

شناسایی بدفهمی های رایج ریاضی پایه سوم ابتدایی

زهرا کریم نژاد لالمی^۱، نرگس امینی سیاهمزگی^۲

^۱مدرس دانشگاه بنت الهدی صدر رشت (نویسنده مسئول)

^۲دانشجوی آموزش ابتدایی بنت الهدی صدر رشت

چکیده

درک مفاهیم ریاضی در بعضی از دانش آموزان همیشه با یک سری اشتباهاتی همراه است، درک درست دانش آموزان از بدفهمی ها و اشتباهاتی که در فرایند یادگیری و حل مسئله به وجود می آید یکی از عوامل رشد عملکرد و پیشرفت ریاضی آنان محسوب می شود. هدف از این پژوهش مشخص کردن بخشی از یافته های پژوهشی در زمینه شناسایی بدفهمی های رایج ریاضیات پایه سوم مقطع ابتدایی و ارائه راه حل درست برای آموزش مناسب آن است. برای شناسایی بدفهمی های رایج دانش آموزان و ارائه آموزش آن ضمن استفاده از تجارب پژوهشگران، از مطالعات کتابخانه ای، مصاحبه با معلمین با تجربه و تجربیات خودم استفاده شده است. نتیجه تحقیقات از پژوهش نشان می دهد، دانش آموزان پایه ی سوم ابتدایی با بد فهمی های بسیاری درحوزه های موضوعی و فرایندی ریاضی روبرو هستند. با استفاده از تاکید بر تفاوت ها و شباهت ها در زمان تدریس، توجه به تفاوت های فردی، کاهش فشار روانی و راهکار های مناسب می توان از این رویداد جلوگیری کرده و به فرایند یادگیری کمک کرد.

واژه های کلیدی: بدفهمی، کسر، محیط، مساحت

پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی
پرتال جامع علوم انسانی

مقدمه

با توجه به اینکه درس ریاضی یکی از دروس مهم این مقطع و پیش نیاز ریاضی سال های بعد می باشد، رفع مشکلات و بدفهمی دانش آموزان در پایه سوم نقش مهمی در بهبود عملکرد آنها در درس ریاضی خواهد داشت. در این بخش تعدادی از بدفهمی هایی که توسط معلمان کلاس سوم ابتدایی گزارش شده و همچنین تجربیات چندین ساله خود را بیان و راهکارهایی را برای یادگیری بهتر و رفع بدفهمی دانش آموزان ارائه می کنیم.

بدفهمی هایی که در این پژوهش به آن پرداخته ایم به شرح زیر هستند:

۱-الگوها

۲- خواندن ساعت در بعد از ظهر و قبل از ظهر

۳- اعداد چهار رقمی و حروف نویسی تساوی

۴- مقایسه ی کسر ها،

۵- محیط و مساحت.

مبانی نظری و پیشینه پژوهش

اشتباهات و بدفهمی های دانش آموزان در ریاضیات

هر جا که آموزش و یادگیری در میان باشد، امکان فراگیری ناقص و نارسایی برخی از مطالب و مفاهیم مورد آموزش وجود دارد (زهرهوند، ۱۳۹۲). دانش آموزان در درک مفاهیم مختلف دچار خطاهای متعددی می شوند که به طور کلی می توان آنها را در دو نوع تقسیم کرد.

۱- خطاهای محاسباتی و بی دقتی هایی که نظام مند (قابل پیش بینی نیستند و ما عنوان «اشتباه» را به آنها اختصاص می دهیم. اشتباهات معمولاً خطاهایی هستند که در اثر بی دقتی رخ می دهند. هنگامی که معلم از دانش آموز می خواهد پاسخ هایش را بیازماید یا مجدد محاسباتش را نگاه کند، چنانچه دانش آموز مفهوم تدریس شده را به خوبی درک کرده باشد، متوجه آن اشتباه می شود (باتل، ۱۳۸۹).

۲- خطاهای نظام مند که تحت عنوان «بدفهمی» شناخته می شوند. باتل (۱۳۸۹) بیان می دارد که بدفهمی ناشی از این است که دانش آموز، مطلب را درک نکرده یا به غلط درک کرده است. این خطاها ناشی از بی دقتی یا بی توجهی به فعالیت نیستند و ریشه های عمیق تری دارند. بدفهمی دانش آموزان ممکن است از تجربیات و دانسته های پیشین آنها در زندگی روزمره نشأت بگیرد و به طور جدی توسط دانش آموزان حفظ شود و لذا نتایج حاصل از یادگیری آنها را به تأخیر می اندازد (پور عظیماء ۱۳۹۱)

بدفهمی ها برای یاددهی و یادگیری بسیار با اهمیت هستند زیرا بخشی از ساختار درک مفهومی دانش آموزان را تشکیل می دهند و جزئی از فرآیند ساختن مفاهیم جدید و ارزیابی طرحواره های شخصی محسوب می شوند. در نتیجه، بدفهمی ها روی یادگیری مطالب جدید تأثیر منفی خواهند گذاشت. در واقع آن ها موانع جدی برای ساخت مفاهیم تخصصی هستند و ممکن است یادگیری و درک مفاهیم جدید را مختل کنند (کریمی کیا، ۱۳۹۱).

