$ برای \check{z} به صورت رابطه ۸ تعریف می‌شود:

$$\mu_{\check{z}}(z) = \sup\{\min(\mu_{\check{c}}(t), \mu_{\check{e}}(u)), t, u \in R \text{ and } z = f(t, u), z \in R\}. \quad (8)$$

۳-۲- محدودیت‌های مساوی و نامساوی با اندازه‌های امکان و الزام

با توجه به اینکه محدودیت‌های مدل تحلیل پوششی داده‌های فازی پیشنهادی تحقیق، به جز محدودیت در تابع هدف از نوع مساوی است و روابط دی‌فازی در محدودیت‌های مساوی با اندازه الزام تاکنون ارائه نشده است، در ادامه و برای اولین بار در این تحقیق، این روابط پیشنهاد و اثبات شده است. در ادامه به اختصار به محدودیت‌های

مساوی و نامساوی با اندازه امکان و الزام اشاره خواهد شد. فرض کنید f یک عدد فازی با تابع عضویت $\mu(t)$ و s یک عدد باشد. درجه امکان رویداد فازی $f \leq s$ به صورت زیر تعریف می شود (دوبیس و پاراد، ۲۰۰۰):

$$Pos\{f \leq s\} \equiv \sup_{t \leq s} \mu(t) \quad (9)$$

به طریق مشابه، درجه الزام رویداد فازی مذکور به صورت زیر تعریف می شود:

$$Nec\{f \leq s\} \equiv 1 - \sup_{t \leq s} \mu(t) \quad (10)$$

حال فرض کنید عدد فازی ذوزنقه ای $f = (f_1, f_2, f_3, f_4)$ را داشته باشیم، با توجه به روابط ۹ و ۱۰ خواهیم داشت:

$$Pos\{f \leq t\} \equiv \begin{cases} 0 & \text{for } 0 \leq t \leq f_1 \\ \frac{t - f_1}{f_2 - f_1} & \text{for } f_1 < t < f_2 \\ 1 & \text{for } f_2 \leq t \end{cases} \quad (11)$$

$$Nec\{f \leq t\} \equiv \begin{cases} 0 & \text{for } 0 \leq t \leq f_3 \\ \frac{t - f_3}{f_4 - f_3} & \text{for } f_3 < t < f_4 \\ 1 & \text{for } f_4 \leq t \end{cases} \quad (12)$$

به طریقی مشابه درجه امکان و الزام رویداد فازی $f \geq t$ به صورت زیر خواهد بود:

$$Nec\{f \geq t\} \equiv \begin{cases} 1 & \text{for } 0 \leq t \leq f_1 \\ \frac{f_2 - t}{f_2 - f_1} & \text{for } f_1 < t < f_2 \\ 0 & \text{for } f_2 \leq t \end{cases} \quad (13)$$

$$Pos\{f \geq t\} \equiv \begin{cases} 1 & \text{for } 0 \leq t < f_3 \\ \frac{f_4 - t}{f_4 - f_3} & \text{for } f_3 \leq t < f_4 \\ 0 & \text{for } f_4 \leq t \end{cases} \quad (14)$$

بازنویسی شده و تبدیل قطعی روابط بالا در صورتی که حداقل سطوح اطمینان (α) در نظر گرفته شود، به صورت زیر خواهند بود:

$$Pos\{f \leq t\} \geq \alpha \iff \frac{t - f_1}{f_2 - f_1} \geq \alpha \iff t \geq (1 - \alpha)f_1 + \alpha f_2 \quad (15)$$

$$Pos\{\mathcal{F} \approx t\} \approx \delta \uparrow \frac{\mathcal{F}_4 0 t}{\mathcal{F}_4 0 \mathcal{F}_3} \approx \delta \uparrow t \approx (10 \delta) \mathcal{F}_4 . \delta . \mathcal{F}_3 \quad (16)$$

$$Nec\{\mathcal{F} \approx t\} \approx \delta \uparrow \frac{t 0 \mathcal{F}_3}{\mathcal{F}_4 0 \mathcal{F}_3} \approx \delta \uparrow t \approx (10 \delta) \mathcal{F}_3 . \delta . \mathcal{F}_4 \quad (17)$$

$$Nec\{\mathcal{F} \approx t\} \approx \delta \uparrow \frac{\mathcal{F}_2 0 t}{\mathcal{F}_2 0 \mathcal{F}_1} \approx \delta \uparrow t \approx (10 \delta) \mathcal{F}_2 . \delta . \mathcal{F}_1 \quad (18)$$

از روابط ۱۵ تا ۱۸ می‌توان برای تبدیل محدودیت‌های فازی با اندازه‌های امکان و الزام و به صورت نامساوی به معادله‌های قطعی آنها استفاده کرد؛ در حالی که به منظور دی‌فازی کردن محدودیت‌ها به صورت مساوی، باید از رویکرد متفاوتی استفاده کرد.

درجه امکان رویداد فازی $\mathcal{F} = s$ را به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$Pos\{ \mathcal{F} \approx s \} \equiv \sup_{t \approx s} \pi(t) \quad (19)$$

$$Nec\{ \mathcal{F} \approx s \} \equiv 10 \sup_{t \approx s} \pi(t) \quad (20)$$

ابتدا درباره محدودیت‌های مساوی با اندازه امکان بحث خواهد شد، سپس رویکرد و تعریف جدیدی به منظور مواجه شدن با محدودیت‌های مساوی با اندازه الزام ارائه خواهد شد. فرض کنید عدد فازی دوزنقه‌ای $\mathcal{F} = (\mathcal{F}_1, \mathcal{F}_2, \mathcal{F}_3, \mathcal{F}_4)$ و عدد حقیقی s را داشته باشیم، با توجه به تابع عضویت \mathcal{F} و رابطه ۱۹ خواهیم داشت:

$$\mathcal{F}_1 \approx s \approx \mathcal{F}_2 \diamond Pos\{\mathcal{F} \approx s\} \equiv \frac{s 0 \mathcal{F}_1}{\mathcal{F}_2 0 \mathcal{F}_1} \quad \text{لم ۱}$$

$$\mathcal{F}_2 \approx s \approx \mathcal{F}_3 \diamond Pos\{\mathcal{F} \approx s\} \equiv 1 \quad \text{لم ۲}$$

$$\mathcal{F}_3 \approx s \approx \mathcal{F}_4 \diamond Pos\{\mathcal{F} \approx s\} \equiv \frac{\mathcal{F}_4 0 s}{\mathcal{F}_4 0 \mathcal{F}_3} \quad \text{لم ۳}$$

اثبات:

فرض کنید داشته باشیم:

$$\mathcal{F}_1 \approx s \approx \mathcal{F}_2$$

با توجه به رابطه ۱۹ و به ازای هر عدد حقیقی s در بازه $[\mathcal{F}_1, \mathcal{F}_2]$ خواهیم داشت:

$$Pos\{ \mathcal{F} \approx s \} \equiv \sup_{t \approx s} \pi(t) \equiv \pi(s)$$

با توجه به شکل ۲ (تابع عضویت عدد دوزنقه‌ای \mathcal{F}) واضح است که:

$$\pi(s) \equiv \frac{s 0 \mathcal{F}_1}{\mathcal{F}_2 0 \mathcal{F}_1}$$

$$Pos\{\xi \equiv s\} \equiv \frac{s \ominus \xi_1}{\xi_2 \ominus \xi_1}$$

$$\xi_2 \infty s \infty \xi_3$$

$$Pos\{\xi \equiv s\} \equiv \pi(s) \equiv 1$$

$$\xi_3 \infty s \infty \xi_4$$

$$Pos\{\xi \equiv r\} \equiv \pi(s) \equiv \frac{\xi_4 \ominus s}{\xi_4 \ominus \xi_3}$$

بنابراین خواهیم داشت:

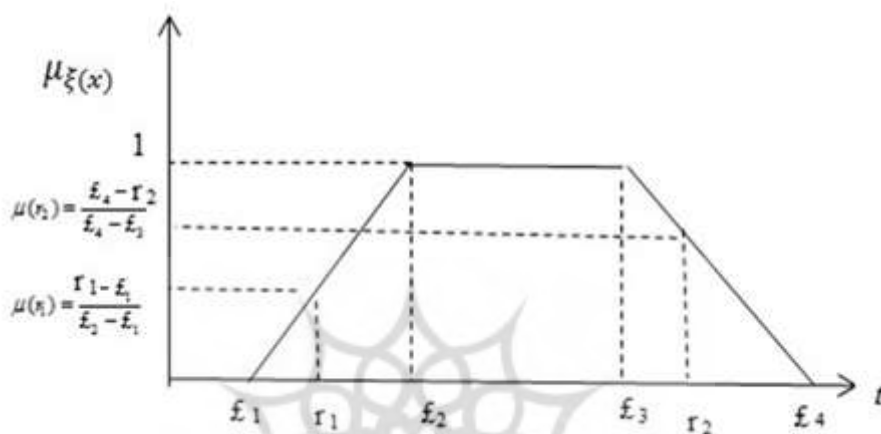
به طریقی مشابه اگر

باشد، آنگاه

و در نهایت اگر

باشد،

آنگاه



شکل ۲- تابع عضویت عدد دوزنقه‌ای $\xi = (\xi_1, \xi_2, \xi_3, \xi_4)$

Fig. 2-Membership function of TFN ξ

بنابراین برای عدد دوزنقه‌ای $\xi = (\xi_1, \xi_2, \xi_3, \xi_4)$ خواهیم داشت:

$$Pos\{\xi \equiv t\} \equiv \begin{cases} 0 & \text{for } 0 \leq t < \xi_1 \\ \frac{t - \xi_1}{\xi_2 - \xi_1} & \text{for } \xi_1 \leq t < \xi_2 \\ 1 & \text{for } \xi_2 \leq t < \xi_3 \\ \frac{\xi_4 - t}{\xi_4 - \xi_3} & \text{for } \xi_3 \leq t < \xi_4 \\ 0 & \text{for } \xi_4 \leq t \end{cases} \quad (21)$$

تبدیل قطعی رابطه ۲۱ به صورت زیر خواهد بود:

$$Pos\{\xi \equiv t\} \infty \delta \dots \begin{cases} \frac{t - \xi_1}{\xi_2 - \xi_1} \infty \delta \diamond t \infty (10 \delta) \mathcal{A}_1 \cdot \xi_2 \\ \frac{\xi_4 - t}{\xi_4 - \xi_3} \infty \delta \diamond t \infty (10 \delta) \mathcal{A}_4 \cdot \xi_3 \end{cases} \quad (22)$$

همان‌طوری که بیان شده است روابط دی‌فازی برای محدودیت‌های احتمالی-فازی با اندازه الزام و در حالت تساوی به دلیل پیچیدگی‌های موجود در مفاهیم مربوط (برای مثال مفهوم عدم‌تساوی یک عدد فازی با یک عدد قطعی و اینکه در چه ناحیه‌ای یک عدد فازی با یک عدد قطعی برابر نیست) در پژوهش‌ها برنامه‌ریزی امکانی یا ارائه نشده است و یا به‌ندرت ارائه شده است که رویکردهای پیشنهادی مبتنی بر مفاهیم ریاضی برنامه‌ریزی امکانی نیستند؛ بنابراین در ادامه رویکردی جدید در این تحقیق ارائه و اثبات شده است.

لم ۴: فرض کنید عدد فازی دوزنقه‌ای $\mathcal{F} = (\mathcal{F}_1, \mathcal{F}_2, \mathcal{F}_3, \mathcal{F}_4)$ و عدد حقیقی s را داشته باشیم،

آنگاه خواهیم داشت: $Nec\{\mathcal{F} \equiv s\} \equiv 0$

اثبات:

همان‌طور که می‌دانیم به‌ازای هر عدد حقیقی s ، عدد حقیقی دیگری مانند k در بازه $[\mathcal{F}_2, \mathcal{F}_3]$ وجود خواهد داشت؛

$$\sup_{t \approx s} \pi(t) \equiv \pi(k)$$

به نحوی که مخالف s باشد و با توجه به رابطه ۱۹ و برقراری رابطه $k \neq s$ داریم؛

در نتیجه خواهیم داشت: $Nec\{\mathcal{F} \equiv s\} \equiv 10 \sup_{t \approx s} \pi(t) \equiv 10 \pi(k) \equiv 10 \cdot 1 \equiv 10$

با توجه به لم ۴، درجه الزام هر رویداد فازی به‌صورت $\mathcal{F} = s$ برابر با صفر خواهد بود؛ بنابراین در این تحقیق به‌منظور مواجه‌شدن با محدودیت‌های مساوی با اندازه الزام، تعریف و رویکرد جدیدی برای اولین‌بار ارائه شده است. از طرف دیگر و با توجه به لم ۱ و لم ۳ در خارج از برد $[\mathcal{F}_2, \mathcal{F}_3]$ داریم $Pos\{\mathcal{F} \equiv \mathcal{E}\} p 1$ ، با توجه به رابطه بین اندازه‌های امکان و الزام $Nec\{\mathcal{F} \equiv \mathcal{E}\} \equiv 0$ در رویکرد پیشنهادی، ما اندازه الزام رویداد فازی را به‌صورت $\mathcal{F} = s$ در بازه $[\mathcal{F}_2, \mathcal{F}_3]$ تعریف خواهیم کرد. پیشنهاد دادیم که عدد حقیقی s به‌صورت عدد فازی مثلثی در نظر گرفته شود و در این صورت درجه الزام رویداد فازی $\mathcal{F} = s$ به‌صورت اصل ۱ و معادله ۲۳ خواهد شد.

