

Does Tarski captures the Common Concept of Logical Consequence?

Saeid Pourdanesh*

Mahdi Behniafar**

Abstract

This article is concerned of the problem that whether Tarski's definition of the 'logical consequence' in his seminal article 'On the Concept of Logical Consequence' (1936), as his article claims, captures the common concept of logical consequence or not. First of all, for understanding what defect had prevailing approach of logical consequence (proof- theoretical approach) that led him to attempt to present new definition of concept of logical consequence, I introduce proof-theoretical approach to logical consequence and examine its default and then explain two interpretations of his definition of the common concept of logical consequence. the First interpretation is that the common concept of logical consequence is the concept that all of ordinary and non-professional peoples in philosophy, logic and mathematics use. the Second interpretation is that what Tarski means by the common concept of logical consequence is the concept that for professional peoples in logic and mathematics is 'common' and already used in axiomatics. I defend the second interpretation and after descriptive-analytic examination of his suggested definition of this concept and presentation of example

* PhD student in Western Philosophy, Allameh Tabatabai University (Corresponding author),
saeidpourdanesh@gmail.com

** Assistant Professor, Department of Philosophy, Allameh Tabatabai University,
mahdibehnia@gmail.com

Date received: 05/06/2021, Date of acceptance: 05/09/2021



Copyright © 2018, This is an Open Access article. This work is licensed under the Creative Commons Attribution 4.0 International License. To view a copy of this license, visit <http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/> or send a letter to Creative Commons, PO Box 1866, Mountain View, CA 94042, USA.

of it, I finally conclude that Tarski in his attempting for capture of the common concept of logical consequence has succeeded.

Keywords: Logical Consequence; The Common Concept of Logical Consequence; Model; Semantic; Proof Theory



آیا تارسکی مفهوم عام نتیجه منطقی را فراچنگ می‌آورد؟

سعید پوردانش*

مهدی بهنیافر**

چکیده

پژوهش حاضر به این مسأله می‌پردازد که آیا تعریف تارسکی از مفهوم نتیجه منطقی در مقاله‌ی دوران‌سازش «درباره‌ی مفهوم نتیجه منطقی» (۱۹۳۶) چنان‌که مدعای این مقاله است مفهوم عام نتیجه منطقی را فراچنگ می‌آورد یا نه. برای آن‌که دریافته شود رویکرد غالب به نتیجه منطقی در زمان تارسکی (مفهوم نظریه برهانی نتیجه) چه خللی داشت که او را به کوشش برای ارائه‌ی تعریف جدیدی از نتیجه منطقی سوق داد، نخست رویکرد نظریه برهانی به مفهوم نتیجه منطقی را معرفی و ناکارآمدی آن را از نظر تارسکی بررسی خواهیم کرد، سپس دو تفسیر از مفهوم نتیجه منطقی را مد نظر او را بیان خواهیم نمود. تفسیر نخست از مفهوم عام نتیجه نزد تارسکی آن مفهومی است که همه‌ی انسان‌های معمولی و غیرمتخصص در فلسفه، منطق و ریاضیات در زبان روزمره به‌کار می‌برند؛ تفسیر دوم آن است که مراد تارسکی از مفهوم عام نتیجه آن مفهومی است که برای اهل فن یعنی منطق‌دان و ریاضی‌دانان «عمومیت» دارد و در روش اصلی موضوعی به‌کار رفته است. ما از تفسیر دوم دفاع می‌کنیم و ضمن بررسی توصیفی - تحلیلی تعریف پیشنهادی او از این مفهوم و ارائه‌ی مثالی از آن در نهایت نتیجه می‌گیریم که کوشش تارسکی برای فراچنگ آوردن مفهوم عام نتیجه قرین موفقیت بوده است.

* دانشجوی دکتری فلسفه غرب، دانشگاه علامه طباطبائی (نویسنده مسئول)،

saeidpourdanesh@gmail.com

** استادیار گروه فلسفه، دانشگاه علامه طباطبائی، mahdibehnia@gmail.com

تاریخ دریافت: ۱۴۰۰/۰۲/۰۴، تاریخ پذیرش: ۱۴۰۰/۰۶/۱۴



کلیدواژه‌ها: نتیجه‌ی منطقی؛ مفهوم عام نتیجه‌ی منطقی؛ مدل؛ سمانتیک؛ نظریه برهان

۱. مقدمه

رابطه‌ی نتیجه‌ی منطقی (Logical Consequence Relation) رابطه‌ای است میان مجموعه‌ای از جملات به نام مقدمات (premises) و جمله‌ای دیگر به نام نتیجه (consequence) به نحوی که مقدمات مستلزم نتیجه باشند. این رابطه را معمولاً چنین بیان می‌کنند که مجموعه جملات K مستلزم جمله‌ی X است یا X از K لازم می‌آید. مهم‌ترین مسأله در تعریف مفهوم نتیجه‌ی منطقی به دست دادن تفسیری از واژه‌ی «استلزام» یا «لازم آمدن» است.

این مسأله مسأله‌ای کهن است و تاریخ پیدایش آن در مکتوبات به کتاب ارگانون (*Organon*) ارسطو بازمی‌گردد و از آن زمان تا به امروز در کانون توجه منطق‌دانان و فیلسوفان بوده است. در اهمیت و وسعت این موضوع همین بس که مکتوبات مستقلی اعم از کتاب و مقاله درباره‌ی آن نوشته شده است و حجم آن‌ها در حدی بوده که به ادبیات پدید آمده از آن‌ها عنوان «فلسفه‌ی نتیجه‌ی منطقی» (*Philosophy of Logical Consequence*) را داده‌اند و خود زیرشاخه‌ای از حوزه‌ی فلسفه‌ی منطق شده است. به نظر بسیاری از منطق‌دانان و فیلسوفان منطق، مفهوم نتیجه‌ی منطقی «قلب» علم منطق و کانونی‌ترین مفهوم این علم است، چنان‌که در جدی‌ترین و مسلط‌ترین تعریف از علم منطق، یعنی منطق به‌منابه‌ی «نظریه‌ی استنتاج»، غایت این علم اخذ نتیجه‌ی منطقی از مقدمات استدلال است. برای نمونه، بنسون میتس در کتاب منطق مقدماتی در پاسخ به پرسش منطق درباره چیست؟ می‌نویسد:

منطق رابطه‌ی نتیجه را بررسی می‌کند رابطه‌ای که میان مقدمات و نتیجه‌ی یک استدلال درست (sound) برقرار است. می‌گوییم یک استدلال درست (صحیح، معتبر (valid)) است اگر نتیجه‌اش از مقدمات لازم بیاید ... در غیر این صورت آن استدلال نادرست است. (Mates, 1972, 4)

یا ای. جی. لمون در کتاب آغاز کردن منطق می‌نویسد:

دغدغه‌ی اصلی منطق درستی و نادرستی استدلال‌ها است ... معمولاً یک استدلال متشکل است از برخی احکام یا گزاره‌ها که مقدمات آن خوانده می‌شود و از آن‌ها حکم یا گزاره‌ی دیگری به نام نتیجه لازم می‌آید ... منطق‌دانان به این می‌پردازند که

آیا یک نتیجه از مقدماتی مفروض لازم می‌آید یا نه اگر لازم آید آن‌گاه گفته می‌شود که استدلال مورد نظر درست است، در غیر این صورت نادرست است. (Lemmon, 1998, 1)

استیوارت شاپیرو از فیلسوفان منطق و ریاضی معاصر در مقاله‌ای ۱۱ تعریف از نتیجه‌ی منطقی ارائه کرده است که امروزه همگی محل بحث و بررسی هستند (۱۹۹۸، ص. ۱۳۲-۱۳۳) این امر نشان‌دهنده‌ی آن است که ما با مفهومی سر و کار داریم که درباره‌ی آن بسیار سخن گفته شده است و می‌شود. اما در این جا بنای ما بر آن است که مفهوم نتیجه‌ی منطقی را در آثار آلفرد تارسکی (Alfred Tarski (1901- 1983) منطق‌دان لهستانی بررسی کنیم که از بزرگ‌ترین حامیان منطق به مثابه‌ی نظریه‌ی استنتاج است:

مفهوم نتیجه‌ی منطقی از جمله مفاهیمی است که تارسکی از نخستین نوشته‌هایش به آن پرداخته است. این امر بدان دلیل است که او از آغاز کار حرفه‌ای خود تا به آخر، منطق را «نظریه‌ی استنتاج» می‌داند. البته این بدان معنا نیست که تلقی او از این مفهوم هیچگاه تغییر نکرده است: وی به عنوان یک منطق‌دان ریاضی در آغاز کار حرفه‌ای‌اش مانند اکثر هم‌عصران خود از رویکرد نظریه‌برهانی (Proof- Thoretic approach) دفاع می‌کرد و سپس به دلیل بحران‌ها و معضلاتی که در نظریه برهان پیش آمد به فکر پی‌ریزی نظریه‌ی مدل و سمانتیک نظریه مدلی (Model- Thoretic Semantics) افتاد. همین سیر تارسکی از نظریه برهان به سوی نظریه مدل مبنای بخش‌بندی تفکر او به دو دوره^۱ است.