چند تعریف از بدفهمی

اوزکان (۲۰۱۱) بیان می کند بدفهمی ها، مفاهیمی هستند که شخص تصور می کند درست هستند و به طور معمول از آن ها استفاده می کند. آلن (۲۰۰۷) بدفهمی را یک ایده یا یک نظر اشتباه می داند که از درک نادرست بعضی چیزها ناشی می شود. میکائیل (۲۰۰۲) بدفهمی ها را ناهماهنگی و تناقض بین مفهومی که دانش آموز باید یاد بگیرد و مدل مفهومی که آن ها در ذهنشان می سازند تعریف می کند. بدفهمی، درک یک مفهوم به صورت نادرست یا ناقص می باشد و برای دانش آموزانی که با آن مواجه هستند، معنادار و کارآمد است (اریلماز و سورملی، ۲۰۰۲: نقل شده در زهره وند، ۱۳۹۲). اسمیت، دیسیسا و روسچل (۱۹۹۳) معتقدند که اشتباهات به طور تصادفی ساخته نمی شوند، بلکه به طور نظام مند توسط دانش آموز شکل می گیرد و به طور قابل توجهی متفاوت از خطاهای محاسباتی معمولی هستند. مستر (۱۹۸۹) معتقد است برخی از ایده هایی که دانش آموزان برای ساختن مفاهیم دنیای خود استفاده می کنند، ممکن است ناقص باشد و تمام حقیقت نباشد که بدفهمی ها نامیده می شوند. بلاسر (۱۹۸۷) اظهار می نماید بدفهمی یک معنای ضمنی روشن از یک ایده اشتباه یا یک مدل یا نظریه رسمی نادرست است. وایت و میشل مور (۲۰۰۲) توضیح می دهند که مفاهیم، طی یک فرایند انتزاعی در ذهن شکل می گیرند، فرایندی که توسط آن، فرد نسبت نظم و تشابهات موجود در تجارب خود، آگاه می شود و می تواند این نظم و تشابه بین تجربه ها را در موقعیت های آتی نیز تشخیص دهد. پس هر مفهوم توصیف واضحی از تشابهات عمده در همه ی موقعیت های مختلفی است که از آن ها منتزع می شود.

از این گذشته، اسکمپ ابراز می‌دارد که مفاهیم اولیه مستقیماً از تماس با اشیای فیزیکی و تجارب روزمره منتزع می‌شوند، در حالی که مفاهیم ثانویه از مفاهیم دیگر- چه اولیه چه ثانویه- منتزع می‌شوند و چون مفاهیم ریاضی، ایده‌هایی هستند که اغلب طی دو یا چند مرحله از تجرید شکل می‌گیرند، جزو مفاهیم ثانویه هستند به همین دلیل امکان مغایرت بین چگونگی شکل‌گیری این مفاهیم در ذهن دانش آموزان با آنچه در نظر معلم بوده و در نتیجه تشکیل طرحواره‌هایی متفاوت با انتظار وی محتمل‌تر است. از این رو در ادبیات مربوط به این حوزه واژه بدفهمی برای بیان موقعیتی به کار می‌رود که در آن ممکن است عقیده‌ای که دانش‌آموز از یک مفهوم در ذهن می‌سازد با عقیده کارشناسان آن علم در تقابل باشد، این موقعیت، با جایی که در آن، یک خطای سهوی اتفاق می‌افتد متفاوت است زیرا موجب بروز خطاهای مفهومی نظام‌مند می‌گردد یعنی اشتباهاتی که در موقعیت‌های مشابه نیز اتفاق می‌افتند.

به گفته بن‌زیو الگوریتم‌های خطای دانش آموزان اغلب نظام‌مند، قانون مدار و غیرتصادفی هستند. بدین سبب، وی از واژه‌ی خطاهای منطقی استفاده کرده است تا نشان دهد که در چنین شرایطی اگر چه دانش آموزان قانونی ناصحیح را به وجود آورده‌اند، ولی از آن در موقعیت‌های مختلف به صورت پایدار و ظاهراً منطقی استفاده می‌کنند.

از این گذشته، اولیویر بدفهمی را باورها و اصولی در ساختار شناختی فرد می‌داند که علت بروز خطاهای مفهومی نظام‌مند هستند و اسمیت و همکاران نیز در جمع‌بندی خود از تحقیقات انجام گرفته در مورد بدفهمی‌های حوزه‌های ریاضی و علوم، به این نتیجه رسیده‌اند که می‌توانند بدفهمی را برای نشان دادن آن گونه از برداشت‌های دانش آموزان که منجر به تولید الگوی نظامندی از اشتباهات می‌شود، به کار ببرند.

برای روشن‌تر شدن موضوع، به چند مورد از بدفهمی‌های ریاضی که توسط دکتر شهریاری شناسایی شده‌اند می‌پردازیم:

$$\frac{4^x}{2^x} = 2 \quad \text{و} \quad a^{\frac{2}{3}} = a^{\frac{2}{3}}$$

$$x^{2a} + x^{2b} = x^2(x^a + x^b) \quad \text{و} \quad 4 \times 2^a = 8^a \quad \text{و} \quad 2^x + 4^x = 6^x$$

علل به وجود آمدن بدفهمی

ذهن انسان بسیار پیچیده می باشد، به همین دلیل پیدا کردن علت یا علت های کاری که انجام می دهد بسیار مشکل است. در مورد پیدا کردن علت بدفهمی ها نیز همین طور است. طرحواره ذهنی یک فرد، محیط کلاس درس، روش تدریس معلم و برخی از عوامل به وجود آمدن بدفهمی ها باشند که در ادامه به آنها پرداخته می شود.

