

Improving Discrimination Power in Data Envelopment Analysis Using Deviation Variables

Mohammadreza Ghasemi¹, Arash Nabizadeh²

Abstract: Data Envelopment Analysis (DEA) has been proposed as a performance evaluative technique to measure the relative efficiency of decision-making units (DMUs) based on their respective multiple inputs and outputs. Lack of great discrimination power and poor weight dispersion has remained as the major issues in DEA. Hence, several methods were addressed in the literature as strategies to resolve the stated problems. However, there are some drawbacks to these methods too, which may lead to infeasible solutions. In order to address these drawbacks sufficiently, we extended the deviation variable form of classical DEA model by adding the lower bound to the input-output weights i.e. multi-criteria data envelopment analysis (MUDEA) developed in the late 1990s and proposed a procedure for ranking efficient units based on the deviation variables values framework. We further illustrated the performance of our proposed method against the alternative methods based on two numerical examples.

Keywords: *Data envelopment analysis, Discrimination power, Ranking, Weights dispersion.*

1. Assistant Prof., Industrial Engineering, Faculty of Engineering, Sabzevar University of New Technology, Sabzevar, Iran

2. Instructor, Faculty of Sciences, Islamic Azad University, West Tehran Branch, Tehran, Iran

Submitted: 15 / May / 2017
Corresponding Author: Arash Nabizadeh

Accepted: 09 / November / 2017
Email: nabizadeh_ar@yahoo.com

Citation: Ghasemi, M.R., & Nabizadeh, A. (2018). Improving Discrimination Power in Data Envelopment Analysis Using Deviation Variables. *Industrial Management Journal*, 9(4), 765 – 780.

ارتقای قدرت تفکیک‌پذیری در مدل تحلیل پوششی داده‌ها با استفاده از متغیرهای انحراف

محمد رضا قاسمی^۱، آرش نبی‌زاده^۲

چکیده: در چندین دهه گذشته تحلیل پوششی داده‌ها (DEA) به‌عنوان تکنیکی برای ارزیابی عملکرد و اندازه‌گیری کارایی واحدهای تصمیم‌گیری (DMU)، بر اساس داده‌های ورودی - خروجی آنها معرفی شد. با وجود این، نقصان و ضعف در قدرت تفکیک‌پذیری و عدم توزیع مناسب وزن‌ها به‌عنوان اشکالات عمده در DEA باقی مانده‌اند. در ادبیات موضوع، مدل‌هایی برای حل این مشکلات ارائه شده است که این مدل‌ها مشکلات دیگری از قبیل ناشدنی بودن دارند. در این مقاله با به‌کار بردن یکی از معیارها از مدل DEA چندمعیاره (MCDEA) که در اواخر دهه ۱۹۹۰ میلادی توسعه یافت، اضافه کردن کرانی پایین برای وزن‌ها و همچنین ارائه ابتکار و تکنیکی برای تفکیک و رتبه‌بندی همه واحدهای تصمیم‌گیری کارا، به‌دنبال برطرف کردن مشکلات اشاره‌شده هستیم. برای تست و سنجش قابلیت متد پیشنهادی در مقابل مدل‌های DEA موجود، به حل و تحلیل نتایج دو مثال عددی می‌پردازیم.

واژه‌های کلیدی: تحلیل پوششی داده‌ها، توزیع وزن‌ها، رتبه‌بندی، قدرت تفکیک‌پذیری.

۱. استادیار گروه مهندسی صنایع، دانشکده مهندسی، دانشگاه فناوری‌های نوین سبزوار، سبزوار، ایران

۲. مربی گروه علوم پایه، دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران غرب، تهران، ایران

