

## بررسی و مدل‌سازی سقوط بزرگ بورس اوراق بهادار تهران در دی‌ماه ۱۳۹۲ با استفاده از مدل قاعده توانی تناوب لگاریتمی

احمد قلی برکیش<sup>۱</sup>، تقی ابراهیمی سالاری<sup>۲\*</sup>، نرگس صالح نیا<sup>۳</sup>

۱. دانشجوی دکترای اقتصاد، دانشگاه فردوسی مشهد، a.barkish@gmail.com

۲. استادیار گروه اقتصاد، دانشگاه فردوسی مشهد، ebrahimi@um.ac.ir

۳. استادیار گروه اقتصاد، دانشگاه فردوسی مشهد، n.salehnia@um.ac.ir

تاریخ دریافت: ۱۳۹۶/۰۸/۱۶ تاریخ پذیرش: ۱۳۹۷/۰۸/۱۵

### چکیده

یکی از مهم‌ترین حوادث اقتصادی چند سال اخیر وقوع سقوط شدید بورس اوراق بهادار تهران در دی‌ماه ۱۳۹۲ بوده است. با توجه به دیدگاه‌های متفاوت کارشناسان و مدیران بورس در مورد عوامل مؤثر بر بروز حادثه مذکور، انجام مطالعاتی به منظور شناسایی و تبیین دلایل این سقوط از اهمیت فراوانی برخوردار است. از این رو، مطالعه حاضر با استفاده از مدل LPPL به بررسی فرضیه شکل‌گیری حباب در بورس اوراق بهادار تهران در روزهای منتهی به سقوط پرداخته است. مدل LPPL یکی از جدیدترین روش‌هایی است که برای توصیف پویایی‌های قیمت در طول یک حباب داخلی و پیش‌بینی محتمل‌ترین زمان برای پایان یک حباب یا تغییر رژیم مورد استفاده قرار می‌گیرد. استفاده از این مدل ضمن تأیید وجود حباب در شاخص کل بورس اوراق بهادار تهران در روزهای منتهی به اواسط دی‌ماه ۱۳۹۲، سقوط (و یا تغییر رژیم) روی داده در تاریخ مذکور را با دقت بالایی پیش‌بینی می‌کند. بر اساس این نتایج، دیدگاه گروهی از کارشناسان که معتقدند حادثه رخ داده در دی‌ماه ۱۳۹۲ صرفاً ناشی از بعضی از عوامل بیرونی مانند طرح گران کردن خوراک پتروشیمی‌ها بوده است، رد می‌شود.

طبقه‌بندی JEL: G17, G01, C53

واژه‌های کلیدی: بورس اوراق بهادار تهران، حباب، مدل LPPL

## ۱- مقدمه

سقوط بزرگ بازار بورس اوراق بهادار تهران در اواسط دی‌ماه ۱۳۹۲ یکی از بحث‌برانگیزترین موضوعات اقتصادی کشور در چند سال اخیر و از مهم‌ترین مباحث مالی کشور در طول حیات بورس است. صرف‌نظر از آثار و تبعات این اتفاق تعدادی از کارشناسان و صاحبان سهام در اظهارنظرهای خود سقوط بزرگ بازار در آن تاریخ را به‌طور عمدی به عوامل محرک نشأت گرفته از خارج بورس نسبت داده‌اند، انگشت اتهام این گروه به‌طور معمول به سمت مصوبه معروف افزایش قیمت خوراک پتروشیمی‌ها در مجلس نشانه رفته است، طرحی که دقیقاً در همان بحبوحه سقوط بازار بورس در مجلس مطرح شده بود و اندکی بعد از سقوط به تصویب رسید. این گروه با تأکید بر عامل علی این طرح در سقوط بزرگ بورس از آن به‌عنوان یکی از مقصرین اصلی وقایع صورت گرفته در بورس اوراق بهادار تهران یاد کرده‌اند.<sup>۱</sup> در مقابل برخی دیگر از کارشناسان، مسئولان و همچنین طراحان این طرح بیشتر بر عامل علی حساب در فروپاشی بازار بورس تأکید کرده‌اند. به اعتقاد آن‌ها بورس اوراق بهادار تهران از مدت‌ها قبل از این تاریخ درگیر تشکیل حساب بوده است و آنچه در دی‌ماه ۱۳۹۲ اتفاق افتاد و اثرات آن تا مدت‌ها بعد ادامه داشته، صرفاً ناشی از انفجار حساب بزرگی بوده است که در طول ماه‌های منتهی به این رخداد در بازار بورس در حال شکل‌گیری و تقویت بوده است.<sup>۲</sup> از این رو از نظر این کارشناسان در تمام تحلیل‌های انجام شده برای

۱. به‌عنوان نمونه کارشناسان بسیاری از طریق سایت‌ها و روزنامه‌های مختلف در باب آسیب‌شناسی سقوط بزرگ بورس در دی‌ماه ۱۳۹۲ مقالاتی نوشته‌اند و بدون اشاره به حساب، از دلایلی مانند افزایش نرخ خوراک پتروشیمی‌ها، رکود اقتصادی، اشکالات مدیریتی مدیران بورس، شایعه تغییرات مدیران بازار سرمایه، اعلام نرخ‌های جدید بهره مالکانه، انتشار اوراق مشارکت با سررسید ۶ ماهه نرخ ۲۳ درصدی سالانه، تصمیمات سیاسی جناح‌ها و متأثر شدن بورس از فضای سیاسی کشور و ایجاد شایعاتی در خصوص وقوع پول‌شویی در بورس... به‌عنوان دلایل اصلی سقوط نام برده‌اند؛ از جمله این مقالات می‌توان به این موارد اشاره کرد. ایسنا (کد خبر: ۹۲۱۰۲۲۱۲۵۲۶)، ایسنا (کد خبر: ۹۳۱۰۱۵۰۸۰۱۲)، دنیای اقتصاد (کد خبر: ۸۱۳۸۱۴)، بورس نیوز (کد خبر: ۱۱۶۰۷۷) و....

۲. از شاخص‌ترین افراد این گروه می‌توان به احمد توکلی یکی از پیشنهاددهندگان اصلی طرح افزایش نرخ خوراک پتروشیمی‌ها در مجلس اشاره کرد. توکلی در نامه‌ای که نخستین بار از طریق خبرگزاری فارس (کد خبر: ۱۳۹۳۰۴۱۵۰۱۰۲۰) منتشر شد، ضمن رد نظرات تمام کارشناسانی که افزایش قیمت پتروشیمی را به‌عنوان دلیل علی سقوط معرفی نموده‌اند، علت اصلی سقوط بورس را انفجار حساب دانسته است. وی همچنین با ذکر دلایلی نظرات برخی از کارشناسان که صعود شاخص بورس در ماه‌های منتهی به سقوط را ناشی از عوامل حقیقی و غیر حساب می‌دانند رد کرده و بر عامل حساب به‌عنوان دلیل اصلی صعود شاخص بورس در ماه‌های قبل از سقوط تأکید نموده است. در نقطه مقابل برخی از کارشناسان با تشریح فضای حاکم بر بورس و سهامداران در هنگام وقوع سقوط دلایل ذکرشده در این نامه را نادرست دانسته و آن‌ها را رد کرده‌اند. به اعتقاد این دسته از کارشناسان، افزایش قیمت خوراک پتروشیمی‌ها البته به همراه برخی دیگر از عوامل نقش اصلی و کلیدی را در وقوع سقوط دی‌ماه ۱۳۹۲ داشته است.

آسیب‌شناسی و بررسی واقعیت‌های سقوط دی‌ماه ۱۳۹۲ باید وضعیت بازار و حسابی بودن آن قبل از سقوط نیز مدنظر قرار گیرد. پذیرش این دیدگاه نقش عوامل ذکر شده توسط دیگر کارشناسان را در بروز حادثه مذکور کمرنگ می‌کند. این مباحث انعکاس‌دهنده اختلاف‌نظر کارشناسان پیرامون منشأ اصلی سقوط بورس اوراق بهادار تهران در دی‌ماه ۱۳۹۲ است. از سوی دیگر این‌گونه اختلال‌های شدید بازار سرمایه می‌توانند علاوه بر گسترش نگرانی‌ها و ایجاد سردرگمی شدید در میان سرمایه‌گذاران، به ایجاد و گسترش نا اطمینانی سرمایه‌گذاران نسبت به عملکرد بازار و درنهایت کاهش اعتماد عمومی آن‌ها نسبت به این نوع بازارها منجر شود؛ به همین علت در طول دهه‌های اخیر مطالعات فراوانی به بررسی اختلال‌های شدید بازارهای مالی و مدل‌سازی رفتار بازار در طول رژیم‌های منتهی به سقوط پرداخته‌اند. این نوع مطالعات و تحلیل‌ها می‌توانند علاوه بر شفاف‌سازی مسئله و تبیین آن، به ارائه راه‌حل‌های مناسب جهت مواجهه بهتر با این نوع حوادث در آینده کمک کند.

با توجه به اهمیت این مسئله و محدود بودن مطالعات انجام‌شده در این باره در این مطالعه با استفاده از یکی از جدیدترین دستاوردهای عرصه مالی برای پیش‌بینی و مدل‌سازی حساب‌های بورس اوراق بهادار، یعنی مدل LPPL<sup>۱</sup> و شاخه‌های آماری مرتبط با آن، به برآورد و بررسی وجود یا عدم وجود حباب و پیش‌بینی زمان سقوط (تغییر رژیم) بورس اوراق بهادار تهران پرداخته شده است.<sup>۲</sup> ادامه پژوهش حاضر به این شرح است: بخش بعد به بیان مروری بر روند مطالعات صورت گرفته در این حوزه اختصاص یافته، سپس گزیده‌ای از مبانی نظری و مباحث مرتبط با این شیوه ارائه خواهد شد و در ادامه آن ضمن برآورد مدل‌ها به تحلیل و ارزیابی نتایج به دست آمده پرداخته می‌شود و در بخش پایانی نتیجه و جمع‌بندی مباحث مطروحه بیان خواهد شد.<sup>۳</sup>

#### 1. Log periodic power Law

۲. تمامی برنامه‌های مورد استفاده در این مقاله توسط نگارندگان مقاله در محیط برنامه‌نویسی متلب و R نوشته شده است که در صورت درخواست می‌تواند در اختیار محققان گرامی قرار گیرد.

۳. با توجه به محدودیت حجم مقاله مبانی نظری مربوط به مدل‌های JLS، لین و همکاران (۲۰۰۹) به همراه مطالب مربوط به تکنیک تخمین هم‌زمان، تکنیک‌های تخمین پارامترهای خطی و روش‌های اعمال شده در بخش جستجوی بازه‌های زمانی تخمین مانند بوت استرپ، همچنین مطالب و توضیحات مربوط به الگوریتم ژنتیک و شیوه‌ها و تکنیک‌های به کار رفته دیگر مانند لونیبرگ-مارکوات، داون هیل یا نلدر-مید سیمپلکس و آنالیز طیفی لامب و ... در اینجا ارائه نشده است که می‌توان برای آشنایی با این مباحث به مطالعات مربوطه مراجعه کرد.

