

گروه‌بندی دارایی‌های پولی در ایران بر اساس تحلیل ناپارامتریک تقاضای پول

علیرضا عرفانی^{۱*}، پرویز داودی^۲، فرزانه صادقی^۳

۱. دانشیار گروه اقتصاد دانشگاه سمنان، a erfani@semnan.ac.ir

۲. استاد گروه اقتصاد دانشگاه شهید بهشتی، P_Davoodi@sbu.ac.ir

۳. دانشجوی دکترای اقتصاد دانشگاه سمنان، f. sadeqi@students.semnan.ac.ir

تاریخ دریافت: ۱۳۹۵/۱۰/۱۶ تاریخ پذیرش: ۱۳۹۶/۰۷/۱۵

چکیده

در میان اساسی‌ترین مفروضات موجود در اقتصاد خرد، حداکثرسازی مطلوبیت و تفکیک‌پذیری اقلام در تابع مطلوبیت مصرف‌کننده، به‌لحاظ نظری و نیز کاربرد تجربی، از مهم‌ترین آن‌ها به‌شمار می‌رود. هدف از این مقاله بررسی نتایج آزمون ناپارامتریک این مفروضات بر رفتار مصرف‌کننده، در مورد دارایی‌های پولی در ایران است. برای این منظور از رویکرد هال واریان با دو آزمون سازگاری با اصل حداکثرسازی مطلوبیت (GARP) و نیز آزمون تفکیک‌پذیری ضعیف بهره‌گرفته شده است. با استفاده از داده‌های ماهانه در بازه‌ی زمانی ۱۳۸۷:۱ تا ۱۳۹۱:۱۲، نتایج نشان می‌دهد که داده‌های دارایی‌های پولی، به‌دلیل وجود ۲ مشاهده‌ی نقض‌کننده‌ی اصل، به‌طور کلی سازگار با اصل حداکثرسازی مطلوبیت نمی‌باشد. لذا مطابق با روش استاندارد، دو زیرمجموعه‌ی زمانی ۱۳۸۷:۱ تا ۱۳۸۸:۱۲ و نیز ۱۳۸۹:۱ تا ۱۳۹۱:۱۲ مورد آزمون قرار گرفته و سازگاری آن‌ها بدون هیچ‌گونه نقضی مورد تأیید قرار گرفته شده است. سپس آزمون تفکیک‌پذیری ضعیف تابع مطلوبیت در ۱۵ زیرگروه از دارایی‌های پولی مورد بررسی قرار دادیم. طبق نتایج شرط لازم و کافی تفکیک‌پذیری ضعیف در برخی از زیرگروه‌ها در بازه‌ی زمانی اول و دوم برقرار است، در نهایت این نتیجه حاصل می‌شود که بازه‌های زمانی‌ای وجود دارد که در آن در برخی از زیرگروه‌ها از دارایی‌های پولی، اگر فرم تابعی خاصی در ادبیات موضوع تقاضای پول رد می‌شود، به معنای رد تحلیل تقاضای پول مبتنی بر مطلوبیت نیست، بلکه به معنای رد تصریح خاص تابع و یا رد گروه خاص دارایی‌های پولی می‌باشد.

طبقه‌بندی JEL: E41, E52

واژه‌های کلیدی: تجمیع پولی، حداکثرسازی مطلوبیت، رویکرد ناپارامتریک، آزمون سازگاری با GARP، تفکیک‌پذیری ضعیف

۱- مقدمه

رویکرد نئوکلاسیکی، که کارگزار، مطلوبیتش را نسبت به قید بودجه خطی حداکثر می‌کند، رویکرد رایج برای آزمون سازگاری تئوری تقاضای پول با اصل انتخاب مصرف‌کننده است. باین‌حال، شرط لازم بر ترجیحات برای کارگزار نمونه^۱، نمایش دقیق و درست رفتار وی می‌باشد، درحالی‌که این امر غیرممکن است و بیش‌تر انتقادات وارد شده بر پارادایم کارگزار نمونه از این مسأله برمی‌خیزد (دریک و همکاران، ۲۰۰۳). اما فرض اساسی این رویکرد آنست که داده‌های کل را می‌توان به‌عنوان پیامدی از تصمیمات مصرف‌کننده‌ی نمونه دانست، بنابراین سؤال پیش می‌آید که چگونه نظریه‌ی پولی، استفاده از داده‌های قابل قبول را ارزیابی می‌کند. تاکنون، بیش‌تر محققان، تجمیع‌های پولی رسمی که توسط بانک مرکزی منتشر شده و ضرورتاً سازگار با رفتار مصرف‌کننده عقلایی نبوده، را مورد استفاده قرار داده‌اند، درحالی‌که سازگاری دارایی‌ها با رفتار مصرف‌کننده عقلایی شرط مبنایی برای هرگونه تحلیل‌های مبتنی بر تقاضا است. به همین منظور این پژوهش تلاش می‌کند به این مسأله‌ی کلیدی پرداخته و به داده‌های سازگار با رفتار مصرف‌کننده‌ی عقلایی دست یابد. در این ارتباط بارنت^۲ (۱۹۸۰، ۱۹۸۲) سه گام را برای ایجاد تجمیع‌های پولی قابل قبول پیشنهاد داده است: اول، تابع مطلوبیت کارگزار نمونه باید به‌طور کامل تصریح شود (که شامل کالاهای مصرفی، اوقات فراغت و دارایی‌های پولی است) و باید برای سازگاری با رفتار حداکثرکننده مطلوبیت آزمون شود. گام بعدی، شامل آزمون تفکیک‌پذیری ضعیف برای زیرگروه‌های دارایی‌های پولی است که می‌تواند برای تشکیل تجمیع پولی به کار رود. و گام آخر، نیازمند شکل‌گیری تجمیع‌های پولی با استفاده از روش تجمیع مناسب مانند دیویژیا است.

مطالعات بسیاری در این زمینه انجام گرفته‌اند و تابع تقاضای پول و کشش جانشینی بین دارایی‌های پولی را بر اساس معادلات سهم مخارج که از چارچوب نظری اقتصاد خرد استخراج شده‌اند، را برآورد کرده‌اند. مطالعات اخیر با رویکرد مطلوبیت به تقاضای پول، به دو دسته تقسیم می‌شوند: مطالعاتی که از رویکرد پارامتریک استفاده

-
1. Representative agent
 2. W. Barnett

کرده‌اند^۱ و مطالعاتی که از رویکرد ناپارامتریک بهره برده‌اند^۲. بیش‌تر مطالعات دسته اول، تناقضاتی را یافته‌اند که تئوری مصرف‌کننده یا فرم تابعی مدل را به‌طور کلی رد کرده است. شاید دلیل آن وجود آزمون‌های مشترک ضروری از تئوری تقاضا باشد که وجود فرم تابعی خاصی را می‌طلبد، درحالی‌که آزمون ناپارامتریک فرضیه‌ی حداکثرسازی مطلوبیت مبتنی بر ترجیحات آشکار، ما را قادر به آزمون این امر می‌کند که آیا تناقضات فرضیه، بر رد تئوری مصرف‌کننده برای مجموعه‌ای از داده‌ها صحه می‌گذارد. مزیت مهم رویکرد واریان اینست که آزمون‌ها ناپارامتریک هستند و بنابراین تنها مستلزم فروضی بر فرم تابع مطلوبیت می‌باشند. باتوجه به ایرادات و انتقادات گسترده‌ی رویکرد پارامتریک، ترجیحا در این تحقیق از رویکرد ناپارامتریک استفاده می‌شود.

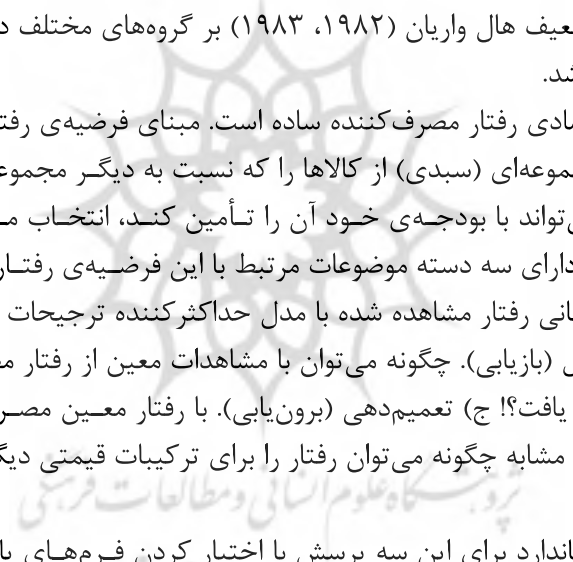
در این پژوهش مطابق با آنچه که بارت پیشنهاده می‌دهد، با استفاده از داده‌های ماهانه دارایی‌های پولی در ایران، در گام اول، "سازگاری داده‌ها با اصل حداکثرسازی تابع مطلوبیت یکنواخت، مقعر، و پیوسته" مورد مطالعه قرار گرفته و با فرض وجود چنین تابعی در گام دوم، "تفکیک‌پذیری ضعیف تابع مطلوبیت" بررسی و برای این منظور از رویکرد ناپارامتریک واریان استفاده می‌شود. گام اول ما را یاری کرده که فرضیه‌ی خود را عملی کرده و دوره‌های زمانی سازگار با اصل حداکثرسازی را برای دارایی‌های پولی در ایران تشخیص داده و نیز شرایط لازم و کافی برای رسیدن به تفکیک‌پذیری ضعیف را به‌دست آوریم و از این رهگذر نیز گروه‌های پولی مناسب برای تجمع‌های پولی را تعیین کنیم. بنابراین این مقاله به‌صورت ذیل سازماندهی شده است: در بخش بعد مبانی نظری و ادبیات موضوع رویکرد ناپارامتریک حال واریان مورد بحث قرار خواهد گرفت. در بخش سوم، داده‌ها و نحوه‌ی به‌دست آمدن آن‌ها ارائه و در بخش بعد نتایج تجربی آزمون سازگاری داده‌ها (توسط حال واریان) با استفاده از نرم‌افزار R مطرح می‌شود؛ گروه‌بندی دارایی‌های پولی و نتایج تجربی آزمون تفکیک‌پذیری ضعیف برای زیرگروه‌های پولی نیز تشریح خواهد شد. در نهایت، جمع‌بندی و پیشنهادات برای تحقیقات آتی بیان خواهد شد.