سیف (۱۳۷۹) اظهار می کند که پیازه در تبیین نظریه رشد شناختی خود، از طرحواره به عنوان ساختار شناختی فرد که به طریقی معین موجب انجام یک عمل توسط وی می شود، استفاده نمود. اولیویر (۱۹۹۲) طرحواره را به عنوان واحدهایی از ایده ها و مفاهیم از درون مرتبط در ذهن فرد که از طریق سازماندهی دانش توسط وی ایجاد شده اند، معرفی نموده است. به طور خلاصه، طرحواره ها را می توان ساختارهای سازمان یافته دانش در نظر گرفت که با توجه به ماهیت ساختارمند ریاضی، اهمیت آنها در یادگیری و آموزش ریاضی ضروری است. درک و یادگیری مطالب نیز با طرحواره رابطه مستقیم دارند. علم الهیادی (۱۳۸۸) بیان می کند که فرد به توانایی استفاده از این طرحواره ها که به آن «فراخوانی طرحواره، گفته می شود، نیازمند است تا بتواند با بازتاب بر آن ها مطلب جدید را درک نماید. مرکز شناخت شناسی ژنوتیز یادگیری را ساختن طرحواره های جدید در ذهن و با گسترش و تعمیم طرحواره های موجود دانسته است (بهین آیین، ۱۳۸۲).

بد فهمی های الگوها:

در الگوها یا شمارش چند تا چندتا دیده می شود که بعضی از دانش آموزان با راه حل های نادرست به دنبال یافتن جواب هستند. به عنوان مثال وقتی از دانش آموزان می خواهیم که سه تا سه تا یا چهار تا چهارتا بشمارند، دچار اشتباهاتی می شوند که این اشتباهات ناشی از بدفهمی موضوع است. در ادامه با یک مثال، چند تا از این بد فهمی ها را ارائه می دهیم. مثلا فرض کنید از دانش آموزان بخواهیم که طبق الگوی زیر سه تا سه تا بشمارند:

۳ و ۹ و ۱۲ و ۱۶ و ۲۱ و ۲۷ و ۳۰ و ۳۶ و ۴۲ و ۴۸ و ۵۴ و ۶۰ و ۶۶ و ۷۲ و ۷۸ و ۸۴ و ۹۰ و ۹۶ و ۱۰۲ و ۱۰۸ و ۱۱۴ و ۱۲۰ و ۱۲۶ و ۱۳۲ و ۱۳۸ و ۱۴۴ و ۱۵۰ و ۱۵۶ و ۱۶۲ و ۱۶۸ و ۱۷۴ و ۱۸۰ و ۱۸۶ و ۱۹۲ و ۱۹۸ و ۲۰۴ و ۲۱۰ و ۲۱۶ و ۲۲۲ و ۲۲۸ و ۲۳۴ و ۲۴۰ و ۲۴۶ و ۲۵۲ و ۲۵۸ و ۲۶۴ و ۲۷۰ و ۲۷۶ و ۲۸۲ و ۲۸۸ و ۲۹۴ و ۳۰۰ و ۳۰۶ و ۳۱۲ و ۳۱۸ و ۳۲۴ و ۳۳۰ و ۳۳۶ و ۳۴۲ و ۳۴۸ و ۳۵۴ و ۳۶۰ و ۳۶۶ و ۳۷۲ و ۳۷۸ و ۳۸۴ و ۳۹۰ و ۳۹۶ و ۴۰۲ و ۴۰۸ و ۴۱۴ و ۴۲۰ و ۴۲۶ و ۴۳۲ و ۴۳۸ و ۴۴۴ و ۴۵۰ و ۴۵۶ و ۴۶۲ و ۴۶۸ و ۴۷۴ و ۴۸۰ و ۴۸۶ و ۴۹۲ و ۴۹۸ و ۵۰۴ و ۵۱۰ و ۵۱۶ و ۵۲۲ و ۵۲۸ و ۵۳۴ و ۵۴۰ و ۵۴۶ و ۵۵۲ و ۵۵۸ و ۵۶۴ و ۵۷۰ و ۵۷۶ و ۵۸۲ و ۵۸۸ و ۵۹۴ و ۶۰۰ و ۶۰۶ و ۶۱۲ و ۶۱۸ و ۶۲۴ و ۶۳۰ و ۶۳۶ و ۶۴۲ و ۶۴۸ و ۶۵۴ و ۶۶۰ و ۶۶۶ و ۶۷۲ و ۶۷۸ و ۶۸۴ و ۶۹۰ و ۶۹۶ و ۷۰۲ و ۷۰۸ و ۷۱۴ و ۷۲۰ و ۷۲۶ و ۷۳۲ و ۷۳۸ و ۷۴۴ و ۷۵۰ و ۷۵۶ و ۷۶۲ و ۷۶۸ و ۷۷۴ و ۷۸۰ و ۷۸۶ و ۷۹۲ و ۷۹۸ و ۸۰۴ و ۸۱۰ و ۸۱۶ و ۸۲۲ و ۸۲۸ و ۸۳۴ و ۸۴۰ و ۸۴۶ و ۸۵۲ و ۸۵۸ و ۸۶۴ و ۸۷۰ و ۸۷۶ و ۸۸۲ و ۸۸۸ و ۸۹۴ و ۹۰۰ و ۹۰۶ و ۹۱۲ و ۹۱۸ و ۹۲۴ و ۹۳۰ و ۹۳۶ و ۹۴۲ و ۹۴۸ و ۹۵۴ و ۹۶۰ و ۹۶۶ و ۹۷۲ و ۹۷۸ و ۹۸۴ و ۹۹۰ و ۹۹۶ و ۱۰۰۰

برخی از دانش آموزان عدد بعد از ۱۲ را ۱۴ بیان می کنند که این جواب غلط است. این گونه جواب دادن به سوال، به خاطر چند عامل می تواند باشد:

- ۱- دانش آموزان در شمارش اشتباه می کنند و اینگونه می شمارند، دوازده، سیزده و چهارده. یعنی خود عدد ۱۲ را هم می شمارند که این یک اشتباه رایج در بین دانش آموزان است.