## ۳- مروری بر پیشینه پژوهش

از زمان بحران مالی جهانی در سال ۱۹۲۹، تلاش‌های بسیاری برای توضیح و تبیین عوامل اساسی این نوع رخداد صورت گرفته است (کاتانو و یونیا،<sup>۱</sup> ۲۰۰۹: ۵۶۳). مجموعه این مطالعات ابتدا با مطالعه حباب‌های بازار مالی شروع شد. حباب را می‌توان به طور ساده به عنوان افزایش شدید و مستمر قیمت یک دارایی یا طیف وسیعی از دارایی‌ها دانست که افزایش اولیه انتظار افزایش آتی را در پی داشته و توجه خریداران جدید (عموماً سفته‌بازان) را به خود جلب خواهد کرد.<sup>۲</sup> توسعه نظریه حباب شامل سه مرحله، نظریه حباب‌های عقلایی<sup>۳</sup> (بلانچارد و واتسون<sup>۴</sup>، ۱۹۸۲)، نظریه حباب غیرعقلایی<sup>۵</sup> (دی لانگ<sup>۶</sup> و همکاران ۱۹۹۰) و نظریه پویایی‌های غیرخطی<sup>۷</sup> است. در چارچوب نظریه پویایی‌های غیرخطی سورنته<sup>۸</sup> و همکارانش مدلی را برای تشخیص حباب و زمان سقوط آن پیشنهاد داده‌اند که با عنوان مدل جوهانسن، لدویت<sup>۹</sup> و سورنته (JLS) شناخته می‌شود. این مدل پویایی‌های قیمت را در طول یک رژیم حباب (تشخیص حباب) به وسیله تحلیل رفتارهای جمعی انسان‌ها (علت‌های حباب) توصیف کرده و از این طریق قادر است محتمل‌ترین زمان سقوط در ورای حباب پیش‌بینی شده را تخمین بزند. در این مدل حباب‌ها به جای توصیف به وسیله رشد نمایی یا انفجاری قیمت‌ها به وسیله یک رشد فوق نمایی<sup>۱۱</sup> که می‌توان از آن با عنوان رشد فوق انفجاری<sup>۱۱</sup> نام برد، توصیف می‌شوند. علت این رشد فوق نمایی قیمت‌ها، رفتار رمه‌ای و تقلیدی معامله‌گران اختلال‌زا و سرمایه‌گذاران عقلایی مجاور آنهاست که به ایجاد بازخورد مثبت قیمت‌گذاری دارایی منجر شده و سبب رسیدن فرایند قیمت‌ها به یک نقطه تکینی زمان متناهی<sup>۱۲</sup> در آینده نزدیک می‌شود. روش فوق که با عنوان مدل قاعده توانی تناوب

1. Caetano, Yoneyama, 2009

2. The New Palgrave Dictionary of Economics. Second Edition. 2008

3. Rational bubble theory

4. Blanchard and Watson, 1982

5. Irrational bubble theory

6. De Long, et al.

7. Nonlinear dynamics theory

8. Sornette

9. Ledoit

10. Super-exponential growth

11. Super-explosive

12. Finite-time singularity

لگاریتمی یا مدل LPPL نیز شناخته می‌شود، نخستین بار توسط سورنته، جوهانسن و بوخواد<sup>۱</sup> در سال ۱۹۹۶ جهت بررسی حساب‌های منتهی به سقوط سال ۱۹۸۷ بازارهای مالی ایالات متحده معرفی شده است. مطالعات آن‌ها وجود علائم تناوب لگاریتمی را در بازارهای مالی مورد مطالعه شناسایی کرده است که می‌تواند از طریق یک مدل پیشنهادی مدل‌سازی شده و زمان سقوط تخمین زده شود. در طول سال‌های بعد این مدل با موفقیت در مورد طیف گسترده‌ای از حساب‌های اقتصادی در بازارهای مالی مختلف به کار گرفته شده است که از آن جمله می‌توان به پیش‌بینی موفقیت‌آمیز سقوط بازار سهام چین در سال ۲۰۰۹ (باستیانسن و همکاران، ۲۰۰۹) و انفجار حساب قیمتی نفت<sup>۲</sup> در سال ۲۰۰۸ اشاره کرد.

مزیت مهم مدل JLS نسبت به مدل‌های دیگر، پیش‌بینی مسیر زمانی حساب و زمان انفجار آن با استفاده از یک تخمین هم‌زمان است (بری و جوزف<sup>۳</sup>، ۲۰۱۳: ۲۸۸). این ویژگی در کنار آشکارتر شدن نقایص روش‌های اقتصادسنجی رقیب در طول چند سال اخیر (گورکایناک<sup>۴</sup>، ۲۰۰۸: ۱۶۶)، سبب افزایش بیش از پیش میزان اهمیت و محبوبیت این مدل شده است؛ از این رو در این مطالعه نیز از مدل JLS و مطالعات شکل گرفته مرتبط با آن برای مدل‌سازی و تحلیل رفتار و ویژگی‌های آماری سری زمانی شاخص کل قبل از سقوط‌های روی‌داده در اواسط دی‌ماه ۱۳۹۲ استفاده شده است.

#### ۴- مدل LPPL

##### ۴-۱- پویایی‌های قیمت

جوهانسن و همکاران (۲۰۰۰)، مکانیسم محرک تغییرات قیمت در طول یک حساب قیمتی را مبتنی بر انتظارات عقلایی فرض کرده‌اند، بدین معنا که قیمت‌های انتظاری باید تا حدی افزایش یابد که بتواند ریسک شناخته شده و یا سقوط را جبران کند. شرط مارتینگل فرمول‌بندی شده توسط آن‌ها به صورت  $dp \leftarrow k.p(t).h(t).dt$  است که در این

1. Bouchaud

۲. جزئیات بیشتر در مورد این پیش‌بینی در مطالعه سورنته، وودوارد و ژو (۲۰۰۹) ارائه شده است.

3. Brée and Joseph, 2013

4. Gürkaynak, 2008

رابطه  $dp$  تغییر انتظاری در قیمت می‌باشد، مشروط بر این‌که در بازه زمانی  $dt$  سقوط رخ ندهد؛  $k$  نسبتی از قیمت است که در طول سقوط انتظار می‌رود کاهش یابد.  $p(t)$  قیمت در زمان  $t$  و  $h(t)$  نیز نرخ خطر<sup>۱</sup> است؛ بدین معنا که شانس وقوع سقوط در واحد زمانی بعدی را با فرض عدم رخداد آن در زمان فعلی اندازه می‌گیرد. رابطه بالا را با مرتب کردن و انتگرال‌گیری از آن می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$\log p(t) = k \int_{t_0}^t h(t') dt' \quad (1)$$

همان‌طور که این رابطه نشان می‌دهد برای به دست آوردن پویایی‌های قیمت نیاز به تعریف تابع نرخ خطر است که در ادامه به نحوه استخراج آن بر مبنای مطالعات جوهانسن و سورنته اشاره خواهد شد.

#### ۴-۲- مدل‌سازی رفتار دلالت سهام در سطح خرد

ابتدا فرض می‌شود که هر معامله‌گر سهام در یکی از دو وضعیت خرید (+۱) یا فروش (-۱) قرار دارد؛ که بر اساس آن وضعیت معامله‌گر  $s_i, \epsilon_i$  مطابق رابطه زیر در نظر گرفته می‌شود (جوهانسن و همکاران، ۲۰۰۰:۲۲۸):

$$s_i = \text{sign}(K \sum_{j \in N(i)} s_j + \sigma \epsilon_i) \quad (2)$$

در این رابطه  $K$  فاکتور تقلید است.  $N(i)$  مجموعه همسایگان معامله‌گر سهام می‌باشد که بر رفتار وی تأثیر خواهند گذاشت،  $\sigma$  مبین گرایش به رفتار منحصر به فرد در میان تمامی معامله‌گرها و  $\epsilon_i$  نیز دارای توزیع نرمال با میانگین صفر و واریانس یک است. در طول حباب مقدار  $K$  شروع به افزایش می‌کند تا این‌که به مقدار بحرانی  $K_C$  برسد. در ساده‌ترین حالت افزایش مقدار  $K(t) - K_C$  خود وابسته به  $t - t_C$  خواهد بود. البته زمان متناظر با  $K_C$  زمان قطعی سقوط نیست، بلکه سقوط در هر سطحی از  $K$  محتمل است، گرچه در مقادیر کوچک  $K$  احتمال آن ضعیف‌تر است. در علوم طبیعی این رفتار به عنوان پدیده بحرانی<sup>۲</sup> شناخته می‌شود. مشخصه یک پدیده بحرانی وجود قانون نمایی است که در آن قابلیت آسیب‌پذیری به سمت بینهایت می‌رود. با فرض این‌که هر معامله‌گر سهام دارای چهار همسایه است که در یک شبکه منظم دوبعدی مرتب شده‌اند

1. Hazard rate  
2. Critical phenomenon

قابلیت آسیب پذیری سیستم با نزدیک شدن به زمان بحرانی  $K_c$  را می توان به صورت تقریبی زیر در نظر گرفت:

$$\chi \approx B''(K_c - K)^{-\gamma} \quad (3)$$

که در آن  $0 < \gamma < 1$  و  $0 < B''$  می باشد. بر اساس رابطه (۳) و با در نظر گرفتن برخی فروض، فرآیند تقلیدی اشاره شده را از طریق تعریف نرخ خطر سقوط که در طول زمان تکامل می یابد می توان به صورت زیر مدل سازی کرد (جوهانسن و همکاران، ۲۰۰۰: ۲۳۰):

$$h(t) \approx B'(t_c - t)^{-\alpha} \quad (4)$$

که  $B'$  یک مقدار ثابت مثبت و  $t_c$  نیز نقطه بحرانی بوده که محتمل ترین زمان برای رخ دادن سقوط و مرگ حساب قیمتی است. توان رابطه فوق از رابطه  $\alpha = (\xi - 1)^{-1}$  به دست می آید که در آن  $\xi$  تعداد معامله گران سهام در یک شبکه نمونه است و شرط  $0 < \xi < 2$  برای آن صادق است. با جای گذاری رابطه (۴) در رابطه (۱)، معادله پویایی های قیمت به دست می آید:

$$\begin{aligned} \log p(t) &= k \int_t^{t_c} B'(t_c - t')^{-\alpha} dt' = \frac{-kB'}{1-\alpha} \left[ (t_c - t')^{1-\alpha} \right]_t^{t_c} \\ &= \frac{-kB'}{1-\alpha} \left( (t_c - t)^{1-\alpha} - (t_c - t_c)^{1-\alpha} \right) \end{aligned} \quad (5)$$