تعریف ۱: عدد فازی دوزنقه‌ای $\mathcal{F} = (\mathcal{F}_1, \mathcal{F}_2, \mathcal{F}_3, \mathcal{F}_4)$ را عدد فازی دوزنقه‌ای متقارن می‌نامیم، اگر دارای شرط زیر باشد:

$$\mathcal{F}_2 - \mathcal{F}_1 = \mathcal{F}_4 - \mathcal{F}_3$$

تعریف ۲: عدد فازی مثلثی $\beta = (\beta_1, \beta_2, \beta_3)$ را عدد فازی مثلثی متقارن می‌نامیم، اگر دارای شرط زیر باشد:

$$\beta_2 - \beta_1 = \beta_3 - \beta_2$$

اصل ۱: عدد فازی دوزنقه‌ای متقارن $\mathcal{F} = (\mathcal{F}_1, \mathcal{F}_2, \mathcal{F}_3, \mathcal{F}_4)$ با مرکز تقارن u و عدد فازی مثلثی متقارن $\beta = (\beta_1, \beta_2, \beta_3)$ را با شرایط زیر در نظر بگیرید:

$$u = (\mathcal{F}_2 + \mathcal{F}_3) / 2 \quad \mathcal{F}_3 - \mathcal{F}_2 \geq 2(\mathcal{F}_2 - \mathcal{F}_1) \quad \mathcal{F}_4 - \mathcal{F}_1 \approx \beta_3 - \beta_1$$

آنگاه خواهیم داشت:

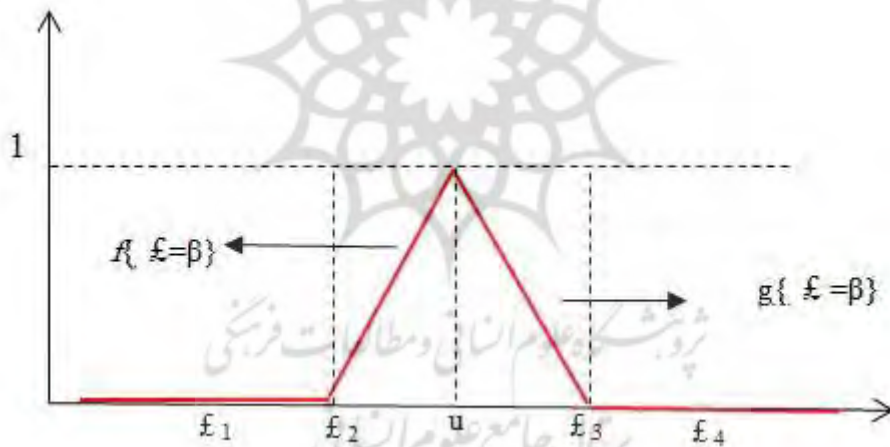
اصل ۱-۱: در نقاط مرزی بازه $[\mathcal{F}_2, \mathcal{F}_3]$ یعنی \mathcal{F}_2 و \mathcal{F}_3 داریم: $Nec\{\mathcal{F} \equiv \mathcal{E}\} \equiv 0$

اصل ۱-۲: به موازات حرکت از نقاط مرزی بازه $[\xi_2, \xi_3]$ یعنی ξ_2 و ξ_3 به سمت مرکز تقارن عدد فازی ξ یعنی u ، درجه الزام رویداد فازی $\{\xi \equiv \varepsilon\}$ افزایش می یابد و بیشترین مقدار $Nec\{\xi \equiv \varepsilon\}$ در مرکز تقارن عدد فازی ξ یعنی u حاصل و برابر با یک می شود؛

اصل ۱-۳: شکل تابع $Nec\{\xi \equiv \varepsilon\}$ مطابق با شکل ۳ است. رابطه ۲۳ نشان دهنده تابع عضویت $Nec\{\xi \equiv \varepsilon\}$ است. همچنین تبدیل قطعی رابطه ۲۳ به صورت رابطه ۲۴ خواهد بود:

$$Nec\{\xi \equiv t\} \equiv \begin{cases} 0 & \text{for } 0 \leq p \leq \xi_2 \\ f(\xi \equiv t) \equiv \frac{t - \xi_2}{\xi_3 - \xi_2} & \text{for } \xi_2 < p < u \\ g(\xi \equiv t) \equiv \frac{\xi_3 - p}{\xi_3 - u} & \text{for } u < p < \xi_3 \\ 0 & \text{for } \xi_3 \leq p \end{cases} \quad (23)$$

$$Nes\{\xi \equiv t\} \propto \delta \dots \begin{cases} \frac{2(t - \xi_2)}{\xi_3 - \xi_2} \propto \delta \diamond t \propto (10(\frac{\delta}{2})) \wedge \xi_2 \cdot (\frac{\delta}{2}) \xi_3 \\ \& \\ \frac{2(\xi_3 - p)}{\xi_3 - u} \propto \delta \diamond t \propto (10(\frac{\delta}{2})) \wedge \xi_3 \cdot (\frac{\delta}{2}) \xi_2 \end{cases} \quad (24)$$

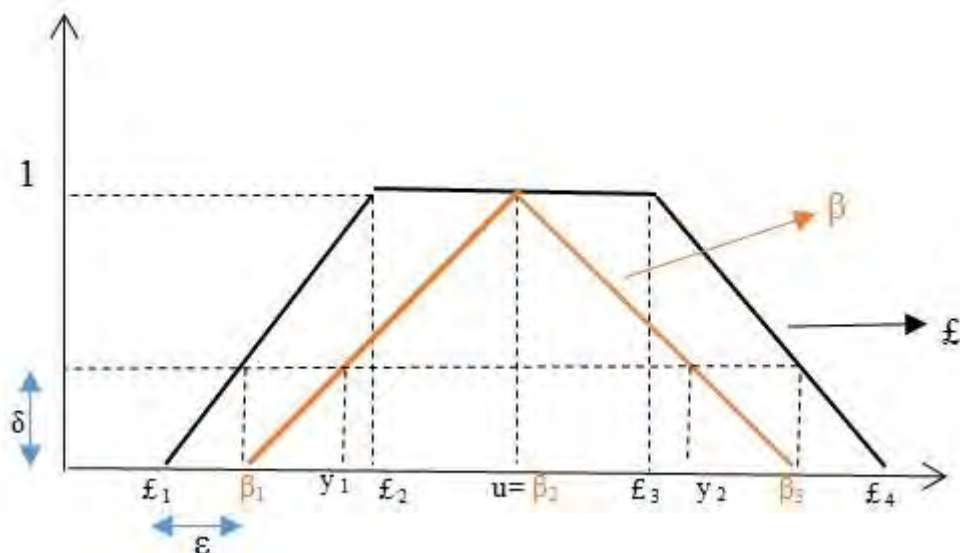


شکل ۳- شکل تابع عضویت $Nec\{\xi \equiv \varepsilon\}$

Fig. 3-Membership function of $Nec\{\xi = \beta\}$

اثبات:

فرض کنید سه عدد فازی مثلثی متقارن $\lambda = (\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3)$ ، $\beta' = (\beta'_1, \beta'_2, \beta'_3)$ ، $\beta = (\beta_1, \beta_2, \beta_3)$ و عدد فازی دوزنقه ای متقارن $\xi = (\xi_1, \xi_2, \xi_3, \xi_4)$ با مرکز تقارن $u = (\xi_2 + \xi_3)/2$ و شرایط زیر داشته باشیم:
 $\xi_3 - \xi_2 \geq 2 * (\xi_2 - \xi_1)$ ، $\xi_4 - \xi_1 \approx \beta_3 - \beta_1 = \beta'_3 - \beta'_1 = \lambda_3 - \lambda_1$
 به منظور بررسی اندازه درجه الزام رویداد فازی $\{\xi \equiv \varepsilon\}$ در مرکز تقارن عدد فازی ξ یعنی u ، عدد فازی مثلثی متقارن β را با شرط $\beta_2 = u$ مطابق با شکل ۴ تعریف می کنیم.



شکل ۴- تابع عضویت عدد فازی مثلثی متقارن β با شرط $\beta_2=u$ و عدد فازی دوزنقه‌ای متقارن ξ با مرکز تقارن u
 Fig. 4-Membership functions of triangular fuzzy number β with $\beta_2=u$ and trapezoidal fuzzy number ξ with centroid point u

داریم

$$Nec\{ \xi \equiv \varepsilon \} = 1 - Pos\{ \xi \approx \varepsilon \}$$

با توجه به رابطه ۱ خواهیم داشت:

$$Pos(\xi \approx \varepsilon) = \{ \sup (\min (\mu_{\xi}(t), \pi_{\varepsilon}(y)), t, y \in \mathbb{R}, t \approx y) \}$$

فضای شدنی برای رویداد فازی $\{ \xi \approx \varepsilon \}$ را در فضای متعلق به ξ یعنی $t \in [\xi_1, \xi_4]$ و فضای متعلق به ε یعنی $y \in [\varepsilon_1, \varepsilon_3]$ را به نحوی تعریف می‌کنیم که این دو فضا همپوشانی با هم نداشته باشند و مطابق با شکل ۵، این فضای شدنی شامل t در بازه‌های $[\xi_1, \varepsilon_1]$ و $[\varepsilon_3, \xi_4]$ به عنوان فضای متعلق به ξ و y در بازه $[\varepsilon_1, \varepsilon_3]$ به عنوان فضای متعلق به ε خواهد شد. اگر فضای شدنی برای رویداد فازی $\{ \xi \approx \varepsilon \}$ را به صورت زیر تعریف کنیم:

$$\text{Feasible space of } \{ \xi \approx \varepsilon \} = \{ \{ t \in [\xi_1, \xi_4], y \in [\varepsilon_1, \varepsilon_3], t \approx y \} \} = t \in [\xi_1, \varepsilon_1] \& [\varepsilon_3, \xi_4] \& y \in [\varepsilon_1, \varepsilon_3]$$

آنگاه خواهیم داشت:

$$Pos(\xi \approx \varepsilon) = \{ (\min (\pi_{\xi}(\varepsilon_1), \mu_{\beta}(y)), y \in [y_2, y_1]) \} = \delta \text{ and } Nec\{ \xi \equiv \varepsilon \} = 1 - \gamma$$

واضح است اگر

$$\approx \eta^{\circ} 0 \approx (\xi_4 - \xi_1 \approx \beta_3 - \beta_1) \gamma^{\circ} 0$$

آنگاه داریم:

$$Nec\{ \xi \equiv \varepsilon \} \approx 1$$

در نتیجه در مرکز تقارن عدد فازی ξ $Nec\{ \xi \equiv \varepsilon \}$ برابر با یک خواهد شد و بیشترین مقدار خود را خواهد داشت. به منظور بررسی اندازه درجه الزام رویداد فازی $\{ \xi \equiv \varepsilon \}$ در خارج از مرکز تقارن عدد فازی ξ بررسی روابط و اثبات در بازه $[\xi_2, u]$ ارائه خواهد شد و در بازه $[u, \xi_3]$ می‌توان از رویکردی مشابه استفاده کرد. دو عدد

فازی مثلثی متقارن β' و λ را با شرط $u > \beta'_2 > \lambda_2 > \lambda_2$ به نحوی که λ از β' به نقطه مرزی \mathcal{E}_2 در بازه $[\mathcal{E}_2, \mathcal{E}_3]$ نزدیکتر باشد، مطابق شکل ۵ در نظر بگیرید. فضای شدنی برای رویداد فازی $\{\mathcal{E} \approx \mathcal{E}'\}$ را در فضای متعلق به \mathcal{E} یعنی $[\mathcal{E}_1, \mathcal{E}_4]$ و $t \in [\mathcal{E}'_1, \mathcal{E}'_3]$ یعنی $y \in [\mathcal{E}'_1, \mathcal{E}'_3]$ را به نحوی تعریف می‌کنیم که این دو فضا با هم همپوشانی نداشته باشند و مطابق با شکل ۵، این فضای شدنی شامل t در بازه $[\mathcal{E}'_3, \mathcal{E}_4]$ ، به‌عنوان فضای متعلق به \mathcal{E} و y در بازه $[\mathcal{E}'_1, \mathcal{E}'_3]$ ، به‌عنوان فضای متعلق به \mathcal{E}' خواهد شد. اگر فضای شدنی برای رویداد فازی $\{\mathcal{E} \approx \mathcal{E}'\}$ را به‌صورت زیر تعریف کنیم:

$$\text{Feasible space of } \{\mathcal{E} \approx \mathcal{E}'\} = \{t \in [\mathcal{E}_1, \mathcal{E}_4], y \in [\mathcal{E}'_1, \mathcal{E}'_3], t \approx y\} = t \in [\mathcal{E}'_3, \mathcal{E}_4] \& y \in [\mathcal{E}'_1, \mathcal{E}'_3]$$

آنگاه خواهیم داشت:

$$\text{Pos}(\mathcal{E} \approx \mathcal{E}') = \{(\min(\pi_{\mathcal{E}}(\mathcal{E}'_3), \pi_{\mathcal{E}'}(\mathcal{E}'_2)), \delta_1)\} \text{ and } \text{Nec}\{\mathcal{E} \approx \mathcal{E}'\} = 1 - \gamma_1$$

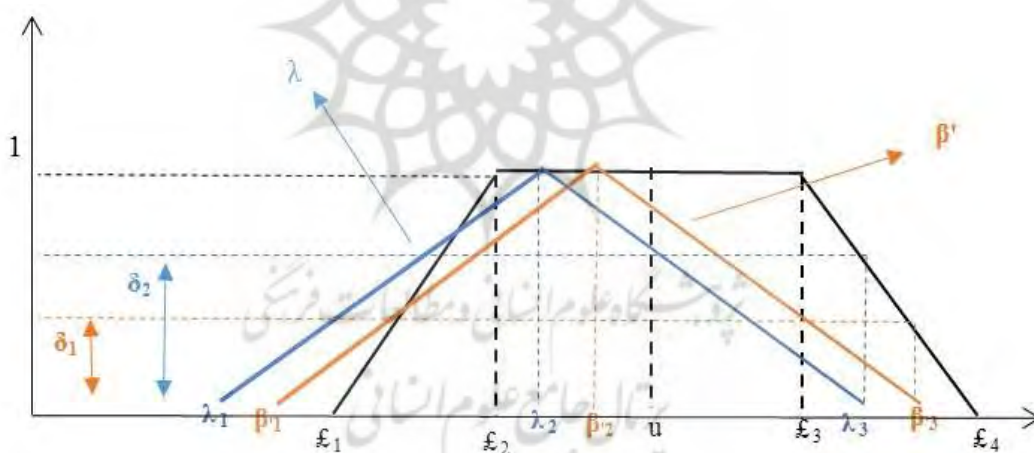
به طریقه مشابه برای عدد فازی مثلثی متقارن λ خواهیم داشت: $\text{Nec}\{\mathcal{E} \approx 0\} = 1 - \gamma_2$ و با توجه به اینکه

$$\text{Nec}\{\mathcal{E} \approx 0\} \leq \text{Nec}\{\mathcal{E} \approx \mathcal{E}'\} \text{؟ } \gamma_2 \leq \gamma_1 \text{؛ بنابراین به موازات حرکت از نقاط مرزی بازه } [\mathcal{E}_2, \mathcal{E}_3] \text{، یعنی } \mathcal{E}_2 \text{ و } \mathcal{E}_3$$

به سمت مرکز تقارن عدد فازی \mathcal{E} یعنی u ، درجه الزام رویداد فازی $\{\mathcal{E} \approx \mathcal{E}'\}$ افزایش یافته است و در نقاط مرزی بازه $[\mathcal{E}_2, \mathcal{E}_3]$ ، یعنی \mathcal{E}_2 و \mathcal{E}_3 داریم:

اگر $1 - \gamma \leq \text{Nec}\{\mathcal{E} \approx \mathcal{E}'\} \leq 0$ ، با توجه به اصل ۱-۱ و ۲-۱ تابع عضویت $\text{Nec}\{\mathcal{E} \approx \mathcal{E}'\}$ مطابق با

اصل ۱-۳ به دست خواهد آمد.



شکل ۵- توابع عضویت اعداد فازی مثلثی متقارن و عدد فازی دوزنقه‌ای متقارن با شرط $u > \beta'_2 > \lambda_2 > \lambda_2$

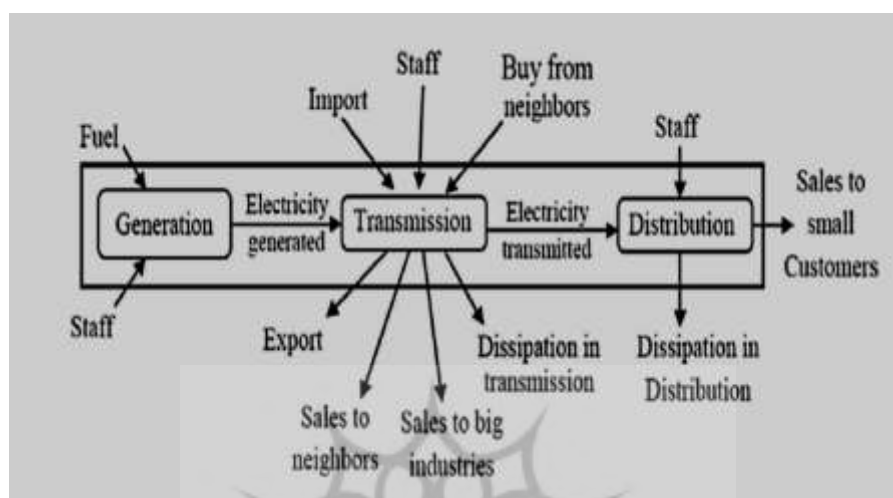
Fig. 5- Membership functions of triangular fuzzy numbers β' and λ with $u > \beta'_2 > \lambda_2 > \lambda_2$ and trapezoidal fuzzy number with centroid point u

۴- روش شناسی پژوهش

تحقیق حاضر از نظر هدف کاربردی و با رویکرد توسعه و ترکیب مدل‌های ریاضی انجام شده است. با استفاده از داده‌های واقعی در صنعت برق ایران، مدل‌های تحلیل پوششی داده‌های پیشنهادی اعتبارسنجی شده است. با توجه به متغیرهای تحقیق، پژوهش حاضر کمی است. همچنین از نظر روش گردآوری داده‌ها، تحقیق حاضر از نوع پیمایشی و مقطعی است.