1. Donovan (1978) and Ewis and Fisher (1984; 1985)

2. Swofford and Whitney (1986, 1987, 1988, 1994), Belongia and Chalfant (1989), Fisher and Fleissig (1997), Fleissig, Hall, and Seater (2000), and Serletis (2001).

۲- مبانی نظری و ادبیات موضوع رویکرد ناپارامتریک

رویکرد معمول در اقتصاد خرد به تقاضای پول، فرض وجود یک تابع مطلوبیت نمونه است که امکان تحلیل زیرمجموعه‌ای از داده‌ها با قیود خاص تفکیک‌پذیری را تأمین کند. بررسی این مسأله که آیا تابع مطلوبیت کارگزار نمونه وجود دارد، را می‌توان با آزمون‌های واریان انجام داد که بیان می‌کند مجموعه‌ای از داده‌ها با اصل تعمیم‌یافته ترجیحات آشکار (GARP) سازگار می‌باشد یا خیر. سازگاری با این اصل، شرط ضروری و کافی برای وجود تابع مطلوبیت خوش رفتار است که قابلیت تولید داده دارد. این مهم را می‌توان با آزمون GARP که توسط هال واریان تشریح شده است، بررسی کرد. سپس با در نظر گرفتن دوره‌های مشخص که اصل GARP در آن‌ها برقرار است، می‌توان ساختار تابع مطلوبیت را در این دوره‌ها توصیف کرد. برای این منظور از آزمون تفکیک‌پذیری ضعیف هال واریان (۱۹۸۲، ۱۹۸۳) بر گروه‌های مختلف دارایی‌های پولی استفاده خواهد شد.

تئوری اقتصادی رفتار مصرف‌کننده ساده است. مبنای فرضیه‌ی رفتاری اینست که مصرف‌کننده مجموعه‌ای (سبدی) از کالاها را که نسبت به دیگر مجموعه‌ها (سبدها) برتری دارد و می‌تواند با بودجه‌ی خود آن را تأمین کند، انتخاب می‌کند. تحلیل کاربردی تقاضا، دارای سه دسته موضوعات مرتبط با این فرضیه‌ی رفتاری است: الف) سازگاری. چه زمانی رفتار مشاهده شده با مدل حداکثرکننده ترجیحات سازگار است؟! ب) قابلیت وصول (بازیابی). چگونه می‌توان با مشاهدات معین از رفتار مصرف‌کننده به ترجیحات دست یافت؟! ج) تعمیم‌دهی (برون‌یابی). با رفتار معین مصرف‌کننده برای ترکیبات قیمتی، مشابه چگونه می‌توان رفتار را برای ترکیبات قیمتی دیگر پیش‌بینی کرد؟! 

رویکرد استاندارد برای این سه پرسش با اختیار کردن فرم‌های پارامتریک برای توابع تقاضا و برازش نمودن آن‌ها با داده‌های مشاهده شده انجام می‌پذیرد. توابع تقاضای برآوردی می‌توانند برای سازگاری با فرضیه‌ی حداکثرسازی مطلوبیت، مورد آزمون قرار گیرند که برای ایجاد قضاوت‌های رفاهی و یا برای پیش‌بینی تقاضا برای دیگر ترکیبات قیمتی به کار رود. رویکرد پارامتریک، تنها زمانی رضایت‌بخش خواهد بود که فرم‌های

پارامتریک بدیهی، تقریب خوبی به توابع تقاضای «صحیح»^۱ باشد. از آن جایی که این فرضیه به‌طورمستقیم قابل آزمودن نیست، می‌تواند اشتباه باشد. (واریان، ۱۹۸۲)

حال واریان (۱۹۸۲، ۱۹۸۳)، رویکرد جایگزینی به مشکلات فوق در تحلیل تقاضای مصرف‌کننده را ارائه می‌دهد: استفاده از روش ناپارامتریک (NONPAR)^۲، به‌منظور تعیین اجزاء تجمیع پولی بهینه می‌باشد که خود کاربردی از اصل رجحان آشکار تعمیم‌یافته (GARP)^۳ می‌باشد. این رویکرد، رویکرد ناپارامتریک است که در آن نیازی به خصوصیات از پیش تعیین شده فرم‌های تابعی برای معادلات تقاضا نیست. وی مدعی است به جای تعیین اولویت دارایی‌ها در گروه‌های پولی، ساختار ترجیحات روی دارایی‌های پولی را می‌توان با انجام آزمون‌های واقعی برای زیرگروه‌های تفکیک‌پذیر ضعیف کشف کرد. در آزمونی که وی طراحی کرده است، نتایج انتخاب‌های واقعی مصرف‌کننده (آن انتخاب‌هایی که فرض می‌شود باید باشند) مورد بررسی قرار می‌گیرد تا ببینیم آیا هیچ‌گونه خطایی در سازگاری انتخاب‌ها رخ داده است یا خیر. (سرلتیس، ۲۰۰۶)

آزمون ترجیحات آشکار واریان چندین مزیت دارد: اول آنکه می‌تواند با هر تعداد مشاهده‌ای صورت پذیرد، برخلاف آزمون پارامتریک که محدودیت درجه‌ی آزادی دارد. در وهله‌ی دوم، آزمون ناپارامتریک نیاز به فرم تابعی خاص ندارد و می‌تواند از مشکلات مربوط به تصریح مدل دوری‌گزیند و سوم آنکه رویکرد ناپارامتریک، تفکیک‌پذیری فرم تابعی مطلوبیت مستقیم را آزمون می‌کند که تفکیک‌پذیری مبتنی بر مقدار است. در حالی که رویکرد پارامتریک مبتنی بر قیمت است و تفکیک‌پذیری بر مقادیر را آزمون نمی‌کند، مگر آنکه تابع مطلوبیت مستقیم، هموتتیک باشد. افزون بر این آزمون ناپارامتریک تفکیک‌پذیری کل را آزمون می‌کند، درحالی که آزمون پارامتریک، تفکیک‌پذیری موضعی را انجام می‌دهد. (بارنت و همکاران، ۲۰۰۷: ۸)

-
1. True
 2. The Nonparametric Methods
 3. Generalized Axiom of Revealed Preference (GARP)

۱-۲- تحقیقات پیشین آزمون‌های ناپارامتریک

مطالعات بسیاری در خارج در زمینه‌ی این موضوع انجام گرفته است، در حالی که نادیده گرفتن این آزمون‌ها در مطالعات داخل کشور که با نگاه اقتصاد خرد و رویکرد سیستم تقاضا به برآورد تابع تقاضای پول پرداخته‌اند، به وضوح به چشم می‌خورد. این درحالیست که وجود سازگاری داده‌های پولی با اصل حداکثر سازی یک امر اولیه و مهم می‌باشد و خود، توجیحی بر تحلیل تقاضای پول مبتنی بر مطلوبیت است. مطالعات مربوط به آزمون‌های ناپارامتریک به دو دسته کلی تقسیم می‌شوند: مطالعات خودِ هال واریان که حجم وسیعی از این مطالعات به مبانی نظری این آزمون‌ها پرداخته است و مطالعات سایر افراد. بیش‌تر مطالعات واریان مبانی نظری کار وی را دربرمی‌گیرد و تنها در برخی از مطالعات خود، به بررسی آنچه مطرح کرده است با داده‌های تجربی می‌پردازد. به‌طور مثال واریان (۱۹۸۲: الف، پس از بیان مبانی نظری خود در موضوع سازگاری داده‌ها، به بررسی سازگاری داده‌های مصرف کل آمریکا با اصل حداکثرسازی پرداخته و در تأیید مدل خود گام برداشته است. سایر مطالعات توسط وی نیز همین روال را طی کرده است، لذا از مطالعات وی چشم پوشی کرده و به نتایج تجربی کارهای سایر افراد در این زمینه پرداخته می‌شود. البته باتوجه به حجم بالای مطالعات انجام گرفته، تنها به مهم‌ترین این مطالعات اشاره خواهد شد.

از مهم‌ترین مطالعاتی که در این زمینه انجام شده است، می‌توان به مطالعات سوفورد و ویتنی^۱ اشاره کرد. آن‌ها در اولین مطالعه‌ی خود، (۱۹۸۶)، به بررسی فرم تابعی ترانسلوگ و یا رفتار حداکثرسازی مطلوبیت با استفاده از آزمون ناپارامتریک فرضیه‌ی حداکثرسازی مطلوبیت مبتنی بر ترجیحات آشکار، در مقایسه با مطالعه‌ی اویس و فیشر (۱۹۸۴) که از روش پارامتریک استفاده کرده، پرداخته‌اند. آن‌ها دریافته‌اند که تابع مطلوبیت خوش رفتاری وجود دارد که می‌تواند داده‌ها- اگر به‌صورت کلی گرفته شوند- را عقلایی سازد، درحالی که زیرمجموعه‌های مختلف دارایی‌های پولی که اویس و فیشر آزمون کرده‌اند، نمی‌تواند با تابع مطلوبیت خوش رفتار عقلایی شوند. سوفورد و ویتنی در مطالعه‌ی بعدی خود، (۱۹۸۷)، این آزمون را بر داده‌های فصلی کالاهای مصرفی، اوقات فراغت و دارایی‌های پولی سازگار با اصل حداکثرسازی مطلوبیت اعمال

1. James L. Swofford and Gerald A. Whitney

کرده و دریافته‌اند آن‌ها دریافتند که کالاهای مصرفی و اوقات فراغت و نیز یک گروه از دارایی‌های پولی نسبتاً نقد، شرایط ضروری و کافی برای تفکیک‌پذیری ضعیف را دارند. مهم‌ترین نتیجه این بوده است که دارایی‌های پولی نسبتاً نقد، M1، دیگر سپرده‌های قابل برداشت با چک و سپرده‌های پس انداز مختلف شرایط لازم برای تفکیک‌پذیری ضعیف را از دیگر کالاها دارند و این درحالیست که M1، سپرده‌های قابل چک کشیدن و سپرده‌های پس انداز بتنهایی نمی‌توانند شرایط لازم برای تفکیک‌پذیری ضعیف را داشته باشند. سوفورد و ویتنی، به همراهی هرتسرنند^۱ (۲۰۱۳)، در آخرین و کامل‌ترین مطالعه‌ی خود، حداکثرسازی مطلوبیت و تفکیک‌پذیری ضعیف در کالاهای مصرفی، اوقات فراغت و دارایی‌های پولی با تعدیلات ناکامل را با آزمون ترجیحات آشکار مورد بررسی قرار داده‌اند. در ابتدا آن‌ها دریافته‌اند که داده‌ها، با اصل حداکثرسازی مطلوبیت سازگار هستند. همچنین شواهدی مبنی بر تفکیک‌پذیری ضعیف ترکیب محدود (M1) و ترکیب وسیع (M2) دارایی‌های پولی دست یافتند. درحالی‌که این نتیجه برای تجمیع‌های پولی میانه M2 و MZM برقرار نیست.