۲- دانش آموزان شمارش دو تا دو تا را قبلا یاد گرفته است و با مشاهده ی عدد ۱۲، عدد ۱۴ را ارائه می دهد، چون طبق شمارش دوتا دوتا فکر می کند که عدد بعدی هم باید زوج باشد.

راهکار حل بد فهمی در الگو و شمارش چند تا چند تا:

این مشکل را می توان با دست ورزی برای دانش آموزان تفهیم کرد. برای این منظور از چینه ها، حبوبات و یا چوب خط ها می توان استفاده کرد. بدین صورت که هر یک از آنها را ۲ تا ۲ تا یا ۳ تا ۳ تا دسته بندی کرده و با تکرار و تمرین بیشتر باعث تشبیت این امر برای دانش آموزان می شویم تا اینکه بتوانند به صورت ذهنی به محاسبه بپردازند.

بد فهمی الگویابی برای تشخیص سود از فروشی کالا:

برخی از دانش آموزان در تشخیص سود حاصل از فروش کالا دچار بدفهمی هایی هستند در ادامه با بیان یک مثال، نمونه ای از این بدفهمی ها را ارائه می دهیم.

مثال: فرض کنید یک قناد، نوعی شکلات را ۳۰۰ تومان میخرد و آن شکلات را ۴۵۰ تومان می فروشد می خواهیم:

(الف) سود حاصل از فروش ها شکلات را محاسبه کنیم.

(ب) قناد چند شکلات بفروشد تا با سود آن بتواند یک شکلات بخرد؟

(ج) چند شکلات بفروشد تا ۹۰۰ تومان سود کند؟

در حل این سوال برخی از، دانش آموزان به صورت زیر جواب را ارائه می دهند:

جواب برای قسمت الف)

$$۴۵۰ + ۴۵۰ + ۴۵۰ + ۴۵۰ = ۱۸۰$$

جواب قسمت ج)

$$۴۵۰ + ۴۵۰ = ۹۰۰$$

دلیل ارائه چنین جوابی ناشی از این است که دانش آموزان در مفهوم سود حاصل از فروش دچار بدفهمی است برای حل درست این مساله دانش آموز ابتدا باید مفهوم سود را بداند. یعنی باید بداند که منظور از سود، اختلاف قیمت فروشی و قیمت خریدا است. بنابراین ابتدا مقدار سود را محاسبه می کنیم:

قیمت خرید - قیمت فروشی = سود

۱۵۰=۳۰۰-۴۵۰=سود

اکنون که سود را محاسبه کردیم، قسمت‌های دیگر را می‌توان با کمک جدو الگویای حل کرد.

تعداد شکلات ها	۱	۲	۳	۴	۵	۶
مقدار سود	۱۵۰	۳۰۰	۴۵۰	۶۰۰	۷۵۰	۹۰۰

بد فهمی در خواندن و نوشتن ساعت در بعدازظهر:

برخی از دانش‌آموزان پایه‌ی سوم در خواندن و نوشتن ساعت در بعدازظهر دچار بدفهمی هستند به عنوان مثال در این

تمرین که از صفحه ۲۳ کتاب آورده شده است، دانش‌آموزانی جوابی ارائه دادند که در ادامه بیان می‌کنیم:

یک برنامه رادیوی در ساعت ۴ بعد از ظهر پخش می‌شود در چه ساعتی از شبانه روز این برنامه پخش می‌شود؟

در حال این سوال دانش‌آموزانی پاسخ را ساعت ۴ اعلام می‌کنند که این مشکل ناشی از بد فهمی مفهوم بعد از ظهر و قیل از ظهر است. در اینجا برای جواب درست دانش‌آموز باید عدد ۱۲ را با عدد ۴ جمع کند:

$$۴+۱۲=۱۶$$

برای حل این مشکل باید به دانش‌آموزان تفهیم کنیم که هر شبانه روز ۲۴ ساعت است و ساعات قیل از ظهر را از ۱ تا ۱۲ و ساعات بعد از ظهر را از ۱۳ تا ۲۴ در نظر می‌گیریم. و برای محاسبه‌ی ساعاتی که به بعد از ظهر مربوط می‌شوند، عدد داده شده را با عدد ۱۲ جمع کرده تا به ساعت در سمت برسیم. راه دیگر تفهیم این ساعت در بعدازظهر استفاده از ساعت آموزشی در کلاس درس است. همچنین از دانش‌آموزان بخواهیم که با ساخت کار دستی ساعت، زمانها اعلام شده به آنها ر به صورت عملی انجام دهند تا درک بهتر و عمیق تری از این موضوع پیدا کنند.

بدفهمی نوشتن و خواندن اعداد چهار رقمی:

تعدادی از دانش‌آموزان پایه‌ی سوم ابتدایی در نوشتن و خوتندن اعداد چهار رقمی و قرار دادن آنها در جدول ارزش مکانی (هزارگان، صدگان، دهگان و یکان) دچار بدفهمی هستند. به عنوان مثال یکی از بدفهمی‌ها رایج در عددنویسی است، فرض کنید از دانش‌آموزان بخواهیم که عدد هشت هزار پنجاه و چهار را با رقم بنویسید. در این تمرین چون دانش‌آموز ارزش‌های عدد در جدول ارزشی مکانی را به درستی نمی‌تواند تشخیص دهد، بدون توجه به طبقات جدول ارزشی مکانی،

شروع به نوشتن اعداد به صورت پشت سر هم می‌کند، یعنی پس اشنیدن هشت هزار آن را به صورت ۸۰۰۰ می‌نویسد و سپس با شنیدن پنجاه و چهار، ۵۴ را بعد از ۸۰۰۰ بیان می‌کند و به عدد ۷۰۰۰۵۴ می‌رسد. یا مثلا در خواندن عدد ۸۰۰۰ آن را به صورت هشتصد می‌خواند.