تاریخ دریافت مقاله: ۱۳۹۶/۰۲/۲۵

تاریخ پذیرش نهایی مقاله: ۱۳۹۶/۰۸/۱۸

نویسنده مسئول مقاله: آرش نبی‌زاده

E-mail: nabizadeh_ar@yahoo.com

مقدمه

تحلیل پوششی داده‌ها (DEA) در ابتدا توسط چارنز، کوپر و رودز (۱۹۷۸) پیشنهاد شد و همچنان به عنوان تکنیکی برای اندازه‌گیری کارایی واحدهای تصمیم‌گیری (DMU) بر اساس داده‌های ورودی و خروجی آنها باقی ماند. کارایی در یک DMU به صورت تقسیم مجموع خروجی‌های وزن‌شده آن بر مجموع ورودی‌های وزن‌شده در یک مقیاس نسبی کران‌دار تعریف می‌شود. تحلیل پوششی داده‌ها در دهه‌های گذشته تاکنون به شدت رشد فزاینده‌ای داشته و این رشد فقط محدود به مدل‌های DEA کلاسیک و سنتی نبوده است. به‌طور مثال می‌توان به تعمیم مدل کلاسیک DEA به تحلیل پوششی داده‌های فازی (Fuzzy DEA) اشاره کرد (قاسمی، ایگناشیس، لوزانو و امروزنژاد، ۲۰۱۵؛ قاسمی، ایگناشیس و داوودی، ۲۰۱۴ و ایگناشیس، قاسمی، ژانگ، امروزنژاد و حاتمی مرینی، ۲۰۱۶).

یکی از اشکالات مدل DEA عدم توانایی در تفکیک‌پذیری و رتبه‌بندی میان واحدهای تصمیم‌گیری کارا است. این مشکل زمانی رخ می‌دهد که تعداد واحدهای تصمیم‌گیری تحت ارزیابی در مقایسه با تعداد داده‌های ورودی - خروجی مورد استفاده کمتر از حد انتظار باشند. مشکل بعدی توزیع وزن‌های غیرایده‌آل در مدل DEA است. این مشکل زمانی اتفاق می‌افتد که بعضی از DMUها به دلیل وزن‌های بیش از حد بزرگ در یک خروجی منفرد یا وزن‌های بیش از حد کوچک در یک ورودی منفرد، کارا تشخیص داده شوند.

با توجه به این شرایط نیاز به ارائه یک مدل کارآمد در DEA برای رفع مشکلات ذکرشده، همچنان احساس می‌شود. از این رو اهداف و ضرورت طرح این پژوهش شامل توسعه مدل کلاسیک DEA و مدل‌های DEA موجود از قبیل مدل DEA چندمعیاره (لی و ریوز، ۱۹۹۹) بر اساس ارتقای قدرت تفکیک‌پذیری و توزیع مناسب‌تر وزن‌های ورودی - خروجی است.

پیشینه پژوهش

تامسون، سینگلتون، ترول و اسمیت (۱۹۸۶) جزء نخستین نویسنده‌هایی بودند که در مقاله خود برای افزایش قدرت تفکیک‌پذیری DMUها، کاربرد محدودیت وزنی را پیشنهاد کردند. این مسئله بلافاصله توسط بسیاری از نویسندگان از قبیل چارنز، کوپر، هوانگ و سان (۱۹۹۰)، تاناسولیز و آلن (۱۹۹۸) و دایسون و تاناسولیز (۱۹۹۸) دنبال شد. از این رو چندین روش از قبیل روش منطقه تضمین (تامسون، لانگیمایر، لی و ترول، ۱۹۹۰؛ خلیلی، کمانهو، پورتلا و علیرضایی، ۲۰۱۰؛ ساریکو و دایسون، ۲۰۰۴ و مسیت و آلپ، ۲۰۱۳) و مدل نسبی مخروطی (چارنز و همکاران، ۱۹۹۰ و کائو و کونگ، ۲۰۱۰) در ادبیات موضوع به‌عنوان استراتژی‌هایی در راستای حل مشکلات ذکرشده ارائه شدند. در صورتی که این دو مدل نیز دارای اشکالاتی اساسی هستند.