بنای من در این مقاله تحلیل رأی تارسکی درباره‌ی مفهوم نتیجه‌ی منطقی در مقاله ۱۹۳۶ اوست که جزء دوره‌ی دوم فکری او محسوب می‌گردد. اما پیش از پرداختن به مسأله‌ی اصلی این مقاله نخست باید بر سبیل مقدمه‌چینی رویکرد نظریه‌برهانی به روایت هیلبرت و تارسکی را به اختصار توضیح دهم تا دلایل ناکارآمدی این رویکرد و چرایی پی‌ریزی رویکرد نظریه مدلی از سوی تارسکی روشن شود.

۲. نتیجه‌ی نظریه برهانی (به روایت هیلبرت و تارسکی)

امروزه در منطق جدید دو رویکرد عمده به منطق وجود دارد. یکی رویکرد نظریه‌ی برهان (Proof Theory) و دیگری رویکرد نظریه‌ی مدل (Model Theory). رویکرد نظریه برهانی در قرن بیستم با کارهای داوید هیلبرت (David Hilbert (1862- 1943) و گرهارد گتزن

(Gerhard Gentzen (1909- 1945)) دو منطق‌دان و ریاضی‌دان بزرگ آلمانی بسط و گسترش یافت.^۲ از کتاب‌های مربوط به تاریخ و فلسفه‌ی ریاضیات می‌توان چنین استنباط کرد که نظریه برهان از پیوند یافتن سه عامل به وجود آمده است: (الف) اصل موضوعی‌سازی (axiomatization) ریاضیات (ب) صوری‌سازی (formalization) زبان ریاضیات (ج) فرمالیسم (formalism). دو عامل نخست به انگیزه واحدی پدید آمدند و آن کنارگذاشتن «شهود» از ریاضیات و منطقی‌سازی هرچه بیش‌تر آن بود (دامت، ۱۳۹۶، ۲۴) اما عامل سوم یک فلسفه درباره‌ی مبانی ریاضی است که علل دیگری غیر از کنار گذاشتن شهود در ظهور آن دخیل بود هم‌چون گسترش روش‌های جبری (Detlefsen, 2005, 249).

نظریه برهان به روایت هیلبرت حاصل پیوند صوری‌سازی زبان و تلقی ساختاری (structural) یا نحوی (syntactical) از زبان ریاضیات و ارائه‌ی دستگاه‌های صوری به روش اصل موضوعی است.^۳ روال عرضه‌ی یک نظریه به شیوه‌ی نظریه برهانی و در قالبی اصل موضوعی چنین است: نخست باید نظریه‌ای T را مشخص کنیم که قصد صوری‌سازی آن را داریم. سپس فهرستی از حدود (terms) زبان صوری L را ارائه می‌کنیم. به جهت سهولت و دقت در کار این حدود باید به شکل نماد باشند و نه واژگان زبان طبیعی. این حدود دو دسته‌اند (الف) حدود غیرمنطقی / برون-منطقی (non-logical/ extra-logical terms) (ب)

۳. حدود منطقی

حدود غیرمنطقی / برون-منطقی حدودی هستند معنا یا تعبیر (interpretation) ثابتی ندارند و با توجه به «عالم سخن» (Universe of Discourse) نظریه تعبیر می‌شوند؛ این حدود عبارتند از: جمله نشانه‌ها که آن‌ها را به صورت p_2, p_1, p_0 ، ... نشان می‌دهیم^۴، نمادهای مربوط به ثوابت (constants) یا نام‌های خاص (proper names) که آن‌ها را با c_2, c_1, c_0 ، ... نشان می‌دهیم، متغیرهای فردی که آن‌ها را با x_2, x_1, x_0 ، ... نمایش می‌دهیم، نمادهای محمولی و رابطه‌ای که آن‌ها را $P_2^{n_2}, P_1^{n_1}, P_0^{n_0}$ ، ... نمایش می‌دهیم (که n_i نشان‌دهنده‌ی تعداد موضع محمول است) نمادهای تابعی که آن‌ها را با $f_2^{n_2}, f_1^{n_1}, f_0^{n_0}$ ، ... نشان می‌دهیم (که n_i نشان‌دهنده‌ی تعداد موضع تابع است).

حدود منطقی آن حدودی هستند که به طور سنتی در همه‌ی زبان‌های صوری معنایشان ثابت دانسته می‌شود؛ این حدود عبارتند از: ادوات منطقی ($\neg, \vee, \wedge, \rightarrow, \perp$) و

سورها (\exists و \forall). هم‌چنین، در زبان صوری از برخی نمادهای کمکی هم‌چون پرانتزها ($()$) یا قلاب $[]$ نیز استفاده می‌کنیم.^۵ سپس در زبانمان دو دسته از قواعد را معرفی می‌کنیم نخست قواعد نحوی هستند که ناظر بر فرم جمله‌ها یا به عبارت دیگر، ناظر بر ساخت جمله‌ی درست‌ساخت هستند، این قواعد تعیین می‌کنند که حدود زبانمان اگر به چه اشکالی در کنار یک‌دیگر قرار بگیرند درست ساخت هستند و اگر به چه اشکالی در کنار یک‌دیگر قرار بگیرند درست ساخت نیستند و بنابراین، تعیین می‌کنند که شاکله‌ی عبارت‌های درست‌ساخت در منطق ریاضی شاکله تابع- شناسه‌ای (function- argument schema) است و نه هم‌چون منطق ارسطویی شاکله‌ی موضوعی- محمولی. دسته‌ی دوم قواعد استنتاج هستند یعنی قواعدی که به ما می‌گویند چگونه از فرمول‌های درست ساخت (wff) (well- formed formula)، جمله‌های درست ساخت دیگری را استنتاج کنیم قواعدی هم‌چون وضع مقدم، رفع تالی و ... به این زبان که یک نظریه را در آن صوری‌سازی می‌کنیم زبان موضوعی (object- language) گفته می‌شود.

پس از ساختن زبان موضوعی نوبت می‌رسد به بیان خاصیت‌ها و روابط اشیاء نظریه‌ی مورد بحثمان که آن‌ها را به شکل اصول موضوعه‌ی دستگاه صوری‌مان بیان می‌داریم. اصل موضوعی کردن عبارت است از این‌که خاصیت‌های اشیاء نظریه‌ی مورد بحث یا روابط میان آن‌ها به شکل اصول موضوعه بیان شود. اصول موضوعه مقدمات یا تعاریف نظریه‌ی صوری‌شده‌ی ما هستند که بدون اثبات پذیرفته می‌شوند و هرچقدر کم‌تر باشند بهتر است. سپس از اصول موضوعه به کمک قواعد استنتاج (rules of inference) به سوی اخذ نتیجه‌ی مطلوب حرکت می‌کنیم نتیجه‌ی اصول موضوعه، قضیه (theorem) یا حکم تصدیق‌شده (asserted statement) نامیده می‌شود. این حرکت از اصول موضوعه به سوی نتیجه که با گام‌های استنتاجی متناهی صورت می‌گیرد برهان نام دارد. اصول موضوعه، مجموعه‌ی براهین و قضایا، یک دستگاه صوری اصل موضوعی را تشکیل می‌دهد. نتیجه یا قضیه‌ای که به کمک قواعد استنتاج از اصول موضوعه استنتاج می‌شود نتیجه‌ی نظریه برهانی نامیده و با علامت \vdash نشان داده می‌شود. چنان‌که می‌بینیم نتیجه‌ی نظریه برهانی معنایی به جز «اشتقاق‌پذیری» (Derivability) یک گزاره از اصول موضوعه ندارد و ضرورت چنین نتیجه‌ای تنها به معنای اثبات شده بودن آن به وسیله‌ی برهان یا براهین است. (ناگل و نیومن، ۱۳۶۴، ۲۴)

۴. ناکارآمدی مفهوم نظریه برهانی نتیجه از نظر تارسکی

حال که مفهوم نظریه برهانی نتیجه را به اجمال بیان نمودیم باید به سراغ مقاله‌ی «درباره‌ی مفهوم نتیجه‌ی منطقی» (۱۹۳۶) تارسکی برویم که وی در آن با آوردن یک مثال نقض در جامعیت و کفایت مفهوم نظریه برهانی نتیجه‌ی منطقی تردید می‌کند.^۷ دلیل آنکه تارسکی برای رویکرد نظریه برهانی مثال نقض می‌آورد آن است که بسیاری از منطق‌دانان باور داشتند که موفق شده‌اند «... همه‌ی استدلال‌های دقیقی را که از زمان بسیار قدیم در ریاضیات محقق شده بود در قالب براهین صوری‌ای که کاملاً در درون چهارچوب نظریه‌های قیاسی^۸ ساخته شده مندرجند عرضه کنند». (Tarski, 2002, 177)