۴-۱- مدل‌سازی مفهومی

موفقیت فرآیندهای کسب‌وکار و کارایی بالا یکی از اهداف کلیدی هر سازمانی است که برای رسیدن به این هدف مهم عوامل مختلفی دخیل‌اند. با توجه به کاربرد مدل‌های ارائه‌شده و ماهیت شبکه‌ای صنعت برق، در ادامه مبحث اندازه‌گیری کارایی در صنعت برق با کمک مدل‌های تحلیل پوششی داده‌ها تشریح شده است. شکل ۶ مدل مطالعه‌شده در این تحقیق از یک واحد تصمیم‌گیرنده در صنعت برق ایران است که بخش‌های مختلف آن به صورت شبکه‌ای در ارتباط‌اند.



شکل ۶- ساختار شبکه‌ای چندمرحله‌ای واحدهای تصمیم‌گیرنده در صنعت برق ایران (شرمه و همکاران، ۲۰۱۶)

Fig. 6- The multi-stage network structure of DMUs in Iran's electricity industry (Shermeh et al., 2016)

در این تحقیق مشابه با تحقیق شرمه و همکاران، واحدهای تصمیم‌گیرنده در صنعت برق به صورت ترکیبی از سه بخش تولید، انتقال و توزیع، که به صورت شبکه‌ای با هم در ارتباط‌اند، در نظر گرفته شده‌اند. در مرکز واحدهای تصمیم‌گیرنده، یک شرکت برق منطقه‌ای قرار دارد که حداقل با یک شرکت تولید و یک شرکت توزیع در ارتباط است. در واقع یک یا چند شرکت تولیدی (نیروگاه‌های تولید برق) با یکدیگر تلفیق شده‌اند و برق تولیدی آنها به شرکت برق منطقه‌ای واقع در مرکز واحد تصمیم‌گیرنده فرستاده می‌شود و چند شرکت توزیع با هم تلفیق شده‌اند و به صورت بخش سوم با شرکت برق منطقه‌ای واقع در هسته در ارتباط‌اند. در بخش تولید انرژی الکتریکی از طریق نیروگاه‌های حرارتی، برق آبی، سیکل ترکیبی و سایر تولید می‌شود. سوخت مصرفی در نیروگاه‌ها را به عنوان ورودی بخش تولید در نظر می‌گیریم.

کارکنان بخش تولید را که شامل کارکنان نیروگاه‌های برق آبی و شرکت‌های مدیریت تولیدند، به عنوان ورودی بعدی در بخش تولید معرفی می‌کنیم. انرژی الکتریکی یا تولید خالص بخش تولید به بخش انتقال فرستاده می‌شود که آن را به عنوان محصول میانی بخش تولید و انتقال در نظر می‌گیریم. ورودی‌های بخش انتقال علاوه بر انرژی الکتریکی که به عنوان محصول میانی از بخش تولید دریافت می‌کنند، سه ورودی دیگر نیز دارند و مقداری انرژی الکتریکی از همسایگان خارجی به عنوان واردات دریافت می‌کنند. دریافت انرژی الکتریکی را از شرکت‌های هم‌جوار به عنوان دریافت هم‌جوار و کارکنان شاغل را در سراسر شبکه انتقال به عنوان کارکنان انتقال در نظر می‌گیریم. خروجی‌های بخش انتقال شامل فروش به صنایع بزرگ، ارسال انرژی الکتریکی به کشورهای خارجه

به‌عنوان صادرات، فروش به شرکت‌های هم‌جوار و راندمان انتقال انرژی در بخش انتقال است. در نهایت مرحله‌ای از انرژی الکتریکی را به‌عنوان محصول میانی به بخش توزیع انتقال می‌دهد. در بخش توزیع، کارکنان توزیع و محصول میانی دریافتی از بخش انتقال را به‌عنوان ورودی در نظر می‌گیریم و فروش به مشتریان کوچک، که شامل مشترکان برق در سراسر کشور و روشنایی معابر و اماکن عمومی است، به‌عنوان خروجی و همچنین خروجی دیگر از بخش توزیع، راندمان انتقال انرژی در بخش توزیع است.

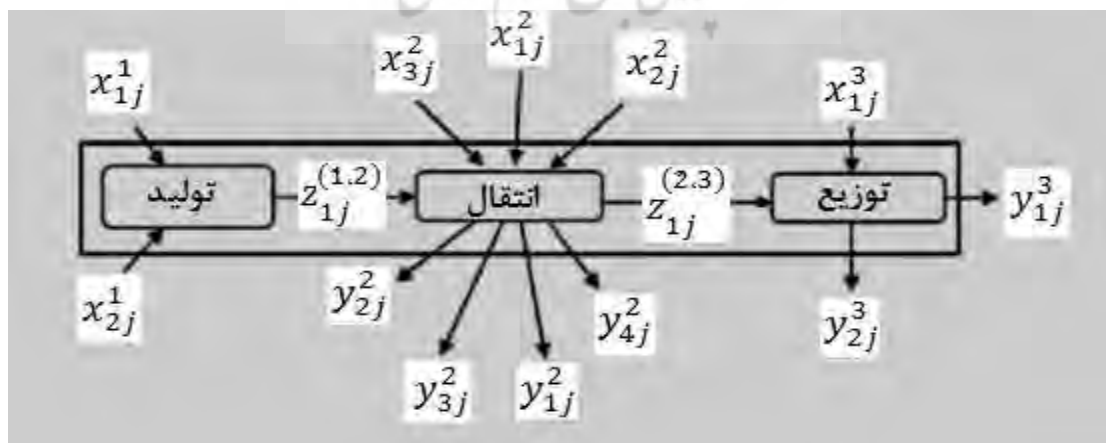
۴-۲- ارائه مدل

در این بخش متغیرهای مرتبط با مدل مفهومی تحقیق ارائه شده است. در جدول ۳ و شکل ۷ ورودی و خروجی‌های هر بخش به همراه شاخص‌های میانی مرتبط با موفقیت فرآیند و اندازه‌گیری کارایی آورده شده است.

جدول ۳- ورودی-خروجی‌ها و شاخص‌های میانی در ارزیابی عملکرد واحدهای تصمیم‌گیرنده در صنعت برق ایران (شرمه و همکاران، ۲۰۱۶)

Table 3- The inputs, output and intermediate indicators in DMUs performance evaluation in Iran's electricity industry (Shermeh et al., 2016)

بخش	بخش تولید		بخش انتقال						بخش توزیع			محصولات میانی		
	ورودی اول	ورودی دوم	ورودی اول	ورودی دوم	ورودی سوم	خروجی اول	خروجی دوم	خروجی سوم	خروجی چهارم	ورودی اول	خروجی اول	خروجی دوم	محصول میانی اول	محصول میانی دوم
ورودی-خروجی‌ها	سخت‌مصرفی	کارکنان تولید	کارکنان توزیع	دریافت هم‌جوار	واردات	فروش بزرگ	صادرات	ارسال هم‌جوار	راندمان انتقال انرژی بخش انتقال	کارکنان توزیع	فروش کوچک	راندمان انتقال انرژی بخش توزیع	انرژی الکتریکی تولیدی بخش انتقال به توزیع	انرژی الکتریکی انتقالی از بخش انتقال به توزیع
	متغیرهای مدل	x_{1j}^1	x_{2j}^1	x_{1j}^2	x_{2j}^2	x_{3j}^2	y_{1j}^2	y_{2j}^2	y_{3j}^2	y_{4j}^2	x_{1j}^3	y_{1j}^3	y_{2j}^3	$z_{1j}^{(1,2)}$



شکل ۷- ورودی- خروجی‌ها و شاخص‌های میانی مرتبط با مدل شبکه‌ای چندمرحله‌ای FNSBM

Fig. 7- The inputs, output and intermediate indicators related to FNSBM

۳-۴- مدل‌های DEA پیشنهادی

در بخش قبلی تحقیق مدل مفهومی ارائه شده است. در این قسمت مدل شبکه‌ای چندمرحله‌ای FNSBM در اندازه‌گیری کارایی‌های کلی و مرحله‌ای بیان شده است. با توجه به آنچه ذکر شد و ماهیت شبکه‌ای صنعت برق و داده‌های غیرقطعی، همچنین مزایای تئوری امکان، مدل NSBM ارائه‌شده توسط تون و تسوتسویی در سال ۲۰۰۹ توسعه داده شده و مدل FNSBM با اندازه‌های امکان و الزام و با ماهیت ورودی-خروجی محور و برای اولین بار در این تحقیق پیشنهاد شده است. یکی از نکات مهم در مدل پیشنهادی، ارائه روابط دی‌فازی محدودیت‌های مساوی با اندازه الزام برای اولین بار در این تحقیق است که با مرور و مطالعه پژوهش‌های موجود در حوزه تئوری امکان، یکی از مسائل چالش‌برانگیز بوده است. در این بخش و در ادامه مدل شبکه‌ای SBM تشریح شده است، سپس مدل فازی SBM پیشنهادی تحقیق بر مبنای تئوری امکان تشریح خواهد شد.

۳-۴-۱- مدل شبکه‌ای SBM (NSBM)

با توجه به مباحث فوق، اکنون مدلی از SBM ورودی-خروجی محور را ارائه می‌کنیم که واحدهای تصمیم‌گیری به صورت شبکه‌ای در ارتباطند و داده‌ها در آن فازی‌اند. فرض کنیم n واحد تصمیم‌گیرنده داشته باشیم، هر واحد تصمیم‌گیرنده دارای q بخش است که به طور سری با هم در ارتباطند. بخش p از DMU_j دارای m_p ورودی x_{ij}^p است و دارای s_p خروجی y_{rj}^p است. $Z_j^{+p01,p}$ شاخص‌های میانی‌اند که از بخش $p-1$ به عنوان خروجی خارج و به بخش p به عنوان ورودی وارد می‌شوند. برای DMU تحت ارزیابی k خواهیم داشت.

اندیس‌ها و مجموعه‌ها

J : اندیس شمارنده DMU $J = \{j | j=1, 2, \dots, n\}$

P : اندیس شمارنده بخش $P = \{p | p=1, 2, \dots, q\}$

I_p : منابع ورودی مرتبط با بخش p

$I_p = \{i | i=1, 2, \dots, m_p\}$: بخش p دارای m_p ورودی است

R_p : شاخص‌های خروجی مرتبط با بخش p

$R_p = \{r | r=1, 2, \dots, s_p\}$: بخش p دارای s_p خروجی است

C_p : شاخص میانی که از بخش p به بخش h فرستاده می‌شود $C_p = \{c | c=1, 2, \dots, u_p\}$

پارامترها و متغیرها

P_o : کارایی کلی ورودی-خروجی محور واحد o تحت بررسی $J > o$

P_o^p : کارایی بخش p واحد o تحت بررسی $J > o$

O_j^p : بردار شدت بخش p واحد تصمیم‌گیرنده - J

x_{ij}^p : ورودی - i از بخش - p واحد تصمیم‌گیرنده - J

y_{rj}^p : خروجی - r از بخش - p واحد تصمیم‌گیرنده - J

محصول میانی c از بخش p به بخش h در DMU am زام فرستاده می شود: $z_{cj}^{(p,h)}$

متغیر کمبود ورودی - i ام از بخش p : s_i^{p-}

متغیر مازاد خروجی r ام از بخش p : s_r^{p+}

تون و تتوتسویی کارایی کلی ورودی-خروجی محور واحد تحت بررسی را به صورت زیر تعریف کرده اند:

(۲۵)

$$Min \quad v_o \equiv \left\{ \prod_{p=1}^q \left[I O \frac{I}{I_p} \left\{ \prod_{i=1}^{I_p} \frac{s_i^{p0}}{x_{io}^p} \right\} \right] \right\}^q \cdot \left\{ \prod_{p=1}^q \left[I \cdot \frac{I}{R_p} \left\{ \prod_{i=1}^{R_p} \frac{s_r^{p+}}{y_{ro}^p} \right\} \right] \right\}^{O_i}$$

$$x_{io}^p \equiv \prod_{j=1}^n x_{ij}^p o_j^p \cdot s_i^{p0} \quad \%i \in I_p, p \in P$$

$$y_{ro}^p \equiv \prod_{j=1}^n y_{rj}^p o_j^p - s_r^{p+} \quad \%r \in R_p, p \in P$$

$$\prod_{j=1}^n z_{cj}^{k,h} o_j^k \equiv \prod_{j=1}^n z_{cj}^{k,h} o_j^h \quad \text{input to } h, \%c \in C_p, k, h \in P$$

$$\prod_{j=1}^n o_j^p \equiv I \quad p \in P$$

$$s_i^{p0} \geq 0, s_r^{p+} \geq 0 \quad p \in P, \%i \in I_p, \%r \in R_p, \%c \in C_p, k, h \in P \quad o_j^p \geq 0 \quad \%j \in J, p \in P$$

مدل ۲۵ مدلی غیرخطی است که به منظور تبدیل آن به مدلی خطی از تبدیل چارنز و کوپر استفاده می شود (تون،

۲۰۰۱). با کاربرد تبدیل چارنز مدل خطی ۲۷ به دست می آید:

(۲۶) تبدیل خطی چارنز

$$\left\{ \prod_{p=1}^q \left[I \cdot \frac{I}{R_p} \left\{ \prod_{i=1}^{R_p} \frac{s_r^{p+}}{y_{ro}^p} \right\} \right] \right\} \equiv 1/t$$

$$\prod_{j=1}^n \lambda_j^p \equiv I$$

مدل ۲۵، مدلی بازده به مقیاس متغیر است (VRS) که با حذف محدودیت

به مدل بازده به مقیاس ثابت (CRS) تبدیل خواهد شد. مقادیر بهبودیافته در مدل ۲۷ به صورت زیر خواهند بود:

$$\text{Min } v'_o \equiv \left[t \cdot \left[\frac{I}{I_p} \left[\frac{I_p}{I_p} \frac{s'_i{}^{p0}}{x_{io}^p} \right] \right] \right]_{p=1}^q \quad (27)$$

$$\left[t \cdot \left[\frac{I}{R_p} \left[\frac{R_p}{R_p} \frac{s'_r{}^{p\cdot}}{y_{ro}^p} \right] \right] \right]_{p=1}^q \equiv I$$

$$tx_{io}^p \equiv \left[\sum_{j=1}^n x_{ij}^p \gamma_j^p \cdot s'_i{}^{p0} \right] \quad \%i \in I_p, p \in P$$

$$ty_{ro}^p \equiv \left[\sum_{j=1}^n y_{rj}^p \gamma_j^p - s'_r{}^{p\cdot} \right] \quad \%r \in R_p, p \in P$$

$$\left[\sum_{j=1}^n z_{cj}^{+k,h} \gamma_j^k \right] \equiv \left[\sum_{j=1}^n z_{cj}^{+k,h} \gamma_j^h \right] \quad \text{input to } h, \%c \in C_p, k, h \in P$$

$$\left[\sum_{j=1}^n \gamma_j^p \right] \equiv t \quad p \in P$$

$$\gamma_j^p \geq 0 \quad \%j \in J, p \in P$$

$$s'_i{}^{p0} \geq 0, s'_r{}^{p\cdot} \geq 0 \quad p \in P, \%i \in I_p, \%r \in R_p, \%c \in C_p, k, h \in P$$

رابطه بین مدل خطی ۲۷ و مدل غیرخطی ۲۵ به صورت زیر است:

$$s'_i{}^{p0} \equiv t * s_i^{p0}, s'_r{}^{p\cdot} \equiv t * s_r^{p\cdot}, t * 0_j^p = \gamma_j^p, v'_o \equiv v_o \quad (28)$$

در ادامه تون و تتوتسویی کارایی مرحله‌ای را به صورت زیر تعریف کرده‌اند:

$$p_o^p \equiv \left[\left[\left[I \cdot \frac{I}{I_p} \left[\frac{I_p}{I_p} \frac{s_i^{p0}}{x_{io}^p} \right] \right] \right] \left[\left[I \cdot \frac{I}{R_p} \left[\frac{R_p}{R_p} \frac{s_r^{p\cdot}}{y_{ro}^p} \right] \right] \right] \right]^{01} \quad (29)$$

۴-۳-۲- مدل فازی شبکه‌های SBM (FNSBM) با اندازه‌های امکان و الزام

چنانچه پارامترهای مدل ۲۵ و ۲۷ یعنی $z_{cj}^{(ph)}, x_{ij}^p, y_{ij}^p$ فازی و به صورت اعداد ذوزنقه‌ای در نظر گرفته شوند، مدل ۳۰ حاصل می‌شود.