مدل‌های منطقه تضمین باعث اضافه شدن قیدهایی جدید به مسئله اصلی می‌شوند و این حل مسئله را بسیار سخت می‌کند. مدل‌های نسبی مخروطی به مقادیر واحدهای ورودی - خروجی، بیش از حد وابسته هستند که ممکن است باعث راه‌حل‌های ناشدنی برای مسئله DEA شود. در نتیجه مدل‌های دیگری از قبیل سوپرکارایی (اندرسون و پترسون، ۱۹۹۳؛ چن، ۲۰۰۵؛ چن، دو و هیو، ۲۰۱۳ و لی، چو و ژو، ۲۰۱۱)، تکنیک ارزیابی کارایی متقاطع (اندرسون، هالینگزورث و آینمن، ۲۰۰۲؛ دوایل و گرین، ۱۹۹۵؛ سکستون، ۱۹۸۶؛ گرین، دوایل و کوک، ۱۹۹۶ و ونگ و چن، ۲۰۱۰، ۲۰۱۱) و مدل وزنی دوهدفه (قاسمی، ایگناشیس و امروزنژاد، ۲۰۱۴) برای برطرف کردن فقدان تفکیک‌پذیری DMUهای کارا در ادبیات موضوع معرفی شده‌اند. در مدل سوپر کارایی، به‌خصوص تحت بازده به مقیاس متغیر (بانکر، چارنز و کوپر، ۱۹۸۴) ممکن است با راه‌حلی ناشدنی در مسئله مواجه شویم. در رابطه با تکنیک ارزیابی کارایی متقاطع نیز وجود وزن‌های غیر منحصربه‌فرد در DEA باعث ایجاد تعداد زیادی راه‌حل بهینه چندگانه می‌شود. مدل پیشنهادی توسط قاسمی و همکاران (۲۰۱۴) نیز با وجود افزایش قدرت تفکیک‌پذیری در مدل DEA به رتبه‌بندی کامل واحدهای کارا منجر نشد.

با توجه به موضوعات طرح‌شده، ارائه مدلی جدید برای بهبود قدرت تفکیک‌پذیری در مدل DEA که با ایرادهای ذکر شده مواجه نشود، ضروری است. از این رو در این مقاله مدلی با استفاده از مجموع متغیرهای انحراف برای بهبود موارد بالا در مدل DEA معرفی می‌شود. در ادامه مقاله به‌صورت زیر سازماندهی شده است: بخش دوم به ارائه توضیح مختصری از مدل DEA کلاسیک و مدل DEA چندمعیاره می‌پردازد. بخش سوم به معرفی مدل پیشنهادی در این مقاله می‌پردازد. در بخش چهارم با ذکر چند مثال عددی و حل آنها با استفاده از مدل پیشنهادی، نتایج به‌دست‌آمده تجزیه و تحلیل شده و مدل ارزیابی شده اعتبارسنجی می‌شود. در انتها، در بخش پنجم، نتیجه‌گیری ارائه می‌شود.

روش‌شناسی پژوهش

در این بخش ابتدا مدل‌های DEA کلاسیک و DEA چندمعیاره به‌طور مختصر تشریح می‌شود و در ادامه به معرفی و تشریح مدل پیشنهادی می‌پردازیم.

مدل DEA کلاسیک

فرض کنید کارایی مربوط به تعداد n واحد تصمیم‌گیری (DMU) که در آن با استفاده از m ورودی $(x_{ij}, i = 1, \dots, m, j = 1, \dots, n)$ تعداد s خروجی $(y_{rj}, r = 1, \dots, s, j = 1, \dots, n)$ تولید

می‌کنند، مد نظر باشد. در این صورت کارایی DMU_o (واحد تصمیم‌گیری تحت ارزیابی) با حل مسئله برنامه‌ریزی خطی زیر (چارنز و همکاران، ۱۹۷۸) به دست می‌آید:

$$\max \theta_o = \sum_{r=1}^s u_r y_{ro} \quad \text{رابطه ۱}$$

$$s. t. \sum_{i=1}^m v_i x_{io} = 1,$$

$$\sum_{r=1}^s u_r y_{rj} - \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} \leq 0, \quad j = 1, \dots, n,$$

$$u_r \geq 0, \quad r = 1, \dots, s,$$

$$v_i \geq 0, \quad i = 1, \dots, m,$$

که در آن ورودی x_{ij} i ام مربوط به واحد تصمیم‌گیری j ام، u_r وزن مربوط به خروجی r ام و v_i وزن مربوط به ورودی i ام است. جواب بهین θ_o در مسئله بالا برابر مقدار کارایی واحد تصمیم‌گیری o ام است. مقدار کارایی عددی بزرگ‌تر از صفر و کوچک‌تر یا مساوی ۱ است. چنانچه عدد کارایی برای واحد تحت ارزیابی برابر ۱ باشد، DMU_o مد نظر کارا و در غیر این صورت ناکارا است. متغیرهای وزن‌های ورودی - خروجی (u_r, v_i) در این مسئله از نوع متغیرهای تصمیم‌گیری در مسئله برنامه‌ریزی خطی هستند. مدل DEA بالا در ادامه به نام مدل CCR ورودی محور مشهور شد. مدل ۱ را می‌توان به صورت هم‌ارزی در فرم متغیر انحراف زیر بیان کرد:

$$\min d_o \quad \text{رابطه ۲}$$

$$s. t. \sum_{i=1}^m v_i x_{io} = 1,$$

$$\sum_{r=1}^s u_r y_{rj} - \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} + d_j = 0, \quad j = 1, \dots, n,$$

$$u_r \geq 0, \quad r = 1, \dots, s,$$

$$v_i \geq 0, \quad i = 1, \dots, m,$$

$$d_j \geq 0, \quad j = 1, \dots, n,$$

که در آن d_o متغیر انحراف برای واحد تصمیم‌گیری o ام و d_j متغیر انحراف برای واحد تصمیم‌گیری j ام است. در این مدل در صورتی که مقدار بهین d_o در مدل ۲ برابر صفر شود، واحد تصمیم‌گیری o ام کارا است. اگر واحد تصمیم‌گیری o ام کارا نباشد، عدد کارایی آن برابر $1 - d_o$ است. مدل‌های ۱ و ۲ را می‌توان مدل‌های DEA کلاسیک نامید.

مدل DEA چندمعیاره (MCDEA)

لی و ریوز (۱۹۹۹) نخستین مؤلفانی بودند که برای بهبود قدرت تفکیک‌پذیری در DEA کلاسیک، مدل تحلیل پوششی داده‌های چندمعیاره یا چندهدفه (MCDEA) را ارائه کردند. تابع هدف نخست ($\min d_o$) به همان شیوه کلاسیک تعریف کارایی از یک DMU در نظر گرفته می‌شود. در صورتی که دو تابع هدف دیگر، کمینه بیشینه (MiniMax) و کمینه مجموع (MinSum) به ترتیب کارایی‌های محدودکننده بیشتری را مهیا می‌کنند. در مدل MCDEA پیشنهادی توسط لی و ریوز (۱۹۹۹) سه تابع هدف به صورت جداگانه، یک به یک و بدون در نظر گرفتن ارجحیتی برای توابع تحلیل می‌شوند. از آنجا که توابع MiniMax و MinSum، در مقایسه با تابع هدف نخست به تهیه تعداد واحد کارایی کمتری گرایش دارند، به این مطلب می‌توان اشاره کرد که با کاربرد این دو تابع در مدل MCDEA، در مقایسه با مدل DEA کلاسیک، قدرت تفکیک‌پذیری بهتری مهیا می‌شود. مدل پیشنهادی MCDEA ارائه شده توسط لی و ریوز (۱۹۹۹) به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\min d_o, \quad \text{رابطه ۳}$$

$$\min M,$$

$$\min \sum_{j=1}^n d_j$$

$$s. t. \sum_{i=1}^m v_i x_{io} = 1,$$

$$\sum_{r=1}^s u_r y_{rj} - \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} + d_j = 0, \quad j = 1, \dots, n,$$

$$M - d_j \geq 0, \quad j = 1, \dots, n,$$

$$u_r \geq 0, \quad r = 1, \dots, s,$$

$$v_i \geq 0, \quad i = 1, \dots, m,$$

$$d_j \geq 0, \quad j = 1, \dots, n$$

که در آن عدد کارایی واحد o ام برابر $d_o - 1$ است. متغیر M در تابع هدف دوم به دلیل وجود قید $M - d_j \geq 0$ ($j = 1, \dots, n$)، ماکزیمم مقدار همه انحراف‌ها است. با مقایسه نتایج به دست آمده (لی، ریوز، ۱۹۹۹) از مدل بالا با استفاده از سه تابع هدف اشاره شده به طور مجزا در این مسئله، می‌توان نتیجه گرفت که مقادیر به دست آمده با استفاده از تابع هدف سوم یعنی $\min \sum_{j=1}^n d_j$ معقول‌تر و قابل قبول‌تر است.