با جای گذاری عبارت لگاریتم گیری قیمت در نقاط مرزی  $t=t_c$  در رابطه بالا، عبارت زیر به دست می آید:

$$\log p(t) = \log p(t_c) - \frac{-kB'}{1-\alpha} \left( (t_c - t)^{1-\alpha} \right) = A + B(t_c - t)^\beta \quad (6)$$

که در آن  $A = \log p(t_c)$ ،  $B = -kB'/(1-\alpha)$  و  $\beta = 1-\alpha$  هستند. برای ورود نوسانات تناوب لگاریتمی به تابع رشد نیاز به شکل متفاوتی از ساختار اتصال معامله گران سهام به یکدیگر با استفاده از ساختار سلسله مراتبی<sup>۱</sup> در شبکه است. در دنیای واقعی این روش برای توصیف بازار صحیح تر است، زیرا عوامل مختلف در بازار، مقادیر متفاوتی از سهام را در اختیار دارند و تصمیمات آن ها در خرید و فروش تأثیرات متفاوتی بر بازار خواهد

داشت. در این حالت عمومی‌ترین شکل معادله توصیف‌کننده قابلیت آسیب‌پذیری مجموعه‌ای از جملات همانند رابطه (۳) با توان مختلط هستند:

$$\chi \approx \operatorname{Re} \left[ A_0 (K_c - K)^{-\gamma} + A_1 (K_c - K)^{-\gamma + i\omega} + \dots \right] \quad (7)$$

$$\approx A'_0 (K_c - K)^{-\gamma} + A'_1 (K_c - K)^{-\gamma} \cos(\omega \log(K_c - K) + \varphi) \dots$$

در رابطه فوق RE نشان‌دهنده بخش حقیقی عبارت مختلط می‌باشد. بر اساس این رابطه نرخ خطر به صورت زیر خواهد بود:

$$h(t) \approx \operatorname{Re} \left[ B_0 (t_c - t)^{-\gamma} + B_1 (t_c - t)^{-\gamma + i\omega} + \dots \right] \quad (8)$$

$$\approx B'_0 (t_c - t)^{-\gamma} + B'_1 (t_c - t)^{-\gamma} \cos(\omega \log(t_c - t) + \varphi) \dots$$

با جای‌گذاری رابطه بالا در رابطه (۱) مسیر تکاملی قیمت قبل از سقوط به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\log(p(t)) = \log(p(t_0)) - \frac{k}{\beta} \left( B_0 (t_c - t)^\beta + B'_1 (t_c - t)^{-\gamma} \cos(\omega \log(t_c - t) + \varphi) \right) \quad (9)$$

### ۳-۴- تخمین مدل LPPL

یکی از پیچیدگی‌های استفاده از مدل قاعده توانی تناوب لگاریتمی تخمین پارامترهای آن است، به‌گونه‌ای که برآزش این مدل کار چندان ساده و سراسری نیست (گراسکین و فانتازینی<sup>۱</sup>، ۲۰۱۳:۳۷۶، پله<sup>۲</sup>، ۲۰۱۲:۱۶). جوهانسن و همکاران (۲۰۰۰) نیز عنوان کرده‌اند وجود داده‌های نویزی، نمونه‌های نسبتاً کوچک و تعداد زیاد پارامترهایی که باید تخمین زده شوند تخمین مدل را نسبتاً مشکل می‌کند. به همین دلیل آن‌ها روش بهینه‌سازی غیرخطی دومرحله‌ای را پیشنهاد داده‌اند که در مرحله اول با استفاده از الگوریتم جستجوی ممنوعه<sup>۳</sup> مقادیر اولیه برای پارامترها استخراج می‌شود و در گام دوم با استفاده از الگوریتم حداقل مربعات غیرخطی لئونبرگ مارکوارت تخمینی از پارامترهای مدل به دست می‌آید. فانتازینی (۲۰۱۰) نیز روش ML دو و سه مرحله‌ای (به کمک ماکزیمم لاکلیهود) را برای تخمین پارامترهای یک آنتی‌حباب به کار برده است. روش دو مرحله‌ای بهینه‌سازی غیرخطی شامل یک مرحله خطی و یک مرحله غیرخطی

1. Geraskin and Fantazzini, 2013

2. Pele, 2012

3. Taboo Search algorithm



است. هم‌زمان با تخمین پارامترهای خطی پارامترهای غیرخطی از حداقل نمودن مجموع مربعات باقیمانده‌ها SSE مبتنی بر تابع هدف (۱۰) به دست می‌آیند:

$$\min_{\theta} F(\theta) = \sum_{i=1}^N (y_{\theta}(t_i) - \hat{y}_{\theta}(t_i))^2, \theta = (t_c, \phi, \omega, z) \quad (10)$$

در رابطه فوق  $\theta$  بردار پارامترهای غیرخطی و  $y_{\theta}(t_i)$  تابع دربردارنده آن در زمان  $t$  و  $F(\theta)$  تابع هدفی که مطابق مدل باید حداقل شود می‌باشد، مجموع مربعات باقیمانده‌ها،  $F(\theta)$ ، شکلی کاملاً محدب ندارد و دارای چندین مینیمم محلی با مقادیر نسبتاً کوچک می‌باشد. جاکوبسن (۲۰۰۹) و کروپکا و کرزینیوسکی<sup>۱</sup> (۲۰۱۳)، با ارائه شبیه‌سازی‌هایی نشان داده‌اند که تلاش برای پیدا کردن مینیمم تابع هدف فوق با استفاده از روش‌های مرسوم مانند شبه نیوتن و یا دان هیل سیمپلکس متد، سبب گیر افتادن در مینیمم‌های محلی خواهد شد. به همین دلیل در طول دهه گذشته شیوه‌های گوناگونی برای تخمین پارامترهای این مدل پیشنهاد شده است که از آن جمله می‌توان به روش‌های الگوریتم جستجوی ممنوعه، الگوریتم ژنتیک، الگوریتم شبیه‌سازی تبرید<sup>۲</sup> و... اشاره کرد. در این مطالعه برای تخمین مقادیر پارامترهای خطی از روش جوهانسن و همکاران و هم‌چنین برای تخمین پارامترهای غیرخطی به صورت هم‌زمان از روش الگوریتم ژنتیک هیبریدی استفاده شده است.

## ۵- تعریف سقوط و مشخص نمودن حباب

### ۵-۱- تعریف زنجیره نزول و $\varepsilon$ -drawdowns

جوهانسن در مطالعه خود با اشاره به اشکالات تعریف ساده زنجیره نزول، آن را به صورت «کاهش نسبی در قیمت‌ها از یک ماکزیمم محلی تا مینیمم محلی دیگر با صرف‌نظر کردن از افزایش قیمت‌ها (نسبی یا مطلق) با اندازه « $\varepsilon$ » در میان دو ماکزیمم» تعریف می‌کند (جوهانسن، ۲۰۰۳: ۱۵۸). وی این زنجیره نزول را  $\varepsilon$ -drawdowns یا زنجیره نزول دانه‌درشت و  $\varepsilon$  را حد آستانه این زنجیره نزول نامیده است. برای به دست آوردن زنجیره‌های صعود<sup>۳</sup> نیز از این روش و با صرف‌نظر کردن از

1. Kuropka, Korzeniowski, 2013  
2. Simulated Annealing  
3. Drawup

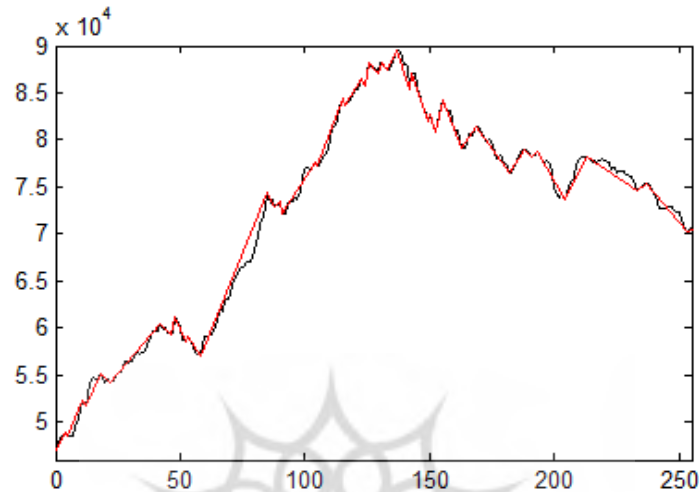
کاهش قیمت‌ها به اندازه "ε" استفاده می‌شود. ε نیز به صورت ضریبی از نوسانات (σ) به شکل زیر است: (جوهانسن و سورننه، ۲۰۰۸:۶):

$$\sigma = \sqrt{N^{-1} \sum_{i=1}^n (r_{i+1} - E[r])^2} \quad (11)$$

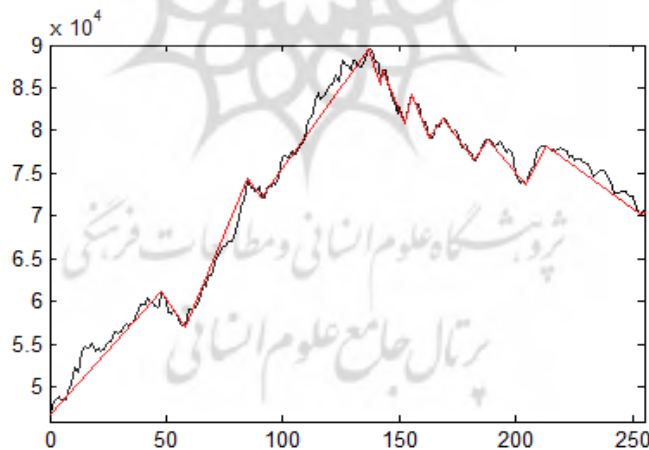
که  $\tau$  بازه لگاریتمی شاخص مورد مطالعه است. در شکل (۱) و (۲) نتایج حاصل از اعمال این تعریف از دراودان به ترتیب به ازای  $\varepsilon = \sigma$  و  $\varepsilon = 3\sigma$  بر روی نمودار شاخص کل نشان داده شده است. برای نمایش بهتر عملکرد این تعریف از دراودان، نمودارهای مربوطه فقط برای بازه زمانی (۱۳۹۲/۰۳/۲۵ تا ۱۳۹۳/۰۴/۱۱) که در مجموع شامل ۲۵۶ داده می‌باشد ترسیم شده‌اند (مقدار  $\sigma$  بر مبنای داده‌های فاصله زمانی ۱۳۷۶/۷/۶ تا ۱۳۹۳/۸/۲۱، ۰/۰۵۸ به دست آمده است). همان‌طور که مقایسه دو نمودار نشان می‌دهد، اعمال این تعریف از دراودان سبب حذف نوسانات جزئی از محاسبات مربوط به دراودان‌ها و سقوطها می‌شود و به تمایز سقوطهای بزرگ از دیگر سقوطها کمک می‌کند. هم‌چنین با توجه به این که به نظر می‌رسد بورس اوراق بهادار تهران در مواجهه با سقوطها روند کاهشی متعادل‌تری را طی می‌کند، بنابراین برای تمایز سقوطها باید در محاسبات مربوط به دراودان از حد آستانه بالاتری استفاده کرد. به‌عنوان نمونه همان‌طور که از نمودار (۲) مشخص است حتی با اعمال تعریف  $\varepsilon = 3\sigma$  نیز نقطه سقوط و زنجیره نزول شروع شده از ۱۶ دی‌ماه ۱۳۹۲ چندان سقوط جدی و بزرگی در مقایسه با دیگر سقوطهای همان بازه زمانی به حساب نمی‌آید، اما با افزایش حد آستانه  $\varepsilon$  به مقادیری بالاتر از ۵۵، زنجیره نزول متناظر با این سقوط به تدریج افزایش یافته و این سقوط در جایگاه بالاتری در مقایسه با دیگر سقوطها قرار می‌گیرد، به‌گونه‌ای که مطابق با نتایج جدول (۱) به ازای مقدار حد آستانه  $\varepsilon = 10\sigma$  سقوط ۱۳۹۲/۱۰/۱۵ با کاهش ۲۱ درصد در طول ۱۱۶ روز در رتبه سوم قرار گرفته است. هم‌چنین به ازای همین مقدار حد آستانه، بزرگ‌ترین کاهش مربوط به سقوط، تاریخ ۱۳۸۷/۴/۲۵ می‌باشد که در آن شاخص کل بورس اوراق بهادار تهران در طی ۱۶۳ روز حدود ۳۸ درصد کاهش یافته است.