جونز و دی پرتی^۲ (۲۰۰۵) نیز مقایسه‌ای را بین دو روش ارائه شده توسط واریان (NP) و توسط دی پرتی (DP) برای آزمون فرضیه‌ی حداکثرسازی مطلوبیت، (GARP)، با استفاده از مجموعه‌ی وسیعی از دارایی‌های پولی امریکا انجام داده‌اند. هر دو آزمون نتایج منطقی و قابل قبول و نیز سازگار بایکدیگر ارائه داده و در رویکرد تجربی، هر دو آزمون فرض صفر حداکثرسازی مطلوبیت را در حجم وسیعی از نمونه‌ها قبول داشته و تعداد کمی تناقض GARP را نشان داده‌اند. دریک و فلیسیگ^۳ (۲۰۰۴)، در مطالعه‌ی خود به دنبال تجمیع پولی قابل قبول هستند. آن‌ها سه گامی را که فلیسیگ و ویتنی (۲۰۰۳) برای تعیین آنکه آیا تجمیع‌های پولی ایجادشده‌یا برآوردشده، تجمیع قابل قبول هستند یا خیر، مطرح و دنبال کرده و برای این منظور آزمون سازگاری با تفکیک‌پذیری ضعیف را انجام داده‌اند. طبق نتایج آن‌ها، تنها دوره‌ای که سازگار با GARP است و هیچ گونه تناقضی را نشان نمی‌دهد، کل دوره‌ی مدنظر است. درحالی‌که زیرگروه‌ها از دوره‌های محدودتر تناقض نشان می‌دهند، لذا بازه‌ی کل دوره را در نظر

-
1. Per Hjertstrand
 2. Barry Jones and Philippe de Peretti
 3. Leigh Drake and Adrian R. Fleissig

گرفته و آزمون تفکیک‌پذیری ضعیف را انجام می‌دهند و نتیجه می‌گیرند که داده‌های پولی هر دو شرط لازم و کافی تفکیک‌پذیری ضعیف را تأمین می‌کنند. آنها دریافته‌اند که تجمیع‌های پولی محاسبه شده، تجمیع‌های قابل قبول هستند.

البته برخی از مطالعات وجود دارند که از روش‌های دیگر تفکیک‌پذیری ضعیف استفاده کرده‌اند، مانند باینر و همکاران (۲۰۰۹)^۱ که از آزمون تفکیک‌پذیری ویتنی و فلیسیگ برای تعیین سطح بهینه تجمیع پولی برای اتحادیه اروپا به کار برده‌اند. نتایج آن‌ها حاکی از تفکیک‌پذیری ضعیف دارایی‌های پولی M2 و M3 می‌باشد و بنابراین بر این اساس آن‌ها توانسته‌اند تجمیع‌های پولی دیویژیا قابل قبول ایجاد کنند. مطالعاتی نیز با رویکرد نیمه پارامتریک، به‌طور نمونه برای دارایی‌های پولی در کانادا (سرلتیس و فلسینگ^۲، ۲۰۰۲)، انگلستان (دریک، سوفورد و فلسینگ، ۲۰۰۳) و پاکستان (سرور و همکاران^۳، ۲۰۱۱) وجود دارند، که به بررسی جانشینی دارایی‌های پولی پرداخته‌اند. این مطالعات در ابتدا به دنبال بررسی سازگاری داده‌ها با رفتار حداکثرسازی مطلوبیت بوده‌اند، به‌طوری‌که دریک و همکارانش دوره‌های فصلی سازگار را با استفاده از آزمون ترجیحات آشکار یافته و نتایج تفکیک‌پذیری ضعیف دارایی‌های پولی را از کالاهای مصرفی و اوقات فراغت در این دوره‌ها تشخیص داده‌اند.

از بررسی مطالعات فوق می‌توان نتیجه گرفت، اول آنکه در میان تحقیقات مربوط به موضوعات پول و دارایی‌های پولی، رویکرد ناپارامتریک نسبت به رویکرد پارامتریک ارجحیت دارد؛ دوم آنکه از میان آزمون‌های ناپارامتریک معرفی شده تاکنون، که گریس در رساله خود از آن‌ها نام برده، آزمون هال واریان از محبوبیت بیش‌تری برخوردار است؛ و سوم آنکه پیش از هر گونه اقدامی در رویکرد سیستم تقاضا و یا اعداد شاخص، باید آزمون سازگاری داده‌ها با اصل حداکثرسازی مطلوبیت و نیز آزمون تفکیک‌پذیری ضعیف صورت پذیرد.

-
1. Jane M. Binner, Rakesh K. Bi ssoondeal , C. Thomas El ger, Barry E. Jones, Andrew W. Mullineux
 2. Adrian R. Fleissig and Apostolos Serletis
 3. Haroon Sarwar, Zakir Hussain, and Masood Sarwar

۲-۲- تشریح مدل

مسأله تصمیم به گونه‌ای تعریف خواهد شد که ادبیات مربوط به تجمیع اقتصادی بر کالاها قابل به‌کارگیری باشد. در نظریه‌ی بهینه‌سازی دو مرحله‌ای، به تخصیص مخارج متوالی پرداخته می‌شود، به طوری که در مرحله‌ی اول، مصرف‌کننده مخارج خودش را بین گروه‌های کالایی تخصیص می‌دهد. در مدل پیش رو این گروه‌ها شامل کالاهای مصرفی، اوقات فراغت و دارایی‌های پولی می‌باشند. سپس در مرحله‌ی دوم مخارج را درون هرکدام از گروه‌های کالایی تخصیص می‌دهد. به دلیل آنکه هدف این پژوهش مرتبط با تقاضای دارایی‌های پولی و تجمیع‌های پولی است و نیز به دلیل آنکه دارایی‌های اوقات فراغت در دسترس نیست، لذا در مرحله‌ی دوم، تنها تصمیمات در مورد دارایی‌های پولی مورد بررسی قرار می‌گیرد. تصمیمات مصرف‌کننده در مرحله‌ی اول براساس شاخص‌های قیمتی بین سه گروه کالایی ذکر شده اتخاذ می‌شود، در حالی که در مرحله‌ی دوم، تصمیمات به تغییرات در قیمت نسبی دارایی‌های پولی بستگی دارد. در ادامه به بررسی این فرایند در قالب تقاضای مصرف‌کننده از دارایی‌های پولی اختصاصی خواهیم پرداخت.

برای این منظور ابتدا تعریف متغیرها را به صورت زیر در نظر بگیرید: (برای دوره‌های $t, t+1, \dots, s, \dots, t+T$ که T تعداد دوره‌های افق برنامه‌ریزی مصرف‌کننده می‌باشد)

x_s بردار مصرف برنامه‌ریزی شده از کالاها و خدمات طی دوره‌ی s ؛ P_s بردار قیمت‌های موردانتظار از کالاها و خدمات طی دوره‌ی s ؛ m_s بردار مقادیر واقعی برنامه‌ریزی شده از دارایی‌های پولی طی دوره‌ی s ؛ I_s بردار مقادیر اسمی مورد انتظار بازدهی دارایی‌های پولی طی دوره‌ی s ؛ A_s بردار مقادیر برنامه‌ریزی شده از دارایی پایه (محک) طی دوره‌ی s ؛ R_s بردار مقادیر موردانتظار یک دوره‌ی بازدهی دارایی پایه (محک) طی دوره‌ی s ؛ L_s عرضه نیروی کار برنامه‌ریزی شده طی دوره‌ی s ؛ w_s بردار نرخ دستمزد موردانتظار نیروی کار طی دوره‌ی s ؛ \bar{L}_s تقاضای اوقات فراغت برنامه‌ریزی شده طی دوره‌ی s ؛ I_s درآمدهای موردانتظار دیگر طی دوره‌ی s (شامل پرداخت‌های انتقالی، سود بنگاه خود مالک، ...)، می‌باشد.

دارایی پایه، هیچ خدمتی جز بازدهی R_s ارائه نمی‌دهد و تنها به منظور انتقال ثروت بین افق برنامه‌ریزی شده‌ی چند دوره‌ای نگهداری شده است، به جای آنکه

نقدینگی و یا دیگر خدمات را ارائه دهد. پس R_s حداکثر بازدهی مورد انتظار دوره‌ی نگهداری در اقتصاد است.