به تازگی بال، چلی بیوگلو و اورجو (۲۰۱۰) برای حل همزمان سه تابع هدف بالا در مدل ۳ به منظور ارتقای قدرت تفکیک‌پذیری و توزیع مناسب وزن‌ها در DEA، برنامه‌ای آرمانی ارائه

داده و آن را GPDEA نام‌گذاری کردند. قاسمی و همکاران (۲۰۱۴) اخیراً برای بار دیگر تشریح کردند که مدل GPDEA دارای مشکلات اساسی بوده و قابل اتکا نیست و در ادامه مدل وزنی دوهدفه برای حل همزمان دو تابع از سه تابع هدف در مدل ۳ برای برطرف کردن فقدان تفکیک‌پذیری DMUهای کارا ارائه کردند. این ابتکار نیز با وجود افزایش قدرت تفکیک‌پذیری در مدل DEA به رتبه‌بندی کامل واحدهای کارا منجر نشد. برای برطرف کردن این کاستی بر آن شدیم تا مرتبط با شرایط بالا در بخش بعدی به پیشنهاد و ارائه مدلی پردازیم که به رتبه‌بندی کامل واحدهای کارا منجر شود.

مدل پیشنهادی با استفاده از فرم متغیرهای انحراف

این بخش به توضیح و تشریح مدل پیشنهادی در این مقاله می‌پردازد. مدل پیشنهادی طی چند مرحله به شرح ذیل ارائه می‌شود:

مرحله نخست. مدل ۳ را با استفاده از تابع هدف سوم $(\min \sum_{j=1}^n d_j)$ هر بار برای هر واحد تصمیم‌گیری حل می‌کنیم و عدد کارایی هر DMU را به دست می‌آوریم. از آنجا که عدد کارایی واحدهای ناکارا کمتر از ۱ است، این واحدهای ناکارا به راحتی قابل تفکیک و رتبه‌بندی هستند.

مرحله دوم. فرض کنید واحدهای $DMU_{j_1}, DMU_{j_2}, \dots, DMU_{j_k}$ کارا هستند. بنابراین عدد کارایی این واحدها همگی برابر ۱ است و در نتیجه قابل تفکیک و رتبه‌بندی نیستند. برای این منظور مقادیر بهین متغیرهای انحراف d_j ($j = 1, \dots, n$) را، برای هر DMU کارا در هر مرحله به دست می‌آوریم. از آنجا که عدد کارایی DMU_o در مدل (۲) برابر $d_o - 1$ است، با حل هر بار این مدل برای واحد تصمیم‌گیری تحت ارزیابی، به طور همزمان اعدادی نظیر $d_1 - 1$ (معادل عدد کارایی DMU_1)، $d_2 - 1$ (معادل عدد کارایی DMU_2)، ... و $d_n - 1$ (معادل عدد کارایی DMU_n) نیز حاصل می‌شود. با به دست آوردن میانگین مقادیر d_1, d_2, \dots, d_n و کم کردن این مقدار متوسط از عدد ۱، می‌توان یک مقدار عددی به صورت $1 - \frac{d_1 + \dots + d_n}{n}$ نظیر هر واحد کارا محاسبه کرد. فرض کنید d_1^*, \dots, d_n^* مقادیر بهینه متغیرهای انحراف برای واحد کارای مد نظر باشند. مقدار عددی $1 - \frac{d_1^* + \dots + d_n^*}{n}$ را برای واحد مد نظر محاسبه می‌کنیم. فرض کنید این عدد برای DMU_{j_1} برابر E_{j_1} ، برای DMU_{j_2} برابر E_{j_2} ، ... و برای DMU_{j_k} برابر E_{j_k} باشد.

مرحله سوم. در پایان با رتبه‌بندی مقادیر $E_{j_1}, E_{j_2}, \dots, E_{j_k}$ قادر به رتبه‌بندی واحدهای کارا خواهیم بود.

یافته‌های پژوهش

تشریح و اعتبارسنجی مدل پیشنهادی با ذکر دو مثال عددی

در مثال نخست داده‌ها شامل ۷ دپارتمان در یک دانشگاه به‌عنوان واحدهای تصمیم‌گیری (DMUs) با ورودی و خروجی‌هایی که به‌صورت زیر تعریف شده‌اند، هستند.

x_1 : تعداد اعضای هیئت علمی در هر دپارتمان

x_2 : حقوق اعضای هیئت علمی در واحد هزار پوند

x_3 : پشتیبان و کمک حقوق کارمندان

y_1 : تعداد دانشجویان کارشناسی

y_2 : تعداد دانشجویان کارشناسی‌ارشد و دکتری

y_3 : تعداد مقالات پژوهشی

در این مثال داده‌ها از مدل پیشنهادی لی و ریوز (۱۹۹۹) برگرفته شده و در جدول ۱ جمع‌آوری شده‌اند.