نکته‌ای که باید به آن توجه داشت تغییر شاخص اصلی بورس تهران از آذرماه ۱۳۸۷ است که این مسئله باید در هنگام انجام هر نوع مطالعه‌ای مرتبط با شاخص مدنظر قرار گیرد. با این حال از آنجایی که هدف بخش‌های ابتدایی این مطالعه استخراج ویژگی‌های آماری شاخص کل از طریق مفهوم زنجیره نزول است (که به صورت تغییر

مقدار شاخص در بازه‌های زمانی متفاوت تعریف می‌شود) سعی شده است تا حد امکان بازه زمانی قبل از سقوط افزایش یابد تا ضمن افزایش داده‌ها برای تخمین بهتر امکان مطالعه و مقایسه مناسب‌تر ویژگی‌های شاخص در طول کل حیات بورس فراهم آید.



شکل ۱. نحوه انتخاب زنجیره‌های نزول با استفاده از روش  $\varepsilon$ -drawdowns جوهانسن (۲۰۰۳) برای شاخص بورس اوراق بهادار تهران به ازای  $\varepsilon = \sigma$



شکل ۲. نحوه انتخاب زنجیره‌های نزول با استفاده از روش  $\varepsilon$ -drawdowns جوهانسن (۲۰۰۳) برای شاخص بورس اوراق بهادار تهران به ازای  $\varepsilon = 3\sigma$

جدول ۱. مقدار و تاریخ بزرگ‌ترین زنجیره‌های نزول بورس اوراق بهادار تهران در بازه مورد مطالعه با استفاده از روش  $\varepsilon$ -drawdowns پیشنهادشده به‌وسیله جوهانسن (۲۰۰۳) به ازای

$$\varepsilon=1\sigma$$

مقدار اولیه	مقدار کاهش	تعداد روز	تاریخ ابتدا و انتها	
۱۲۹۱۷/۹۶	-۰/۳۸۴۱۶	۱۶۳	۱۳۸۷/۴/۲۵-۱۳۸۸/۱/۹	۱
۱۳۸۸۲	-۰/۲۹۴۸۷	۳۱۸	۱۳۸۳/۵/۱۴-۱۳۸۴/۸/۳۰	۲
۸۹۵۰۰/۶	-۰/۲۱۴۰۷	۱۱۶	۱۳۹۲/۱۰/۱۵-۱۳۹۳/۴/۹	۳
۱۲۵۸۱/۵	-۰/۱۱۱۵۱	۳۲	۱۳۸۸/۸/۱۸-۱۳۸۸/۱۰/۸	۴
۲۶۶۷۵/۹	-۰/۰۹۴۷۴	۴۹	۱۳۹۰/۱/۲۷-۱۳۹۰/۴/۶	۵

### ۵-۲- توزیع دراودانها و شناسایی سقوطها

از نظر سورننه و جوهانسن، سقوطها رخدادهای نادر و حدی در بازار مالی هستند، نتایج مطالعات تجربی آنها بر روی سری‌های زمانی بازار سهام، بازار اوراق قرضه، بازار ارز خارجی و بازار طلا نشان می‌دهد که قسمت بزرگی از دراودانها در هرکدام از سری‌های زمانی مذکور به شیوه مناسبی توسط تابع توزیع نمایی کشیده<sup>۱</sup> که مکمل تابع توزیع تجمعی وایبل<sup>۲</sup> است مدل خواهند شد. تابع توزیع وایبل به‌صورت رابطه زیر می‌باشد:

$$f(x) = z \left( \frac{x^{z-1}}{\lambda^z} \right) \exp \left\{ -\left( \frac{x}{\lambda} \right)^z \right\}, \text{ for } x \geq 0 \quad (12)$$

که در آن  $z$  پارامتر شیب و  $\lambda$  و  $x$  به ترتیب پارامتر مقیاس و متغیر مستقل هستند. با انتگرال‌گیری از رابطه فوق و کم کردن آن از یک، توزیع نمایی کشیده به‌صورت زیر به‌دست خواهد آمد:

$$\bar{F}(x) = \exp \left\{ -\left( \frac{x}{\lambda} \right)^z \right\} \quad (13)$$

در عبارت فوق  $z$  تا حدودی تعیین‌کننده تحدب منحنی است. به ازای  $z < 1$  توزیع فوق توزیع نمایی کشیده نامیده می‌شود و دنباله آن در این حالت مسطح‌تر از توزیع

1. Stretched exponential function  
2. Weibull

نمایی خواهد بود. جوهانسن و سورننه با مطالعه توزیع نمایی کشیده فوق برای دراودان‌های سری‌های مورد بررسی، نشان داده‌اند که دراودانهای بزرگ منفی حاصل از سقوطها، قابل برون‌یابی به‌وسیله تابع نمایی کشیده نیستند، از نظر آنها سقوطها حاصل جمعیت متفاوت از دراودانها با توزیع متفاوت دیگری هستند (جوهانسن و سورننه، ۲۰۰۸).

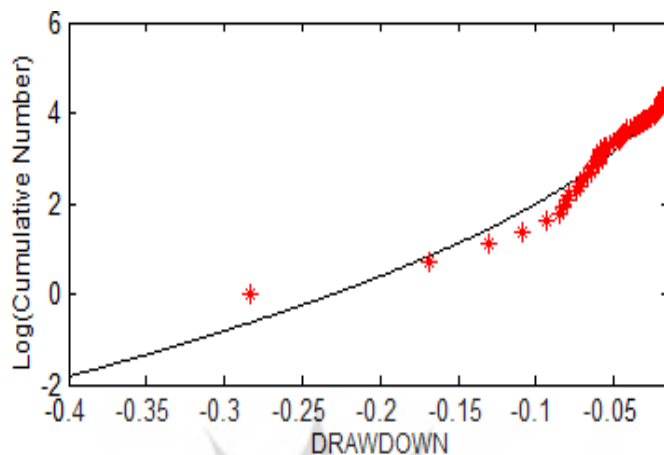
در شکل (۳) و (۴) توزیع تجمعی زنجیره‌های نزول شاخص کل بورس اوراق بهادار تهران به ترتیب به ازای  $(\varepsilon=\sigma)$  و  $(\varepsilon=3\sigma)$  به همراه منحنی‌های برازش شده بر آنها (که با روش حداقل مربعات غیرخطی و بر مبنای الگوریتم لوببرگ - مارکوارت<sup>۱</sup> به دست آمده است) ترسیم شده‌اند. همان‌طور که شکل (۳) نشان می‌دهد به ازای  $\varepsilon=\sigma$  تقریباً تمامی نقاط توزیع تجمعی بر روی منحنی برازش شده قرار می‌گیرند و داده دورافتاده وجود ندارد، اما با افزایش  $\varepsilon$ ، در شکل (۴)، نقاط مربوط به سقوطها به تدریج از منحنی برازش شده فاصله می‌گیرند به گونه‌ای که می‌توان آنها را به صورت داده‌های دورافتاده در نظر گرفت. هم‌چنین مقایسه ضرایب تعیین حاصل از برازش دو نمودار که در جدول (۲) ارائه شده است نشان می‌دهد که با افزایش  $\varepsilon$  مقدار  $R^2$  و  $R^2$  تعدیل شده به شکل محسوسی کاهش یافته‌اند که مؤید نتایج شهودی قبلی است.

### ۵-۳- انتخاب نقطه سقوط و نقطه شروع حساب

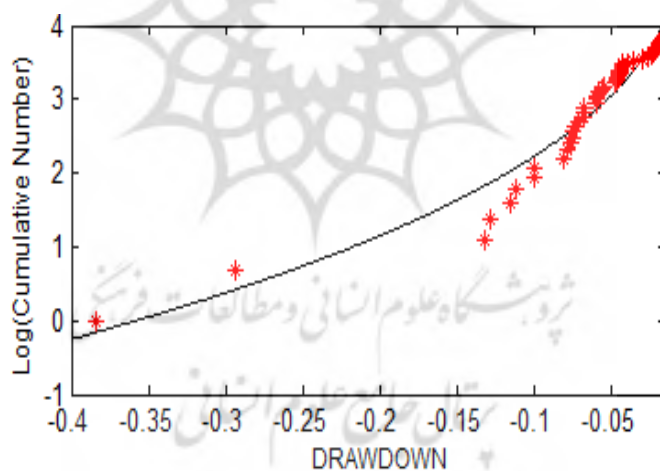
اگرچه همان‌طور که جدول (۲) نشان می‌دهد افزایش مقدار حد آستانه  $\varepsilon$  می‌تواند سقوطها را در شاخص‌هایی همانند شاخص بورس اوراق بهادار تهران متمایز کند، ولی برخی از مطالعات برای تعریف و تمایز نقاط سقوط از شیوه‌های دیگری استفاده کرده‌اند؛ جاکوبسن (۲۰۰۹)، در مطالعه خود به جای استفاده از تعریف جوهانسن و سورننه سقوط را به‌عنوان مشاهده‌ای در کوانتیل ۹۹/۵ درصد تعریف می‌کند، این تعریف از سقوط اغلب با دراودان‌های بیشتر از ده درصد مرتبط است (جاکوبسن، ۲۰۰۹: ۱۷). هم‌چنین، بری و جوزف (۲۰۱۳)، برای انتخاب نقاط سقوط در کنار توجه به ویژگی‌های شاخص بعد از سقوط، برخی دیگر از ویژگی‌های سری زمانی شاخص قبل از سقوط را نیز مدنظر قرار می‌دهند. آنها سقوط را به صورت افت مقدار شاخص از یک ماکزیمم

1. Levenberg-Marquardt algorithm

محلی منتخب تعریف می‌کنند. ویژگی مهم این ماکزیمم محلی، بیشتر بودن مقدار آن از مقدار شاخص در ۲۶۲ روز قبل (با فرض وجود ۲۶۲ روز تجاری در یک سال) است.