(۳۰)

$$\text{Min } v'_o \cong \left[\left[t \cdot \frac{I}{I_p} \right]_{i \in I} \left[\frac{s'_i{}^{p0}}{\alpha_{io}^p} \right]_{i \in I} \right]_{p \in P}$$

$$\left[\left[t \cdot \frac{I}{R_p} \right]_{i \in I} \left[\frac{s'_r{}^{p\cdot}}{\beta_{ro}^p} \right]_{r \in R_p} \right]_{p \in P} \cong I$$

$$\alpha_{io}^p \cong \left[\prod_{j \in I} \alpha_{ij}^p \gamma_j^p \cdot s'_i{}^{p0} \right]_{i \in I_p, p \in P}$$

$$\beta_{ro}^p \cong \left[\prod_{j \in I} \beta_{rj}^p \gamma_j^p \cdot s'_r{}^{p\cdot} \right]_{r \in R_p, p \in P}$$

$$\left[\prod_{j \in I} \alpha_{cj}^{k,h} \gamma_j^k \right]_{j \in I} \cong \left[\prod_{j \in I} \alpha_{cj}^{k,h} \gamma_j^h \right]_{j \in I} \quad \text{input to } h, \quad c \in C_p, k, h \in P$$

$$\left[\prod_{j \in I} \gamma_j^p \right]_{j \in I} \cong t \quad p \in P$$

$$\gamma_j^p \geq 0 \quad j \in J, p \in P$$

$$s'_i{}^{p0} \geq 0, s'_r{}^{p\cdot} \geq 0 \quad p \in P, i \in I_p, r \in R_p, c \in C_p, k, h \in P$$

$$\text{where } \alpha_{io}^p \cong (\alpha_{io}^{p1}, \alpha_{io}^{p2}, \alpha_{io}^{p3}, \alpha_{io}^{p4}), \beta_{ro}^p \cong (\beta_{ro}^{p1}, \beta_{ro}^{p2}, \beta_{ro}^{p3}, \beta_{ro}^{p4}), \alpha_{cj}^p \cong (\alpha_{cj}^{p1}, \alpha_{cj}^{p2}, \alpha_{cj}^{p3}, \alpha_{cj}^{p4}), \beta_{cj}^p \cong (\beta_{cj}^{p1}, \beta_{cj}^{p2}, \beta_{cj}^{p3}, \beta_{cj}^{p4})$$

در این تحقیق به منظور تبدیل مدل فازی خطی ۳۰ به مدل معادل برنامه‌ریزی فازی (مدل ۳۱) با اندازه‌های امکان و الزام، از روش لیو و ایوامورا و رویکرد پیشنهادی در این تحقیق (معادلات ۲۲ و ۲۴) بهره برده شده است.

(۳۱)

$$\text{Min } v'_o$$

$$\sigma \left[v'_o \in \left[t \cdot 0 \frac{I_p}{I_p} \left[\frac{s'_i{}^{p0}}{\alpha_{io}^p} \right] \right] \right] \in \delta$$

$$\sigma \left[\left[t \cdot \frac{I_p}{R_p} \left[\frac{s'_r{}^{p.}}{\alpha_{ro}^p} \right] \right] \right] \cong 1 \in \delta$$

$$\sigma \left[\alpha_{io}^p \cdot 0 \left[\alpha_{ij}^p \gamma_j^p \cong s'_i{}^{p0} \right] \right] \in \delta \quad \%i \in I_p, p \in P$$

$$\sigma \left[\left[\alpha_{rj}^p \gamma_j^p - \alpha_{ro}^p \right] \cong s'_r{}^{p.} \right] \in \delta \quad \%r \in R_p, p \in P$$

$$\sigma \left[\left[\alpha_{cj}^{k,h} \gamma_j^k \right] \left[\alpha_{cj}^{k,h} \gamma_j^h \right] \cong 0 \right] \in \delta \quad \text{input to } h, \%c \in C_p, k, h \in P$$

$$\left[\gamma_j^p \right] \cong t \quad p \in P$$

$$\gamma_j^p \in 0 \quad \%j \in J, p \in P$$

$$s'_i{}^{p0} \in 0, s'_r{}^{p.} \in 0 \quad p \in P, \%i \in I_p, \%r \in R_p, \%c \in C_p, k, h \in P$$

where $\sigma \cong pos$ for possibility measure $\sigma \cong Nec$ for necessity measure
 δ is confidence level

$$\alpha_{io}^p \cong (\alpha_{io}^{p1}, \alpha_{io}^{p2}, \alpha_{io}^{p3}, \alpha_{io}^{p4}) \quad \alpha_{ro}^p \cong (\alpha_{ro}^{p1}, \alpha_{ro}^{p2}, \alpha_{ro}^{p3}, \alpha_{ro}^{p4}) \quad \alpha_{ro}^p \cong (\alpha_{ro}^{p1}, \alpha_{ro}^{p2}, \alpha_{ro}^{p3}, \alpha_{ro}^{p4})$$

۳-۳-۴- بازنویسی شده مدل فازی شبکه‌ای SBM (FNSBM) با اندازه‌های امکان و الزام

بازنویسی شده مدل برنامه‌ریزی امکانی (مدل ۳۱) با اندازه‌های امکان و الزام و با کمک رویکرد پیشنهادی تحقیق به ترتیب به صورت مدل‌های قطعی ۳۲ و ۳۳ در ادامه آورده شده‌اند. معمولاً تعداد سطوح امکان و الزام در نظر گرفته شده در پژوهش‌های موضوعی و برنامه‌ریزی امکانی پنج سطح است که در این تحقیق نیز همان پنج سطح لحاظ شده‌اند.

$$(10 \delta) * \left[\prod_{j=1}^n \alpha_{0j}^{1+k,h} \gamma_j^k \mid 0 \mid \prod_{j=1}^n \alpha_{0j}^{1+k,h} \gamma_j^h \right] \cdot \delta * \left[\prod_{j=1}^n \alpha_{0j}^{2+k,h} \gamma_j^k \mid 0 \mid \prod_{j=1}^n \alpha_{0j}^{3+k,h} \gamma_j^h \right] \infty 0 \quad \text{input to } h, \%c \angle C_p \quad k, h \angle P$$

$$(10 \delta) * \left[\prod_{j=1}^n \alpha_{0j}^{1+k,h} \gamma_j^k \mid \prod_{j=1}^n \alpha_{0j}^{1+k,h} \gamma_j^h \right] \cdot \delta * \left[\prod_{j=1}^n \alpha_{0j}^{3+k,h} \gamma_j^k \mid \prod_{j=1}^n \alpha_{0j}^{2+k,h} \gamma_j^h \right] \infty 0 \quad \text{input to } h, \%c \angle C_p \quad k, h \angle P$$

$$\prod_{j=1}^n \gamma_j^p \cong t \quad p \angle P$$

$$\gamma_j^p \infty 0 \quad \%j \angle J, p \angle P$$

$$s_i^{p0} \infty 0, s_r^{p.} \infty 0 \quad p \angle P, \%a \angle I_p, \%r \angle R_p, \%c \angle C_p \quad k, h \angle P$$

(۳۳)

Min v'_o

$$(10 \delta) * \left[\prod_{p=1}^q \left\{ t \mid \frac{1}{I_p} \left[\prod_{i=1}^{I_p} \frac{s_i^{p0}}{\alpha_{io}^{p3}} \right] \right\} \right] \cdot \delta * \left[\prod_{p=1}^q \left\{ t \mid \frac{1}{I_p} \left[\prod_{i=1}^{I_p} \frac{s_i^{p0}}{\alpha_{io}^{p4}} \right] \right\} \right] \infty v'_o$$

$$(10 \frac{\delta}{2}) * \left[\prod_{p=1}^q \left\{ t \cdot \frac{1}{R_p} \left[\prod_{r=1}^{R_p} \frac{s_r^{p.}}{\alpha_{ro}^{p3}} \right] \right\} \right] \cdot \frac{\delta}{2} * \left[\prod_{p=1}^q \left\{ t \cdot \frac{1}{R_p} \left[\prod_{r=1}^{R_p} \frac{s_r^{p.}}{\alpha_{ro}^{p2}} \right] \right\} \right] \infty 1$$

$$(10 \frac{\delta}{2}) * \left[\prod_{p=1}^q \left\{ t \cdot \frac{1}{R_p} \left[\prod_{r=1}^{R_p} \frac{s_r^{p.}}{\alpha_{ro}^{p2}} \right] \right\} \right] \cdot \frac{\delta}{2} * \left[\prod_{p=1}^q \left\{ t \cdot \frac{1}{R_p} \left[\prod_{r=1}^{R_p} \frac{s_r^{p.}}{\alpha_{ro}^{p3}} \right] \right\} \right] \infty 1$$

$$(10 \frac{\delta}{2}) * \left[\alpha_{io}^{p2} \mid 0 \mid \prod_{j=1}^n \alpha_{0j}^{p3} \gamma_j^p \right] \cdot \frac{\delta}{2} * \left[\alpha_{io}^{p3} \mid 0 \mid \prod_{j=1}^n \alpha_{0j}^{p2} \gamma_j^p \right] \infty s_i^{p0} \quad \%a \angle I_p, p \angle P$$

$$\left(10 \frac{\delta}{2}\right) * \left[\begin{matrix} \alpha_{to}^{p3} 0 \\ \gamma_j^p \end{matrix} \right]_{j=1}^n \cdot \frac{\delta}{2} * \left[\begin{matrix} \alpha_{to}^{p2} 0 \\ \gamma_j^p \end{matrix} \right]_{j=1}^n \infty s_i^{p0} \quad \%i \angle I_p, p \angle P$$

$$\left(10 \frac{\delta}{2}\right) * \left[\begin{matrix} \alpha_{to}^{p2} \gamma_j^p - \alpha_{to}^{p3} \\ \gamma_j^p \end{matrix} \right]_{j=1}^n \cdot \frac{\delta}{2} * \left[\begin{matrix} \alpha_{to}^{p3} \gamma_j^p - \alpha_{to}^{p2} \\ \gamma_j^p \end{matrix} \right]_{j=1}^n \infty s_r^{p.} \quad \%r \angle R_p, p \angle P$$

$$\left(10 \frac{\delta}{2}\right) * \left[\begin{matrix} \alpha_{to}^{p3} \gamma_j^p - \alpha_{to}^{p2} \\ \gamma_j^p \end{matrix} \right]_{j=1}^n \cdot \frac{\delta}{2} * \left[\begin{matrix} \alpha_{to}^{p2} \gamma_j^p - \alpha_{to}^{p3} \\ \gamma_j^p \end{matrix} \right]_{j=1}^n \infty s_r^{p.} \quad \%r \angle R_p, p \angle P$$

$$\left(10 \frac{\delta}{2}\right) * \left[\begin{matrix} \alpha_{ej}^{2+k,h} \gamma_j^k 0 \\ \gamma_j^k \end{matrix} \right]_{j=1}^n \cdot \frac{\delta}{2} * \left[\begin{matrix} \alpha_{ej}^{3+k,h} \gamma_j^k 0 \\ \gamma_j^k \end{matrix} \right]_{j=1}^n \infty 0 \quad \text{input to } h, \%c \angle C_p, k, h \angle P$$

$$\left(10 \frac{\delta}{2}\right) * \left[\begin{matrix} \alpha_{ej}^{3+k,h} \gamma_j^k 0 \\ \gamma_j^k \end{matrix} \right]_{j=1}^n \cdot \frac{\delta}{2} * \left[\begin{matrix} \alpha_{ej}^{2+k,h} \gamma_j^k 0 \\ \gamma_j^k \end{matrix} \right]_{j=1}^n \infty 0 \quad \text{input to } h, \%c \angle C_p, k, h \angle P$$

$$\left[\begin{matrix} \gamma_j^p \end{matrix} \right]_{j=1}^n \cong t \quad p \angle P$$

$$\gamma_j^p \infty 0 \quad \%j \angle J, p \angle P$$

$$s_i^{p0} \infty 0, s_r^{p.} \infty 0 \quad p \angle P, \%i \angle I_p, \%r \angle R_p, \%c \angle C_p, k, h \angle P$$

۵-۲- جمع آوری داده‌ها

به منظور دسترسی به داده‌های مرتبط با موفقیت فرآیند در صنعت برق ایران (داده‌های مرتبط با جدول ۳ همچون دریافت و ارسال هم‌جوار، اتلاف انتقال و توزیع و...) طی مراجعه حضوری به شرکت توانیر و پس از تصویب در کمیسیون واگذاری اطلاعات شرکت توانیر، داده‌ها با توجه به اسناد تدوین و منتشر شده قسمت معاونت تحقیقات و منابع انسانی (آمار تفصیلی صنعت برق، ویژه مدیریت راهبردی طی سال‌های ۱۳۹۶ الی ۱۳۹۸) تلخیص و آماده شده‌اند.