جدول ۱. داده‌های ۷ دپارتمان در یک دانشگاه

خروجی			ورودی			DMU
y_3	y_2	y_1	x_3	x_2	x_1	
۱۷	۳۵	۶۰	۲۰	۴۰۰	۱۲	۱
۴۰	۴۱	۱۳۹	۷۰	۷۵۰	۱۹	۲
۷۵	۶۸	۲۲۵	۷۰	۱۵۰۰	۴۲	۳
۱۷	۱۲	۹۰	۱۰۰	۶۰۰	۱۵	۴
۱۳۰	۱۴۵	۲۵۳	۲۵۰	۲۰۰۰	۴۵	۵
۴۵	۴۵	۱۳۲	۵۰	۷۳۰	۱۹	۶
۹۷	۱۵۹	۳۰۵	۶۰۰	۲۳۵۰	۴۱	۷

منبع: لی و ریوز (۱۹۹۹)

حال با به‌کار بردن داده‌های موجود در جدول ۱ و با استفاده از مدل پیشنهادی، نتایج زیر حاصل می‌شود که در جدول ۲ گردآوری شده است.

صرفاً برای پرهیز از صفر شدن وزن‌ها در نظر می‌گیریم $v_i, u_r \geq \varepsilon$ و در این مثال فرض بر این است که $\varepsilon = 0/0001$. هر چند در نظر گرفتن یک مقدار عددی حداقلی برای وزن‌ها تأثیر چندانی در توزیع بهتر وزن‌های ورودی - خروجی ندارد، اما در مواردی معدود به توزیع بهتری برای تعداد انگشت‌شماری از وزن‌های ورودی یا خروجی منجر می‌شود.

همان‌طور که در سه ستون سمت راست جدول ۲ مشاهده می‌شود ابتدا مقادیر کارایی DMUها محاسبه شده است. به غیر از DMUهای ۲، ۳ و ۴ سایر DMUها همگی کارا هستند. از آنجا که عدد کارایی DMUهای کارا برابر ۱ است، این واحدها قابل رتبه‌بندی نیستند. از این رو در مرحله بعد و برای هر واحد تصمیم‌گیری کارا مقادیر $1 - \frac{d_1^* + \dots + d_n^*}{n}$ را مطابق ستون بعدی در جدول ۲ محاسبه می‌کنیم. در ادامه با رتبه‌بندی این مقادیر مطابق نخستین ستون سمت راست جدول ۲ قادر به رتبه‌بندی واحدهای کارا نیز خواهیم بود.

جدول ۲. نتایج کارایی، وزن‌های ورودی - خروجی و رتبه‌بندی واحدها با استفاده از مدل پیشنهادی و داده‌های ۷ دپارتمان در یک دانشگاه با فرض $\varepsilon = 0.0001$

رتبه‌بندی	کارایی	n / (مجموع d_j ها)	وزن‌های خروجی			وزن‌های ورودی			DMU
			u_3	u_2	u_1	v_3	v_2	v_1	
۴	۱	۰/۷۸۲	۰/۰۰۴۹	۰/۰۱۶۲	۰/۰۰۵۸	۰/۰۰۰۱	۰/۰۰۱۴	۰/۰۳۷۱	۱
۵	۰/۹۵۵	—	۰/۰۰۲۷	۰/۰۰۹۳	۰/۰۰۳۴	۰/۰۰۰۳	۰/۰۰۰۸	۰/۰۲۲۰	۲
۶	۰/۷۶۳	—	۰/۰۰۱۲	۰/۰۰۴۵	۰/۰۰۱۶	۰/۰۰۰۱	۰/۰۰۰۳	۰/۰۱۱۵	۳
۷	۰/۵۷۵	—	۰/۰۰۳۴	۰/۰۱۱۶	۰/۰۰۴۲	۰/۰۰۰۱	۰/۰۰۱۰	۰/۰۲۷۱	۴
۲	۰/۹۵۰	۱	۰/۰۰۱۰	۰/۰۰۳۷	۰/۰۰۱۳	۰/۰۰۰۲	۰/۰۰۰۳	۰/۰۰۹۸	۵
۳	۰/۸۷۳	۱	۰/۰۰۲۸	۰/۰۰۹۵	۰/۰۰۳۴	۰/۰۰۰۱	۰/۰۰۰۸	۰/۰۲۲۴	۶
۱	۰/۹۵۴	۱	۰/۰۰۰۹	۰/۰۰۳۴	۰/۰۰۱۲	۰/۰۰۰۱	۰/۰۰۰۲	۰/۰۰۹۱	۷