تابع مطلوبیت درون زمانی مصرف‌کننده به صورت زیر می‌باشد:

$$u_t = u_t(m_t, \dots, m_{t+T}; \bar{L}_t, \dots, \bar{L}_{t+T}; x_t, \dots, x_{t+T}; A_{t+T})$$

برای آنکه یک تابع جمع‌پذیر، مقداری قابل قبول داشته باشد، باید تابع u_t تفکیک‌پذیر ضعیف برای همه کالاها و خدمات باشد. این مهم در قسمت قبل توضیح داده شده و مورد آزمون قرار گرفته است، در صورتی که u_t تفکیک‌پذیر ضعیف باشد، داریم:

$$u_t = U_t(u(m_t), \dots, u_{t+T}(m_{t+T}); \bar{L}_t, \dots, \bar{L}_{t+T}; v(x_t), \dots, v_{t+T}(x_{t+T}); A_{t+T}) \quad (۲)$$

توابع $u, u_{t+1}, \dots, u_{t+T}, v, v_{t+1}, \dots, v_{t+T}$ توابع مطلوبیت فرعی^۱ (یا زیرمطلوبیت) می‌باشند. دوگان با v و v_s ، شاخص‌های قیمتی P_t^* (شاخص جاری) و P_s^* (برنامه ریزی شده) وجود دارند که شاخص‌های هزینه‌ی زندگی هستند. قید بودجه مصرف‌کننده نیز به صورت زیر می‌باشد:

$$p'_s x_s = w_s L_s + \sum_{i=1}^n \left[(1 + r_{i,s-1}) p_{s-1}^* m_{i,s-1} - p_s^* m_s \right] + \left[(1 + R_{s-1}) p_{s-1}^* A_{s-1} - p_s^* A_s \right] + I_s \quad (۳)$$

مصرف‌کننده آن مقدیری از دارایی‌های پولی، مصرف کالاها، اوقات فراغت و دارایی پایه را انتخاب می‌کند که تابع مطلوبیت (۱) را نسبت به قید بودجه (۳) حداکثر کند. اما همان‌طور که بیان شده است، فرایند رسیدن به تقاضای دارایی‌های پولی یک بهینه‌یابی دو مرحله‌ای است. در مرحله‌ی دوم مخارج دارایی‌های پولی و مخارج کالاهای مصرفی را بر دارایی‌های پولی دوره‌ی جاری و کالاهای مصرفی دوره‌ی جاری تخصیص می‌دهد. از آنجایی که هدف نهایی این پژوهش شاخص خدمات دارایی‌های پولی می‌باشد، مرحله‌ی دوم تنها برای مؤلفه‌های پولی انجام خواهد شد. مرحله‌ی دوم برای دارایی‌های پولی به صورت زیر است:

$$\begin{aligned} \max u(m_t) \\ \text{s.t.} \quad \pi'_t m_t = y_t \end{aligned} \quad (۴)$$

1. Subutility

که y_t مخارج اختصاص یافته به دارایی‌های پولی است که از مرحله‌ی اول بهینه‌سازی حاصل می‌آید و $\pi_t = (\pi_{1t}, \dots, \pi_{nt})'$ نیز بردار هزینه‌ی استفاده دارایی پولی است که هر π_{it} به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\pi_{it} = p_t^* (R_t - r_{it}) / (1 + R_t) \quad (5)$$

فرمول هزینه‌ی استفاده خدمات دارایی‌های پولی، فرمول (۵)، توسط بارنت (۱۹۷۸، ۱۹۸۰) استخراج شده است و بهره‌ی قطعی یا هزینه‌ی فرصت نگهداری هر واحد دارایی پولی را اندازه می‌گیرد.

۳-۲- آزمونی برای سازگاری با فرضیه‌ی حداکثر سازی

اولین مسأله اینست که آیا داده‌های مقادیر و هزینه‌ی استفاده دارایی‌های پولی با فرضیه‌ی حداکثرسازی مطلوبیت سازگار هستند یا خیر. روش ناپارامتریک واریان در مورد مشاهداتی که اصل تعمیم‌یافته ترجیحات آشکار (GARP) را نقض می‌کنند، اطلاعاتی را ارائه می‌دهد. اگرچه هیچ روش آماری نسبت به این آزمون وجود ندارد که مثلاً آیا تعداد تناقضات GARP بلحاظ آماری معنادار است؛ اما اگر GARP نقض شود، تفکیک‌پذیری ضعیف را با روش ناپارامتریک نمی‌توان نشان داد و در نتیجه تجمیع پولی نمی‌تواند انجام شود. در مواجهه با این مشکل می‌توان از مطالعه‌ی فلسینگ و فیشر (۱۹۹۷) و نیز فلسینگ و همکاران (۲۰۰۰) بهره برد. در این مطالعه، آن دوره‌هایی که تناقض دارند را مشخص می‌شود تا بتوانند زیرگروه‌هایی را که طی آن، اصل GARP تأمین می‌شود، بیابند. بزرگ‌ترین زیرنمونه سازگار با GARP انتخاب می‌شود که نشان می‌دهد تابع مطلوبیت خانوار نمونه بر دارایی‌های پولی به‌طور متناوب در طول زمان تغییر می‌کند. (سرلتیس، ۲۰۰۶)

جزئیات آزمون GARP در واریان (۱۹۸۲)، به‌طور کامل شرح داده شده است. در اینجا مختصری به این جزئیات پرداخته می‌شود. در نظر بگیرید که $p^i = (p_1^i, \dots, p_k^i)$ مشاهده i ام از هزینه‌ی استفاده K دارایی پولی است و $x^i = (x_1^i, \dots, x_k^i)$ مقادیر متناظر k دارایی پولی است. حال سؤال اینست که چگونه می‌توان نشان داد که این هزینه‌های

استفاده و مقادیر مشاهده شده با اصل حداکثرسازی تابع مطلوبیت سازگار است. یک پاسخ بسیار ساده به سؤال فوق اینست که با تابع مطلوبیت $u(x) = 1$ هر تعداد مشاهده متناهی می‌تواند عقلایی باشد. برای این منظور واریان، تعریف زیر را به کار می‌برد: تابع مطلوبیت $U(x)$ ، مجموعه مشاهدات $(p^i, x^i), i = 1, \dots, n$ را عقلایی می‌کند، تنها اگر برای همه‌ی x ها، شرط $u(x^i) \geq u(x)$ برقرار باشد، به گونه‌ای که $p^i x^i \geq p^i x$ باشد، به عبارتی دیگر اگر رابطه‌ی کالای λ ام با سایر کالاها به صورت $p^i x^i \geq p^i x$ باشد، آنگاه مطلوبیت کالای λ ام از مطلوبیت سایر کالاها بیش‌تر خواهد بود، یعنی $u(x^i) \geq u(x)$ است، بنابراین تابع مطلوبیت مجموعه مشاهدات کالای λ ام را عقلایی می‌کند.

اما سؤال واقعی اینست که چه زمانی مشاهدات می‌توانند با تابع مطلوبیت خوش رفتار و غیر هم ارز عقلایی شوند؟ این پرسش می‌تواند با در نظر گرفتن تئوری افریت^۱ (۱۹۶۷) پاسخ داده شود. بر اساس نظریه‌ی افریت، شرایط زیر هم ارز می‌باشند:

(۱) تابع مطلوبیت اقناع نشده‌ای وجود دارد که داده‌ها را عقلایی می‌کند.

(۲) داده‌ها اصل انتقال را تأمین می‌کنند، به طوری که اگر $p^r x^r \geq p^r x^s, p^s x^s \geq p^s x^t, \dots, p^q x^q \geq p^q x^r$ برقرار باشد، آنگاه $p^r x^r = p^r x^s, p^s x^s = p^s x^t, \dots, p^q x^q = p^q x^r$ است.

(۳) شاخص مطلوبیت U^i و شاخص‌های مطلوبیت نهایی $\lambda^i \geq 0, i = 1, \dots, n$ وجود دارد، به گونه‌ای که عبارت ذیل برقرار است:

$$U^i \leq U^j + \lambda^i P^j (X^i - X^j), \quad i, j = 1, \dots, n$$

(۴) تابع مطلوبیت اقناع نشده، پیوسته، یکنواخت، و مقعری وجود دارد که داده‌ها را عقلایی می‌کند.

اهمیت تئوری افریت از آن جهت است که اگر بتوان نشان داد که داده‌ها هر یک از سه شرط اول را تأمین نمایند، آنگاه می‌توان بیان کرد که شرط چهارم نیز برقرار است. از اینرو با بررسی سازگاری مجموعه‌ی داده‌ها با هریک از آن سه شرط، می‌توان تعیین کرد که آیا داده‌ها با فرضیه حداکثرسازی مطلوبیت سازگار هستند یا خیر. به نظر واریان، از سه شرط فوق، تنها شرط (۲) و (۳)، یک رویکرد سیستماتیکی و شرایط قابل

آزمون‌پذیری را برای سازگاری داده‌ها پیشنهاد می‌کنند. به عقیده وی شرط (۳) به‌دنبال آنست که آیا راه حلی نامنفی برای مجموعه نابرابری‌های خطی وجود دارد. یا خیر؟ وجود چنین راه‌حلی می‌تواند با حل یک برنامه خطی با $2n$ متغیر و n قید بررسی شود. اما در حقیقت تعداد قیود که مربع تعداد مشاهدات می‌باشد، این شرط را به دلایل محاسباتی با مشکل مواجه کرده نمود. به نظر می‌رسد شرط (۲)، از نظر محاسباتی ساده‌تر است و واریان، فرمول معادلی را برای این شرط ارائه می‌دهد که آزمون آن را بسیار ساده‌تر می‌کند. این فرمول بسیار شبیه به ادبیات موضوع ترجیحات آشکار ساموئلسون است. وی این شرط را اصل تعمیم‌یافته‌ی ترجیحات آشکار (GARP) نامیده و الگوریتمی برای بررسی سازگاری داده‌ها با GARP ارائه می‌دهد. روش وی این مسأله را بررسی می‌کند که آیا مجموعه داده‌های مقدار مصرف، پول و هر دارایی دیگر و قیمت‌های آن می‌تواند با تابع مطلوبیت خوش‌رفتار، عقلایی شود. واریان، برای توصیف این فرمول، ابتدا تعاریف زیر را با مشاهده x^i و سبد مصرفی x در نظر گرفته است:

(۱) به‌طور مستقیم آشکارا نسبت به x برتری دارد به عبارتی دیگر:

$$x^i R^i x, \text{ if } p^i x^i \geq p^i x$$

(۲) به‌طور مستقیم اکیداً آشکارا ترجیح دارد نسبت به x ، به عبارتی دیگر:

$$x^i P^i x, \text{ if } p^i x^i > p^i x$$

(۳) آشکارا ترجیح دارد نسبت به x ، به عبارتی دیگر:

$$R^i x^i, \text{ if } p^i x^i \geq p^i x^j, p^j x^j \geq p^j x^1, \dots, p^m x^m \geq p^m x$$

انتقالی رابطه R^0 است.