شکل ۳. لگاریتم طبیعی توزیع تجمعی زنجیره‌های نزول بورس اوراق بهادار تهران به ازای  $\varepsilon = \sigma$  به همراه نمودار توزیع نمایی کشیده‌ی برازش شده بر آن (روش لونیبرگ-مارکوات)



شکل ۴. لگاریتم طبیعی توزیع تجمعی زنجیره‌های نزول بورس اوراق بهادار تهران به ازای  $\varepsilon = 3\sigma$  به همراه نمودار توزیع نمایی کشیده‌ی برازش شده بر آن (روش لونیبرگ-مارکوات)

جدول ۲. تخمین رابطه توزیع نمایی کشیده برای زنجیره‌های نزول شاخص کل بورس اوراق بهادار

$\log(N(D)) = \log(a) - b   D ^z$				
$\varepsilon$	Log(a)	b	z	$R^2 (R^2_{adj})$
$\sigma$	۶/۱۷(۶/۱۰، ۶/۲۵)	۱۲/۲۸(۱۲/۰۵، ۱۲/۵۱)	۰/۴۶۸(۰/۴۵۳، ۰/۴۸۲)	۰/۹۹۷(۰/۹۹۷)
$3\sigma$	۵/۸۱(۴/۴۳، ۷/۱۸)	۸/۵۷۷(۷/۷۸۸، ۹/۳۶۶)	۰/۳۷۹(۰/۲۲۳، ۰/۵۳۴)	۰/۹۳۴(۰/۹۳۱)

- داخل پیرانتز فاصله اعتماد ۹۵ درصد.

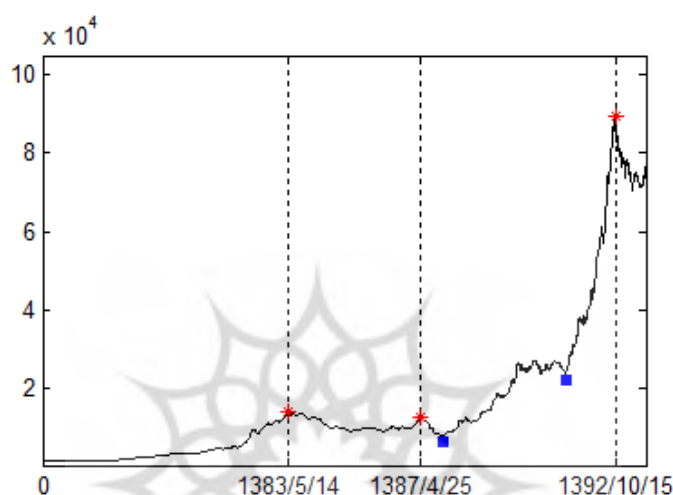
- تخمین به روش حداقل مربعات غیرخطی و با استفاده از الگوریتم لونیبرگ-مارکوارت انجام شده است.  
 - پارامتر اضافی a برای تعدیل برازش نسبت به اندازه رتبه در تخمین وارد شده است (جاکوبسن، ۲۰۰۹)

هم‌چنین درآودان مرتبط با این سقوط برای کاهش ۲۵ درصد نسبت به مقدار اولیه به ۶۰ روز کاری زمان نیاز خواهد داشت (بری و جوزف، ۲۰۱۳: ۲۹۲). این تعریف در مطالعات دیگر نیز مورد استناد قرار گرفته است (سردا و همکاران<sup>۱</sup> (۲۰۱۰) و چن و هی<sup>۲</sup> (۲۰۱۳)). در این مطالعه نیز از تعریف پیشنهاد شده مذکور با اندکی تغییرات استفاده شده و نتایج آن با نتایج دیگر مطالعات مقایسه شده است.

در صورت اعمال شرط اول برای مشخص کردن نقاط سقوط به همراه حساب‌های قبل آن در سری زمانی بورس اوراق بهادار تهران تنها سه نقطه (۱۳۸۳/۵/۱۴)، (۱۳۸۷/۴/۲۵ و ۱۳۹۲/۱۰/۱۵) واجد شرط مذکور خواهند بود که با علامت ستاره در شکل (۵) مشخص شده‌اند (همان‌طور که جدول (۱) نشان می‌دهد این سه نقطه مطابق با مجموعه مطالعات سورنته و جوهانسن نیز به‌عنوان نقاط سقوط انتخاب می‌شوند؛ اما برای این سه نقطه نیز در بازه زمانی ۶۰ روز مقدار افت شاخص به ترتیب به حدود ۱۳،۸ و ۱۴ درصد خواهد رسید؛ بنابراین عملاً شروط بعدی برای هیچ‌کدام از این نقاط برقرار نیست. بری و جوزف (۲۰۱۳)، در مطالعه خود برای برطرف کردن عدم تطابق کامل نقاط سقوط به‌دست آمده مبتنی بر این تعریف با نقاط سقوط انتخاب شده به‌صورت شهودی توسط سورنته و جوهانسن (۲۰۰۱) که در یک مورد اتفاق افتاده است، امکان تغییر معیارها را مورد بررسی قرار می‌دهند که اتخاذ این شیوه سبب خروج برخی دیگر

1. Sarda et al., 2010  
 2. Chen and He, 2013

از نقاط سقوط از نمونه به دست آمده خواهد شد. آن‌ها در ادامه با بررسی ویژگی‌های این نقطه، آن را نیز برخلاف مطالعه سورننه و جوهانسن (۲۰۰۱) به عنوان نقطه سقوط در نظر گرفته و در مدل خود وارد می‌کنند. در این مطالعه نیز به نظر می‌رسد از آنجایی که هیچ‌کدام از سقوط‌های بورس اوراق بهادار تهران کاهش شدید بالای ۲۵ درصدی را در فاصله زمانی ۶۰ روز طی نکرده‌اند، در گام نخست باید این معیار را متناسب با بورس اوراق بهادار تهران تعدیل نمود.



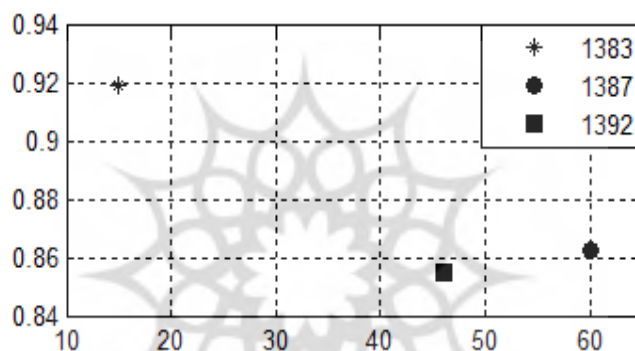
شکل ۵. نمودار سری زمانی شاخص کل در بازه مطالعاتی به همراه محتمل‌ترین نقاط شروع حباب (نقاط مربعی شکل) و سقوط بر مبنای مطالعات این حوزه

در حقیقت نگاهی به هر دو شاخص کل بورس اوراق بهادار تهران و HSI نشان می‌دهد که بورس اوراق بهادار تهران روند کاهش متعادل‌تری را پس از هر سقوط داشته و مدت‌زمان زیادی برای کاهش نیاز دارد؛ در حالی که در مقایسه با آن شاخص HSI کاهش‌های نسبتاً شدیدتری را در هر سقوط تجربه کرده است، به طوری که مقدار کاهش این شاخص برای برخی از سقوط‌ها به ۶۰ درصد هم (نسبت به مقدار اولیه) در بازه زمانی تعریف شده رسیده است، بنابراین استفاده از معیارهای به کار رفته توسط این محققان شاید برای بورس اوراق بهادار تهران چندان درست نباشد.

در شکل (۶) نمودار پراکندگی حداکثر مقدار کاهش (به نسبت مقدار اولیه) در مقابل مدت‌زمان هر سقوط (حداکثر در بازه ۶۰ روز) ترسیم شده است. همان‌طور که از



این شکل مشخص است نقطه سوم (۱۶ دی‌ماه ۱۳۹۲) را می‌توان به‌عنوان محتمل‌ترین و بحرانی‌ترین نقطه نسبت به دو نقطه دیگر برای ترکیب حساب بورس اوراق بهادار تهران در نظر گرفت. مقدار شاخص در روز کاری قبل از این تاریخ بالاترین مقدار شاخص بورس اوراق بهادار تهران در طول دوران حیات خود بوده، اما در این روز با کاهش ۰/۱۶ درصدی مقدار آن از ۸۹۵۰۰ به ۸۹۳۵۵ رسیده است. این افت در روزهای پس از آن نیز دوباره تکرار شده است، به گونه‌ای که تنها چهار روز پس از آن یعنی در تاریخ ۱۳۹۲/۱۰/۲۲ مقدار شاخص کل با کاهش شدید ۲/۷۲ درصدی از ۸۷۷۹۲ به ۸۵۴۰۴ رسیده و بورس تهران یکی از بدترین روزهای تاریخ خود را پشت سر گذاشته است. شدت این کاهش به حدی بوده است که هنوز هم از کاهش اواسط دی‌ماه و به خصوص این روز با عنوان یک‌شنبه سیاه یاد می‌شود.



شکل ۶. کاهش (به نسبت مقدار اولیه) در مقابل تعداد حداکثر روزهای کاهش (در محدوده ۶۰ روز) فقط برای هر سه نقطه کاهش بزرگ سال‌های ۱۳۸۳، ۱۳۸۷ و ۱۳۹۲ بر مبنای مطالعات جوزف و بری (۲۰۱۳) و جوهانسن و سورنته (۲۰۰۸).