این نوع بد فهمی به دلیل درک نکردن تفاوت رقم و عدد ایجاد شده است زیرا دانش‌آموز هشت هزار را به عنوان یک عدد می‌بیند به عنوان عددی که در مرتبه‌ی هزار گان است بنابراین آن را به صورت ۸۰۰۰ می‌نویسد مفهوم اعداد اولین مفهومی است که دانش‌آموز در کلاس اول با آن آشنا می‌شود. عدد دارای مفاهیم زیادی است که دانش‌آموزان باید درک درست و آشنایی کامل با آن داشته باشند. انش‌آموزان باید رقم و تفات آن با عدد و درک ارزش هر رقم در یک عدد چهار رقمی و درک جایگاه آن با استفاده از جدول ارزش مکانی آشنایی کاملداشته باشند، بنابراین برای رفع بد فهمی که در بالا آن اشاره کردیم، لازم است مفهوم عدد و رقم با توجه به جدول ارزش مکانی برای دانش‌آموز مرور شود این کار با رسم جدول ارزش مکانی به عنوان گام نخست یادگیری شروع می‌شود.

یکان	دهگان	صدگان	هزارگان
۴	۵	صفر	۸

همچنین برای تدریس اعداد چهار رقمی از نی‌هایی که به صورت دسته‌های یکی، ده تایی، صد تایی، و هزار تایی دسته بندی شده است یا سکه های یک ریالی، ۱۰ ریالی، ۱۰۰ ریالی و هزار ریالی که بر روی تخته چسبانده می‌شود، می‌توان استفاده کرد. حتی بیان درسی به صورت داستان در درک مفهوم اعداد چهار رقمی می‌تواند مفید باشد.

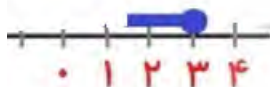
بد فهمی کسرها، تساوی و مقایسه‌ی آنها:

کسرها با توجه به موقعیت هایی که استفاده می‌شوند می‌تواند، نشان دهنده‌ی معانی مختلفی باشند:

با توجه به موقعیت‌هایی که استفاده میشوند، کسرها میتوانند نشان دهنده معانی مختلفی باشند. استیوارت درک معنی کسر را با توجه به ارتباط بین مفهوم انتزاعی کسر و جایگاه استفاده از کسر معرفی میکند. به گفته لامون چون کسرها زیر مجموعه‌های از اعداد گویا نسبت دو عدد صحیح به هم با مخرج غیر صفر هستند، توسعه تفکر نسبیتی، باعث فهم بهتر اعداد گویا و به تبع آن، کسرها میشود. این در حالی است که استیوارت نشان داد که کسرها، به عنوان منشاء شکل‌گیری مفهومی اعداد گویا

هستند. در هر صورت، هر دو تحقیق، بر ارتباط مفهومی اعداد گویا و کسرها تأکید دارند و از یافته‌های آنها میتوان نتیجه گرفت که هر دو مفهوم، به توسعه یکدیگر کمک می‌کنند. کیرن، ساختار کسر را به پنج ساختار اصلی رابطه جزء به کل، اندازه، عملگر، خارج قسمت و نسبت تقسیم کرده است که هر کدام، با وجود نقش‌های متفاوتی که دارند، به هم مرتبط اند. مفهوم کسر در کتاب ریاضی سوم ابتدایی، به صورت مستقیم و غیر مستقیم به تمامی ساختارهای آن می‌پردازد. در مطالعات مختلفی که توسط آسکیو و سوان صورت گرفته، برخی از اشتباهات و بدفهمی‌های دانش‌آموزان در رابطه با کسرها، شناسایی شدند. با تعمق در این بدفهمی‌ها و بررسی تطبیقی آن با محتوای کتاب درسی ریاضی سوم ابتدایی می‌توان به بدفهمی‌های زیر اشاره کرد:

۱- بعضی از دانش‌آموزان در اندازه‌گیری اشیاء، فکر می‌کنند که همیشه باید از مبدا شروع کنند به عنوان مثال در شکل زیر طول خط ۳ در نظر می‌گیرند و طول خط ۳ اعلام می‌کنند و مشکل این است که دانش‌آموز از مبدا شروع کرده است. در صورتی که طول خط ۱,۵ سانتی‌متر است.



۲- یکی دیگر از بدفهمی‌های متداول این است که دانش‌آموزان کسر را به صورت جزئی از جز می‌نویسند در صورتیکه کسر جزئی از کل می‌باشد به عنوان مثال به تمرین زیر دقت کنید:

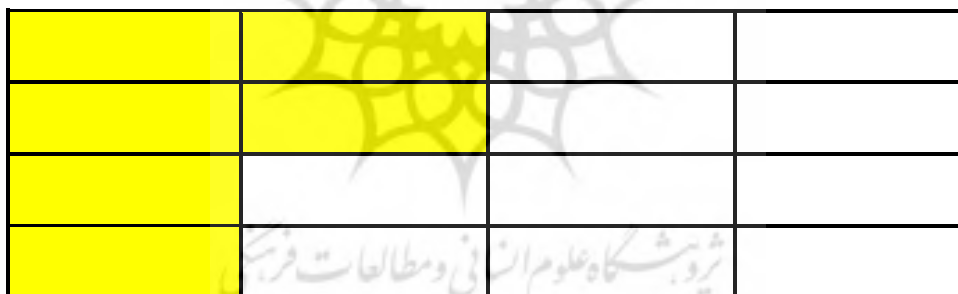
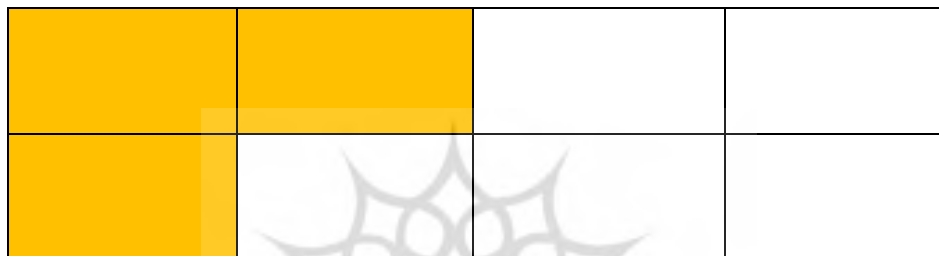
چه کسری از شکل زیر رنگی است؟