(۴) به‌طور اکیداً آشکارا ترجیح دارد نسبت به x ، به عبارتی دیگر:

$$x^i P^i x, \text{ if } x^i R^i x^j, x^j P^j x^1, x^1 R^1 x$$

حال مجموعه‌ی داده‌ها باید ۴ شرط زیر را تأمین نمایند:

(۱) اصل قوی ترجیحات آشکار (نوع ۱)، (SARP 1)؛ اگر $x^i R^i x^j$ و $x^j R^j x^1$ برقرار

باشد، آنگاه $x^i = x^j$.

(۲) اصل قوی ترجیحات آشکار (نوع ۲)، (SARP 2)؛ اگر $x^i R^i x^j$ و $x^j \neq x^1$ برقرار

باشد، آنگاه $x^j R^j x^1$ برقرار نیست.

(۳) اصل قوی ترجیحات آشکار (نوع ۳)، (SARP 3)؛ اگر $x^i R x^j$ و $x^j \neq x^i$ برقرار باشد، آنگاه $x^i R x^j$ برقرار نیست.

(۴) اصل تعمیم یافته‌ی ترجیحات آشکار، (GARP)؛ اگر $x^i R x^j$ برقرار باشد، آنگاه $x^i P x^j$ برقرار نیست.

به راحتی می‌توان نشان داد که اگر (SARP 1) و (SARP 2) و (SARP 3) برقرار باشد، (GARP) نیز برقرار است، اما بالعکس آن صادق نیست. به طور کلی SARP نیازمند توابع تقاضای یک مقداری (یک جوابی) است، در حالی که GARP قابل مقایسه با توابع تقاضای چند مقداری می‌باشد. به همین دلیل برای بررسی سازگاری داده‌ها از اصل GARP استفاده می‌شود. با توجه به آنچه در تعریف بیان شده است، تناقض با این اصل، زمانی صورت می‌گیرد که برای شرط $x^i R x^j$ ، شرط $x^i P x^j$ برقرار باشد. توضیحات نرم افزاری این آزمون را می‌توان با جزئیات کامل در واریان (۱۹۸۲) مشاهده کرد. در این پژوهش از نرم افزار R و بسته‌ی نرم افزاری ترجیحات آشکار که توسط بولارت^۱ نوشته شده است، استفاده می‌شود.

۴-۲- آزمون تفکیک پذیری ضعیف

اما از آن جایی که بیش تر مطالعات تقاضای پول، فرم تابعی مطلوبیت با ساختار خاص (که واریان (۱۹۸۲b) به مفاهیم هموتتیک، تفکیک پذیر ضعیف، تفکیک پذیری جمعی (فزاینده)، شبه هموتتیک، در بحث رفتار مصرف کننده، و مدل های مطلوبیت مورد انتظار و مطلوبیت میانگین- واریانس^۲ در بحث رفتار سرمایه گذار اشاره می‌کند) را انتخاب می‌کنند، باید سازگاری داده‌ها را با این ساختارها نیز مورد بررسی قرار داد.^۳ منطق این قضیه توسط افریت (۱۹۶۷)، دایورت (۱۹۷۳)، دایورت و پارکن (۱۹۷۸) و واریان (۱۹۸۰، ۱۹۸۱) توضیح داده شده است.

در توضیح برخی از این ساختارها اشاره می‌شود که تابع f در صورتی هموتتیک است که یکنواخت مثبت و همگن از درجه‌ی یک باشد. به عبارتی اگر $f(x) = g(h(x))$ ، در صورتی که $h(x)$ همگن از درجه‌ی ۱ و $g(h)$ یکنواخت مثبت باشد، آنگاه $f(x)$

1. Julien Boelaert

2. homo-theticity, weak separability, additive separability, quasi-homotheticity, rationing, expected utility, mean variance utility

۳. برای درک بیشتر تک تک این آزمون‌ها به واریان (۱۹۸۳) رجوع کنید.

هموتتیک خواهد بود. همچنین تابع مطلوبیت u در یک گروه از کالاها (y) تفکیک‌پذیر ضعیف است، اگر نرخ نهایی جانشینی بین هر جفت از کالاها در گروه، مستقل از مقادیر مصرف شده از هر کالایی که در گروه نیست، باشد؛ در این صورت $u(x, y) = \bar{u}(x, v(y))$ ، تابع مطلوبیت f تفکیک‌پذیر هموتتیک خواهد بود، اگر بتوان آن را به صورت $U(x, v(y))$ نوشت، به گونه‌ای که $v(y)$ هموتتیک باشد. همچنین تابع مطلوبیت $\bar{u}(x, y)$ تفکیک‌پذیر جمعی نامیده می‌شود، اگر برخی انتقالات یکنواخت از $\bar{u}(x, y)$ وجود داشته باشد به گونه‌ای که برای برخی توابع مطلوبیت $v(y)$ و $u(x)$ داشته باشیم:

$$f(\bar{u}(x, y)) = u(x) + v(y)$$

در مدل مطلوبیت مورد انتظار، سرمایه‌گذار پرتفولیوی خود را به گونه‌ای انتخاب می‌کند که مطلوبیت مورد انتظارش حداکثر شود. تئوری مطلوبیت انتظاری، مطلوبیت هر انتخاب را بر اساس احتمال تحقق آن یا احتمال آن پیامد می‌سنجد. به طوری که اگر پیامدها با x_i و احتمال هر پیامد با p_i نشان داده می‌شود، مدل مطلوبیت موردانتظار پیش‌بینی می‌کند که مردم $\sum_{i=1}^n F(p_i)U(x_i)$ را حداکثر می‌کنند. در تابع مطلوبیت میانگین-واریانس، درحقیقت مطلوبیت مورد انتظار کارگزار تابعی خطی از میانگین و واریانس درآمدش می‌باشد.

در میان این مفاهیم، مفهوم تفکیک‌پذیری ضعیف دارای اهمیت قابل توجهی می‌باشد، چراکه ابزار توجیهی استفاده از تئوری اقتصاد خرد در مباحث پولی است. زمانی که از رویکرد ناپارامتریک به تحلیل تقاضا استفاده می‌شود، که در آن باید مجموعه کوچک‌تری از معادلات تقاضا را برآورد کرد، مفهوم تفکیک‌پذیری ضعیف، مشکل آماری به وجود آمده در نتیجه‌ی فقدان درجه‌ی آزادی را برطرف می‌کند، به گونه‌ای که محدودیت داده و درجه‌ی آزادی را کاهش می‌دهد و برآورد را عقلائی می‌کند. (سوفورد و ویتنی، ۱۹۸۷)، بنابراین از مباحث فوق، ضرورت اعمال آزمون تفکیک‌پذیری ضعیف برای زیرگروه‌های پولی دریافت می‌شود.

یک گروه از کالاها تفکیک‌پذیر ضعیف از دیگر کالاها می‌باشد، اگر نرخ نهایی جانشینی بین هر جفت از کالاها در گروه، مستقل از مقادیر مصرف شده از هر کالایی که در گروه موجود نیست، باشد. تفکیک‌پذیری ضعیف بیان می‌کند که تقاضا برای کالاها در گروه تفکیک‌پذیر، تنها به قیمت کالاها در گروه و نیز مخارج کل گروه بستگی دارد. شورتز (۱۹۵۷)، گورمن (۱۹۵۹) و اوزاوا (۱۹۶۴)، مفهوم تفکیک‌پذیری ضعیف را

از طریق فرم تابع مطلوبیت و با فرم اسلاتسکی تابع تقاضای متناظر تشریح کرده‌اند. تابع مطلوبیت $u(x)$ تفکیک‌پذیری ضعیف نسبت به بخش $\{N_1, \dots, N_S\}$ است، اگر نرخ نهایی جانشینی بین دو کالای i و j از N_S ، $u_i(x)/u_j(x)$ ، مستقل از مقادیر کالاهای خارج از N_S باشد. به عبارت دیگر:

$$\frac{\partial(u_i(x)/u_j(x))}{\partial x_k} = 0 \quad i, j \in N_S \text{ \& } k \notin N_S \quad (7)$$

بنابراین مقادیر بهینه‌ی این کالاها تنها به قیمت‌ها و مخارج گروه بستگی دارد. (گریس، ۲۰۰۷: ۳)

تفکیک‌پذیری می‌تواند با استفاده از آزمون‌های آماری قیود پارامتریک بر فرم تابعی پارامتریک و یا با استفاده از آزمون‌های ناپارامتریک شرایط لازم و کافی بررسی شود. همان‌طور که پیش از این نیز بیان شد، تأکید این پژوهش بر رویکرد ناپارامتریک واریان است، لذا به بررسی آزمون ناپارامتریک توضیح داده شده توسط وی پرداخته می‌شود. واریان شرایط لازم و کافی را براساس روابط دوگان^۱ برای مجموعه‌ای از داده‌های سازگار با حداکثرسازی مطلوبیت نئوکلاسیکی و برای تفکیک‌پذیری ضعیف استخراج و اثبات کرده است که مجموعه‌ای از قیمت‌های مشاهده شده و داده‌های فصلی می‌توانند با تابع مطلوبیت خوش رفتار عقلایی شوند اگر و فقط اگر مجموعه داده‌ها، اصل تعمیم یافته ترجیحات آشکار (GARP) را تأمین کنند. شرایط لازم و کافی که وی استخراج نمود، را می‌توان به‌طور کامل در واریان (الف: ۱۰۶-۱۰۴) مشاهده کرد. در اینجا به‌طور خلاصه تئوری واریان مطرح می‌شود.