همان‌طور که در بخش‌های قبل نیز ذکر شد برخی از کارشناسان در تحلیل‌های خود حوادث روی داده در نیمه دوم دی‌ماه ۱۳۹۲ را به عواملی همانند مطرح‌شدن طرح افزایش قیمت خوراک واحدهای پتروشیمی در مجلس، اعلام نرخ‌های جدید بهره مالکانه، انتشار اوراق مشارکت با سررسید ۶ ماهه نرخ ۲۳ درصدی سالانه و...نسبت می‌دهند؛ اما این دلایل تنها به سقوط اشاره دارند و دلایل کافی برای توجیه روند صعودی بورس به‌صورت (فوق) نمایی در طول روزهای کاری منتهی به زمان‌های سقوط

توسط محققان ارائه نشده است. نگاهی به نمودار شاخص کل بورس نشان می‌دهد که مقدار شاخص حتی در ۶۰ روز کاری منتهی به زمان سقوط بیش از ۳۳ درصد افزایش یافته است. این آمار حتی برای یک سال قبل از آن رقم بسیار بالای ۱۴۰ درصد را نشان می‌دهد، امری که به نظر می‌رسد نمی‌توان آن را تنها به افزایش سودآوری شرکت‌های موجود در بورس و یا تغییر انتظارات مربوط به رشد اقتصادی آینده کشور در آن بازه زمانی نسبت داد.<sup>۱</sup>

از سوی دیگر سری زمانی شاخص بورس در زمان‌های منتهی به سقوط از خود علائم تناوب لگاریتمی نشان می‌دهد. روند افزایش (نمایی) شدت گرفته در ماه‌های منتهی به زمان افت که به سقوط‌های پی‌درپی در اواسط دی‌ماه و پس از آن منجر می‌شود، می‌تواند نشانگر شکل‌گیری حباب داخلی بزرگ در روزهای قبل از سقوط باشد. در حقیقت وجود علائم آشکار از حباب داخلی هشدار از زمان ترکیدن حباب را می‌دهد، اما این امر از سوی کارشناسان و مدیران بورسی در آن مقطع مورد توجه قرار نگرفته است، لذا با وجود شواهد قوی از علائم فوق‌نمایی همراه با نوسانات تناوب لگاریتمی در سری زمانی بورس در روزهای منتهی به سقوط، در ادامه وجود حباب با استفاده از مدل LPPL بررسی می‌شود؛ اما قبل از آن نیاز به تعیین نقطه شروع سری زمانی مورد بررسی است.

علاوه بر نقطه پایان که در بالا به آن اشاره شد، انتخاب نقطه شروع نیز در مطالعات مختلف مورد بحث بوده است. در برخی از مطالعات به طور شهودی نقطه‌ای که در آن نخستین علائم تناوب لگاریتمی مشاهده می‌شود به‌عنوان نقطه شروع انتخاب شده است (جاکوبسن، ۲۰۰۹). برخی از مطالعات نیز روند الگوریتمی یا تکنیکی‌تری در پیش گرفته‌اند و نقطه مینیمم مطلق بین دو نقطه سقوط و یا پایین‌ترین نقطه بعد از یک سقوط به‌طوری که از آن نقطه روند بورس صعودی می‌شود را به‌عنوان نقطه شروع حباب تعریف کرده‌اند (بری و جوزف، ۲۰۱۳)؛ جوهانسن و سورننه (۲۰۰۱) نیز از این راهکار البته با اندکی تفاوت برای انتخاب نقاط شروع استفاده کرده‌اند، بدین صورت که آن‌ها در برخی از موارد به جابه‌جایی از نقاط منتخب معتقد بوده‌اند، چرا که به اعتقاد

۱. مطابق با گزارشات ارائه شده توسط بانک مرکزی، رشد اقتصادی کشور در سال‌های ۱۳۹۱ و ۱۳۹۲ به‌ترتیب برابر با ۶/۶- و ۱/۹- درصد بوده است. همچنین برای این دو سال رشد شاخص تولید کارگاه‌های بزرگ صنعتی (کارگاه‌های دارای ۱۰۰ کارگر و بیشتر) نیز به‌ترتیب ۸/۳- و ۴/۰- درصد بوده است (نماگرهای اقتصادی بانک مرکزی شماره ۸۰).

آن‌ها بازار در این نقاط روند عادی خود را داشته و حباب بعدی هنوز شروع نشده بوده است. در این مطالعه نیز نقطه شروع شکل‌گیری حباب با اعمال هر دو تعریف ارائه شده فوق انتخاب می‌شود. بر این اساس در شکل (۵) دو نقطه حائز این شرایط با علامت مربع نشان داده شده‌اند. همان‌طور که در این شکل به روشنی مشخص است، اگرچه نقطه مربع اول پایین‌ترین نقطه بین دو سقوط احتمالی است، اما در فاصله بین دو علامت مربع بازار روند عادی خود را دارد و فاقد حباب است؛ از سوی دیگر نخستین علائم تناوب لگاریتمی در شاخص کل بورس نیز بعد از نقطه مربع دوم (۱۳۹۱/۵/۱۸) مشاهده می‌شود، بنابراین این نقطه به‌عنوان نقطه شروع انتخاب شده است. فاصله زمانی به‌دست آمده با توجه به نقطه شروع و پایان انتخابی، مجموع شرط‌های تجربی لازم برای صحت اعمال مدل‌سازی LPPL (مانند حداقل وجود دو نقطه ماکزیمم یا مینیمم) را تأمین می‌کند.

#### ۵-۴- تشخیص حباب

استفاده از مفاهیم و مدل ذکر شده برای تشخیص حباب و تخمین محتمل‌ترین زمان برای سقوط یا تغییر رژیم مستلزم به‌کارگیری شیوه‌هایی برای تخمین ضرایب و آزمون پایداری آن‌هاست. یکی از راهکارها در این زمینه نمونه‌برداری فواصل زمانی بسیار و هم‌چنین استفاده از تکنیک بوت استرپ<sup>۱</sup> برای به‌دست آوردن یک پیش‌بینی احتمالی از فاصله زمانی که در آن حباب پایان می‌پذیرد و رژیم مالی تغییر می‌کند، می‌باشد (جیانگ و همکاران<sup>۲</sup>، ۲۰۱۰)، که در این مطالعه نیز از این شیوه استفاده شده است. بدین منظور بازه‌های زمانی از تاریخ ۱۳۹۱/۵/۱۸ تا تاریخ پایان ۱۳۹۲/۵/۳۰ - ۱۳۹۲/۱۰/۱۴ و هم‌چنین بازه‌های زمانی از تاریخ‌های شروع ۱۳۹۱/۵/۱۸ - ۱۳۹۱/۱۰/۱۸ تا تاریخ ۱۳۹۲/۱۰/۹ با گام حرکتی دو روز انتخاب می‌شوند. هم‌زمان با این شیوه برای بررسی دقیق‌تر نوسانات تناوب لگاریتمی در شاخص مورد مطالعه می‌توان از تکنیک آنالیز طیفی لامب<sup>۳</sup> برای سیگنال باقیمانده روندزدایی شده (رویکرد روند زدایی پارامتریک<sup>۴</sup>) استفاده کرد. تحلیل لامب همانند تبدیل فوریه یک تحلیل طیفی بر مبنای برازش توابع سینوسی بر داده‌های نمونه از طریق حداقل

1. Bootstrap
2. Jiang et al., 2010
3. Lomb spectral analysis
4. Parametric detrending approach

مربعات است که برای داده‌هایی که به صورت غیریکنواخت نمونه‌برداری<sup>۱</sup> شده‌اند طراحی شده است. این تحلیل هم‌چنین اجازه خواهد داد تا سطح معناداری فرکانس زاویه‌ای تناوب لگاریتمی استخراج شده مورد ارزیابی قرار گیرد. روند قاعده‌نمایی نیز مطابق رابطه زیر از داده‌ها حذف می‌شود (ژو و سورنته<sup>۲</sup>، ۲۰۰۹: ۱۱).

$$s(t) = [\ln(p(t)) - A] / (t - t_c)^Z \quad (14)$$

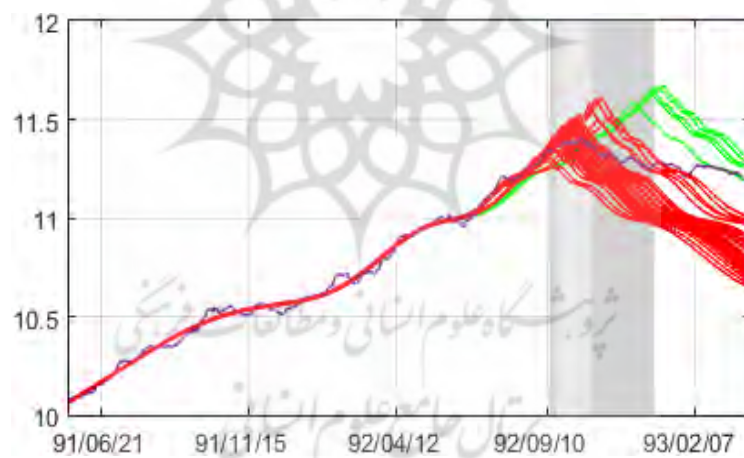
که در آن  $p(t)$  قیمت،  $A$  و  $Z$  مقادیر ثابت و  $t_c$  زمان بحرانی پایان رژیم است. روشن است که با حذف روند باید فرکانس زاویه‌ای متناظر با حداکثر توان در دوره نگار لامب با فرکانس زاویه‌ای تخمین زده شده از معادله LPPL مطابقت داشته باشد. هم‌چنین در چند سال اخیر لین و همکاران<sup>۳</sup> (۲۰۰۹، ۲۰۱۳) مدلی را برای حساب‌های بازار مالی پیشنهاد داده‌اند که بر مبنای آن باقیمانده‌های حاصل از برازش مدل LPPL از یک فرایند بازگشت به میانگین اورنشتاین-اولنک<sup>۴</sup> پیروی می‌کنند.

#### ۶- تخمین مدل

برای تخمین پارامترهای خطی مدل LPPL از روش پیشنهاد شده توسط جوهانسن و همکاران (۲۰۰۰) استفاده شده است. پارامترهای غیرخطی نیز به طور هم‌زمان با استفاده از الگوریتم ژنتیک تخمین زده شده‌اند. برای تضمین و افزایش دقت الگوریتم بهینه‌یابی از داده‌های به‌دست آمده توسط الگوریتم ژنتیک به‌عنوان داده‌های اولیه در الگوریتم Nelder-Mead Simplex که با عنوان Downhill Simplex Method نیز شناخته می‌شود استفاده شده است. در به‌دست آوردن نتایج این الگوریتم از تابع هدف یکسان با تابع هدف الگوریتم ژنتیک استفاده شده است. نتایج حاصل از اعمال شیوه فوق بر روی بازه‌های زمانی مورد اشاره در بخش قبل در شکل (۷) و (۸) نمایش داده شده است. کالیبراسیون‌های انجام‌شده رشد فوق‌نمایی شاخص کل طی دوره مورد مطالعه را تأیید می‌کند که به‌وضوح بیانگر وجود حساب در بورس است. هم‌چنین همان‌طور که کاملاً در هر دو شکل مشخص است، فاصله اعتماد ۸۰٪/۲۰٪ به‌دست آمده از زمان تخمین سقوط ( $t_c$ )، تاریخ ۱۳۹۳/۱۰/۱۶ را که در آن بورس اوراق بهادار تهران روند کاهشی شدید خود را شروع کرده است، در بر دارد.