مثال نقضی او نظریه‌های اصل موضوعی ω -نا تمام است؛ نظریه‌هایی که مصداق‌اند از قضیه‌ی ناتمامیت اول گودل: در این نظریات ما نتایجی داریم که با آن‌که شهوداً صادق هستند و به همین دلیل می‌توانند نتایج منطقی اصول موضوعه‌ی خودشان قلمداد شوند اما از طریق برهان و قواعد استنتاج اثبات نمی‌شوند و این بدان معناست که دایره‌ی جمله‌های صادق بزرگ‌تر دایره‌ی جمله‌های اثبات‌پذیر است. مثال تارسکی از این قرار است: در ریاضیات نظریاتی وجود دارد که در میان اصول موضوعه یا قضایای آن‌ها جمله‌هایی با این فرم وجود دارند:

A_1 . ۱ دارای ویژگی P است،

A_2 . ۲ دارای ویژگی P است

و مانند آن، و عام‌تر از همه‌ی جمله‌های جزئی‌ه‌ی (particular sentences) دارای این فرم

A_n . n دارای ویژگی P است،

نیز وجود دارد که « m » نماینده‌ی نماد دلخواهی است که یک عدد طبیعی را در یک دستگاه معین عددی (برای مثال دستگاه اعشاری) می‌نامد. اما جمله‌ی کلیه (universal sentence):

A . هر عدد طبیعی دارای ویژگی P است،

را نمی‌توان بر اساس این نظریه‌ی ω -نا تمام و به کمک قواعد استنتاجی معمول (مانند قاعده‌ی جانشینی یا قاعده‌ی وضع مقدم) اثبات نمود. در حالی که جمله‌ی اخیر به وسیله‌ی استقراء ریاضی از اصول موضوعه‌ی فوق قابل استنتاج است و «به نحو شهودی» نتیجه‌ی

منطقی آن‌هاست. از آن‌جا که برای اخذ جمله‌ی A به عنوان نتیجه، ویژگی P را باید به تعدادی نامتناهی اثبات نمود (زیرا اعداد طبیعی نامتناهی شمارا هستند) و این کار در عمل ممکن نیست تارسکی به اختصار درباره‌ی جرح و تعدیل‌هایی که می‌توان در استقراء نامتناهی صورت داد سخن می‌گوید و هیچ یک این جرح و تعدیل‌ها را اثبات‌کننده‌ی اعتبار آن نمی‌یابد. او سپس امکان دیگری را مطرح می‌کند و آن افزایش قواعد استنتاجی جدید به دستگاه منطقی است اما قضایای ناتمامیت گودل را مانع این راه‌حل می‌داند.

در نهایت، تارسکی از این مثال نقض چنین نتیجه‌گیری می‌کند: «من فکر می‌کنم این واقعیت به خودی خود اثبات می‌کند که مفهوم صوری شده‌ی نتیجه‌ی منطقی^۹، که تاکنون به طور عام در ساخت نظریه‌های قیاسی بکار رفته است، به هیچ روی با مفهوم روزمره‌ی آن تطبیق نمی‌کند». (Tarski, 2002, 178) البته این مثال نقض بدان معنا نیست که نظریه‌های قیاسی معمول دیگر اعتباری نخواهند داشت بلکه آن‌ها در جای خود برای اثبات جمله‌های جزئی‌ه کارا خواهند بود (ibid, 181). بنابراین، طبیعی‌ترین راه‌حل به دست دادن تعریفی موسّع از نتیجه‌ی منطقی است تا بتواند نظریات 0- ناتمام را تحت پوشش خود قرار دهد.

۵. چیستی مفهوم عام نتیجه از نظر تارسکی

تارسکی مقاله‌ی «درباره‌ی مفهوم نتیجه‌ی منطقی» را چنین آغاز می‌کند که هدفش در این مقاله «فراچنگ آوردن مفهوم عام نتیجه‌ی منطقی» است:

برای دقیق ساختن این مفهوم کوشش‌هایی صورت گرفته تا آن را با شیوه‌ی «ازپیش موجود»ی که به طور روزمره بکار می‌رود وفق دهد. اما این کار با معضلاتی که در چنین موقعیت‌هایی معمول است همراه می‌باشد: مفهوم نتیجه از نظر شفافیت محتوایش یا تحدید دقیق‌تر دلالت مصداقی‌اش از دیگر مفاهیم زبان روزمره متمایز نیست. شیوه‌ای که از آن استفاده می‌شود متغیر است. باید به نحو پیشینی اذعان نمود که وظیفه‌ی فراچنگ آوردن و آشتی دادن همه‌ی شهودهای مبهم و گاه متناقضی که با این مفهوم مرتبطند غیر قابل تحقق است، و باید پیشاپیش خودمان را با این واقعیت وفق دهیم که هر تعریف دقیقی از این مفهوم تحت بررسی به میزانی کم یا زیاد نشان دلبخواهی بودن را بر خود خواهد داشت. (Tarski, 2002, 176)

در بخش قبل دیدیم از نظر تارسکی مفهوم عام یا روزمره‌ی نتیجه با مفهوم «صوری‌شده‌ی نتیجه» فرق دارد و اولی اعم از دومی است. اما متأسفانه سخنان تارسکی درباره‌ی مفهوم عام در این پاراگراف آغازین و نیز در سراسر مقاله مبهم و چندپهلو است. به نظر می‌رسد که می‌توان دو تفسیر از سخن او داشت: نخست، این‌که تارسکی مفهومی را از نتیجه‌ی عام مراد می‌کند که همه‌ی انسان‌های معمولی و غیرمتخصص در فلسفه، منطق و ریاضیات در زبان روزمره بکار می‌برند، پاراگراف آغازین مقاله نیز موهم همین تفسیر است. چراکه او هم از «کاربرد روزمره» سخن می‌گوید و هم از «زبان روزمره». بر این اساس، می‌توان نتیجه گرفت که او می‌خواهد هسته‌ی مشترک مفهوم نتیجه‌ی منطقی را که در همه کاربردهای آن در زبان طبیعی وجود دارد صورت‌بندی کند. اما تفسیر دوم آن است که مراد تارسکی از مفهوم عام نتیجه مفهومی است که برای اهل فن یعنی منطق‌دان، ریاضی‌دانان «عمومیت» دارد و در زبان روزمره و متداول میان آنان بکار می‌رود.

برای هر دو تفسیر می‌توان نمایندگانی را از میان مفسران تارسکی یافت^۱: از میان کسانی که می‌توان در آثارشان اقوالی را به سود تفسیر نخست یافت جان اچمندی است که یکی از مشهورترین مخالفان تارسکی است. او در آثار مختلف خود بارها هدف تارسکی را فراچنگ آوردن مفهوم «پیشانظری (pretheoretical)» صدق منطقی و نتیجه منطقی می‌داند (البته باید توجه داشت کلمه‌ی «پیشانظری» در سراسر مقاله‌ی تارسکی یافت نمی‌شود) هرچند بر آن است که تارسکی در این کار موفق نمی‌شود. مثلاً اچمندی در جایی می‌گوید: «به طور کلی برای برآورد موفقیت سمانتیک نظریه مدلی، ما نخست به مجموعه‌ی صدق‌های منطقی‌ای که این سمانتیک پدید می‌آورد نظر می‌اندازیم ... این جمله‌ها باید کاملاً با شهودهای پیشانظری ما درباره‌ی صدق‌های منطقی یا صدق‌های تحلیلی زبان موردنظر نیز سازگار باشند» (Etchmندی, 1988, 91). او در همین مقاله روشن می‌سازد که مرادش از «پیشانظری» همان کاربرد متداول در زبان روزمره است (البته موضوع بحث وی در این فقره مفهوم «تحلیلیت» است): «من فکر می‌کنم که همه‌ی ما مفهوم پیشانظری کاملاً مناسبی از تحلیلیت داریم که مبهم‌تر یا قابل اعتراض‌تر از اکثر مفاهیم دیگری که در فعالیت‌های روزمره بکار می‌گیریم نیست، فعالیت‌هایی هم‌چون آشپزی یا مهندسی بیوشیمی». (ibid, 98) همین کافی است تا دریابیم اچمندی مراد تارسکی از مفهوم عام نتیجه (و صدق) منطقی را مفاهیم «پیشانظری» این دو می‌داند.

از کسانی که می‌توان در آثارشان اقوالی را به سود تفسیر دوم یافت گریز است. او در مخالفت با اچمندی می‌گوید: «به نظر می‌رسد که اچمندی اشارات تارسکی به «مفهوم معمول نتیجه منطقی» را چنان تفسیر می‌کند که چیزی شبیه به

مفهوم معمول اشخاص از لازم آمدن چیزی از چیزی» به ذهن می‌رسد. اما من فکر می‌کنم که این امر روشن است که تارسکی مفهوم نتیجه را که آن‌گونه که از سوی منطق‌دانان و فیلسوفان بکار رفته مد نظر داشت. اشخاص چنان تربیت نشده‌اند که تصور مشخصی از نتیجه منطقی (یعنی صوری) به معنای تارسکیایی داشته باشند (Ray, 1996, 673).