۶- یافته‌های پژوهش

در این بخش نتایج حاصل از اجرای مدل FNSBM به منظور ارزیابی کارایی و موفقیت فرآیند در صنعت برق ایران با اندازه‌های امکان و الزام و در پنج سطح مطابق با جدول ۴ (مقادیر ۰، ۰، ۲۵، ۰، ۵، ۰، ۷۵، ۱) آورده شده‌اند. با حل مدل‌های ۳۲ و ۳۳ نتایج حاصل شده است. در جدول ۴ کارایی‌های کلی حاصل از حل مدل‌ها با کمک نرم‌افزار لینگو آورده شده است. نتایج تحت سطوح اطمینان مختلف و با اندازه الزام با عنوان Nec و با اندازه امکان با عنوان Pos نشان داده شده است. به منظور مقایسه بهتر، نتایج در شکل‌های ۸ و ۹ نیز نشان داده شده‌اند. شکل ۱۰ میانگین کارایی کل شرکت‌های برق منطقه‌ای را برای همه سطوح اطمینان و با اندازه امکان و اندازه الزام نمایش می‌دهد. پس از محاسبه کارایی‌های کلی، کارایی‌های مرحله‌ای برای بخش‌های اول، دوم و سوم و با استفاده از رابطه ۲۹ و

در سطوح اطمینان مختلف و با اندازه‌های امکان و اندازه الزام حاصل شده‌اند که برای نمونه در جدول ۵، نرمالایز شده نتایج برای دو سطح اطمینان و با اندازه امکان آورده شده است.

جدول ۴- کارایی‌های کلی واحدهای تصمیم‌گیرنده با اندازه امکان و اندازه الزام در سطوح اطمینان مختلف

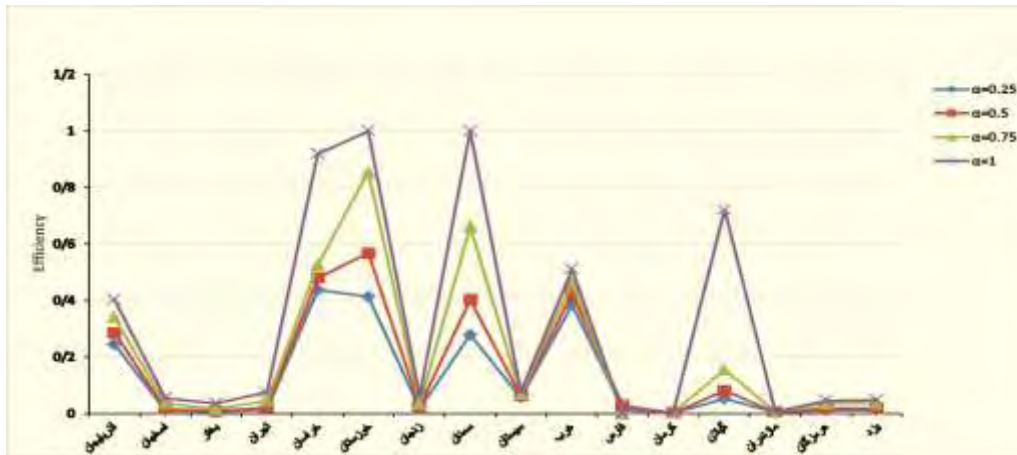
Table 4-The overall efficiencies of DMUs for different confidence levels with necessity and possibility measures

DMU	$\alpha=1$		$\alpha=0.75$		$\alpha=0.5$		$\alpha=0.25$		$\alpha=0$	
	Nec	Pos	Nec	Pos	Nec	Pos	Nec	Pos	Nec	Pos
آذربایجان	۰/۴۰۲۱	۰/۱۸۲۰	۰/۳۳۹۰	۰/۱۷۰۸	۰/۲۸۴۶	۰/۱۵۹۸	۰/۲۴۳۹	۰/۱۴۹۱	۰/۲۱۳۹	۰/۱۳۸۳
اصفهان	۰/۰۵۵۴	۰/۰۰۶۸	۰/۰۳۵۴	۰/۰۰۶۱	۰/۰۱۶۴	۰/۰۰۵۵	۰/۰۱۰۳	۰/۰۰۰۵	۰/۰۰۷۲	۰/۰۰۴۵
بختی	۰/۰۳۵۷	۰/۰۰۴۱	۰/۰۱۵۷	۰/۰۰۳۷	۰/۰۰۸۱	۰/۰۰۳۵	۰/۰۰۵۵	۰/۰۰۳۲	۰/۰۰۴۲	۰/۰۰۳۰
تهران	۰/۰۷۵۴	۰/۰۰۷۹	۰/۰۴۵۴	۰/۰۰۷۰	۰/۰۲۰۸	۰/۰۰۶۱	۰/۰۱۲۵	۰/۰۰۵۴	۰/۰۰۸۴	۰/۰۰۴۸
خراسان	۰/۹۱۷۳	۰/۳۷۱۱	۰/۵۲۵۰	۰/۳۵۶۸	۰/۴۷۹۲	۰/۳۴۲۸	۰/۴۳۶۷	۰/۳۲۹۱	۰/۳۹۷۱	۰/۳۱۵۶
خوزستان	۱/۰۰۰۰	۰/۳۰۸۰	۰/۸۵۴۱	۰/۲۸۳۷	۰/۵۶۷۱	۰/۲۶۱۲	۰/۴۱۲۹	۰/۲۴۱۱	۰/۳۱۸۵	۰/۲۲۳۰
زنجان	۰/۰۶۱۶	۰/۰۱۴۹۳	۰/۰۳۲۸	۰/۰۱۳۸	۰/۰۲۴۵	۰/۰۱۲۸	۰/۰۱۹۱	۰/۰۱۱۹	۰/۰۱۵۳	۰/۰۱۱۱
سمنان	۱/۰۰۰۰	۰/۲۰۳۴	۰/۶۵۹۵	۰/۱۸۵۴	۰/۴۰۲۱	۰/۱۶۹۷	۰/۲۷۸۲	۰/۱۵۵۸	۰/۲۰۶۰	۰/۱۴۳۵
سیستان	۰/۰۷۶۷	۰/۰۴۶۰	۰/۰۶۸۷	۰/۰۴۴۱	۰/۰۶۱۶	۰/۰۴۲۲	۰/۰۵۶۰	۰/۰۴۰۴	۰/۰۵۰۸	۰/۰۳۸۶
غرب	۰/۵۱۰۲	۰/۳۱۲۴	۰/۴۶۳۸	۰/۲۹۹۱	۰/۴۲۲۱	۰/۲۸۶۰	۰/۳۸۳۵	۰/۲۷۳۱	۰/۳۴۷۶	۰/۰۲۶۰
فارس	۰/۰۷۷۳	۰/۰۱۱۰	۰/۰۵۷۳	۰/۰۱۰۰	۰/۰۲۷۱	۰/۰۰۹۰	۰/۰۱۶۸	۰/۰۰۸۲	۰/۰۱۱۸	۰/۰۰۷۴
کرمان	۰/۰۰۳۲	۰/۰۰۱۷	۰/۰۰۲۵	۰/۰۰۱۶	۰/۰۰۲۲	۰/۰۰۱۵	۰/۰۰۲۰	۰/۰۰۱۴	۰/۰۰۱۸	۰/۰۰۱۴
گیلان	۰/۷۲۰۸	۰/۰۳۲۶	۰/۱۵۴۴	۰/۰۲۹۱	۰/۰۸۰۰	۰/۰۲۶۱	۰/۰۵۰۹	۰/۰۲۳۵	۰/۰۳۵۷	۰/۰۲۱۲
مازندران	۰/۰۰۶۳	۰/۰۰۲۶	۰/۰۰۵۲	۰/۰۰۲۳	۰/۰۰۴۳	۰/۰۰۲۱	۰/۰۰۳۶	۰/۰۰۰۲	۰/۰۰۳۰	۰/۰۰۱۸
هرمزگان	۰/۰۴۵۰	۰/۰۰۶۷	۰/۰۳۵۰	۰/۰۰۶۷	۰/۰۱۷۱	۰/۰۰۶۱	۰/۰۱۰۹	۰/۰۰۵۵	۰/۰۰۷۸	۰/۰۰۵۱
یزد	۰/۰۴۷۲	۰/۰۰۷۴	۰/۰۳۷۲	۰/۰۰۶۷	۰/۰۱۷۷	۰/۰۰۶۰	۰/۰۱۱۱	۰/۰۰۵۵	۰/۰۰۷۸	۰/۰۰۵۰

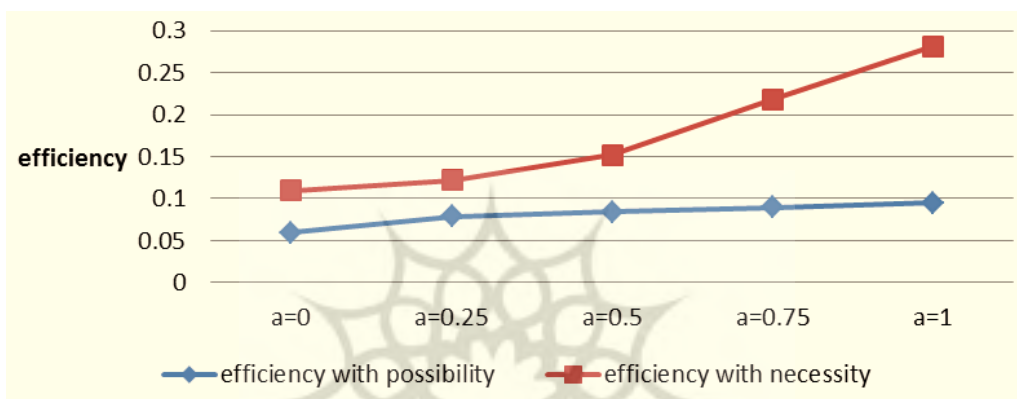


شکل ۸- کارایی‌های کلی واحدهای تصمیم‌گیرنده با اندازه امکان در سطوح اطمینان مختلف

Fig. 8- The overall efficiencies of DMUs for different confidence levels with possibility measure



شکل ۹- کارایی‌های کلی واحدهای تصمیم‌گیرنده با اندازه الزام در سطوح اطمینان مختلف
 Fig. 9- The overall efficiencies of DMUs for different confidence levels with necessity measure



شکل ۱۰- میانگین کارایی کل واحدهای تصمیم‌گیرنده برای همه سطوح اطمینان و با اندازه امکان و اندازه الزام
 Fig. 10- The average of overall efficiencies of DMUs at all confidence levels with possibility and necessity measures

جدول ۵- کارایی‌های مرحله‌ای واحدهای تصمیم‌گیرنده در صنعت برق ایران با اندازه امکان به صورت نرمالایز شده

Table 5-The normalized sub efficiency scores for DMUs with possibility measure in Iran's electricity industry

$\alpha=$			$\alpha=0.75$			DMU
e3	e2	e1	e3	e2	e1	
۰/۳۴۹۴	۰/۴۴۷۰	۰/۷۹۲۶	۰/۳۳۸۳	۰/۴۳۸۳	۰/۷۹۵۰	آذربایجان
۰/۰۱۵۸	۰/۰۱۷۵	۰/۰۲۱۱	۰/۰۱۴۸	۰/۰۱۶۲	۰/۰۲۰۰	اصفهان
۰/۰۰۹۷	۰/۰۰۸۴	۰/۰۱۸۳	۰/۰۰۸۶	۰/۰۰۷۵	۰/۰۱۸۴	بختر
۰/۰۲۲۷	۰/۰۱۸۵	۰/۰۲۳۸	۰/۰۲۰۳	۰/۰۱۶۸	۰/۰۲۰۰	تهران
۰/۸۷۱۳	۰/۹۸۲۰	۰/۹۶۰۵	۰/۹۶۳۶	۰/۹۸۲۶	۰/۹۸۱۵	خراسان
۱/۰۰۰۰	۰/۶۰۶۰	۰/۹۶۳۰	۱/۰۰۰۰	۰/۵۳۳۶	۰/۹۲۴۴	خوزستان
۰/۰۳۳۲	۰/۰۲۴۸	۰/۰۸۴۶	۰/۰۳۱۳	۰/۰۲۳۷	۰/۰۸۷۸	زنجان
۰/۴۹۷۴	۰/۳۷۴۳	۱/۰۰۰۰	۰/۴۶۸۰	۰/۳۴۹۷	۱/۰۰۰۰	سمنان
۰/۰۵۲۸	۰/۱۱۵۰	۰/۲۶۰۹	۰/۰۵۰۸	۰/۱۱۴۱	۰/۲۷۴۲	سیستان
۰/۵۲۲۳	۱/۰۰۰۰	۰/۹۲۸۰	۰/۵۱۰۲	۱/۰۰۰۰	۰/۹۳۹۹	غرب
۰/۰۲۲۶	۰/۰۲۵۹	۰/۰۵۰۷	۰/۰۲۱۱	۰/۰۲۳۷	۰/۰۴۷۷	فارس
۰/۰۰۳۰	۰/۰۰۳۹	۰/۰۰۸۰	۰/۰۰۳۰	۰/۰۰۴۰	۰/۰۰۸۴	کرمان
۰/۰۴۴۵	۰/۱۰۲۵	۰/۱۱۸۴	۰/۰۴۰۶	۰/۰۹۵۰	۰/۱۱۴۰	گیلان
۰/۰۰۴۵	۰/۰۰۵۶	۰/۰۱۱۲	۰/۰۰۴۸	۰/۰۰۵۸	۰/۰۱۱۲	مازندران
۰/۰۱۶۶	۰/۰۱۹۲	۰/۰۲۳۹	۰/۰۱۵۶	۰/۰۱۸۰	۰/۰۲۴۶	هرمزگان
۰/۰۱۵۸	۰/۰۱۹۲	۰/۰۲۶۳	۰/۰۱۴۶	۰/۰۱۸۳	۰/۰۲۵۷	یزد

همچنین به منظور مقایسه بهتری میان شرکت‌های تحت مطالعه، میانگین کارایی در تمام سطوح امکان و الزام به همراه رتبه شرکت‌ها در جدول ۶ آورده شده است. در مجموع به تعداد ۲۰ شرکت تولید برق (نیروگاه‌های برق آبی و حرارتی)، ۱۶ شرکت برق منطقه‌ای و ۳۹ شرکت توزیع در ایران وجود دارد که طی یک ساختار شبکه‌ای و مطابق با شکل ۶ با یکدیگر در ارتباط‌اند و ۱۶ واحد تصمیم‌گیرنده را تشکیل می‌دهند. برای نمونه شرکت‌های تولید سهند و آذربایجان، شرکت برق منطقه‌ای آذربایجان و شرکت‌های توزیع آذربایجان شرقی و غربی، تبریز و اردبیل با عنوان واحد تصمیم‌گیرنده آذربایجان در صنعت برق ایران در نظر گرفته می‌شوند. با توجه به نتایج کارایی‌های مرحله‌ای، کارایی مرحله‌ای اول در واحد تصمیم‌گیرنده سمنان، کارایی مرحله‌ای دوم در واحد تصمیم‌گیرنده غرب و کارایی مرحله‌ای سوم در واحد تصمیم‌گیرنده خوزستان در تمام سطوح اطمینان ماکزیمم مقدار بوده است که با توجه به آن باید به ترتیب شرکت تولید برق شاهرود به عنوان بخش اول از واحد تصمیم‌گیرنده سمنان، شرکت برق منطقه‌ای غرب به عنوان بخش دوم از واحد تصمیم‌گیرنده غرب و شرکت‌های توزیع خوزستان و اهواز به عنوان بخش سوم از واحد تصمیم‌گیرنده خوزستان را برای مابقی شرکت‌ها به عنوان واحدهای کارا در مراحل اول تا سوم در نظر گرفت تا با الگوشدن برای آنها به بهبود عملکردشان کمک شود.