1. Sampling
2. Zhou and Sornette, 2009
3. Lin et al., 2009
4. Ornstein-Uhlenbeck Process

نتایج حاصل از تخمین پارامترها به ازای پنجره‌های مختلف شواهد قوی از وجود تناوب لگاریتمی با یک فرکانس زاویه‌ای پایدار در سری زمانی مورد مطالعه ارائه می‌دهد که برای بررسی دقیق‌تر این ویژگی از تحلیل طیفی لامب استفاده می‌شود. بدین منظور نخست باقیمانده روند زدایی شده در تمام پنجره‌های برازش شده محاسبه (رابطه ۱۴) و سپس دوره نگار لامب برای آن‌ها به دست آورده می‌شود. (شکل ۹). در گام بعدی نقطه ماکزیمم و فاصله از مبدأ متناظر آن برای تمامی دوره نگار لامب باقیمانده‌ها استخراج می‌شود. مقدار فرکانس زاویه‌ای تناوب لگاریتمی به دست آمده باید با مقدار  $\omega_{fit}$  که در مرحله برازش تخمین زده شده است مطابقت داشته باشد. جهت ارزیابی دقیق‌تر این موضوع در شکل (۹) مقادیر  $\omega_{fit}$  تخمین زده شده در مقابل  $\omega_{Lomb}$  ترسیم شده است. همان‌طور که این شکل نشان می‌دهد تمامی زوج‌های مرتب  $(\omega_{Lomb}, \omega_{fit})$  بر روی خط  $y = x$  قرار گرفته‌اند که نشان‌دهنده تطابق میان  $\omega_{Lomb}$  و  $\omega_{fit}$  می‌باشد. هم‌چنین در ادامه به منظور بررسی بیشتر از روش پیشنهاد شده توسط لین و همکاران به همراه راهکار پیشنهادی گراسکین و فانتازینی (۲۰۱۳) استفاده شده است که بر اساس نتایج به دست آمده در سطح معناداری ده درصد نمی‌توان تبعیت باقیمانده‌ها از یک فرآیند بازگشت به میانگین اورنشتاین-اولنیک را رد کرد.



شکل ۷. شاخص کل بورس به همراه نمودارهای حاصل از برازش مدل LPPL برای تمامی پنجره‌های انبساطی، محدوده‌های مستطیلی شکل نشان‌دهنده کوانتیل‌های ۸۰٪/۲۰٪ و ۹۵٪/۵٪ هستند.

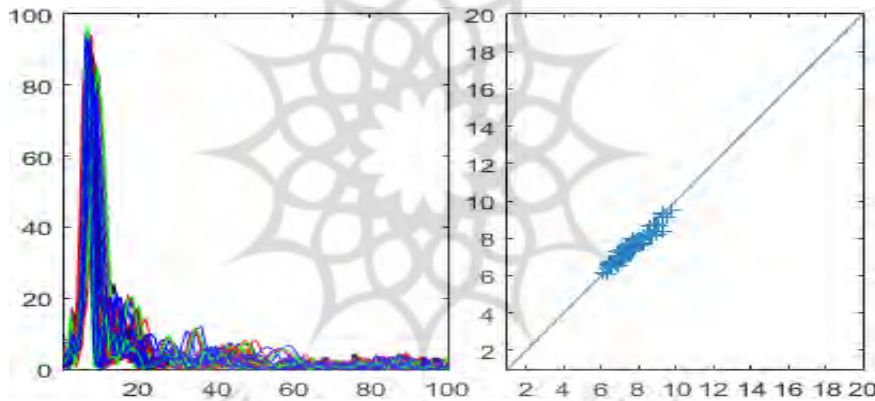


شکل ۸. شاخص کل بورس به همراه نمودارهای حاصل از برازش مدل LPPPL برای تمامی پنجره‌های انقباضی، محدوده‌های مستطیلی شکل نشان‌دهنده کوانتیل‌های ۸۰٪/۲۰٪ و ۹۵٪/۵٪ هستند.

بر مبنای آزمون‌های تشخیصی فوق فرضیه وجود حباب در شاخص کل بورس در فاصله زمانی مورد مطالعه با دقت بالایی تأیید می‌شود. البته باید به این نکته توجه داشت که این مسئله را نباید دلیلی بر حتمی بودن سقوط دانست، به عبارت دیگر که اگرچه برازش خوب مدل LPPPL بر سری زمانی داده‌ها به‌وضوح به شکل‌گیری حباب در بازار مورد مطالعه اشاره دارد، اما الزاماً به معنای پیش‌بینی یک سقوط نیست (باستیانسن و همکاران، ۲۰۰۹:۲). در حقیقت یک حباب می‌تواند به یک ضد حباب، سقوط و یا تعدیل آهسته ختم شود (جاکوبسن، ۱۸:۲۰۰۹ و جیانگ و همکاران، ۱۵۲:۲۰۱۰ و گراسکین و فانتازینی، ۳۸۴:۲۰۱۳). البته در مورد شاخص بورس اوراق بهادار تهران ذکر این نکته ضروری است که با توجه به کاهش‌های شدید شاخص بورس از اواسط دی‌ماه ۱۳۹۲ به بعد و همگام با عرف جامعه، در این مطالعه با پذیرفتن ضمنی این نقاط به‌عنوان سقوط از واژه سقوط یا Crash برای توصیف کاهش‌های شدید رخ داده استفاده شده است، زیرا این مطالعه بیشتر بر واقعیات قبل از سقوط تمرکز دارد. از سوی دیگر به اعتقاد سورنته و همکاران سقوط دارای یک منشأ درونی است و شوک‌های بیرونی به‌عنوان عامل محرک<sup>۱</sup> عمل می‌کنند (سورنته، ۲۰۰۹)؛ به‌عبارت دیگر

1. Triggering factors

با طی (تکمیل) فرآیند طولانی‌مدت رشد (بلوغ) حباب، سقوط رخ خواهد داد، چرا که بازار وارد فاز ناپایدار شده است. در این مرحله همانند خط‌کشی که به صورت عمودی در روی یک انگشت قرار گرفته، هر اخلاص کوچک می‌تواند محرک یک سقوط باشد (سورنته و کاولس<sup>۱</sup>، ۲۰۱۴). بر این اساس تطابق بالای رفتار سری زمانی شاخص کل با مدل LPPL و تأیید وجود حباب در آن، خبر از وقوع سقوط (و یا تصحیح شاخص) غیرقابل اجتناب در بورس اوراق بهادار تهران می‌دهد. به بیان دیگر بر اساس نتایج به دست آمده از این مدل نمی‌توان در آسیب‌شناسی سقوط دی‌ماه ۱۳۹۲ تنها بر عواملی همانند افزایش قیمت خوراک پتروشیمی‌ها و ... که از جانب برخی از کارشناسان به عنوان دلایل اصلی سقوط نام برده می‌شوند تأکید کرد، زیرا به دلیل رشد و تکامل حباب در یک مقطع زمانی طولانی، وقوع سقوط (و یا تغییر رژیم روی داده) در بورس اوراق بهادار تهران امری حتمی و غیرقابل اجتناب بوده است. از سوی دیگر تطابق بالای ویژگی‌های سری زمانی شاخص کل با مدل LPPL، مؤید درجه بالایی از رفتار تقلیدی و رمه‌ای سهامداران در بازار طی ماه‌های منتهی به سقوط می‌باشد.



شکل ۹. تحلیل لامب باقیمانده‌های روند زدایی شده (سمت چپ) - ترسیم  $\omega_{fit}$  به دست آمده به ازای کالیبراسیون مدل LPPL در هر پنجره در مقابل  $\omega_{Lomb}$  متناظر با حداکثر دوره نگار لامب سری زمانی روند زدایی همان پنجره (سمت راست)

هم‌چنین همان‌گونه که قبلاً نیز عنوان شد، مطابق مفروضات این مدل دو دسته عوامل در بازار حضور دارند؛ دسته اول شامل سرمایه‌گذاران دارای انتظارات عقلایی و

1. Cauwels

دسته دوم شامل معامله گران اختلال زا به‌عنوان عوامل غیرعقلایی که دارای رفتار رماه‌ای بوده و می‌توانند بازار را به سمت ناپایداری سوق دهند (گراسکین و فانتازینی، ۲۰۱۳: ۳۶۷ و فیلیمونف و سورننه، ۲۰۱۳: ۳۶۹). تنش و رقابت میان این دو دسته رفتار نوسانی بازار را تا رسیدن به نقطه بحرانی شکل می‌دهد (سورننه و همکاران، ۲۰۱۳: ۴۴۱۸)؛ بنابراین بر اساس این مدل تغییر ترکیب سهامداران در بازار و گرایش برآیند آن به سمت هرکدام از عوامل مذکور می‌تواند نقش مؤثری در تعیین رفتار بازار (به ویژه در طول رژیم حباب) و گرایش کلی آن به سمت پایداری یا ناپایداری داشته باشد.

این در حالی است که مطابق با آمارهای ارائه شده توسط شرکت سپرده‌گذاری مرکزی اوراق بهادار و تسویه وجوه به‌عنوان مرجع رسمی اعلام تعداد کدهای فعال و غیرفعال سهامداری، تعداد کدهای سهامداری ثبت شده در فاصله زمانی ۲۹ اسفند ۱۳۸۴ تا ۲۹ اسفند ۱۳۸۹ از رقم ۳۱۰۷۳۶۹ به رقم ۳۸۶۱۲۵۹ رسیده است<sup>۱</sup> که افزایش حدود ۷۰۰ هزار نفری تعداد سهامداران بورس را در بازه زمانی پنج ساله مورد اشاره نشان می‌دهد. با این حال از اوایل سال ۱۳۹۰ و در سایه برخی از تبلیغات انجام شده درباره سودآوری بورس و همچنین رکود بازارهای موازی، به تدریج ورود سهامداران جدید به بورس شدت یافته، به‌طوری که تعداد کل کدهای ثبت شده در ۲۹ اسفند سال ۱۳۹۱ با یک رشد خیره‌کننده به رقم ۶۴۸۸۳۱۶ رسیده است<sup>۲</sup>. این آمارها نشان می‌دهد که تنها در فاصله دو سال، بیش از ۲/۵ میلیون نفر به تعداد سهامداران بورس افزوده شده است. از سوی دیگر مطابق مدل JLS ورود این حجم از سهامداران جدید که عموماً آگاهی چندانی نسبت به مخاطرات سرمایه‌گذاری در بورس نداشته‌اند و تنها تحت تأثیر تبلیغات و به امید کسب سود آبی راهی بازار بورس شده‌اند، نسبت معامله گران اختلال زا به عقلایی را به شدت تغییر داده و زمینه را برای انحراف بازار از حالت پایدار و همچنین وارد شدن آن به رژیم حباب مساعدتر کرده است.