مفسر دیگر تیموتی بایس است او در مقاله‌ی خود تحت عنوان «رأی تارسکی درباره مدل‌ها» می‌گوید:

در کل، مقاله‌ی تارسکی به فراهم آوردن یک تحلیل ریاضیاتی از مفهوم نتیجه می‌پردازد. در مقام نظر، این پروژه باید شامل دو نوع پژوهش متفاوت باشد: نخست، یک پژوهش فلسفی که تلقی شهودی ما را از نتیجه منطقی روشن می‌سازد، و دوم، یک پژوهش ریاضیاتی که تعریفی صوری را مطابق با تلقی شهودی‌مان پرورش می‌دهد. اما تلقی تارسکی تمایل دارد چنان پیش رود که گویی پژوهش نخست پیش‌تر تکمیل شده است (Bays, 2001, 1718ff).

مفسر دیگر، و درباره‌ی این موضوع از همه مهم‌تر، ایگناسیو جانه است که یک مقاله‌ی کامل درباره‌ی چستی مفهوم عام نتیجه از نظر تارسکی نوشته است. او با بررسی شواهد تاریخی و زمینه و زمانه‌ی تارسکی و آثار پیش از ۱۹۳۶ وی - که عمدتاً مبتنی بر روش اصل موضوعی‌اند - به تفصیل شرح می‌دهد که تفسیر اول از مفهوم عام نتیجه قابل دفاع نیست و مراد تارسکی از این مفهوم آنی است که در «علم اصل موضوعی» (axiomatics) مطرح می‌شود. به باور جانه مفهوم نتیجه آن‌گونه که در روش اصل موضوعی وجود دارد طبیعی‌ترین و عام‌ترین مفهوم نتیجه برای تارسکی و همه‌ی منطق‌دانان و ریاضی‌دانان هم عصر او بوده است و به همین دلیل است که تارسکی نمی‌کوشد در مقاله ۱۹۳۶ خود مفهوم عام نتیجه را توضیح دهد و این پیش‌فرض را دارد که مخاطبان وی همگی با این مفهوم آشنا هستند. (Jané, 2006, p. 30).

ما با تفسیر جان‌ه موافقیم و چنان‌که در اول مقاله هم اشاره کردیم بررسی آثار تارسکی در دهه‌ی ۲۰ و ۳۰ میلادی به وضوح نشان می‌دهد که روش اصل موضوعی برای او یگانه روش بیان نظریات مورد نظرش است.

هم‌چنین، چنان‌که خواهیم دید شواهد روشنی در خود مقاله وجود دارد که می‌توان آن‌ها را دال بر تفسیر دوم دانست: شاهد آن‌که تارسکی از پاراگراف دوم به بعد با آن‌که باز هم از مفهوم عام نتیجه و کاربرد آن در زبان روزمره سخن می‌گوید وقتی که به بررسی کوشش‌های مختلف برای تعریف مفهوم نتیجه‌ی منطقی می‌پردازد فقط به کار ریاضی‌دانان و منطق‌دانان ریاضی اشاره می‌کند. شاهد دیگر آن‌که مثال نقضی که او برای جامعیت مفهوم نظریه برهانی نتیجه می‌آورد (و پیش‌تر شرح آن گذشت) نیز یک مثال ریاضیاتی (از نظریه اعداد) است. هنگامی که به تعریف پیشنهادی او (که قرار است مفهوم عام نتیجه را فراچنگ آورد) نیز نظر می‌اندازیم می‌بینیم این تعریف نیز در قالب منطق ریاضی و برای زبان‌های صورتی شده است. از این رو به نظر می‌رسد که مراد وی از مفهوم عام نتیجه آن مفهومی است که منطق‌دانان و ریاضی‌دانان به نحو شهودی در نظر دارند و نه مفهوم نتیجه آن‌گونه که در زبان طبیعی موجود است.

۶. مفهوم نظریه مدلی نتیجه منطقی

حال باید به توضیح کوشش تارسکی برای فراچنگ آوردن مفهوم نتیجه‌ی عام می‌پردازیم. تارسکی پس از بیان مثال نقض خود و نشان دادن ناکارآمدی مفهوم نظریه برهانی نتیجه بر آن می‌شود تا تعریف مهم دیگری از نتیجه‌ی منطقی، تعریف کارنپ، را بررسی کند. چراکه در نظر او کارنپ از اولین افرادی است که در جستجوی تعریفی دقیق از نتیجه‌ی منطقی بوده است (Tarski, 2002, 182). تعریف کارنپ چنین است:

می‌گوییم که جمله‌ی X منطقی از مجموعه جمله‌های K لازم می‌آید اگر و فقط و اگر مجموعه‌ی متشکل از همه‌ی جمله‌های مجموعه‌ی K و نفی جمله‌ی X متناقض (contradictory) باشد. (ibid, 182)

به نظر تارسکی تعریف پیشنهادی کارنپ بر اساس «نحو عام» است. اما تارسکی پیش‌تر رویکرد نحوی را وافی به مقصود ندانسته است به همین دلیل به تعریف پیشنهادی خود از نتیجه‌ی منطقی که تعریفی است سمانتیکی می‌پردازد:

«در این جا مایلم طرحی از یک روش کلی ارائه دهم که به نظرم ساخت تعریفی از لحاظ صوری صحیح و از لحاظ مادی کافی از مفهوم نتیجه را برای مقوله‌ای گسترده از زبان‌های صوری شده ممکن می‌سازد» (ibid, 182).^{۱۱} پس تعریف نتیجه منطقی باید دارای دو شرط باشد (الف) از لحاظ مادی کافی باشد (کفایت مادی) (ب) از لحاظ صوری صحیح باشد (صحت صوری). چنان‌که ویلفرید هاجز می‌گوید با آن‌که تارسکی در مقالات مختلف خود در هنگام تعریف یک مفهوم بارها از شرط صحت صوری نام می‌برد اما مراد خود را از این شرط به صراحت روشن نمی‌سازد (Hodges, 2008, 116) اما به تقریب می‌توان گفت مقصود تارسکی از صحت صوری یک تعریف آن است که آن تعریف در یک زبان صوری شده‌ی مشخص (و نه زبان طبیعی) ارائه شده باشد. اما مقصود از شرط کفایت مادی آن است که آن تعریف تا حد امکان حق شهودهایی را که همگان^{۱۲} درباره‌ی آن مفهوم دارند ادا کند. (تارسکی، ۱۳۸۰، ص. ۵۰) در واقع شرط کفایت مادی همان شرطی است که تارسکی در اول همین مقاله مطرح کرده است یعنی «فراچنگ آوردن مفهوم از پیش موجود نتیجه» یا «فراچنگ آوردن و آشتی دادن همه‌ی شهودهای مبهم و گاه متناقضی که با این مفهوم مرتبطند».^{۱۳}

او سپس دو شرط لازم برای تأمین کفایت مادی یک تعریف از نتیجه‌ی منطقی را ارائه می‌کند. با در نظر گرفتن مجموعه جملات K و جمله‌ی X که از این مجموعه لازم می‌آید شرط لازم نخست چنین است: «از نظرگاه شهودهای روزمره روشن است که این وضعیت نمی‌تواند رخ دهد که همه‌ی جمله‌های مجموعه‌ی K صادق باشند اما درعین حال جمله‌ی X کاذب باشد» (ibid, 183) و شرط لازم دوم نیز چنین است:

از آن جا که مسأله در این جا درباره‌ی رابطه‌ی نتیجه‌ی منطقی یا صوری (formal)^{۱۴} است و بنابراین درباره‌ی رابطه‌ای است که باید به وسیله‌ی صورتی (form) که در میان جمله‌ها برقرار است کاملاً تعیین شود، از این رو، لازم آمدن^{۱۵} نمی‌تواند مبتنی بر شناخت ما از جهان خارجی و به ویژه مبتنی بر شناخت ما از ایزه‌هایی باشد که در جمله‌های مجموعه K یا جمله‌ی X درباره‌ی آن‌ها سخن می‌رود (ibid, 183).

شرط لازم دوم از کفایت مادی تعریف نتیجه‌ی منطقی را می‌توان به نحو روشن‌تر چنین بیان نمود: مستقل بودن رابطه‌ی نتیجه‌ی منطقی از «معنا یا مدلول» ثوابت برون منطقی موجود در مقدمات؛ این بدان معناست که ما فارغ از اطلاعاتمان درباره‌ی حدود برون منطقی

می‌توانیم نتیجه‌ی مقدمات را اخذ کنیم. وی این دو شرط را در شرطی تحت عنوان (F) جمع‌بندی می‌نماید:

(F) اگر، در جمله‌های مجموعه‌ی K و در جمله‌ی X حدود ثابت (constant terms) را، که حدود کلی - منطقی نیستند، با حدود ثابت دلخواه جایگزین کنیم (ثوابت هم‌شکل (equiform) را همه‌جا با ثوابت هم‌شکل جایگزین می‌کنیم)، و به این شیوه مجموعه‌ی جدیدی از جمله‌ها K' و جمله‌ی جدید X' را به دست آوریم، آنگاه جمله‌ی X' باید صادق باشد تنها اگر همه‌ی جمله‌های مجموعه‌ی K' صادق باشند (ibid, 183-184).