بعضی از دانش‌آموزان جواب $\frac{5}{7}$ را ارائه می‌دهند که این اشتباه ناشی از نوشتن کسر به صورت جزئی از جز است یعنی در صورت تعداد خانه های رنگ شده را می‌آورد و در مخرج تعداد خانه هایی که رنگ نشده است را ارائه می‌دهد ولی باید به دانش‌آموز یاد آوری کرد که منظور سوال این است که ۱۲ خانه (کل خانه‌ها) چند خانه رنگی است که جواب $\frac{5}{12}$ می‌باشد.

۳- برخی از دانش‌آموزان قادر به تشخیص کسرهای مساوی که صورت و خرج متفاوت دارند، نمی‌باشند. به عنوان مثال وقتی از آنها سوال می‌شود که آیا دو کسر $\frac{3}{8}$ و $\frac{6}{16}$ با هم برابرند جواب آنها چند است و دلیل شان هم این است که صورت و مخرج هر دو کسر متفاوت است.

برای رفع این بد فهمی با مثال زیر میتوان مفهوم را برای دانش‌آموز تثبیت کرد.

مثال: می‌خواهیم با رنگ آمیزی خانه‌های دو شکل زیر نشان دهیم $\frac{3}{8}$ و $\frac{6}{16}$ با هم برابرند دقت کنید که طول و عرض هر دو مستطیل داده شده برابر است.



همانطور که مشاهده می‌شود در هر دو شکل مساحت های رنگ شده با هم برابر است بنابراین دو کسر $\frac{3}{8}$ و $\frac{6}{16}$ نیز با هم برابر می‌باشند.

۴- یکی دیگر از بدفهمی‌های رایج در کسرها این است که وقتی از دانش‌آموزان می‌خواهیم کسرهای مساوی با صورت و مخرج متفاوت ارائه دهند، به جای ضرب کردن صورت و مخرج در یک عدد یکسان، صورت و مخرج را با عدد یکسانی جمع می‌کنند. مثلاً وقتی از آنها می‌خواهیم که کسری مساوی $\frac{3}{8}$ ارائه دهند صورت و مخرج را با ۲ جمع کرده و کسر $\frac{3+2}{8+2}$ مساوی $\frac{5}{10}$ را ارائه می‌دهند که جواب آن نشان دهیم که دو کسر $\frac{3}{8}$ و $\frac{5}{10}$ با هم برابر نیستند.

در شکل اول از خانه ۶ خانه ۳ رنگ شده است یعنی نصف خانه‌ها را رنگ کرده‌ایم اگر کسر $\frac{3}{6}$ بخواید با کسر $\frac{5}{8}$ برابر باشد باید در شکل دوم نیز نصف خانه‌ها را رنگ آمیزی کنیم یعنی ۴ تا از ۸ خانه ولی ما ۵ تا از ۸ خانه را رنگ‌آمیزی کرده ایم پس کسر $\frac{3}{6}$ و $\frac{5}{8}$ با هم برابر نیستند.

۵- یکی از بدفهمی های دانش‌آموزان در رابطه با کسر ها این است که عددهای صورت و مخرج را مستقل از اینکه جایگاهشان کجاست با هم مقایسه می‌کنند مثلاً در مقایسه‌ی دو عدد $\frac{1}{4}$ و $\frac{1}{5}$ با تصور اینکه ۵ از ۴ بزرگتر است نتیجه می‌گیرند که $\frac{1}{4}$ از $\frac{1}{5}$ بزرگتر است در صورتی که جواب درست خلاف گفته‌ی دانش‌آموز است. برای این بدفهمی می‌توان از یک مثال به صورت زیر استفاده کرد:

فرض کنید یک پیتزا تهیه کرده‌اید می‌خواهید خودتان آن را برش دهید در حالت اول پیتزا را به ۴ قسمت تقسیم کرده و یک قسمت را بر می‌داریم یعنی $\frac{1}{4}$ پیتزا را بر داشته‌ایم. پیتزا را به ۵ قسمت مساوی تقسیم کرده و یک قسمت از ۵ قسمت را بر می‌داریم (یعنی $\frac{1}{5}$ پیتزا را بر می‌داریم) حال سوال این است که در کدام حالت تکه‌ی پیتزا بزرگتر است؟ بله در حالت اول تکه پیتزا بزرگتر است یعنی $\frac{1}{4}$ از $\frac{1}{5}$ بزرگتر است. بنابراین می‌توان نتیجه گرفت که در دو کسری که صورت برابر دارند کسری بزرگتر است که مخرج آن کوچکتر باشد.