جدول ۶- میانگین کارایی‌های کلی واحدهای تصمیم‌گیرنده در صنعت برق ایران در تمام سطوح اطمینان امکان و الزام

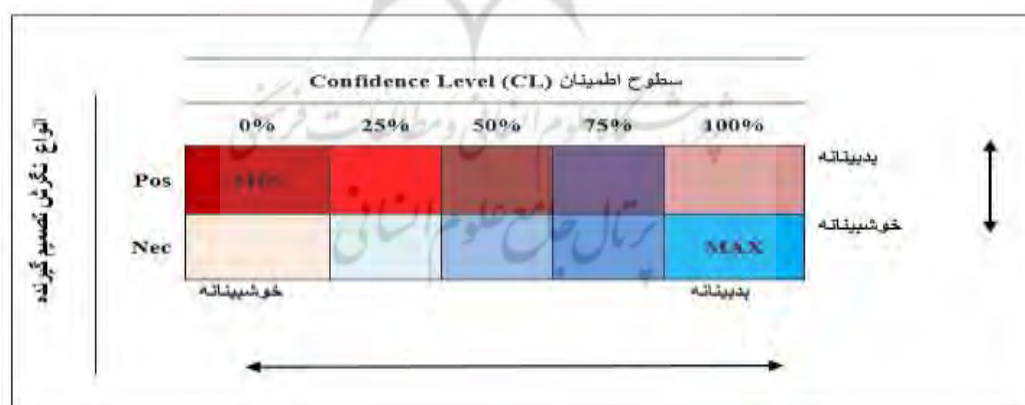
Table 6- The average of overall efficiencies of DMUs at all confidence levels of FNSBM with possibility and necessity measure in Iran's electricity industry

رتبه	مقادیر متوسط کارایی	DMU
۱	۰/۴۴۷۱	خراسان
۲	۰/۴۴۷۰	خوزستان
۳	۰/۳۴۰۴	سمنان
۴	۰/۳۳۲۴	غرب
۵	۰/۲۲۸۴	آذربایجان
۶	۰/۱۱۷۴	گیلان
۷	۰/۰۵۲۵	سیستان
۸	۰/۰۲۱۸	زنجان
۹	۰/۰۱۹۴	تهران
۱۰	۰/۰۱۵۳	اصفهان
۱۱	۰/۰۱۵۲	یزد
۱۲	۰/۰۱۴۷	هرمزگان
۱۳	۰/۰۱۲۷	فارس
۱۴	۰/۰۰۸۷	باختر
۱۵	۰/۰۰۳۳	مازندران
۱۶	۰/۰۰۱۹	کرمان

۶- بحث

روند مشاهده شده در شکل ۸ مشابه شکل ۹ است؛ به این صورت که به موازات افزایش سطوح امکان و الزام، مقادیر توابع هدف حاصل از حل مدل‌های ۳۲ و ۳۳ بدتر (با توجه به اینکه نوع توابع هدف از نوع مینیوم است) و کارایی‌های حاصل بزرگ‌تر می‌شوند. همان‌طور که می‌دانیم قبل از اینکه یک رویداد لازم بشود، ممکن است؛

بنابراین مقادیر توابع هدف با اندازه الزام بسیار بدتر از مقادیر توابع هدف با اندازه امکان در سطوح اطمینان یکسان خواهد شد؛ به این معنی که توابع از نوع مینیموم، مقادیر بزرگتر و برای توابع از نوع ماکزیموم، مقادیر کوچکتری حاصل خواهد شد. مطابق با شکل ۱۰، مشخص است که مقادیر تابع هدف با اندازه الزام، بیشتر از مقادیر تابع هدف با اندازه امکان در یک سطح خاص است و به موازات افزایش سطح اطمینان، مقادیر توابع افزایش می‌یابد. زاده از مهم‌ترین محققان در حوزه برنامه‌ریزی امکانی بوده است که اصولی بنیادی را در حوزه تئوری امکان معرفی کرده و بعد از آن مطالعات گسترده‌ای در حوزه تئوری امکان صورت گرفته است. از نظر زاده تئوری امکان به‌عنوان تئوری جدیدی با پایه ریاضیات و منطق، می‌تواند جایگزین مبحث احتمالات به‌منظور مواجهه با عدم قطعیت در نظر گرفته شود. نظر به اینکه در مدل‌های برنامه‌ریزی خطی فازی، ضرایب فازی، متغیرها و محدودیت‌های فازی را می‌توان رویدادهای فازی در نظر گرفت، کاربرد تئوری امکانی در مواجهه با این رویدادهای فازی بیشتر جلوه می‌کند و اندازه‌های امکان و الزام با دید خوش‌بینانه و بدبینانه معرفی شده‌اند. در این بخش از تحقیق، مدل DEA جدیدی (FNSBM) بر مبنای اندازه‌های امکان و الزام معرفی شده است تا بتوانیم دیدگاه‌های مختلف تصمیم‌گیرنده را با یک دید خوشبینانه-بدبینانه در انتخاب لحاظ کنیم. همان‌طور که بیان شد، نتایج کارایی‌های کلی مدل (FNSBM) معرفی شده بر مبنای اندازه‌های امکان و الزام در پنج سطح اطمینان و دو دید خوشبینانه-بدبینانه در جدول ۴ آورده شده و به موازات افزایش سطوح اطمینان، کارایی افزایش یافته است و همچنین در یک سطح اطمینان خاص با تغییر دید خوشبینانه-بدبینانه از امکان به الزام، کارایی افزایش پیدا می‌کند و نگرش تصمیم‌گیرنده از خوش‌بینانه به بدبینانه تغییر می‌کند. در حالت کلی مینیموم کارایی حاصل برای هر DMU برای زوج (سطح اطمینان، نگرش) در زوج نقطه (۰، اندازه امکان) و ماکزیموم کارایی حاصل برای هر DMU برای زوج (سطح اطمینان، نوع نگرش) در زوج نقطه (۱۰۰، اندازه الزام) به دست می‌آید. شکل ۱۱ رابطه بین کارایی‌های کلی حاصل از مدل (FNSBM) و سطوح اطمینان انتخابی و دو نوع نگرش خوشبینانه-بدبینانه تصمیم‌گیرنده را نشان می‌دهد.



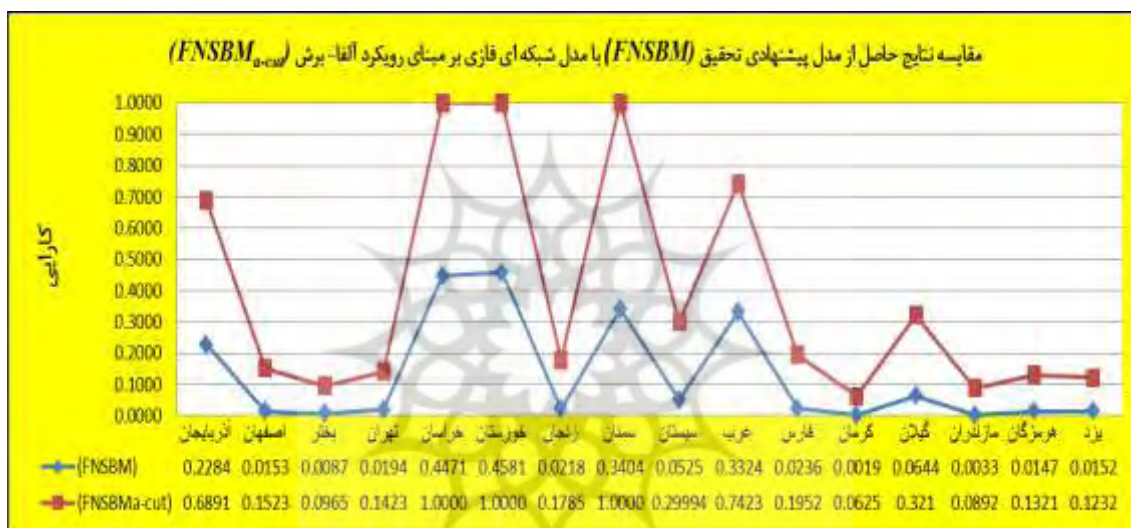
شکل ۱۱- رابطه گرافیکی مستخرج از نتایج حاصل مدل FNSBM

Fig. 11- Visual relations exploited from the FNDEA-SBM results

با توجه به نتایج حاصل برای کارایی‌های کلی و مرحله‌ای و انواع نگرش تصمیم‌گیرنده، هرکدام از انواع تصمیم‌گیرندگان می‌توانند با توجه به نوع نگرش خود، شرکت منتخب و کارا را انتخاب کنند. برای مثال شرکت‌های کارا برای تصمیم‌گیرنده‌ای با دید بدبینانه و در سطح اطمینان ۷۵٪ برای کارایی مرحله‌ای قسمت انتقال (بخش دوم)

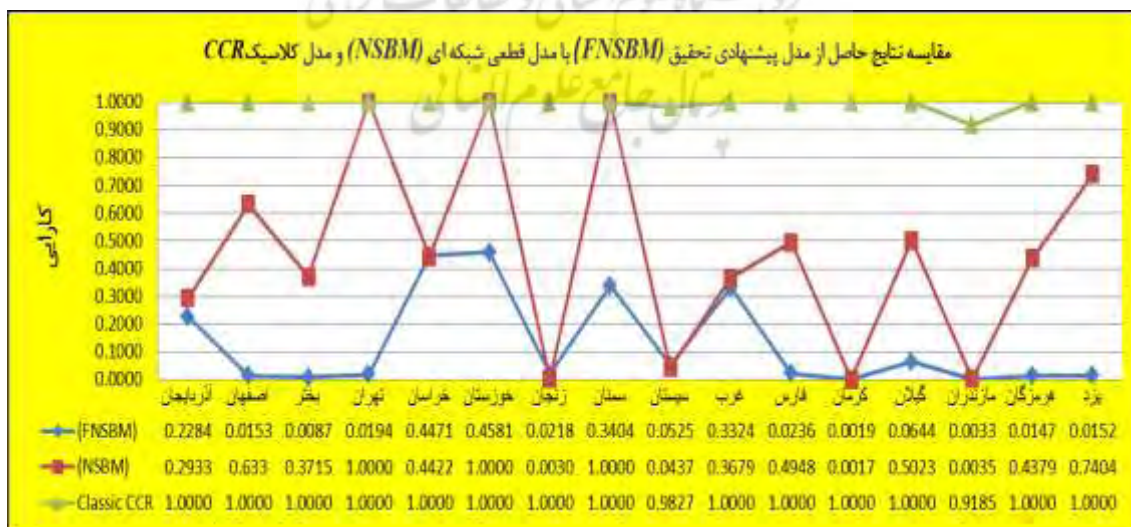
شامل شرکت غرب خواهد بود، همچنین با توجه به نتایج جدول ۶، شرکت خراسان دارای بیشترین میزان متوسط کارایی کلی و شرکت کرمان دارای کمترین کارایی شده است. البته چنانچه کارایی‌های مرحله‌ای برای تصمیم‌گیرنده اهمیت بیشتری داشته باشد، باید به نتایج کارایی‌های مرحله‌ای رجوع شود. به منظور اعتبارسنجی مدل پیشنهادی تحقیق، نتایج حاصل از مدل FNSBM بر مبنای تئوری امکان با دیگر مدل‌های DEA مقایسه شده است. کارایی‌های کلی حاصل با استفاده از مدل پیشنهادی تحقیق، مدل شبکه‌ای قطعی (NSBM)، مدل شبکه‌ای فازی بر مبنای رویکرد آلفا-برش (FNSBMA-cut) (به‌عنوان یکی از پرکاربردترین روش‌های فازی) و مدل کلاسیک CCR در شکل ۱۲ و ۱۳ آورده شده است. به منظور تبدیل اعداد فازی ذوزنقه‌ای به اعداد قطعی، در مدل‌های قطعی از رویکرد بازده موردانتظار مطابق با رابطه ۳۴ استفاده شده است (هیلپرین^{۲۲}، ۱۹۹۲).

$$\xi = (\xi_1 + \xi_2 + \xi_3 + \xi_4) / 4 \quad (34)$$



شکل ۱۲- مقایسه کارایی‌های کلی حاصل از مدل تحقیق با مدل شبکه‌ای فازی بر مبنای رویکرد آلفا-برش

Fig. 12- Comparison between overall efficiency values of proposed FNDEA and FNSBMA-cut



شکل ۱۳- مقایسه کارایی‌های کلی حاصل از مدل تحقیق با مدل‌های قطعی شبکه‌ای و کلاسیک CCR

Fig. 13- Comparison between overall efficiency values of proposed FNDEA and network SBM with crisp numbers and classic CCR

با توجه به شکل ۱۲ و نتایج حاصل، مدل پیشنهادی تحقیق قدرت تفکیک بالاتری نسبت به مدل FNSBMA-cut دارد (در مدل پیشنهادی، واحد خوزستان بیشترین کارایی را دارد؛ در حالی که در مدل FNSBMA-cut سه واحد هم‌زمان بیشترین کارایی را دارند). از طرفی با کاربرد تئوری امکان در مدل پیشنهادی تحقیق، انواع دیدگاه‌های خوش‌بینانه و بدبینانه در تصمیم‌گیری لحاظ می‌شود که این موضوع در دیگر مدل‌های فازی درخور توجه قرار نمی‌گیرد.

بعد از دی فازی‌سازی داده‌ها با کمک رابطه ۳۴، با استفاده از مدل شبکه‌ای قطعی (NSBM) و مدل کلاسیک CCR (به‌عنوان یکی از مدل‌های پایه در تحلیل پوششی داده‌ها)، کارایی‌های کلی و مرحله‌ای مجدداً محاسبه شده‌اند. البته با توجه به غیر شبکه‌ای بودن مدل کلاسیک CCR، کارایی‌های مرحله‌ای در این روش قابل محاسبه نخواهند بود. همچنین با توجه به اینکه تعداد واحدهای تصمیم‌گیرنده (۱۶) از سه برابر مجموع متغیرهای مدل (۲۴) کوچک‌تر است، مدل کلاسیک CCR کاربرد خود را در ارزیابی عملکرد واحدها از دست خواهد داد؛ چنانچه در شکل ۱۳ مشاهده می‌شود برای ۱۴ واحد تصمیم‌گیرنده، عدد کارایی کلی یک برای آن حاصل شده است. استفاده از مدل‌های غیرفازی در محاسبه کارایی‌ها و در نظر نگرفتن عدم قطعیت داده‌ها به حاصل شدن نتایج نادرست مطابق با شکل ۱۳ در کارایی‌ها و رتبه‌های واحدهای تصمیم‌گیرنده منجر شده است. مدل پیشنهادی تحقیق در شکل ۱۳ مشابه با شکل ۱۲، قدرت تفکیک بالاتری نسبت به دیگر مدل‌های غیرفازی دارد.

۷- نتیجه‌گیری

تاکنون در پژوهش‌های موضوعی تحلیل پوششی داده‌ها، هم مدل‌های فازی SBM و هم مدل‌های شبکه‌ای SBM ارائه شده است. با وجود مزیت‌هایی، استفاده از تئوری امکان در منطق فازی و به‌واسطه یکی از چالش‌های اصلی در پژوهش‌های موضوعی تئوری امکان، که همان نبود روابط دی‌فازی‌سازی محدودیت‌های مساوی با اندازه الزام است، هنوز مدل‌های فازی SBM مبتنی بر تئوری امکان ارائه نشده است. چنانچه استفاده از رویکردهایی در مواجهه با داده‌های غیرقطعی، نادقیق و مبهم باشد، چون تئوری امکان باعث ترشدن مسائل می‌شود، استفاده از مدل‌های شبکه‌ای می‌تواند در شناسایی عدم کارایی‌ها مؤثرتر باشد؛ در نتیجه ترکیب مدل‌های DEA فازی مبتنی بر تئوری امکان (F-SBM) و مدل‌های DEA شبکه‌ای (N-SBM) موجب ارتقای عملکرد و کارایی مدل‌های DEA خواهد شد. چنین ترکیبی تاکنون در پژوهش‌های موضوعی ارائه نشده است. به‌علاوه صنعت برق به‌سبب نقش زیربنایی و ارتباط زیادی که با کلیه عوامل مؤثر بر رشد اقتصادی دارد، صنعتی پویا و اثرگذار است و ارزیابی عملکرد بخش‌های مختلف آن در ساختار شبکه‌ای حائز اهمیت است.