اما تارسکی بیان می‌دارد که هرچند این دو شرط برای مفهوم نتیجه‌ی منطقی شروط لازم هستند اما شرط کافی نیستند؛ وی بدون زدن هیچ مثالی می‌گوید: «دشوار نیست با نمونه‌های عینی از زبان‌های صوری‌شده‌ی خاص نشان دهیم که علی‌رغم ارضاء شرط (F) به هیچ‌روی ضروری نباشد که جمله‌ی X - از نظرگاه شهودهای روزمره - از جمله‌های مجموعه‌ی K لازم آید». (ibid, 183). سپس تارسکی می‌گوید باید به جستجوی ابزار دیگری برای ادای مقاصد شرط (F) برآمد؛ به باور او این ابزار را سمانتیک به ما می‌دهد و آن ابزار مدل است. او برای تعریف مدل نخست مفهوم سمانتیکی ارضاء یک تابع جمله‌ای از طریق دنباله‌ای از ابژه‌ها را معرفی می‌کند (که پیش‌تر آن را در مقاله‌ی مفهوم صدق در زبان‌ها صوری‌شده به طور مفصل تعریف کرده است). مثال او آن است که مثلاً جان و پیت (که زوجی از ابژه‌ها هستند) تابع جمله‌ای «X و Y برادر هستند» را ارضاء می‌کنند یا اعداد ۲، ۳ و ۵ معادله‌ی $x + y = z$ را ارضاء می‌کنند. (ibid, 185) سپس سراغ مفهوم مدل می‌رود و مدل را براساس مفهوم ارضاء تعریف می‌کند:

بیابید فرض کنیم در زبانی که در حال بررسی‌ایم با هر یک از ثوابت برون‌منطقی، برخی از نمادهای متغیری متناظرند، به گونه‌ای که در یک جمله‌ی دلخواه با جایگزین کردن یک ثابت با یک متغیر متناظر، این جمله را تبدیل به یک تابع جمله‌ای می‌کنیم. بیابید باز هم یک مجموعه‌ی دلخواه از جمله‌ها L را در نظر بگیریم. بگذارید همه‌ی ثوابت برون‌منطقی واقع شده در جمله‌های مجموعه‌ی L را با متغیرهای متناظر جایگزین کنیم، ثوابت هم‌شکل با متغیرهای هم‌شکل و ثوابت ناهم‌شکل با متغیرهای ناهم‌شکل. [به این شیوه] مجموعه‌ای از توابع جمله‌ی L' را به دست خواهیم آورد. ما یک دنباله‌ی دلخواه از ابژه‌هایی که هر یک از توابع جمله‌ای مجموعه‌ی L' را ارضاء می‌کنند یک مدل از مجموعه‌ی L می‌نامیم

(درست به آن معنا که معمولا درباره‌ی یک مدل از دستگاه اصل موضوعی یک نظریه‌ی قیاسی سخن می‌رود). اگر به طور خاص مجموعه‌ی L متشکل از تنها یک جمله‌ی X باشد ما نیز فقط درباره‌ی یک مدل از جمله‌ی X سخن خواهیم گفت. (ibid, 185-186).^{۱۶}

حال که ابزار مدل با استفاده از مفهوم ارضاء جمله‌ای به دست آمد (و ابتدای مدل بر مفهوم ارضاء آن را بدل به یک مفهوم سمانتیکی می‌کند)، تارسکی بلافاصله تعریف خود را از نتیجه‌ی منطقی ارائه می‌کند:

«می‌گوییم که جمله‌ی X منطقا از جمله‌های مجموعه‌ی K لازم می‌آید اگر و فقط اگر هر مدلی از مجموعه‌ی K در عین حال مدلی از جمله‌ی X باشد». (ibid, 186).^{۱۷}

او در آخر نتیجه می‌گیرد که کفایت مادی تعریف مفهوم نتیجه‌ی منطقی با شرط (F) (که دربردارنده‌ی شروط لازم بود) و مفهوم مدل تأمین شده است و بنابراین تعریف پیشنهادی‌اش مفهوم عام نتیجه‌ی منطقی را فراچنگ آورده است:

به نظر من هرکس که محتوای تعریف بالا را بفهمد خواهد پذیرفت که این تعریف بسیاری از شهودهای ظاهر شده در کاربرد روزمره‌ی [مفهوم] نتیجه را فراچنگ می‌آورد.^{۱۸} ...

می‌توان بر اساس تعریف پذیرفته‌شده در بالا اثبات کرد که جمله‌ای که از لحاظ منطقی از جمله‌های صادق لازم می‌آید باید خود نیز صادق باشد و نیز این که رابطه‌ی نتیجه‌ی منطقی کاملا مستقل از معنای ثوابت برون منطقی واقع شده در جمله‌هایی است که در میان آن‌ها این رابطه به دست می‌آید. و در یک کلام، می‌توان نشان داد که شرط (F) که در بالا صورت‌بندی شد ضروری است برای این که جمله‌ی X از جمله‌های مجموعه‌ی K لازم بیاید. (ibid, 186-187).

تارسکی در نهایت می‌گوید: «من به هیچ‌روی فکر نمی‌کنم که به لطف آراء فوق مسأله ساخت یک تعریف صحیح و کافی از مفهوم نتیجه به کلی حل شده باشد. بر عکس، به عقیده‌ی من، یک رشته‌ی کلی از پرسش‌ها باقی می‌مانند». (ibid, 188) وی در آخر مقاله یکی از این مسائل بسیار مهم را مطرح می‌کند و آن را باز می‌گذارد و آن مسأله مربوط ملاک تمایز میان حدود منطقی و برون منطقی است. همان‌طور که خود تارسکی اذعان می‌دارد ساخت کلی این مقاله مبتنی بر تمایز میان این دو نوع از حدود است اما او در این مقاله تعریفی برای این حدود به دست نمی‌دهد. وی تنها دو مثال برای حدود منطقی می‌آورد (علامت استلزام و سورها) که بر اساس آن می‌توان گفت که او نیز به تبع

اکثر منطق دانان ادوات منطقی و سورها را جزء حدود منطقی می‌دانند. با این حال، می‌گوید: «هیچ دلیل عینی‌ای بر من دانسته نیست که مجاز دارد خط فاصل دقیقی میان این دو مقوله از حدود کشیده شود». (ibid, 188) و برای او مایه‌ی تعجب نخواهد بود اگر پژوهش‌ها برای برقراری تمایز دقیق میان این دو نوع از حدود به شکست بینجامند زیرا به نظر او تمایز میان این حدود دلخواهانه است و این دلخواهی بودن را ناشی از عدم ثباتی می‌داند که مفهوم نتیجه در گفتار روزمره داراست. (ibid, 189).^{۱۹}

۷. تعریف تارسکی از نتیجه منطقی به چه معنا سمانتیکی است؟

چنان‌که دیدیم تارسکی با وارد ساختن مفهوم مدل و تعریف نظریه مدلی نتیجه‌ی منطقی (که با علامت «F» نشان داده می‌شود) از دریچه‌ی جدیدی به مفهوم نتیجه‌ی منطقی نظر می‌کند.^{۲۰} و این تعریف او یکی از مهم‌ترین رویدادهایی است که موجب ظهور سمانتیک نظریه مدلی مرتبه اول شده است. حال می‌توانیم و باید بررسییم تعریف تارسکی از نتیجه‌ی منطقی به چه معنایی از سمانتیک، سمانتیکی است؟ برای پاسخ به این پرسش باید سراغ مقاله‌ی «تأسیس سمانتیک علمی» (The Establishment of Scientific Semantics) برویم که تارسکی در سال ۱۹۳۵ در همایش پاریس آن را به همراه مقاله‌ی «درباره‌ی مفهوم نتیجه‌ی منطقی» ارائه نمود و در سال ۱۹۳۶ منتشر ساخت. تارسکی در مقاله‌ی «تأسیس سمانتیک علمی» سمانتیک را چنین تعریف می‌کند:

مراد ما از سمانتیک همه‌ی مسائل مربوط به آن مفاهیمی است که به طور کلی بیان‌گر روابط میان عبارات یک زبان با ابژه‌ها و وضع اموری (state of affairs) است که به وسیله‌ی این عبارات به آن‌ها ارجاع داده می‌شود. نمونه‌های بارزی که می‌توان برای مفاهیم سمانتیکی ذکر نمود مفاهیم دلالت (denotation)، ارضاء (satisfaction) و تعریف است که از باب نمونه در احکام زیر ظاهر می‌شوند:

عبارت «فاتح ینا» بر ناپلئون دلالت می‌کند، برف، شرط «x سفید است» را ارضاء می‌کند؛ معادله‌ی « $x^3 = 2$ » ریشه‌ی سوم عدد ۲ را تعریف می‌کند (به نحوی منحصر به فرد تعیین می‌کند).