۶- گاهی دانش‌آموزان تصور می‌کنند که کسرهایی که دارای مخرج‌های کوچکتر هستند، همیشه بزرگترند و توجهی که به صورت کسرها ندارد، مثلاً در مقایسه‌ی دو کسر $\frac{1}{4}$ و $\frac{2}{4}$ ، بدون توجه به صورت، اعلام می‌کنند که عدد $\frac{1}{4}$ بزرگتر است چون مخرج آن کوچکتر است، در صورتی که به صورت توجهی نکرده‌اند. برای رفع این بدفهمی می‌توان با رسم دو مستطیل با طول و عرض برابر و رنگ‌آمیزی $\frac{1}{4}$ و $\frac{2}{4}$ نشان داد که $\frac{2}{4}$ از $\frac{1}{4}$ بزرگتر است. دو مستطیل با طول و عرض برابر در نظر می‌گیریم.

در شکل اول ۱ قسمت از ۲ قسمت رنگ آمیزی شده است یعنی نصف مساحت شکل. اما در شکل دوم ۳ قسمت از ۴ قسمت رنگ آمیزی شده است که مساحت قسمت رنگ آمیزی شده از نصف شکل بیشتر است بنابراین $\frac{3}{4}$ از $\frac{1}{2}$ بیشتر است.

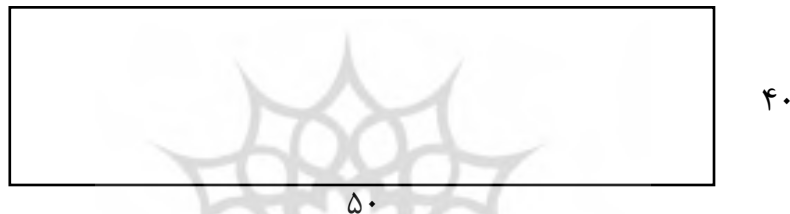
بدفهمی‌های محیط و مساحت:

بعضی از دانش‌آموزان در هنگام یادگیری مباحث مربوط به محیط و مساحت دچار بدفهمی‌هایی می‌شوند که در ادامه به بررسی بعضی از این بدفهمی‌ها می‌پردازیم.

اشتباه گرفتن مفهوم محیط و مساحت:

برخی از دانش‌آموزان نمی‌توانند مفهوم محیط و مساحت را به خوبی از هم تفکیک کنند و در هنگام حل تمرینات و یا در امتحانات درسی، این دو مفهوم را به جای یکدیگر فرض می‌کنند. برای رفع این بدفهمی می‌توان با استفاده از مثال‌های عینی این دو مفهوم را برای آنها تفهیم کرد. به عنوان مثال، کشاورزی به زمین مستطیل شکل دارد که برای جلوگیری از ورود حیوانات به داخل زمین، می‌خواهد دور تا دور آن را نرده بکشد. اگر طول زمین ۵۰ متر و عرض زمین ۴۰ متر باشد کشاورز به چند متر نیاز دارد؟

در این سوال چون به محاسبه‌ی نرده‌ی دور تا دور زمین می‌پردازیم باید محیط شکل را بیابیم که بنابراین مقدار نرده لازم برابر است با $۴۰+۵۰+۴۰+۵۰=۱۸۰$.



با بیان مثال فوق دانش‌آموز متوجه می‌شود که برای محاسبه‌ی محیط کافی است اندازه‌ی دور هر شکلی را حساب کنند. از مثال زیر می‌توان برای تفهیم مفهوم مساحت استفاده کرد.

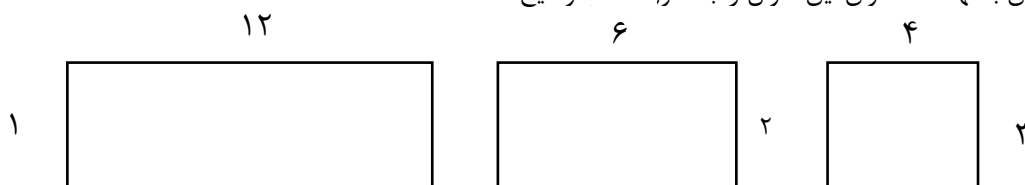
کشاورزی یک زمین مستطیل شکل به طول ۵۰ و عرض ۴۰ متر دارد کشاورز می‌خواهد در زمین خود گندم بکارد. اگر در هر متر مربع یک کیلوگرم گندم بکارد، برای کاشتن کل زمین چقدر نیاز است؟ چون در این سوال کل داخل زمین کشاورزی مدنظر است باید مساحت زمین را محاسبه کنیم:

$$\text{مساحت} = \text{طول} \times \text{عرض} = ۵۰ \times ۴۰ = ۲۰۰۰$$

پس مساحت زمین ۲۰۰۰ متر مربع است. چون برای هر متر مربع یک کیلوگرم گندم نیاز بود برای ۲۰۰۰ متر مربع ۲۰۰۰ کیلوگرم گندم نیاز است.

فرضی برای محیط های دو شکل با مساحت های مساوی:

برخی از دانش آموزان فکر می کنند که اشکالی که مساحت برابر دارند، محیط برابر دارند این دسته از دانش آموزان به عنوان مثال در تمرین ۲ صفحه ۹۴ کتاب درسی محیط سه شکل داده شده را برابر در نظر می گیرند چون سه شکل مساحت برابر دارند برای رفع این بدفهمی می توان این سوال را به صورت زیر توضیح داد:



درست است که هر سه شکل مساحت برابر ۱۲ را دارند ولی این دلیلی برای برابری نیست چون همانطور که در صفحه ۸۵ کتاب بیان شد محیط یعنی اندازه دور هر شکل و بنابراین محیط سه شکل فوق به صورت زیر است:

$$۶+۲+۶+۲=۱۶$$

$$۴+۳+۴+۳=۱۴$$

$$۱۲+۱+۱۲+۱=۲۶$$

بنابراین با توجه به اینکه هر سه شکل مساحت برابر دارند ولی محیط آنها برابر نیست.