با توجه به آنچه ذکر شد و با در نظر گرفتن اندازه الزام، که دویس و پاراد ارائه کرده‌اند، تاکنون رویه یا فرمولی برای مواجهه با محدودیت‌هایی از نوع مساوی و بر مبنای ریاضیات تئوری امکان ارائه نشده است؛ بنابراین یکی از اهداف اصلی این تحقیق، معرفی روابط دی‌فازی‌سازی محدودیت‌هایی به‌صورت مساوی با اندازه‌های امکان و الزام در نوع خاصی از مدل تحلیل پوششی داده‌های شبکه‌ای-فازی بر مبنای متغیرهای کمکی، به‌منظور ارزیابی عملکرد و اندازه‌گیری کارایی‌های کلی و مرحله‌ای در صنعت برق ایران است. با توجه به ماهیت شبکه‌ای در صنعت برق و عدم قطعیت موجود در بعضی از متغیرها و داده‌های موجود در صنعت برق، یک مدل فازی شبکه‌ای جدید مبتنی بر

اندازه‌های امکان و الزام (FN-SBM) ورودی-خروجی محور برای اولین بار و به منظور ارزیابی عملکرد و محاسبه کارایی‌های مرحله‌ای و کلی واحدهای تصمیم‌گیرنده در صنعت برق ایران ارائه شده است. کارایی‌های کلی و مرحله‌ای حاصل، برای واحدهای تصمیم‌گیرنده به جزئیات و در قالب جداول و شکل‌های مربوط در بخش‌های قبلی تحقیق آورده شده است که با توجه به نگرش‌های مختلف تصمیم‌گیری، می‌توان به شرکت‌های کارا چه به صورت مرحله‌ای و چه کلی به عنوان شرکت‌های مرجع و الگو رجوع کرد.

با توجه به آنچه ذکر شد، از رویکرد پیشنهادی تحقیق به عنوان ابزاری کارآمد در فرآیندهای مشابه با ماهیت شبکه‌ای-فازی در ارزیابی عملکرد واحدهای تصمیم‌گیری استفاده می‌شود. همچنین در این تحقیق با ادغام مدل SBM فازی مبتنی بر تئوری امکان با اندازه‌های امکان و الزام و مدل‌های تحلیل پوششی داده‌های شبکه‌ای (N-SBM)، مدل‌های DEA فازی توسعه و بهبود داده می‌شود؛ به نحوی که می‌توان از مزیت‌های هر دو رویکرد بهره برد و چهارچوبی مناسب و قابل کاربرد را برای شرایط مشابه با داده‌های غیرقطعی، مبهم با ساختار چندمرحله‌ای و شبکه‌ای ایجاد کرد.

به عنوان پیشنهاد برای تحقیقات آتی به موارد ذیل اشاره می‌شود: در مدل شبکه‌ای فازی پیشنهادی تحقیق (FN-SBM) از اندازه‌های اعتبار (میانگین اندازه‌های امکان و الزام) و اندازه مقیاس فازی عمومی (ترکیب محدب اندازه‌های امکان و الزام) به جای اندازه‌های امکان و الزام استفاده و نتایج حاصل با نتایج تحقیق حاضر مقایسه می‌شود. از رویکرد پیشنهادی تحقیق در دی‌فازی‌سازی محدودیت‌های مساوی با اندازه الزام (اصل ۱) در مدل فازی تحلیل پوششی داده‌های تعدیل‌پذیر^{۳۳}، پیشنهادی پیکانی و همکاران (۲۰۱۹) بهره برده شده است و نتایج حاصل مقایسه و تحلیل شود. همچنین از مفاهیم فازی جدیدی چون اعداد Z^{۳۴} آزاده و کوبکی (۲۰۱۶)، فازی نوع ۲^{۳۵}، متغیرهای فازی تصادفی^{۳۶} به منظور معرفی نوع جدیدی از مدل FN-SBM بهره برده می‌شود.

References

- Ahmadvand, S., & Pishvae, M. S. (2018). An efficient method for kidney allocation problem: a credibility-based fuzzy common weights data envelopment analysis approach. *Health care management science*, 21(4), 587-603.
- Akhavan Kharazian, M., Shahbazi, M., & Fatehi, M. (2017). Performance Evaluation of Knowledge Workers at R&D department in Outsourcing Conditions. *Quarterly Journal of Production and Operations Management*, 8(1), 139-156 (in Persian).
- Alsinet, T., Chesnevar, C. I., Godo, L., Sandri, S., & Simari, G. (2008). Formalizing argumentative reasoning in a possibilistic logic programming setting with fuzzy unification. *International Journal of Approximate Reasoning*, 48(3), 711-729.
- Ameri, Z., Sana, S. S., & Sheikh, R. (2019). Self-Assessment of Parallel Network Systems with Intuitionistic Fuzzy Data: A Case Study. *Soft Computing*, 23(23), 12821-12832.
- Amirkhan, M., Didekhani, H., Khalili-Damghani, K., & Hafezalkotob, A. (2018). Mixed uncertainties in data envelopment analysis: A fuzzy-robust approach. *Expert Systems with Applications*, 103, 218-237.
- Azadeh, A., Amalnick, M. S., Ghaderi, S. F., & Asadzadeh, S. M. (2007). An integrated DEA PCA numerical taxonomy approach for energy efficiency assessment and consumption optimization in energy intensive manufacturing sectors. *Energy policy*, 35(7), 3792-3806.
- Azadeh, A., & Kokabi, R. (2016). Z-number DEA: A new possibilistic DEA in the context of Z-numbers. *Advanced engineering informatics*, 30(3), 604-617.

- Baudrit, C., Couso, I., & Dubois, D. (2007). Joint propagation of probability and possibility in risk analysis: Towards a formal framework. *International Journal of Approximate Reasoning*, 45(1), 82-105.
- Chen, J. H., Lee, C. M. & Tang, C.H. (2009). An Application of Fuzzy Delphi and Fuzzy AHP on Evaluating Wafer Supplier in Semiconductor Industry. *WSEAS Transactions on Information Science and Applications*, 6 (5), 756-767.
- Cook, W. D., Liang, L., & Zhu, J. (2010a). Measuring performance of two-stage network structures by DEA: a review and future perspective. *Omega*, 38(6), 423-430.
- Cullmann Astrid, von Hirschhausen Christian. (2008). Efficiency analysis of East European electricity distribution in transition: legacy of the past?. *Journal of Productivity Analysis*, 29 (2), 155-167.
- Dubois, D., Fargier, H., & Prade, H. (1995). Fuzzy constraints in job-shop scheduling. *Journal of Intelligent Manufacturing*, 6(4), 215–234.
- Dubois, D., & Prade, H. (1988). Possibility Theory. *In Possibility Theory*. Springer US.
- Dubois, D., & Prade, H. (2000). *Fundamentals of Fuzzy Sets* (D. Dubois & H. Prade (Eds.); Vol. 7). Springer US.
- Dubois, D., & Prade, H. (2015). *Possibility theory and its applications: Where do we stand*, *In Springer Handbook of Computational Intelligence* (pp. 31–60). Springer Berlin Heidelberg.
- Färe, R., & Grosskopf, S. (2000). Network DEA. *Socio-Economic Planning Sciences*, 34(1), 35–49.
- Filippini Massimo, Wild Jörg, Kuenzle Michael. *Scale and cost efficiency in the Swiss electricity distribution industry: evidence from a frontier cost approach*. CEPE, Centre for Energy Policy and Economics, Swiss Federal Institute of Technology; 2001.
- Førsund Finn R, Kittelsen Sverre AC. (1998). Productivity development of Norwegian electricity distribution utilities. *Resour Energy Econ*, 20(3), 207-224.
- Fukuyama, H., & Weber, W. L. (2010). A slacks-based inefficiency measure for a two-stage system with bad outputs. *Omega*, 38(5), 398–409.
- Heilpern, S. (1992). The expected value of a fuzzy number. *Fuzzy Sets and Systems*, 47(1), 81–86.
- Hemmati, M., Feiz, D., Jalilvand, M. R., & Kholghi, I. (2016). Development of Fuzzy Two-Stage DEA Model for Competitive Advantage Based on RBV and Strategic Agility as a Dynamic Capability. *Journal of Modelling in Management*, 11(1), 288-308.
- Inuiguchi, M., Ichihashi, H., & Kume, Y. (1993). Modality constrained programming problems: A unified approach to fuzzy mathematical programming problems in the setting of possibility theory. *Information Sciences*, 67(1–2), 93–126.
- Kaci, S., & Prade, H. (2008). Mastering the Processing of Preferences by Using Symbolic Priorities in Possibilistic Logic. *18th Europ. Conf. on Arti Cial Intelligence (ECAI'08)*, 18, 376–380.
- Kao, C. (2014). Network data envelopment analysis: A review. *European journal of operational research*, 239(1), 1-16.
- Ketabi, S., Ghandehari, M., & Bolandi, D. (2020). Efficiency Analysis and Hospital Resource Allocation Using Centralized Data Envelopment Analysis. *Journal of Production and Operations Management*, 11(3), 1-16 (in Persian).
- Khalili-Damghani, K., Taghavifard, M., Olfat, L., & Feizi, K. (2012). Measuring agility performance in fresh food supply chains: An ordinal two-stage data envelopment analysis. *International Journal of Business Performance and Supply Chain Modelling*, 4(3–4), 206–231.
- Liu, B., & Iwamura, K. (1998a). Chance constrained programming with fuzzy parameters. *Fuzzy Sets and Systems*, 94(2), 227–237.
- Liu, J., & Elhag, T. M. (2008). An integrated AHP–DEA methodology for bridge risk assessment. *Computers & industrial engineering*, 54(3), 513-525.
- Liu, S. T. (2014a). Fuzzy Efficiency Ranking in Fuzzy Two-Stage Data Envelopment Analysis. *Optimization Letters*, 8(2), 633-652.
- Maiti, M. K., & Maiti, M. (2006). Fuzzy inventory model with two warehouses under possibility constraints. *Fuzzy Sets and Systems*, 157(1), 52–73.
- Nag, B. (2006). Estimation of carbon baselines for power generation in India: the supply side approach. *Energy policy*, 34(12), 1399-1410.
- Omrani, H., Shafaat, K., & Emrouznejad, A. (2018). An integrated fuzzy clustering cooperative game data envelopment analysis model with application in hospital efficiency. *Expert Systems with Applications*, 114,615-628.

- Parra, M. A., Terol, A. B., Gladish, B. P., & Uría, M. V. R. (2005). Solving a multiobjective possibilistic problem through compromise programming. *European Journal of Operational Research*, 164(3 SPEC. ISS.), 748–759.
- Park, K. S. (2010). Duality, efficiency computations and interpretations in imprecise DEA. *European Journal of Operational Research*, 200(1), 289-296.
- Peykani, P., Mohammadi, E., Pishvae, M. S., Rostamy-Malkhalifeh, M., & Jabbarzadeh, A. (2018). A novel fuzzy data envelopment analysis based on robust possibilistic programming: possibility, necessity and credibility-based approaches. *RAIRO-Operations Research*, 52(4), 1445-1463.
- Peykani, P., Mohammadi, E., Emrouznejad, A., Pishvae, M. S., & Rostamy-Malkhalifeh, M. (2019). Fuzzy data envelopment analysis: An adjustable approach. *Expert Systems with Applications*, 136, 439–452.
- Peykani, P., Mohammadi, E., Rostamy-Malkhalifeh, M., & Hosseinzadeh Lotfi, F. (2019). Fuzzy Data Envelopment Analysis Approach for Ranking of Stocks with an Application to Tehran Stock Exchange. *Advances in Mathematical Finance and Applications*, 4(1), 31-43.
- Peykani, P., Mohammadi, E., Farzipoor Saen, R., Sadjadi, S. J., & Rostamy Malkhalifeh, M. (2020). Data Envelopment Analysis and Robust Optimization: A Review. *Expert Systems*, e12534.
- Peykani, P., Mohammadi, E., & Emrouznejad, A. (2021). An Adjustable Fuzzy Chance-Constrained Network DEA Approach with Application to Ranking Investment Firms. *Expert Systems with Applications*, 166, 113938.
- Pishvae, M. S., & Torabi, S. A. (2010). A possibilistic programming approach for closed-loop supply chain network design under uncertainty. *Fuzzy Sets and Systems*, 161(20), 2668–2683.
- Pishvae, M. S., Razmi, J., & Torabi, S. A. (2012). Robust possibilistic programming for socially responsible supply chain network design: A new approach. *Fuzzy Sets and Systems*, 206, 1–20.
- Shermeh, H. E., Najafi, S. E., & Alavidoost, M. H. (2016). A Novel Fuzzy Network SBM Model for Data Envelopment Analysis: A Case Study in Iran Regional Power Companies. *Energy*, 112, 686-697.
- Soltanzadeh, E., & Omrani, H. (2018). Dynamic Network Data Envelopment Analysis Model with Fuzzy Inputs and Outputs: An Application for Iranian Airlines. *Applied Soft Computing*, 63, 268-288.
- Sueyoshi, T., Goto, M., & Ueno, T. (2010). Performance analysis of US coal-fired power plants by measuring three DEA efficiencies. *Energy policy*, 38(4), 1675-1688.
- Sueyoshi, T., & Goto, M. (2012). Efficiency-based rank assessment for electric power industry: a combined use of data envelopment analysis (DEA) and DEA-discriminant analysis (DA). *Energy Economics*, 34(3), 634-644.
- Tabasi, M., Navabakhsh, M., Hafezalkotob, A., & Tavakkoli-Moghaddam, R. (2019). Performance Evaluation Using Network Data Envelopment Analysis Approach with Game Theory under Mixed Grey-Fuzzy Uncertainty in Iran Khodro Company. *International Transaction Journal of Engineering, Management, & Applied Sciences & Technologies*, 10(13), 10A13L.
- Tone, K. (2001). A slacks-based measure of efficiency in data envelopment analysis. *European journal of operational research*, 130(3), 498-509.
- Tone, K., & Tsutsui, M. (2009). Network DEA: A slacks-based measure approach. *European Journal of Operational Research*, 197(1), 243–252.
- Wang, L., & Yao, C. (2020). Non-radial Fuzzy Network DEA Model Based on Directional Distance Function and Application in Supply Chain Efficiency Evaluation. *Proceedings of the Sixth International Forum on Decision Sciences*, 251-273, Springer, Singapore.
- Yu, M. M., & Lin, E. T. J. (2008). Efficiency and effectiveness in railway performance using a multi-activity network DEA model. *Omega*, 36(6), 1005–1017.
- Zadeh, L. A. (1978). Fuzzy sets as a basis for a theory of possibility. *Fuzzy Sets and Systems*, 1(1), 3–28.
- Zahiri, B., Tavakkoli-Moghaddam, R., & Pishvae, M. S. (2014). A robust possibilistic programming approach to multi-period location–allocation of organ transplant centers under uncertainty. *Computers & Industrial Engineering*, 74, 139-148.
- Zhao, X., & Yue, W. (2010). A multi-subsystem fuzzy DEA model with its application in mutual funds management companies' competence evaluation. *Procedia Computer Science*, 1(1), 2469-2478.