مفهوم صدق نیز - که معمولاً مفهومی سمانتیکی دانسته نمی‌شود - در این جا از جمله‌ی این مفاهیم محسوب می‌گردد، دست‌کم در تفسیر سنتی‌اش که «صادق» بر «مطابق با واقعیت» دلالت می‌کند. (Tarski, 1983, 401)

چنان‌که می‌بینیم در این تعریف سمانتیک علمی معرفی می‌شود که به رابطه‌ی زبان با ایزه‌ها و جهان می‌پردازد و با توجه به این‌که این مقاله و مقاله‌ی «درباره‌ی مفهوم نتیجه منطقی» هر دو هم‌زمان ارائه شدند و نیز تارسکی در نوشته‌های بعدی خود هم‌چون «مفهوم سمانتیکی صدق و مبانی سمانتیک» (۱۹۴۴) عیناً همین تعریف را از سمانتیک بیان می‌دارد (تارسکی، ۱۳۸۰، ص. ۵۳) می‌توانیم نتیجه بگیریم که مفهوم سمانتیکی نتیجه‌ی منطقی ۱۹۳۶ را نیز باید بر اساس همین تعریف از سمانتیک فهمید؛ ضمن این‌که چنان‌که دیدیم «مدل» طبق تعریف تارسکی نوعی رابط میان زبان و جهان است.

۸. کاربست فرآیند مدل‌کردن در یک نظریه قیاسی ابتدایی

تارسکی در مقاله‌ی ۱۹۳۶ خود برای فرآیند مدل‌کردن هیچ مثالی نمی‌آورد اما در کتاب مدخل منطق و روش‌شناسی علوم قیاسی (*Introduction to Logic and the Methodology of the Deductive Sciences*) فرآیند مدل‌کردن را با ذکر یک مثال از علم هندسه توضیح می‌دهد. ما در این جا به مثال او می‌پردازیم: تارسکی در کتاب مذکور درصدد برمی‌آید تا نظریه‌ای بسیار ابتدایی درباره‌ی تشابه پاره‌خط‌های هندسی را در قالب یک دستگاه صوری قیاسی صورت‌بندی نماید و سپس برای آن مدل‌سازی کند. به روال معمول در دستگاه‌های قیاسی اصل موضوعی، نخست باید مفاهیم پایه‌ای و اصول موضوعه مشخص شوند. نمادهای x, y, z, \dots دال بر پاره‌خط‌های هندسی هستند و نمادهای S و \cong نمادهای پایه‌ای دستگاه هستند S دال بر «مجموعه‌ی همه‌ی پاره‌خط‌ها» و نماد دوم دال بر «تشابه» (congruence) است، بنابراین، $x \cong y$ را باید چنین خواند: x با y متشابه است. تارسکی برای این دستگاه ابتدایی دو اصل موضوع بیان می‌کند:

اصل موضوع ۱. به ازای هر عضو x از مجموعه‌ی S ، $x \cong x$ (به عبارت دیگر: هر پاره‌خطی با خودش متشابه است).

اصل موضوع ۲. به ازای هر x, y و z از مجموعه‌ی S ، اگر $x \cong z$ و $y \cong z$ ، آن‌گاه $x \cong y$ (به عبارت دیگر: دو پاره‌خط متشابه با یک پاره‌خط با یک‌دیگر متشابه هستند).

قضایای این دستگاه نیز از این قرارند:

قضیه ۱. به ازای هر عضو y و z از مجموعه S ، اگر $y \cong z$ ، آن گاه $z \cong y$.

قضیه ۲. به ازای هر عضو x ، y و z از مجموعه S ، اگر $x \cong y$ و $x \cong z$ ، آن گاه $z \cong y$.

برهانی که طبق آن این قضایا از آن اصول موضوعه نتیجه می‌شوند بسیار ساده است. با قراردادن « z » در اصل موضوع ۲ به جای « x » این حکم را به دست می‌آوریم: به ازای هر عضو y و z از مجموعه S ، اگر $z \cong z$ و $y \cong z$ ، آن گاه $z \cong y$. در فرض این حکم ما داریم: $z \cong z$ ؛ که بر اساس حکم اصل موضوع ۱ معتبر است و لذا می‌توان آن را کنار گذاشت و بدین‌سان، به قضیه‌ی ۱ می‌رسیم.

بدین‌سان، بنا به نظر تارسکی دانش ما درباره‌ی ابژه‌های دستگاهمان فقط و فقط مبتنی بر حدود اولیه و اصول موضوعه‌مان است و تنها بر اساس فرم آن‌ها قضایای مزبور را استنتاج می‌کنیم و دانش قبلی‌مان درباره‌ی تشابه پاره‌خط‌ها دخلی در استنتاج قضایا از اصول موضوعه ندارد. تارسکی پس از ارائه‌ی دستگاه مذکور گام دیگری را برمی‌دارد که با آن نحوه‌ی مدل‌سازی برای یک استدلال را روشن می‌سازد. او از ما می‌خواهد که حدود اولیه دستگاه مذکور را در همه‌ی اصول موضوع و همه‌ی قضایا با متغیرهای دیگری جایگزین کنیم یعنی « S » را با متغیر « K » که دال بر رده‌هاست و نماد « \cong » را با متغیر « R » که دال بر روابط در رده‌هاست جایگزین کنیم. در این صورت احکام دستگاه ما (هم اصول موضوعه و هم قضایا) دیگر نه جمله‌ها بلکه توابع جمله‌ای خواهند بود که شامل دو متغیر آزاد « K » و « R » هستند که روابطی را میان K و R بیان می‌کنند یعنی بیان می‌دارند R این یا آن خاصیت را در رده‌ی K دارد. با در نظر داشتن این تغییرات اکنون داریم:

اصل موضوع ۱. xRx (به عبارت دیگر: R در رده‌ی K دارای خاصیت انعکاسی است).
 اصل موضوع ۲. به ازای هر عضو x ، y و z از رده‌ی K ، اگر xRz و yRz ، آن گاه xRy .
 (بنابه گفته‌ی تارسکی ما برای این خاصیت نام خاصی نداریم؛ او آن را خاصیت P می‌نامد).

این توابع جمله‌ای به توابع جمله‌ای زیر منجر می‌گردند:

قضیه‌ی ۱. به ازای هر یک از x و y از رده‌ی K اگر xRy ، آن گاه yRx (به عبارت دیگر: R در رده‌ی K دارای خاصیت تقارن است).

قضیه‌ی ۲. به ازای هر عضو x ، y و z از رده‌ی K ، اگر xRy و yRz ، آن‌گاه xRz (به عبارت دیگر: R در رده‌ی K دارای خاصیت تعدی است).

اکنون ما توابع جمله‌ای را داریم که دیگر درباره‌ی پاره‌خطها و رابطه‌ی تشابه میان آن‌ها نیستند؛ بلکه قوانینی را بیان می‌کنند که متعلق به قلمرو منطقد و نه متعلق به این یا آن نظریه‌ی خاص، و بیان می‌دارند که هر رابطه‌ی R که انعکاسی باشد (اصل موضوع ۱) و خاصیت P را در یک رده‌ی مفروض K داشته باشد (اصل موضوع ۲) هم دارای خاصیت تقارن است (قضیه ۱) و هم دارای خاصیت تعدی (قضیه ۲).

اگر رابطه‌ای R انعکاسی باشد و خاصیت P را در یک رده‌ی مفروض K داشته باشد می‌گوییم که K و R با هم دیگر یک مدل یا یک تحقق از دستگاه اصل موضوعی نظریه‌ی هندسی‌مان را تشکیل می‌دهند یعنی این مدل مدلی از اصول موضوعه و قضایا و براهین دستگاه هندسی ماست.^{۲۱} اما این مدل خاص هیچ نقش ممتازی را در ساختن این نظریه ایفاء نمی‌کند. ما می‌توانیم تعابیر دیگری را نیز از K و R به دست دهیم و دستگاه قیاسی جدیدی بسازیم و بی‌آن‌که برهان جدیدی اقامه کنیم اصول موضوعه و قضایای آن را صادق بدانیم. (Tarski, 1994, 112-116)^{۲۲}

۹. تقریر فلسفی مفهوم نظریه مدلی نتیجه منطقی

اگر بخواهیم مقاله‌ی ۱۹۳۶ تارسکی و مطالب ذکرشده از کتاب مدخلی بر منطق و روش‌شناسی علوم قیاسی را در هم‌دیگر ادغام نماییم و چستی نتیجه‌ی نظریه مدلی به روایت تارسکی را به زبان طبیعی و فلسفی خلاصه‌وار بیان نماییم باید بگوییم که برای به‌دست آمدن نتیجه‌ی نظریه مرحله باید دو مرحله طی شود:

مرحله‌ی اول: برای آن‌که یک نتیجه‌ی نظریه مدلی داشته باشیم نخست باید نظریه‌مان را مشخص و زبان آن را صوری‌سازی کنیم و سپس آن نظریه را در قالب یک دستگاه اصل موضوعی ارائه دهیم. سپس حدود ثابت (ثوابت منطقی) نظریه‌مان را در همه‌ی اصول موضوعه و قضایا با متغیرها جایگزین نماییم به نحوی که اصول موضوعه و قضایای نظریه‌مان که جمله هستند به توابع جمله‌ای بدل شوند. ما با این کار جمله‌های خودمان را از ماده یا محتوای خاص (تعابیر) تهی می‌کنیم و به صورت‌های منطقی محضی می‌رسیم که

درباره‌ی هیچ شیء یا نسبت خاصی نیستند و این چنین از امر خاص به امر عام می‌رویم و صورت و ساختار منطقی‌ای را که در دل جملات نظریه‌مان بود آشکار می‌سازیم (این مرحله را می‌توانیم انتزاع صورت‌های منطقی از نظریه بنامیم).