اگر نتایج به دست آمده توسط مدل پیشنهادی در جدول ۲ با نتایج به دست آمده مدل MCDEA با استفاده از تابع $\min \sum_{j=1}^n d_j$ (لی، ریوز، ۱۹۹۹) در جدول ۳ مقایسه شود، مشاهده می‌شود که توزیع وزن‌ها در جدول ۲ تقریباً با توزیع وزن‌ها در جدول ۳ دارای شرایط یکسانی است. با این تفاوت که وزن ورودی سوم در جدول ۲ برای اغلب واحدهای تصمیم‌گیری به جز واحد ۲ و ۵ که اندکی وضعیت بهتری دارند، برابر مقدار ε است. در ضمن با استفاده مدل ابتکاری پیشنهادی در این پژوهش قادر به رتبه‌بندی واحدهای کارا نیز خواهیم بود. در جدول ۳ مقادیر وزن ورودی سوم برای همه DMUها برابر صفر است که نشان می‌دهد مقادیر ورودی سوم در محاسبات تأثیری ندارد.

جدول ۳. نتایج به دست آمده با استفاده از تابع هدف MinSum از مدل MCDEA و داده های ۷ دپارتمان در یک دانشگاه

رتبه بندی	کارایی	وزن های خروجی			وزن های ورودی			DMU
		u_3	u_2	u_1	v_3	v_2	v_1	
۱	۱	۰/۰۰۴۹	۰/۰۱۶۱	۰/۰۰۵۸	۰	۰/۰۰۱۴	۰/۰۳۵۴	۱
۵	۰/۹۵۶	۰/۰۰۲۷	۰/۰۰۹۴	۰/۰۰۳۳	۰	۰/۰۰۰۸	۰/۰۲۰۲	۲
۶	۰/۷۶۵	۰/۰۰۱۴	۰/۰۰۴۴	۰/۰۰۱۶	۰	۰/۰۰۰۴	۰/۰۰۹۷	۳
۷	۰/۵۷۷	۰/۰۰۳۶	۰/۰۱۱۶	۰/۰۰۴۲	۰	۰/۰۰۱۰	۰/۰۲۵۴	۴
۱	۱	۰/۰۰۱۱	۰/۰۰۳۶	۰/۰۰۱۳	۰	۰/۰۰۰۳	۰/۰۰۷۹	۵
۱	۱	۰/۰۰۲۹	۰/۰۰۹۴	۰/۰۰۳۴	۰	۰/۰۰۰۸	۰/۰۲۰۵	۶
۱	۱	۰/۰۰۱۰	۰/۰۰۳۳	۰/۰۰۱۲	۰	۰/۰۰۰۳	۰/۰۰۷۳	۷

در مثال بعدی هدف، بررسی عملکرد بخش های مختلف بیمارستان واسعی سبزوار و همچنین ارزیابی قابلیت مدل بر یک قالب دنیای واقعی است. بنابراین در یک تحقیق میدانی روی بخش های مختلف بیمارستان واسعی سبزوار، بخش های ذیل به عنوان DMUها در نظر گرفته شدند: اورژانس، جراحی، داخلی، سوختگی، قلب، اتاق عمل، اعصاب و روان، آی سی یو، سی سی یو، عفونی، قلب باز و مغز و اعصاب.