واریان فرض می‌کند داده‌ها به دو مجموعه کالاها و قیمت‌های $(p^1, x^1), (q^1, y^1)$ بخش‌بندی شوند. دو سبد دلخواه x و y را برای کالاهای x و کالاهای y در نظر می‌گیرد. به بیان وی، تابع مطلوبیت u تفکیک‌پذیر ضعیف در کالاهای y است، اگر بتوان تابع زیرمطلوبیت $v(y)$ و تابع $\bar{u}(x, v)$ که اکیداً فزاینده در $v(y)$ است، را یافت، به‌طوری‌که:

$$u(x, y) \equiv \bar{u}(x, v(y)) \quad (8)$$

سپس واریان در تعیین معیاری تفکیک‌پذیری، نکته زیر را در نظر گرفته و مسأله حداکثر سازی را به کار می‌گیرد؛ اگر داده‌ها با تابع مطلوبیت تفکیک‌پذیر تولید شوند،

آنگاه داده‌های $((p^i, x^i), (q^i, y^i))$ باید GARP را تأمین کنند. از این‌رو هر y^i باید مسأله زیر را حل نماید:

$$\max v(y) \text{ subject to } q^i y \leq q^i y^i \quad (9)$$

در صورتی که از حل مسأله فوق، y^* بیش‌ترین مطلوبیت را به‌دست دهد و قید بودجه را تأمین کند، آنگاه شرایط لازم عبارت خواهند بود از:

$$\bar{u}(x^i, v(y^*)) > \bar{u}(x^i, v(y^i)) \quad (10)$$

$$p^i x^i + q^i y^* \leq p^i x^i + q^i y^i$$

اما برای شرط کافی از نابرابری خمیدگی (مقعر بودن) برای u ، \bar{u} و v استفاده می‌کند:

$$\begin{aligned} u(x^i, y^i) &\leq u(x^j, y^j) + \lambda^j p^j (x^i - x^j) + \lambda^j q^j (y^i - y^j) \\ \bar{u}(x^i, v^i) &\leq \bar{u}(x^j, v^j) + \lambda^j p^j (x^i - x^j) + \mu^j (v^i - v^j) \end{aligned} \quad (11)$$

$$u(x^i) \leq v(x^j) + \mu^j q^j (y^i - y^j)$$

که ρ به صورت $\partial \bar{u} / \partial v(x^i, v^i)$ و μ^j نیز به صورت مطلوبیت نهایی درآمد در y^j تعریف شده است. با استفاده از قاعده‌ی زنجیره‌ای برای y کالا داریم:

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial y_t} = \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial v} \right) \left(\frac{\partial v}{\partial y_t} \right) \quad (12)$$

با جای‌گذاری در رابطه فوق به شرط کافی زیر دست می‌یابد:

$$U^i \leq U^j + \lambda^j p^j (x^i - x^j) + (\lambda^j / \mu^j) (v^i - v^j) \quad (13)$$

در نهایت وی تئوری خود از تفکیک‌پذیری ضعیف را شکل می‌دهد؛ بر طبق تئوری وی، شرایط ذیل معادل هم می‌باشند:

(۱) تابع مطلوبیت تفکیک‌پذیر، مقعر، یکنواخت، پیوسته و اقناع نشده‌ای وجود

دارد به گونه‌ای که داده‌ها را عقلایی می‌کند؛

(۲) مقادیر U^i ، V^i ، $\lambda^i > 0$ و $\mu^i > 0$ وجود دارد که شرایط زیر را تأمین می‌کند:

$$U^i \leq U^j + \lambda^j p^j (x^i - x^j) + (\lambda^j / \mu^j) (v^i - v^j)$$

$$V^i \leq V^j + \mu^j q^j (y^i - y^j)$$

(۳) داده‌های (q^i, y^i) و (p^i, x^i, V^i, μ^i) اصل GARP را تأمین می‌کنند که

برای برخی انتخاب‌های (V^i, μ^i) که نابرابری افريت را تأمین می‌کند.

بنابراین تفکیک‌پذیری ضعیف بیان می‌کند که گروهی از شاخص قیمت‌ها و مقادیر وجود دارد به گونه‌ای که مقادیر و قیمت‌ها برای دسته‌ی قابل تفکیکی از کالاها با این گروه از شاخص‌های قیمت و مقدار، جایگزین شده است؛ پس داده‌ها هنوز می‌توانند با تابع مطلوبیت خوش رفتار، عقلایی شوند. (گریس، ۲۰۰۷: ۱۹) نتایج تجربی این آزمون در بخش بعدی ارائه خواهد شد. از تفکیک‌پذیری ضعیف می‌توان برای گروه‌بندی دارایی‌های پولی نیز بهره برد، که این امر محاسبه‌ی تجمیع‌های پولی را ساده می‌کند. در حقیقت تابع مطلوبیت خدمات پولی $f(x)$ فرم تفکیک‌پذیر بازگشتی قوی به صورت زیر دارد:

$$f(x) = f^4(x^4, f^3(x^3, f^2(x^2, f^1(x^1))))$$

که مؤلفه‌های x^1 مؤلفه‌های تجمیع پولی M1 فدرال رزرو، مؤلفه‌های x^2 در تجمیع پولی M2 به جز x^1 ، مؤلفه‌های x^3 در تجمیع پولی M3 به جز x^1 و x^2 ، و مؤلفه‌های x^4 نیز در تجمیع پولی L به جز x^1 و x^2 و x^3 هستند. هر تابع تجمیع‌کننده $f^t, t=1, \dots, 4$ دو تفسیر دارد، از یک سوی می‌تواند به‌عنوان دسته‌ای خاص از توابع مطلوبیت تصور شود؛ و از سوی دیگر می‌تواند به‌عنوان معیار تجمیع فرعی از خدمات پولی تفسیر گردد. در حالت دوم توابع تجمیع‌کننده f^t ، تجمیع‌های پولی تابعی هستند، در صورتی که Q_1 تجمیع پولی برای مؤلفه‌های M1، Q_2 برای M2، Q_3 پولی برای M3، Q_4 برای L می‌باشد، پس می‌توان نوشت:

$$Q_1 = f^1(x^1);$$

$$Q_2 = f^2(x^2, f^1(x^1)) = f^2(x^2, Q_1);$$

$$Q_3 = f^3(x^3, f^2(x^2, f^1(x^1))) = f^3(x^3, Q_2);$$

$$Q_4 = f^4(x^4, f^3(x^3, f^2(x^2, f^1(x^1)))) = f^4(x^4, Q_3)$$

(سرلتیس، ۲۰۰۱). باتوجه به دارایی‌های پولی ایران می‌توان گروه‌بندی مشابه را

نیز ترتیب داد.

۳- متغیرها و داده‌ها

به‌طورکلی منبع مورد اعتماد آمارهای اقلام پولی در هر کشوری، بانک مرکزی می‌باشد. باتوجه به آمارهای پولی کشورمان ایران، تنها داده‌های اقلام پولی مناسب و در دسترس، داده‌های به‌صورت ماهانه و از ماه اول سال ۱۳۸۷ تا ماه دوازدهم ۱۳۹۱

می‌باشد. انتخاب این بازه‌ی زمانی به دو دلیل است: اول، قبل از سال ۱۳۸۷، سپرده‌ی مدت‌دار از سپرده پس‌انداز جدا نبوده و آمار به‌صورت کلی برای این دو قلم ارائه شده است؛ دوم، پس از سال ۱۳۹۱، آمار ۶ بانک جدید و ۴ مؤسسه اعتباری اضافه شده است که امکان مقایسه با سال‌های قبل را مشکل می‌کند. محقق در این پژوهش با مشاهده‌ی آمارها توانسته است تقسیم‌بندی (در ضمیمه و جدول (۱) آورده شده است) را در اقلام پولی ارائه دهد که در آن بین برخی اقلام پولی نزد بانک‌های تجاری، بانک‌های تخصصی و بانک‌های غیردولتی تفکیک وجود دارد. این امر مشابه تقسیم بندی فدرال رزرو انجام گرفته است که بین اقلام پولی نزد بانک‌های تجاری و مؤسسات قبول اندوخته تفکیک قائل شده است. اما در بررسی آزمون‌ها هم مقادیر و هم قیمت‌ها نیاز است. همان‌گونه که در تشریح مدل بیان شده است، قیمت‌ها بر اساس فرمول هزینه‌ی استفاده بارنت برای هر یک از دارایی‌های پولی محاسبه می‌شوند. برای این منظور داشتن نرخ بازدهی هر یک از دارایی‌های پولی و نرخ بازدهی دارایی محک مورد نیاز است. طبق تعریف دارایی محک و باتوجه به شرایط ایران، از اوراق مشارکت برای این دارایی استفاده شده است. در محاسبه‌ی نرخ بازدهی سپرده‌های دیداری، سپرده‌های قرض الحسنه و سایر سپرده‌ها که درصدی از آن به‌عنوان ذخایر قانونی کسر می‌گردد، از فرمول بیان می‌شود توسط کلین^۱ (۱۹۷۴) استفاده شده است:

$$r_D = r_I (1 - R/D) \quad (14)$$

در فرمول فوق، r_I نرخ بازدهی سرمایه‌گذاری بانکی است که باتوجه به شرایط ایران، سرمایه‌گذاری بانکی تنها از طریق تسهیلات صورت می‌گیرد و بنابراین به‌جای این نرخ از نرخ سود تسهیلات استفاده شده است؛ (R/D) نسبت ذخایر قانونی به سپرده‌ها است که آمار این نسبت برای هر یک از اقلام سپرده ذکر شده در سایت بانک مرکزی موجود می‌باشد.