مرحله‌ی دوم: از آن‌جا که این توابع جمله‌ای یا صورت‌های منطقی معنادار نیستند (یعنی درباره‌ی اشیاء خاصی نیستند و ماده یا موضوع معین و مشخصی ندارند) باید آن‌ها را تبدیل به جمله بکنیم؛ تبدیل تابع جمله‌ای به جمله را ارضاء تابع جمله‌ای می‌نامیم. رابطه‌ی ارضاء به معنای آن است که ما برای متغیرهای یکسان در همه‌ی توابع جمله‌ای‌مان به نحو یک‌دست تعبیر (ماده و محتوای) مشخصی را در نظر می‌گیریم. با به دست دادن تعابیر (ابژه‌ها) برای توابع جمله‌ای، آن‌ها به جمله تبدیل می‌شوند. مجموعه‌ی این تعابیر (ابژه‌ها) را نیز مدل می‌نامیم. بدین‌سان، پس از انتزاع صورت‌های منطقی از یک نظریه با در نظر گرفتن مواد یا تعابیر دیگر دوباره از صورت‌های منطقی به یک نظریه‌ی مشخص یا از امر عام به امر خاص می‌رویم (این مرحله را می‌توان بازتعبیر صورت‌های منطقی نامید).

حال می‌گوییم یک تابع جمله‌ای نتیجه‌ی نظریه‌مدلی مجموعه‌ای از توابع جمله‌ای موسوم به مقدمات است اگر و فقط اگر هر مدل (یا مجموعه تعابیر) که توابع جمله‌ای موسوم به مقدمات را ارضاء می‌کند همان مدل (یا مجموعه تعابیر) تابع جمله‌ای موسوم به نتیجه را نیز ارضاء کند.^{۲۳} به نظر تارسکی اگر ما چنین وضعیتی را مشاهده کردیم می‌توانیم بگوییم که تابع جمله‌ای اخیر نتیجه‌ی منطقی توابع جمله‌ای موسوم به مقدمات است و دیگر نیازی نیست وقتی از نظریه‌ی اولیه‌مان مدل‌سازی می‌کنیم در هر نظریه‌ی جدید برای اخذ نتیجه از مقدمات برهان جدیدی اقامه نماییم؛ بلکه با همان مدل‌سازی کردن (به شرط آن‌که جایگزینی ثوابت با متغیرها و به دست دادن تعابیر برای متغیرها به نحو یک‌دست صورت گیرد) می‌توانیم مطمئن باشیم نتایج به دست آمده‌مان در هر مدل جدید نتایج منطقی مقدمات هستند. این وضعیت بدان دلیل پیش می‌آید که تنها ثوابت موجود در صورت‌های منطقی‌ای که آشکار ساخته‌ایم ثوابت منطقی هستند و نه هیچ مدلول و محتوای خاص و اگر بتوان از وجود معنا در این صورت‌های عام سخن گفت معنای ثوابت منطقی است.

۱۰. نتیجه گیری

با توجه آن چه گفته شد می توانیم دریابیم که تارسکی با تعریف نظریه مدلی نتیجه منطقی در صدد است تا مفهوم نتیجه منطقی را آن گونه که در روش شناسی اصل موضوعی وجود داشته است فراچنگ آورد. تارسکی نمی پذیرد که مفهوم نظریه برهانی نتیجه همان مفهوم عام نتیجه منطقی در علم اصل موضوعی باشد. از این رو او با تعریف نتیجه منطقی مدلی می کوشد به مفهوم عام نتیجه منطقی نزدیک شود. این مفهوم نتیجه دارای این ویژگی هاست:

(الف) از آن جا که دایره ی جمله های صادق بزرگ تر دایره ی جمله های اثبات پذیر است، دایره ی شمول نتیجه منطقی نظریه مدلی نیز از نتیجه منطقی نظریه برهانی بیش تر است زیرا برای هر نتیجه منطقی نظریه برهانی یک نتیجه منطقی نظریه مدلی وجود دارد اما عکس آن صادق نیست یعنی ممکن است از چند مقدمه یک نتیجه منطقی نظریه مدلی به دست آید اما برای آن ها هیچ برهان مرتبه اولی وجود نداشته باشد (هم چون مواردی در نظریه های مرتبه دوم و نظریات (ω) - ناتمام^{۲۴})؛

(ب) اگر چه نتیجه نظریه مدلی یک گام سعی می کند به شهود ما از رابطه ی میان مقدمه و نتیجه نزدیک تر شود اما هم چنان مقتضی زبان های صوری شده است و نه زبان طبیعی؛
(ج) نتیجه منطقی نظریه مدلی در شاکله ی تابع - شناسه ای قابل صورت بندی است که شاکله ی اساسی بیان جملات در منطق ریاضی است (و نه مثلاً در شاکله ی موضوعی - محمولی منطق ارسطویی)؛

(د) منطق ریاضی نظریه ی مجموعه ها را پیش فرض می گیرد و مدل نیز ساختاری نظریه مجموعه ای است که به وسیله ی یک تابع به هر ثابت منطقی در مجموعه ی ثوابت منطقی تعبیری را اسناد می دهند.

با توجه به این ویژگی ها نمی توان به تبع اچمنندی مفهوم عام نتیجه را مفهومی از نتیجه دانست که در زبان طبیعی و خارج از حوزه ی منطق و ریاضیات و فلسفه به کار می رود. هم چنین می توان کوشش تارسکی را دست کم در نزدیک شدن به مفهوم عام نتیجه منطقی را آن گونه که در علوم اصل موضوعی و نظریات صوری شده بکار می رود یک پیشرفت چشمگیر و کمابیش موفق دانست.

پی‌نوشت‌ها

۱. دوران نخست فکری او از ۱۹۲۶ تا ۱۹۳۳ و دوره دوم فکری او از ۱۹۳۳ تا آخر عمر وی بود.
۲. از آن‌جا که تارسکی عنایتی به کار گنتسن ندارد ما نیز درباره‌ی کار او در نظریه برهان بحثی نخواهیم کرد.
۳. در این‌جا باید خاطر نشان سازیم که هرچند اصل موضوعی‌سازی ریاضیات یک عامل مهم در پیدایش نظریه برهان بود اما گنتزن در نیمه‌ی اول قرن بیستم با ارائه‌ی دستگاه استنتاج طبیعی نشان داد که اصل موضوعی‌سازی جزء ذاتی نظریه برهان نیست بلکه فقط روشی برای ارائه‌ی یک نظریه است و می‌توان یک نظریه را به نحو نظریه برهانی نگریست و در عین حال آن را در قالب یک دستگاه استنتاج طبیعی عرضه نمود. بنابراین اگر ما در این‌جا مدام از عامل اصل موضوعی‌سازی سخن می‌گوییم بدان دلیل است که نظریه برهان به روایت هیلبرت و تارسکی را مد نظر داریم.
۴. از آن‌جا که حروف زبان منتهای هستند و ممکن است تعداد گزاره‌ها نامتناهی باشد، برای سهولت یک حرف p را برمی‌گزینیم و آن را با اعداد طبیعی اندیس‌گذاری می‌کنیم، دلیل اندیس‌گذاری نمادهای بعدی هم همین است.
۵. این شکل از نمایش حدود زبان تا حد زیادی امروزی است و ما در بیان آن‌ها از کتاب منطق ریاضی دکتر محمد اردشیر (۱۳۹۳، صفحات ۱۴ و ۹۹-۱۰۰) بهره گرفته‌ایم. اما تقسیم‌بندی حدود به اقسامی که شرحش رفته است به کتاب‌های آغازین منطق ریاضی بازمی‌گردد.
۶. مراد از بخش تابعی بخشی است که محمول/رابطه/تابع یک عبارت در آن قرار دارد و بخش شناسه‌ای بخشی است که ثوابت در آن قرار می‌گیرند.
۷. در این‌جا باید این نکته‌ی مهم را خاطر نشان سازیم که تارسکی در مقاله‌اش مفهوم نظریه برهانی نتیجه را «مفهوم صوری‌شده‌ی نتیجه» می‌نامد.
۸. لازم به ذکر است که واژه‌ی «قیاسی» در پژوهش حاضر ترجمه‌ی واژه‌ی «deductive» می‌باشد. این واژه در سنت منطق جدید مترادف است با «اصل موضوعی» که شرح آن در بخش بعد خواهد آمد. بنابراین، نباید آن را با «قیاسی» به معنای ارسطویی «syllogistic» خلط نمود. البته می‌توان برای جلوگیری از این خلط «deductive» را به «استنتاجی» ترجمه کرد اما معادل اخیر به نظر مبهم می‌آید.
۹. ایتالیک در متن اصلی نیست.