پیوست ۱

مدل شبکه‌ای فازی بر مبنای رویکرد آلفا-برش (FNSBM_{a-cut})

مدل فوق برگرفته از تحقیق شرمه و همکاران است. کلیه متغیرهای ورودی، خروجی و میانی مشابه با جدول ۳ است. مدل ۱-۱ را مطابق شکل زیر در نظر بگیرید (شرمه و همکاران، ۲۰۱۶).

$$\text{Min } \rho_o = \sum_{p=1}^q \left[1 - \frac{1}{m_p} \left(\sum_{i=1}^{m_p} \frac{s_i^{p-}}{\bar{x}_{io}^p} \right) \right] \quad \text{مدل ۱-۱}$$

$$\bar{x}_{io}^p = \sum_{j=1}^n \bar{x}_{ij}^p \lambda_j^p + s_i^{p-} \quad \forall i \in I_p, p \in P$$

$$\bar{y}_{ro}^p = \sum_{j=1}^n \bar{y}_{rj}^p \lambda_j^p - s_r^{p+} \quad \forall r \in R_p, p \in P$$

$$\bar{z}^{(p,h)} = \sum_{j=1}^n \bar{z}_j^{(p,h)} \lambda_j^p \quad \forall (p,h) \in P, \text{ as output from } p$$

$$\bar{z}^{(p,h)} = \sum_{j=1}^n \bar{z}_j^{(p,h)} \lambda_j^h \quad \forall (p,h) \in P, \text{ as input to } h$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j^p = 1 \quad \forall p \in P$$

$$\lambda_j^p \geq 0 \quad \forall j \in J, p \in P$$

$$s_i^{p-} \geq 0, s_r^{p+} \geq 0 \quad p \in P, \forall i \in I_p, \forall r \in R_p$$

در ادامه با کمک رابطه ۲-۱ آلفا، برش‌هایی از متغیرهای مدل ایجاد می‌کنیم:

$$(X_{ij})_\alpha = \left[(x_{ij})_\alpha^L, (x_{ij})_\alpha^U \right] = \left[\min_{x_{ij}} \{ x_{ij} \in S(\bar{x}_{ij}) \mid \mu_{\bar{x}_{ij}}(x_{ij}) \geq \alpha \}, \max_{x_{ij}} \{ x_{ij} \in S(\bar{x}_{ij}) \mid \mu_{\bar{x}_{ij}}(x_{ij}) \geq \alpha \} \right] \quad \text{رابطه ۲-۱}$$

$$(Y_{rj})_\alpha = \left[(y_{rj})_\alpha^L, (y_{rj})_\alpha^U \right] = \left[\min_{y_{rj}} \{ y_{rj} \in S(\bar{y}_{rj}) \mid \mu_{\bar{y}_{rj}}(y_{rj}) \geq \alpha \}, \max_{y_{rj}} \{ y_{rj} \in S(\bar{y}_{rj}) \mid \mu_{\bar{y}_{rj}}(y_{rj}) \geq \alpha \} \right]$$

$$(Z_j)_\alpha = \left[(z_j)_\alpha^L, (z_j)_\alpha^U \right] = \left[\min_{z_j} \{ z_j \in S(\bar{z}_j) \mid \mu_{\bar{z}_j}(z_j) \geq \alpha \}, \max_{z_j} \{ z_j \in S(\bar{z}_j) \mid \mu_{\bar{z}_j}(z_j) \geq \alpha \} \right]$$

با توجه به آلفا، برش‌هایی ایجاد شده برای متغیرها داریم:

رابطه ۳-۱

$$\begin{aligned} (X_{ij})_{\alpha}^L &\leq x_{ij} \leq (X_{ij})_{\alpha}^U \\ (Y_{rj})_{\alpha}^L &\leq y_{rj} \leq (Y_{rj})_{\alpha}^U \\ (Z_j)_{\alpha}^L &\leq z_j \leq (Z_j)_{\alpha}^U \\ \forall j \in J, i \in I, r \in R \end{aligned}$$

در رویکرد آلفا برش به منظور محاسبه مقدار خوشبینانه و بدبینانه برای تابع هدف، از روش برنامه‌ریزی بازه‌ای استفاده می‌شود. بیشینه و کمینه تابع هدف برای یک مقدار مشخص آلفا را به ترتیب PO_{α}^U و PO_{α}^L می‌نامیم. برای محاسبه بیشینه و کمینه تابع هدف با کمک روش برنامه‌ریزی بازه‌ای، به ترتیب باید مدل‌های ۴، ۱ و ۵، ۱ برای مقدار مشخص آلفا حل شوند (شرمه و همکاران، ۲۰۱۶).

مدل ۴-۱

$$\begin{aligned} \min (\rho_o)_{\alpha}^U &= \sum_{p=1}^q \left[1 - \frac{1}{m_p} \left(\sum_{i=1}^{m_p} \frac{(s_i^{p-})^L}{(x_{io}^p)_{\alpha}^L} \right) \right] \\ (x_{io}^p)_{\alpha}^L &= \sum_{j=1, j \neq o}^n (x_{ij}^p)_{\alpha}^U \lambda_j^p + (x_{io}^p)_{\alpha}^L \lambda_o^p + (s_i^{p-})^L \quad \forall i \in I_p, p \in P \\ (y_{ro}^p)_{\alpha}^U &= \sum_{j=1, j \neq o}^n (y_{rj}^p)_{\alpha}^L \lambda_j^p + (y_{ro}^p)_{\alpha}^U \lambda_o^p - (s_r^{p+})^U \quad \forall r \in R_p, p \in P \\ (z_o^{(p,h)})_{\alpha}^L &= \sum_{j=1, j \neq o}^n (z_j^{(p,h)})_{\alpha}^U \lambda_j^p + (z_o^{(p,h)})_{\alpha}^L \lambda_o^p \quad \forall (p, h) \in P, \text{ as output from } p \\ (z_o^{(p,h)})_{\alpha}^U &= \sum_{j=1, j \neq o}^n (z_j^{(p,h)})_{\alpha}^L \lambda_j^h + (z_o^{(p,h)})_{\alpha}^U \lambda_o^h \quad \forall (p, h) \in P, \text{ as input to } h \\ \sum_{j=1}^n \lambda_j^p &= 1 \quad \forall p \in P \\ \lambda_j^p &\geq 0 \quad \forall j \in J, p \in P \\ (s_i^{p-})^L &\geq 0, \quad (s_r^{p+})^U \geq 0, \quad p \in P, \quad \forall i \in I_p, \quad \forall r \in R_p \end{aligned}$$

$$\min (\rho_o)_\alpha^L = \sum_{p=1}^q \left[1 - \frac{1}{m_p} \left(\sum_{i=1}^{m_p} \frac{(s_i^{p-})^U}{(x_{io}^p)_\alpha^U} \right) \right]$$

$$(x_{io}^p)_\alpha^U = \sum_{j=1, j \neq o}^n (x_{ij}^p)_\alpha^L \lambda_j^p + (x_{io}^p)_\alpha^U \lambda_o^p + (s_i^{p-})^U \quad \forall i \in I_p, p \in P$$

$$(y_{ro}^p)_\alpha^L = \sum_{j=1, j \neq o}^n (y_{rj}^p)_\alpha^U \lambda_j^p + (y_{ro}^p)_\alpha^L \lambda_o^p - (s_r^{p+})^L \quad \forall r \in S_p, p \in P$$

$$(z_o^{(p,h)})_\alpha^U = \sum_{j=1, j \neq o}^n (z_j^{(p,h)})_\alpha^L \lambda_j^p + (z_o^{(p,h)})_\alpha^U \lambda_o^p \quad \forall (p,h) \in P, \text{ as output from } p$$

$$(z_o^{(p,h)})_\alpha^L = \sum_{j=1, j \neq o}^n (z_j^{(p,h)})_\alpha^U \lambda_j^h + (z_o^{(p,h)})_\alpha^L \lambda_o^h \quad \forall (p,h) \in P, \text{ as input to } h$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j^p = 1 \quad \forall p \in P$$

$$\lambda_j^p \geq 0 \quad \forall j \in J, p \in P$$

$$(s_i^{p-})^U \geq 0, (s_r^{p+})^L \geq 0, p \in P, \forall i \in I_p, \forall r \in R_p$$

پیوست ۲

نتایج حاصل از اجرای مدل شبکه‌ای فازی بر مبنای رویکرد آلفا-برش ($FNSBM_{\alpha-cut}$)

جدول ۲-۱- کارایی‌های کلی واحدهای تصمیم‌گیرنده در برش‌های مختلف آلفا

Table 2.1- The overall efficiencies of DMUs for different α -cut levels

$\alpha=1$	$\alpha=0.5/0.5$		$\alpha=0.5$		$\alpha=0.25$		$\alpha=0$		DMU	
	Po_α^U	Po_α^L	Po_α^U	Po_α^L	Po_α^U	Po_α^L	Po_α^U	Po_α^L		
۰/۶۳۶۹	۰/۶۳۶۹	۰/۶۶۷۳	۰/۶۴۷۳	۰/۷۱۴۰	۰/۶۵۲۰	۰/۷۵۵۸	۰/۶۷۵۶	۰/۸۶۲۷	۰/۶۴۲۹	آذربایجان
۰/۱۴۲۹	۰/۱۴۲۹	۰/۱۴۷۳	۰/۱۴۲۰	۰/۱۷۹۰	۰/۱۱۷۰	۰/۱۵۸۷	۰/۱۱۶۹	۰/۲۲۸۰	۰/۱۰۸۲	اصفهان
۰/۰۹۱۴	۰/۰۹۱۴	۰/۰۹۳۳	۰/۰۹۱۰	۰/۱۲۶۴	۰/۰۶۰۸	۰/۱۳۸۵	۰/۰۵۶۵	۰/۱۶۷۸	۰/۰۴۷۶	بختر
۰/۱۲۹۲	۰/۱۲۹۲	۰/۱۳۵۴	۰/۱۲۸۳	۰/۱۶۶۴	۰/۱۰۶۴	۰/۱۸۹۲	۰/۱۰۹۰	۰/۲۲۶۷	۰/۱۰۲۵	تهران
۱/۰۰۰۰	۱/۰۰۰۰	۱/۰۰۰۰	۱/۰۰۰۰	۱/۰۰۰۰	۱/۰۰۰۰	۱/۰۰۰۰	۱/۰۰۰۰	۱/۰۰۰۰	۱/۰۰۰۰	خراسان
۱/۰۰۰۰	۱/۰۰۰۰	۱/۰۰۰۰	۱/۰۰۰۰	۱/۰۰۰۰	۱/۰۰۰۰	۱/۰۰۰۰	۱/۰۰۰۰	۱/۰۰۰۰	۱/۰۰۰۰	خوزستان
۰/۱۶۹۹	۰/۱۶۹۹	۰/۱۷۵۸	۰/۱۶۸۶	۰/۲۰۵۴	۰/۱۴۵۴	۰/۲۲۰۰	۰/۱۴۰۰	۰/۲۵۷۰	۰/۱۳۳۰	زنجان
۱/۰۰۰۰	۱/۰۰۰۰	۱/۰۰۰۰	۱/۰۰۰۰	۱/۰۰۰۰	۱/۰۰۰۰	۱/۰۰۰۰	۱/۰۰۰۰	۱/۰۰۰۰	۱/۰۰۰۰	سمنان
۰/۲۹۲۱	۰/۲۹۲۱	۰/۳۰۳۴	۰/۲۸۷۸	۰/۳۲۹۳	۰/۲۶۹۳	۰/۳۴۱۹	۰/۲۶۵۷	۰/۳۹۹۹	۰/۲۱۷۷	سیستان
۰/۵۹۶۷	۰/۵۹۶۷	۰/۷۴۸۲	۰/۷۲۸۲	۰/۷۹۴۰	۰/۷۳۴۰	۰/۸۳۰۶	۰/۷۵۲۲	۰/۹۸۲۲	۰/۶۶۰۲	غرب
۰/۱۸۱۲	۰/۱۸۱۲	۰/۱۸۸۴	۰/۱۷۹۸	۰/۲۱۹۹	۰/۱۵۹۵	۰/۲۴۵۳	۰/۱۶۵۳	۰/۲۸۵۹	۰/۱۴۵۷	فارس
۰/۰۶۲۲	۰/۰۶۲۲	۰/۰۶۲۶	۰/۰۶۲۰	۰/۰۹۴۰	۰/۰۳۰۸	۰/۱۰۲۶	۰/۰۲۲۶	۰/۰۶۳۰	۰/۰۰۳۰	کرمان
۰/۲۸۵۱	۰/۲۸۵۱	۰/۳۰۷۶	۰/۲۸۰۲	۰/۳۳۹۹	۰/۲۷۹۵	۰/۳۸۸۴	۰/۳۰۸۴	۰/۳۶۸۰	۰/۳۰۸۰	گیلان
۰/۰۸۸۳	۰/۰۸۸۳	۰/۰۸۹۵	۰/۰۸۷۹	۰/۱۱۹۱	۰/۰۵۹۱	۰/۱۲۹۶	۰/۰۴۹۶	۰/۰۹۰۶	۰/۰۳۰۰	مازندران
۰/۱۲۳۹	۰/۱۲۳۹	۰/۱۲۸۳	۰/۱۲۲۹	۰/۱۵۹۰	۰/۰۹۹۰	۰/۱۷۷۱	۰/۰۹۹۵	۰/۱۴۶۶	۰/۰۸۰۶	هرمزگان
۰/۱۱۴۴	۰/۱۱۴۴	۰/۱۱۹۱	۰/۱۱۳۵	۰/۱۴۹۹	۰/۰۸۹۹	۰/۱۷۰۰	۰/۰۹۰۰	۰/۱۳۵۶	۰/۰۷۵۰	یزد

- ¹ DEA
- ² Fukuyama and Weber
- ³ Network DEA
- ⁴ Slack based model
- ⁵ Tone
- ⁶ Tone and Tsutsui
- ⁷ Network slack based model
- ⁸ Possibility theory
- ⁹ Dubois and Prade
- ¹⁰ Liu and Iwamura
- ¹¹ Input-output oriented fuzzy network slack based model based on possibility theory
- ¹² Nag
- ¹³ Sueyoshi et al
- ¹⁴ Sueyoshi and Goto
- ¹⁵ Baudrit et al
- ¹⁶ Inuiguchi et al
- ¹⁷ Chance constraint programming
- ¹⁸ Kaci and Prade
- ¹⁹ Data processing
- ²⁰ Argumentation
- ²¹ Alsinet et al
- ²² Amirkhan
- ²³ Kao
- ²⁴ Park
- ²⁵ Färe and Grosskopf
- ²⁶ Yu and Lin
- ²⁷ Chen
- ²⁸ Cook et al
- ²⁹ Zhao and Liang
- ³⁰ Fuzzy network DEA slack based model
- ³¹ Maiti
- ³² Heilpern
- ³³ Adjusted DEA
- ³⁴ Z numbers
- ³⁵ Fuzzy type 2
- ³⁶ Random fuzzy variables