۴- نتایج تجربی

طبق آنچه بیان شده، اولین آزمون، سازگاری داده‌های دارایی‌های پولی با فرضیات حداکثرسازی مطلوبیت است، چراکه سازگاری با GARP شرط ضروری تفکیک‌پذیری تابع مطلوبیت می‌باشد. برای این منظور ابتدا سازگاری کل داده‌های دارایی‌های پولی

1. Klein

(شامل ۱۹ قلم) در بازه‌ی زمانی مورد بررسی (۹۱-۱۳۸۷) با اصل حداکثرسازی مطلوبیت مورد بررسی قرار می‌گیرد. طبق نتایج ارائه شده در جدول ۱، تعداد ۲ مشاهده‌ی نقض‌کننده‌ی فرضیه‌ی سازگاری وجود دارد. این تناقضات می‌تواند به علت شکست در ترجیحات، ابداعات مالی، خطای اندازه‌گیری و ناسازگاری در روش مورد استفاده در ساخت داده‌های پولی و یا در نهایت در اثر تغییر در چارچوب قانونی یک اقتصاد به‌دست آمده باشد. از آنجایی که برخی از اقتصاددانان (همانند سوفورد و ویتنی، ۱۹۸۶) بر این باورند هرگونه نقض GARP به معنای انست که تفکیک‌پذیری ضعیف قابلیت اجرا ندارد، برای اطمینان بیش‌تر، از یک راه حل استاندارد در ادبیات موضوع تفکیک‌پذیری ضعیف، استفاده که طبق آن دوره‌ی مورد بررسی به زیرمجموعه‌هایی تقسیم بندی نموده و آزمون سازگاری در مورد آن‌ها به کار برده شده است. با انجام این فرایند، ۲ زیر مجموعه که همپوشانی ندارند و این فرضیه را بدون هیچ گونه مشاهده‌ی نقض‌کننده، تأمین می‌کنند، به دست آمده است: زیر مجموعه‌ی اول: بازه‌ی زمانی ۱۳۸۷:۱ الی ۱۳۸۸:۱۲ (مجموعاً ۲۴ مشاهده) و زیرمجموعه‌ی دوم: بازه‌ی زمانی ۱۳۸۹:۱ الی ۱۳۹۱:۱۲ (مجموعاً ۳۶ مشاهده)، بنابراین می‌توان از این دو زیر مجموعه که دارای سازگاری کلی با GARP هستند، در مراحل بعد استفاده کرد.

جدول ۱. نتایج آزمون سازگاری کل داده‌های پولی با GARP

زیرمجموعه دوم: ۱۳۸۹:۱ الی ۱۳۹۱:۱۲	زیرمجموعه اول: ۱۳۸۷:۱ الی ۱۳۸۸:۱۲	کل مجموعه ۱۳۸۷:۱ الی ۱۳۹۱:۱۲
تعداد مشاهدات نقض‌کننده	تعداد مشاهدات نقض‌کننده	تعداد مشاهدات نقض‌کننده
صفر	صفر	۲

در گام بعدی گروه‌بندی دارایی‌های پولی و سپس آزمون سازگاری گروه‌ها با GARP انجام می‌گیرد. در گروه‌بندی دارایی‌ها سعی شده است اقلامی که از یک جنس هستند (به‌طور مثال اسکناس و مسکوک نزد مردم، بانک تجاری، بانک تخصصی و بانک غیردولتی) در یک دسته قرار گیرند. در این صورت، اقلام را می‌توان در ۶ دسته‌ی کلی قرار داد: (اسکناس و مسکوک (C) - سپرده‌ی دیداری (D) - سپرده‌ی مدت‌دار (T) - سپرده‌ی قرض الحسنه (S) - سپرده‌ی بخش دولتی (G) - سایر سپرده‌ها (O)). بر این اساس، گروه‌بندی اقلام پولی انجام گرفته، که در ضمیمه و در جدول (۲) نمایش داده

شده است، بنابراین دومین تحلیل، مبتنی بر ۱۵ گروه پولی به معنای ۱۵ انتخاب متفاوت از ارقام پولی است. همان‌طور که مشاهده می‌شود این گروه‌ها به صورت D15-D1 نمایش داده شده‌اند. محدودترین گروه، D1 است که شامل اسکناس و مسکوک و سپرده‌های دیداری می‌باشد.

مرحله‌ی بعد بر جانشینی بین دارایی‌های پولی تمرکز دارد. در حقیقت به دنبال یافتن ساختاری برای دارایی‌های پولی هستیم که تفکیک‌پذیر ضعیف نیز باشد. برای آنکه درک روشن‌تری از این مرحله وجود داشته باشد، فرض می‌شود که ساختار دارایی‌های پولی بر اساس گروه اول (D1) بیابیم. برای این منظور باید شرط لازم و کافی تفکیک‌پذیری ضعیف تابع $U\{(C,D), T, S, G, O\}$ بررسی می‌شود. شرط لازم تفکیک‌پذیری این تابع، بررسی سازگاری (C,D) با GARP است و شرط کافی آن، بررسی سازگاری (T,S,G,O) با GARP می‌باشد.

جدول ۲. نتایج آزمون سازگاری داده‌های گروه‌های پولی با GARP

نام گروه	شرح گروه	زیرمجموعه اول: ۱۳۸۷:۱ الی ۱۳۸۸:۱۲		زیرمجموعه دوم: ۱۳۸۹:۱ الی ۱۳۹۱:۱۲	
		تعداد تناقضات	متوسط تناقضات (%)	تعداد تناقضات	متوسط تناقضات (%)
D1	$U = U\{(C,D), T, S, G, O\}$	صفر	٪۰	صفر	٪۰
D2	$U = U\{(C,D,S), T, G, O\}$	صفر	٪۰	صفر	٪۰
D3	$U = U\{(C,D,T), S, G, O\}$	۳	٪۱/۳	صفر	٪۰
D4	$U = U\{(C,D,G), T, S, O\}$	صفر	٪۰	صفر	٪۰
D5	$U = U\{(C,D,O), T, S, G\}$	صفر	٪۰	صفر	٪۰
D6	$U = U\{(C,D,T,S), G, O\}$	صفر	٪۰	صفر	٪۰
D7	$U = U\{(C,D,T,G), S, O\}$	صفر	٪۰	صفر	٪۰
D8	$U = U\{(C,D,T,O), S, G\}$	صفر	٪۰	صفر	٪۰
D9	$U = U\{(C,D,S,G), T, O\}$	صفر	٪۰	۳	٪۱
D10	$U = U\{(C,D,S,O), T, G\}$	صفر	٪۰	صفر	٪۰
D11	$U = U\{(C,D,G,O), T, S\}$	صفر	٪۰	صفر	٪۰
D12	$U = U\{(C,D,T,S,G), O\}$	صفر	٪۰	صفر	٪۰
D13	$U = U\{(C,D,T,S,O), G\}$	صفر	٪۰	صفر	٪۰
D14	$U = U\{(C,D,T,G,O), S\}$	صفر	٪۰	صفر	٪۰
D15	$U = U\{(C,D,S,G,O), T\}$	صفر	٪۰	صفر	٪۰

بنابراین در وهله‌ی اول شرط ضروری در جدول ۲ نشان داده شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود، شرط لازم و ضروری تفکیک‌پذیری ضعیف در هریک از زیرمجموعه‌ها تنها در یک گروه پولی نقض شده است و متوسط درصد تناقضات بسیار کم است به طوری که در برخی از مطالعات تا این حد تناقض نادیده گرفته شده است (همانند سوفورد و ویتنی، ۱۹۸۸، ۱۹۸۷، ۱۹۸۶، الگار، ۲۰۰۴) که این مسأله به این دلیل است که اگر درصد تناقضات را با توجه به کلیه مشاهدات در هر گروه در نظر بگیرید، این میزان بسیار اندک خواهد بود، بنابراین می‌توان نتیجه گرفت تا حدودی شرط ضروری تفکیک‌پذیری ضعیف در هر سه بازه‌ی زمانی در تمامی زیرگروه‌های دارایی‌های پولی تأمین شده است؛ اما به‌طور حتم این نتیجه در زیرگروه‌هایی که هیچ‌گونه نقضی را نشان نمی‌دهند، برقرار است.

در جدول (۳)، شرط کافی و لازم و نیز نتایج نهایی آزمون تفکیک‌پذیری ضعیف تابع مطلوبیت در هریک از زیرگروه‌های دارایی‌های پولی، نمایش داده شده است. سلول‌های ستاره‌دار (*)، تفکیک‌پذیری ضعیف تابع مطلوبیت را نشان می‌دهند.