۱۰. باید توجه داشت که هیچ یک از مفسران تارسکی به جز ایگناسیو جانیه نوشته‌ای مجزا را به چستی مفهوم عام نتیجه در نظر تارسکی اختصاص نداده است، و حتی در ضمن نوشته‌هایشان نیز یا هیچ مطلبی در این باره یافت نمی‌شود و یا مطلب مرتبط در حد چند جمله است و این البته بسیار عجیب است. زیرا همان‌گونه که جانیه نیز می‌گوید تارسکی اساساً مقاله‌ی (۱۹۳۶) را به منظور فراجنگ آوردن مفهوم عام نتیجه‌ی منطقی نوشته است و هرکس که در این باره کاری تحقیقی انجام می‌دهد باید متعرض این نکته بشود که فهمش از نتیجه‌ی عام تارسکی چیست (Jane, 2006, p. 10). در هر حال غرض آن است که باید از لابلای سطوری که مفسران به نحو جسته و گریخته در این باب نوشته‌اند تلقی آنان را در این باب استنباط کرد.

۱۱. جمله‌ی مذکور در متن ایتالیک نیست.

۱۲. طبق تفسیر اتخاذ شده در این جا «همگان» یعنی ریاضی‌دانان و منطق‌دانان و نه افراد غیرمتخصص.

۱۳. باید توجه داشت که هرچند تارسکی شرط «صحت صوری» را ذکر می‌کند اما در این مقاله چیزی درباره‌ی این شرط نمی‌گوید و همه‌ی سخنانش معطوف به شرط «کفایت مادی» است.

۱۴. باید به این نکته‌ی بسیار مهم توجه داشت که «صوری» در این جا که مترادف با «منطقی» آورده شده است غیر از «مفهوم صوری شده‌ی نتیجه» (مفهوم نظریه‌برهانی نتیجه) می‌باشد.

۱۵. ایتالیک در متن اصلی نیست.

۱۶. در بخش بعدی این تعریف و مراحل آن را ضمن یک مثال از خود تارسکی بسط می‌دهیم. اهتمام ما در این جا فقط پرداختن به اصل تعریف تارسکی از مفهوم نتیجه‌ی نظریه مدلی است.

۱۷. لازم به ذکر است که تارسکی در این جا جمله‌ی تحلیلی، صدق منطقی، تناقض را هم تعریف می‌کند اما ما به دلیل تنگ بودن مجال این مقاله به آن‌ها نمی‌پردازیم.

۱۸. ایتالیک در متن اصلی نیست.

۱۹. بعدها تارسکی در مقاله‌ی «مفاهیم منطقی چه هستند؟» کوشش کرد ملاکی را برای تمایز میان حدود منطقی و برون-منطقی بیابد.

۲۰. هرچند از سوی فیلسوفان و مؤرخان منطق این نکته توجه داده می‌شود که برنارد بولتسانو در حدود یک قرن پیش از تارسکی تعریف مشابهی از مفهوم نتیجه‌ی منطقی را ارائه کرده بود، اما امروزه محرز شده است که در عین آن که تعریف بولتسانو با تعریف تارسکی از جنبه‌های مهمی تفاوت دارد تارسکی نیز از آن تعریف خبر نداشته است. در هر حال این تعریف تارسکی بود که بدل به تعریف سمانتیکی استاندارد از نتیجه‌ی منطقی شد (بنگرید به Asmus and Restall, 2012).

۲۱. البته همان‌طور که در شرح مقاله‌ی ۱۹۳۶ تارسکی آورده شد (۱۸۵-۱۸۶) دقیق‌تر آن است که بگوییم یک مدل نه احکام خود نظریه‌ی مفروض بلکه توابع جمله‌ای را ارضاء می‌کند و احکام مذکور با جایگزین شدن حدود اولیه با متغیرها در آن توابع جمله‌ای به دست می‌آیند.
۲۲. دکتر مهدی بهنیافر در مقاله‌ی «تقریری معناشناختی از صدق جمله‌های قیاسی: با تأکید بر آراء تارسکی» (۱۳۸۷، ص. ۹۲-۹۶) نیز به تقریر تارسکی از مدل در این کتاب پرداخته است.
۲۳. در این‌جا برای جلوگیری از اشتباه باید یک نکته‌ی بسیار مهم را خاطر نشان سازیم: مثال تارسکی در کتاب مدخل مثالی به منظور مدل‌سازی در حوزه‌ی نظریات مرتبه اول (نظریه مدل مرتبه اول) است. از آن‌جا که تارسکی این کتاب را برای آموزش منطق مقدماتی نوشته است در آن به نظریات مرتبه دوم یا ω - ناتمام نمی‌پردازد. ما مثال مذکور را در این‌جا بدین منظور آوردیم که فرآیند مدل‌سازی را بر اساس متنی از خود تارسکی توضیح دهیم اما باید توجه داشت که خود مثال‌های ذکر شده مصداقی از نظریاتی که برهان مرتبه اولی برای آن‌ها وجود ندارد نیستند و مدل‌سازی‌ها تماماً در حوزه‌ی نظریات مرتبه اول صورت گرفته‌اند. اما روشن است که اگر به نظریات مرتبه دوم هم برویم فرآیند مدل‌سازی به همین نحوی که شرحش رفت انجام می‌پذیرد.
۲۴. در این‌جا باید خاطر نشان سازم که برخی مفسران هم‌چون تیموئی بایس و گومز-تورنته معتقدند که نظریه‌های ω - ناتمام که تارسکی در مقاله‌ی ۱۹۳۶ خود از آن‌ها نمونه می‌آورد نظریه‌های مرتبه دوم هستند، اما اچمنندی معتقد است که تارسکی به هیچ روی به نظریه‌های مرتبه دوم نمی‌اندیشید. در این‌جا مجال پرداختن به این اختلاف نظر تفسیری نیست. برای اطلاعات تفصیلی‌تر بنگرید به: (Etchmendy, 1990, 72-73 and 85) و (Gómez-Torrente, 1996, 126 and 130ff) و (Bays, 2001, 1718ff).

کتاب‌نامه

- اردشیر، محمد. (۱۳۹۳). منطق ریاضی. تهران: نشر هرمس
- بهنیافر، مهدی. (۱۳۸۷). «تقریر معناشناختی از صدق جمله‌های قیاسی: با تأکید بر آراء تارسکی». پژوهش‌های فلسفی، شماره‌ی سیزدهم، بهار و تابستان ۱۳۸۷، ص ۶۵-۱۰۶.
- تارسکی، آلفرد. (۱۳۸۰). «مفهوم معناشناختی صدق و مبانی معنی‌شناسی». ترجمه مهدی قوام‌صفری. نشریه ذهن، سال دوم شماره ۱، (پیاپی ۵، بهار ۱۳۸۰)، ص. ۴۲-۹۷.
- دامت، مایکل. (۱۳۹۶). فلسفه ریاضیات. ترجمه مرتضی قرایی گرگانی. تهران: انتشارات حکمت ناگل، ارنست، جیمز نیومن و آلفرد تارسکی. (۱۳۶۴). برهان گودل و حقیقت و برهان. ترجمه محمد اردشیر. تهران: انتشارات مولی

- Asmus, Conrad and Restall, Greg. (2012). 'a History of the Consequence Relations'. in Handbook of the History of Logic. Volume 11.
- Bays, Timothy. (2001). 'On Tarski on models'. Journal of Symbolic Logic, 66(4):1701–1726.
- Detlefsen, Michael. (2008). 'Formalism'. In Shapiro, S., editor, The Oxford Handbook of Philosophy of Mathematics and Logic. Oxford University Press.
- Etchemendy, John. (1988). 'Models, Semantics and Logical Truth'. Linguistics and Philosophy, 91-106.
- Etchemendy, John. (1990). The Concept of Logical Consequence. Harvard University Press.
- Gómez-Torrente, Mario. (1996). 'Tarski on logical consequence'. Notre Dame Journal of Formal Logic, 37(1):125–151.
- Hodges, Wilfrid. (2008). 'Tarski's Theory of Definition' in New Essays on Tarski and Philosophy editor Douglas Patterson, pages 94- 132, Oxford University Press
- Jané, Ignacio. (2006). 'What Is Tarski's Common Concept of Consequence?'. The Bulletin of Symbolic Logic, Volume 12, Number 1, March 2006, pages 1-42.
- Mates, Benson. (1972). Elementary Logic. Oxford University Press.
- Lemmon, E. J. (1998). Beginning Logic. Chapman & Hall/CRC.
- Ray, Greg. (1996). 'Logical consequence: A defense of Tarski'. Journal of Philosophical Logic, 25:617–677.
- Shapiro, Stewart. (1998). 'Logical Consequence: Models and Modality'. in The Philosophy of Mathematics Today. Clarendon Press: Oxford.
- Tarski, Alfred. (1983). 'The concept of truth in formalized languages'. In Woodger, J. H., editor, Logic, Semantics, Metamathematics: Papers from 1923 to 1938, pages 152–278. Hackett Publishing.
- Tarski, Alfred. (1983). 'The establishment of scientific semantics'. In Woodger, J. H., editor, Logic, Semantics, Metamathematics: Papers from 1923 to 1938, pages 401–408. Hackett Publishing, 2nd edition.
- Tarski, Alfred. (1994). Introduction to Logic and to the Methodology of Deductive Sciences. Oxford University Press.
- Tarski, A. (2002). 'On the concept of following logically'. History and Philosophy of Logic, 23(3):155–196, Publishers.