اگرچه در نهایت با سقوط بزرگ بورس در دی‌ماه ۱۳۹۲ به تدریج بخش عمده‌ای از این سهامداران با از دست دادن دارایی‌های خود از بورس خارج شده‌اند، اما تأثیرگذاری این نوع حوادث در اعتماد سهامداران و سلب اعتماد آن‌ها نسبت به واقعیت‌ها و

1. [www.csdiran.com/Content/pages/documents/Report-M-1391.pdf](http://www.csdiran.com/Content/pages/documents/Report-M-1391.pdf)

2. [www.csdiran.com/Content/pages/documents/1393Report.pdf](http://www.csdiran.com/Content/pages/documents/1393Report.pdf)



سازوکارهای بازار می‌تواند به مراتب اثرات بلندمدت‌تری را ایجاد کند و برای همیشه مانع از بازگشت دوباره این سهامداران به بازار شود.

## ۷- نتیجه‌گیری

یکی از عمده مباحث بازار سرمایه کشور در چند سال اخیر توضیح حوادث دی‌ماه ۱۳۹۲ بازار بورس اوراق بهادار تهران است. سقوط‌های پی‌درپی بورس اوراق بهادار تهران در اواخر سال ۱۳۹۲ که پس از یک دوره رونق چشمگیر اتفاق افتاده و تا مدت‌ها بعد ادامه داشته است را شاید بتوان بزرگ‌ترین حادثه بورس در دوران حیات خودش نامید. نگرش‌های متفاوت کارشناسان و مدیران بورس پیرامون دلیل اصلی این رخداد واقعیت‌های حوادث دی‌ماه ۱۳۹۲ را در هاله‌ای از ابهام قرار داده است. از این رو در این مطالعه با استفاده از مدل LPPL به بررسی فرضیه شکل‌گیری حباب در بورس اوراق بهادار تهران در تاریخ منتهی به این سقوط پرداخته شده است. بر مبنای مفهوم برآمده از این مدل سقوط را نباید نتیجه یک پدیده گام تصادفی دانست، بلکه به‌عنوان یک پدیده مجزا دلایل وقوع آن را باید در پیشینه بازار جستجو کرد. استفاده از این مدل ضمن تأیید وجود علائم قاعده توانی تناوب لگاریتمی در بورس اوراق بهادار تهران در روزهای منتهی به اواسط دی‌ماه ۱۳۹۲، تغییر رژیم روی داده در تاریخ مذکور را با دقت بالایی پیش‌بینی می‌کند. بر این اساس سقوط بزرگ بورس اوراق بهادار تهران در دی‌ماه ۱۳۹۲ تنها نتیجه شوک‌های بیرونی نبوده است؛ به‌عبارت دیگر افزایش فوق‌نمایی قیمت‌ها به همراه نوسانات تناوب لگاریتمی که به تدریج با نزدیک شدن به زمان سقوط در حال تشدید هستند این فرضیه را که بورس اوراق بهادار تهران در حال نزدیک شدن به زمان بحرانی انفجار حباب است تأیید می‌کند.

این نتایج برخلاف نظر کارشناسانی است که در تحلیل وقایع صورت گرفته در دی‌ماه ۹۲ تنها بر شوک‌های بیرونی تأکید می‌کنند (همان‌طور که در بخش‌های قبلی نیز ذکر شد این کارشناسان در تشریح وقایع صورت گرفته به‌طور عمده از دلایلی مانند افزایش قیمت خوراک پتروشیمی‌ها و... به‌عنوان عوامل اصلی سقوط بورس اوراق بهادار تهران نام برده و در این راستا حتی برخی از نهادها و سازمان‌های مطرح‌کننده این طرح‌ها را مقصر اصلی وقایع رخ داده قلمداد کرده‌اند). از سوی دیگر مطابق مفروضات مدل JLS تغییر ترکیب سهامداران می‌تواند نقش مؤثری در سوق دادن بازار به سمت

یک رژیم حباب و هم‌چنین تعیین کیفیت رفتار بازار در طول آن رژیم داشته باشد. این در حالی است که بر مبنای آمارهای موجود در دو سال ۱۳۹۱ و ۱۳۹۲ در مجموع حدود ۷۰ درصد به جمعیت سهامداران بورس اضافه شده است. افزوده شدن این حجم از سهامداران جدید که عموماً آگاهی چندانی نسبت به مخاطرات سرمایه‌گذاری در بورس نداشته‌اند و تنها تحت تأثیر برخی از تبلیغات انجام شده در مورد سودآوری بورس به سمت بازار روانه شده بودند را می‌توان مطابق مدل JLS یکی از دلایل اصلی ورود بورس به رژیم حباب و گسترش آن دانست. اگرچه در نهایت با سقوط بزرگ بورس در دی‌ماه ۱۳۹۲ به تدریج بخش عمده‌ای از این سهامداران با از دست دادن دارایی‌های خود از بورس خارج شدند؛ اما حوادثی از این نوع علاوه بر همراه داشتن خسارت‌های بسیار شدید، می‌توانند با سلب اعتماد سرمایه‌گذاران نسبت به عملکرد بازار و در نتیجه عدم بازگشت دوباره آن‌ها، زیان‌های به مراتب بزرگ‌تری را متوجه بازار سازند. به همین علت مسائلی از قبیل آموزش سهامداران جدیدالورود نسبت به مخاطرات سرمایه‌گذاری در بورس و ارتقا دانش سرمایه‌گذاری آن‌ها باید از اولویت‌های اجرایی مسئولان امر قرار گیرد. این مسئله به‌ویژه هنگامی که بورس به دلایل خاص مانند رکود بازارهای رقیب با هجوم سرمایه‌گذار جدید مواجه است از اهمیت دوچندان برخوردار می‌باشد.

#### منابع

1. Bastiaensen, K., Cauwels, P., Sornette, D., Woodard, R., & Zhou, W. X. (2009). The Chinese equity bubble: Ready to burst. arXiv preprint arXiv:0907.1827.
2. Brée, D. S., & Joseph, N. L. (2013). "Testing for Financial Crashes Using the Log Periodic Power Law Model", *International Review of Financial Analysis*, 30, 287-297.
3. Caetano, M. A. L., & Yoneyama, T. (2009). "A New Indicator of Imminent Occurrence of Drawdown in the Stock Market", *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 388(17), 3563-3571.
4. Cajueiro, D. O., Tabak, B. M., & Werneck, F. K. (2009). "Can We Predict Crashes? The Case of the Brazilian stock market", *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 388(8), 1603-1609.
5. Gazola, L., Fernandes, C., Pizzinga, A., & Riera, R. (2008). "The Log-Periodic-AR (1)-GARCH (1,1) Model for Financial Crashes". *The European Physical Journal B-Condensed Matter and Complex Systems*, 61(3), 355-362.

6. Geraskin, P., & Fantazzini, D. (2013). Everything you always wanted to know about log-periodic power laws for bubble modeling but were afraid to ask. *The European Journal of Finance*, 19(5), 366-391.
7. Gürkaynak, R. S. (2008). Econometric tests of asset price bubbles: taking stock. *Journal of Economic Surveys*, 22(1), 166-186.
8. Filimonov, V., & Sornette, D. (2013). A stable and robust calibration scheme of the log-periodic power law model. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 392(17), 3698-3707.
9. Kindleberger, Charles P. (2008). "bubbles in history" *The New Palgrave Dictionary of Economics*. Second Edition. Eds. Steven N. Durlauf and Lawrence E. Blume. Palgrave Macmillan.
10. Kuroпка, I., & Korzeniowski, P. (2013). "Forecasting the Critical Points of Stock Markets' Indices Using Log-Periodic Power Law". *Ekonometria*, (1 (39), 100-110.
11. Jacobsson, E. (2009). "How to Predict Crashes in Financial Markets with the Log-Periodic Power Law", Master diss., Department of Mathematical Statistics, Stockholm University.
12. Jiang, Z. Q., Zhou, W. X., Sornette, D., Woodard, R., Bastiaensen, K., & Cauwels, P. (2010). "Bubble Diagnosis and Prediction of the 2005–2007 and 2008–2009 Chinese Stock Market Bubbles", *Journal of Economic Behavior & Organization*, 74(3), 149-162.
13. Johansen, A. (2003). "Characterization of Large Price Variations in Financial Markets", *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 324(1), 157-166.
14. Johansen, A., Ledoit, O., & Sornette, D. (2000). "Crashes as Critical Points", *International Journal of Theoretical and Applied Finance*, 3(02), 219-255.
15. Johansen, A., & Sornette, D. (2000). "The Nasdaq Crash of April 2000: Yet Another Example of Log-Periodicity in a Speculative Bubble Ending in a Crash", *The European Physical Journal B-Condensed Matter and Complex Systems*, 17(2), 319-328.
16. Johansen, A., & Sornette, D. (2001). "Bubbles and Anti-Bubbles in Latin- American, Asian and Western Stock Markets: An Empirical Study" *International Journal of Theoretical & Applied Finance*, 4, 853 – 920
17. Johansen, A., & Sornette, D. (2008). "Endogenous Versus Exogenous Crashes in Financial Markets", arXiv preprint cond-mat/0210509.
18. Pele, D.T. (2012). "An Lppl Algorithm For Estimating The Critical Time Of A Stock Market Bubble", *Journal of Social and Economic Statistics*, 1(2), 14-22.

19. Sornette, D. (2009). Dragon-Kings, Black Swans and the Prediction of Crises, *International Journal of Terraspace Science and Engineering*, 2, no. 1: 1-18.
20. Sornette, D. (2009). *Why Stock Markets Crash: Critical Events in Complex Financial Systems*, Princeton University Press.
21. Sornette, D., & Cauwels, P. (2014). "Financial Bubbles: Mechanisms and Diagnostics", *Swiss Finance Institute Research Paper*, (14-28).
22. Sornette, D., & Johansen, A. (2001). "Significance of Log-Periodic Precursors to Financial Crashes", *Quantitative Finance*, 1, 452–471.
23. Sornette, D., Woodard, R., Yan, W., & Zhou, W. X. (2013). Clarifications to questions and criticisms on the Johansen–Ledoit–Sornette financial bubble model. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 392(19), 4417-4428.
24. Sornette, D., Woodard, R., & Zhou, W. X. (2009). "The 2006–2008 Oil Bubble: Evidence of Speculation, and Prediction", *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 388(8), 1571-1576.
25. Zhou, W. X., & Sornette, D. (2009). "A Case Study of Speculative Financial Bubbles in the South African Stock Market 2003–2006", *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 388(6), 869-880.