جدول ۳. نتایج آزمون تفکیک‌پذیری ضعیف گروه‌های پولی

نام گروه	زیرمجموعه اول: ۱۳۸۷:۱ الی ۱۳۸۸:۱۲			زیرمجموعه دوم: ۱۳۸۹:۱ الی ۱۳۹۱:۱۲		
	شرط ضروری	شرط کافی	قبول تفکیک‌پذیری ضعیف	شرط ضروری	شرط کافی	قبول تفکیک‌پذیری ضعیف
D1	Pass	Pass	*	Pass	Fail	
D2	Pass	Pass	*	Pass	Fail	
D3	Fail	Pass		Pass	Fail	
D4	Pass	Pass	*	Pass	Fail	
D5	Pass	Pass	*	Pass	Fail	
D6	Pass	Pass	*	Pass	Fail	
D7	Pass	Pass	*	Pass	Fail	
D8	Pass	Pass	*	Pass	Fail	
D9	Pass	Pass	*	Fail	Fail	
D10	Pass	Pass	*	Pass	Fail	
D11	Pass	Pass	*	Pass	Fail	
D12	Pass	Pass	*	Pass	Pass	*
D13	Pass	Pass	*	Pass	Pass	*
D14	Pass	Pass	*	Pass	Pass	*
D15	Pass	Pass	*	Pass	Fail	

همان‌طور که مشاهده می‌شود، در زیرمجموعه‌ی اول، تمامی زیرگروه‌های دارایی پولی شرط کافی را تأمین کرده و طبق آنچه قبلاً بیان شد به جز زیرگروه سوم، شرط لازم نیز در تمامی زیرگروه‌ها تأمین شده است، بنابراین می‌توان نتیجه گرفت در زیرمجموعه‌ی اول، شرط تفکیک‌پذیری ضعیف در تمامی زیرگروه‌ها از دارایی‌های پولی به جز زیرگروه شماره ۳ برقرار است، اما در زیرمجموعه‌ی دوم، تنها ۳ زیرگروه از دارایی‌های پولی این شرط را تأمین کرده‌اند. همان‌طور که قبلاً نیز بیان شد، تعداد تناقضات بسیار کم شاید تاحدودی تفکیک‌پذیری ضعیف را تأیید می‌کند، اما باین وجود به‌طور حتم از آن دسته از زیرگروه‌های پولی که این شرط را تأمین کرده‌اند، می‌توان در محاسبه‌ی تجمیع‌های پولی بهره برد.

۴- نتیجه‌گیری و پیشنهادات

این پژوهش آزمون ناپارامتریک هال واریان را بر مجموعه داده‌های دارایی‌های پولی اجرا کرده است. برای این منظور ابتدا سازگاری داده‌های ماهانه‌ی پولی با فرضیه‌ی حداکثرسازی مطلوبیت در بازه‌ی زمانی ۱/۱۳۷۸ تا ۱۲/۱۳۹۱ بررسی شده است. براساس نتایج مشخص می‌شود که این داده‌ها وقتی به‌صورت کلی و در بازه‌ی زمانی کل در نظر گرفته می‌شوند، با متوسط بسیار پایین تناقضات، می‌توانند با تابع مطلوبیت خوش رفتار عقلایی شوند. برای اطمینان زیرمجموعه‌های زمانی یافت شده است که به‌طور کلی و بدون هیچ‌گونه تناقض، سازگار با GARP می‌باشند. سپس دارایی‌های پولی به ۱۵ گروه کلی تقسیم‌بندی شده و آزمون تفکیک‌پذیری ضعیف در مورد آن‌ها به کار برده می‌شود. طبق نتایج شرط لازم تفکیک‌پذیری ضعیف در تمامی زیرگروه‌ها به جز یک زیرگروه در بازه‌ی زمانی ۱/۱۳۷۸ تا ۱۲/۱۳۸۸ تأمین شده و شرط کافی آن نیز به‌طور کامل تأمین می‌شود، در نتیجه در این بازه‌ی زمانی تفکیک‌پذیری ضعیف به‌طور قطع در ۱۴ زیرگروه پولی برقرار است. در بازه‌ی زمانی دوم ۱/۱۳۸۹ تا ۱۲/۱۳۹۱، این نتیجه نیز به‌دست آمده است که در برخی از زیرگروه‌های پولی شرط لازم و کافی تفکیک‌پذیری ضعیف تابع مطلوبیت برقرار است. این نتیجه نشان می‌دهد که در این دو بازه‌ی زمانی و در آن دسته از زیرگروه‌های پولی که شرط تفکیک‌پذیری را به‌طورکلی تأمین می‌کنند، اگر فرم تابعی خاصی در ادبیات موضوع تقاضای پول رد می‌شود،

به معنای رد تحلیل تقاضای پول مبتنی بر مطلوبیت نیست، بلکه به معنای رد تصریح خاص تابع و یا رد گروه خاص دارایی‌های پولی است.

از آنجایی که مطالعه‌ای در ایران در این موضوع صورت نگرفته است، لذا در حقیقت امکان مقایسه‌ی نتایج این تحقیق با تحقیقات مشابه وجود ندارد. گرچه تحقیقات خارجی که در این موضوع ارائه شده، تنها بر گروه‌های M1 و M2 از دارایی‌های پولی تمرکز دارد که همان گروه‌های D1 و D2 در این پژوهش می‌باشد و از این جهت در موضوع سازگاری با اصل حداکثرسازی، نتایج به دست آمده در این تحقیق با نتایج مطالعات خارجی انطباق داشته و دارایی‌های پولی در ایران، همانند دارایی‌های پولی در خارج از کشور سازگار با اصل حداکثرسازی مطلوبیت می‌باشد، اما کم‌کم تفاوت در نتایج تفکیک‌پذیری تابع مطلوبیت، به دلیل تفاوت در داده‌های مورد استفاده در دو نمونه‌ی موردی مختلف، وجود دارد.

پیشنهادات اساسی در کاربرد نتایج این پژوهش، استفاده از گروه‌های سازگار و تفکیک‌پذیر در انتخاب فرم‌های تابعی خاص مطلوبیت، برآورد کشش‌های جانشینی بین دارایی‌های پولی و نیز محاسبه‌ی تجمیع‌های پولی در روش‌های مختلف می‌باشد. همچنین می‌توان دیگر ساختارهای ترجیحات مانند ترجیحات هموتتیک را برای گروه‌های سازگار با GARP مورد بررسی قرار داد.

منابع

1. Afriat, S. (1967). "The Construction of a Utility Function from Expenditure Data." *International Economic Review*, 8(1), 67-77.
2. Barnett, W. (1978). "The User Cost of Money", *Economics Letters*, 1, 145-149
3. ----- (1980). "Economic Monetary Aggregates: An Application of Index Numbers and Aggregation Theory", *Journal of Econometrics*, 14, 11-14.
4. ----- (1982). "The Optimal Level of Monetary Aggregation", *Journal of Money Credit and Banking*, 14, 687-710.
5. ----- (1997). "Which Road Leads to Stable Money Demand?" *Economic Journal*, 107, 1171-1185.
6. Binner, J. M., & Rakesh, K., & Elger, T., & Jones, B., & Andrew, M. (2009). "Admissible monetary aggregates for the euro area", *Journal of International Money and Finance*, 28(1), 99-114.

7. Diewert, W. E. (1973). "Afriat and revealed preference theory", *The Review of Economic Studies*, 40, 419-426.
8. Diewert, W. E., & Parkan, C. (1985). "Tests for consistency of consumer data and nonparametric index numbers", *Journal of Econometrics*, 30, 127-147.
9. Drake, L., Flessig, A., & Swofford, J. (2003). "A Semi-nonparametric Approach to the Demand for UK Monetary Assets", *Economica* 70, 99-120.
10. Drake, L., & Fleissig, A. (2004). "Semi-nonparametric estimates of currency substitution: The demand for sterling in Europe", *Review of International Economics*, 12, 374-394.
11. Elger T., & Jones, B., & Edgerton, D., & Binner, J. (2004). "The Optimal Level of Monetary Aggregation in the UK". WP Lund University, Department of Economics.
12. Ewis, N., & Fisher, D. (1984). "The Translog Utility Function and the Demand for Money in the United States", *Journal of Money, Credit, and Banking* 16, 52-34.
13. Fisher, D., & Fleissig, A. (1997). "Monetary Aggregation and the Demand for Assets", *Journal of Money, Credit, and Banking*, 29, 458-475.
14. Fleissig A., & Serletis, A. (2002). "semi-Non-Parametric Estimates of Substitution for Canadian Monetary Assets", *the Canadian Journal of Economics*, 35(1), 78-91.
15. Fleissig, A., & Alastair H., & Seater J. (2000). "GARP, separability and the representative agent", *Macroeconomic Dynamics* 4, 324-42.
16. Grace, S. (2008). "The World According to GARP: Nonparametric Tests of Weak Separability and Its Monte Carlo Studies", Submitted to the graduated degree program in Economics and the Graduate Faculty of the University of Kansas in partial fulfillment of the requirements of the degree of Doctor of Philosophy. Professor William Barnett Chairperson.
17. Hjertstrand P., & Swofford, J., & Whitney, G. (2013). "Revealed Preference Tests of Utility Maximization and Weak Separability of Consumption, Leisure and Money with Incomplete Adjustment", IFN Working Paper, 971.
18. Jones B., & De Peretti, P. (2005). "A Comparison of Two Methods for Testing the Utility Maximization Hypothesis when Quantity Data are Measured with Error", *Macroeconomics Dynamics*, 9 (5).
19. Klein, B. (1974). "Competitive Interest Payments on Bank Deposits and the Long-Run Demand for Money", *the American Economic Review*, 64 (6), 931-949.

20. Sarwar, H., & Hussain, Z. & Sarwar, M. (2011). “*A Semi-Nonparametric Approach to the Demand for Money in Pakistan*”, the Lahore Journal of Economics 16 (2), 87–110.
21. Serletis, A. (2001). “*The Demand for Money*”, Theoretical and Empirical Approaches, Kluwer
22. ----- (2006). “*Money and Economy*”, World Scientific Publishing Company.
23. Swofford, J., & Whitney G. (1986). “*Flexible Functional Forms and the Utility Approach to the Demand for Money: A Nonparametric Analysis*”, Journal of Money, Credit, and Banking, 18, 383-389.
24. ----- (1987). “*Nonparametric Tests of Utility Maximization and Weak Separability for Consumption, Leisure and Money*”, Review of Economic and Statistics, 69, 458-464.
25. ----- (1994). “*A Revealed Preference Test for Weakly Separable Utility Maximization with Incomplete Adjustment*”, Journal of Econometrics 60, 235-249.
26. Varian, H. (1982a). “*The Nonparametric Approach to Demand Analysis.*” Econometrica, 50 (4), 945-974.
27. ----- (1982b). “*The Nonparametric Methods in Demand Analysis.*” Economics Letters 9, 23-29.
28. ----- (1983). “*Nonparametric Tests of Consumer Behavior.*” Review of Economic Studies, 50 (1), 99-110