عدم درک محیط در شکل های افراز شده و احتساب خط های داخلی در محاسبه ی محیط:

برخی از دانش آموزان به هنگام پیدا کردن محیط شکل های پیچیده که به سطوح مختلف افراز شده اند طول اضلاع شکل های افراز شده را نیز جمع می کنند. به عنوان مثال برای پیدا کردن محیط شکل زیر، محیط مربع آبی رنگ را نیز حساب می کنند برای رفع این بدفهمی باید به این موضوع اشاره کرد که محیط دور تا دور شکل است یعنی برای یافتن محیط باید ضلع هایی که در ناحیه ی آبی قرار دارند با همدیگر جمع کرد تا محیط بدست آید.

نتیجه گیری و پیشنهادات:

تحقیقات پژوهشگران و تجربیات معلمان نشان می دهد که بدفهمی ها مانعی برای یادگیری دانش آموزان است زیرا باعث می شود که دانش آموزان بردا نادرستی از مفاهیم تدریس شده داشته باشند و ممکن است این برداشت نادرست چندین سال در ذهن آنها بماند. در این پژوهش نشان دادیم که دانش آموزان سال سوم با بد فهمی های فراوانی روبرو هستند که این بدفهمی ها رایج

در ریاضیات به میزان قابل توجهی در میان دانش‌آموزان، کم و بیش فراگیر است. دلایل مهم این بدفهمی‌ها را می‌توان به صورت زیر بیان کرد:

۱- ضعف و بدفهمی مطالب پایه‌ای سال دوم و اول ابتدایی

۲- روش‌های سنتی تدریس

۳- کتاب‌های کمک آموزشی گه قدرت تفکر را از دانش‌آموزان می‌گیرد

۴- ضعف تدریس بعضی از دبیران ریاضی

با توجه به بدفهمی‌های موجود در پایه سوم، توجه به عواملی مانند تجدید نظر در روش‌های ریاضی و توجه به یادگیری هوشمندانه، توجه به فهم رابطه‌ای به جای فهم ابزاری و فراهم کردن فضای گروهی در کلاس و ایجاد بحث و تبادل نظر، برگزاری کارگاه‌هایی برای دبیران ریاضی برای تبادل تجربیات دبیران در مواجهه با بدفهمی‌های دانش‌آموزان، می‌تواند در کاهش بدفهمی‌های ریاضی دانش‌آموزان موثر باشد.

در پایان پیشنهاد می‌شود:

الف) بدفهمی‌های رایج هر پایه‌ی تحصیلی توسط دبیران با تجربه شناسایی و در اختیار معلمان آن پایه قرار گیرد تا معلمان هنگام تدریس به رفع بدفهمی‌هایی که به وجود خواهد آمد، بپردازند.

ب) ریشه‌های بروز بدفهمی‌ها شناسایی شده و به نحو مطلوبی در اختیار معلمان قرار گیرد.

مراجع

[۱] بخشعلی زاده، شهرناز، (۱۳۹۲). شناسایی بدفهمی‌های رایج دانش‌آموزان پایه چهارم ابتدایی در حوزه محتوایی ریاضی: پژوهشگاه مطالعات آموزش و پرورش.

[۲] صدیقی، مریم (۱۳۸۸) بررسی مهارت جبری در دانش‌آموزان دختر سال اول متوسطه، پایان نامه کارشناسی ارشد، رشته‌ی آموزش ریاضی، دانشگاه تربیت دبیر شهید رجایی.

[۳] گویا، زهرا. حسام، عبدالله (۱۳۸۸). طرحواره‌های ذهنی: توجیه‌گر بدفهمی‌های ریاضی دانش‌آموزان، فصلنامه روان‌شناسی کاربردی، ۱ (۲)، ۱۷۷.

- [4] Askew, M. (2002). The changing primary mathematics classroom- the challenge of the National Numeracy Strategy. In L. Haggerty (Ed.), *Aspects of Teaching Secondary Mathematics: Perspectives on Practice*. London: Routledge Falmer.
- [5] Bell, A. (2005). *Introduce Diagnostic Teaching*. Alan Bell and the Toolkit Team. A Strategy in the Toolkit for Change Agents. MARS, Michigan State University
- [6] Hansen, A. (2011) *Children's Errors in Mathematics: Understanding Common Misconceptions in Primary*.
- [7] Kieren, T.E. (1976). On the mathematical, cognitive, and instructional foundations of rational numbers, in R. Lesh (ed.), *Number and Measurement: Papers from a Research Workshop* ERIC/SMEAC, Columbus, OH, pp. 101–144.
- [8] Lamon, S.J. (2006). *Teaching Fractions and Ratios for Understanding*. New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.
- [9] Rivera, F. D. (2011). *Toward a Visually-Oriented School Mathematics Curriculum*. Mathematics Education Library. A.J. Bishop. Volume 49. San Jose State University. Springer Dordrecht Heidelberg London New York, USA.
- [10] Samson, D. (2007). *Patterns of visualisation*. *Learning and Teaching Mathematics*, 5, 4-9. Schools. 2nd Edition. Learning Matters, Exeter.
- [11] Stewart, V. M. (2005). *Making sense of students' understanding of fractions: An exploratory study of sixth graders' construction of fraction concepts through the use of physical referents and real world representations*. PhD thesis, Florida State University.
- [12] Swan, M. (2006). *Improving Learning in Mathematics: Challenges and Strategies* (Standards Unit). Department for Education and Skills Standards Unit. University of Nottingham.