داده های ورودی و خروجی نیز به صورت زیر تعریف شده اند:

- ورودی ها:
 - تعداد تخت های فعال شامل تخت قابل دسترس در هر بخش (x_1)
 - تعداد پزشکان متخصص هر بخش (x_2)
 - تعداد پرستاران هر بخش (x_3)
- خروجی ها:
 - تعداد بیماران پذیرش شده سرپایی (y_1) (بیمارانی که کمتر از ۴۸ ساعت در بیمارستان بستری بوده اند).
 - تعداد بیماران پذیرش شده بستری (y_2)

داده‌های جمع‌آوری شده مربوط به دوره زمانی ۱۳۹۴/۱۲/۰۱ الی ۱۳۹۴/۱۲/۲۹ است که از واحدهای اداری، مدارک پزشکی، ترخیص و برخی پرسنل هر بخش از بیمارستان واسعی سبزوار با توجه به متغیرهای ورودی - خروجی تعریف شده، تهیه شده است. داده‌های مربوط به این مثال در جدول ۴ گردآوری شده‌اند.

دوباره طی سه مرحله به محاسبه نتایج با به کار بردن داده‌ها در جدول ۴ و مدل پیشنهادی می‌پردازیم. ابتدا با استفاده از مدل ۳ و به کارگیری تابع هدف $\min \sum_{j=1}^n d_j$ ، و همچنین با فرض $u_r, v_i \geq \varepsilon$ و $\varepsilon = 0.0001$ عدد کارایی و مقادیر وزن‌های ورودی و خروجی هر DMU را به دست می‌آوریم. در مرحله بعد برای هر واحد تصمیم‌گیری کارا مقادیر $1 - \frac{d_1^* + \dots + d_n^*}{n}$ را محاسبه می‌کنیم. در انتها با رتبه‌بندی این مقادیر، قادر به رتبه‌بندی واحدهای کارا خواهیم بود (جدول ۵).

جدول ۴. داده‌های مربوط به بخش‌های مختلف بیمارستان واسعی سبزوار

خروجی		ورودی			DMU
y_2	y_1	x_3	x_2	x_1	
۷	۱۱	۱۵	۴	۳	۱. اتاق عمل
۳۰	۷	۱۴	۹	۱۶	۲. اعصاب و روان
۲۶	۲۹۰	۷۰	۲۹	۳۳	۳. اورژانس
۴	۴	۲۲	۶	۸	۴. آی سی یو
۲۱	۱۹۲	۱۶	۱۹	۲۶	۵. جراحی
۱۰۸	۳۰	۲۳	۲۶	۲۵	۶. داخلی
۱۲	۸	۱۶	۲	۹	۷. سوختگی
۳	۱۰	۲۰	۱۰	۹	۸. سی سی یو
۶۳	۲۵	۱۸	۱۳	۲۰	۹. عفونی
۱۲۷	۱۱۸	۱۵	۲۵	۳۱	۱۰. قلب
۳	۲	۱۲	۳	۵	۱۱. قلب باز
۶۷	۶۰	۱۶	۱۵	۲۵	۱۲. مغز و اعصاب

با مشاهده جدول ۵ درمی‌یابیم فقط واحدهای تصمیم‌گیری ۵ و ۱۰ که عدد کارایی آنها برابر ۱ است، کارا هستند و سایر واحدها ناکارا هستند. از این رو مقدار عددی $1 - \frac{d_1^* + \dots + d_n^*}{n}$ را

همان‌طور که در جدول مشاهده می‌شود برای این واحدهای کارا محاسبه می‌کنیم و درمی‌یابیم که در رتبه‌بندی واحد ۱۰ دارای رتبه ۱ و واحد ۵ دارای رتبه ۲ است.

جدول ۵. نتایج به‌دست‌آمده با استفاده از مدل پیشنهادی و داده‌های بخش‌های مختلف بیمارستان
واسعی سبزواری با فرض $\varepsilon = 0.0001$

رتبه‌بندی	n / (مجموع d_j ها)	کارایی	وزن‌های خروجی		وزن‌های ورودی			DMU
			u_2	u_1	v_3	v_2	v_1	
۷	—	۰/۴۳۴	۰/۰۲۸۶	۰/۰۲۱۲	۰/۰۰۱۵	۰/۲۴۴۵	۰/۰۰۰۱	۱
۸	—	۰/۳۲۶	۰/۰۰۹۴	۰/۰۰۶۳	۰/۰۰۰۱	۰/۰۰۰۱	۰/۰۶۲۴	۲
۳	—	۰/۹۶۴	۰/۰۰۴۰	۰/۰۰۳۰	۰/۰۰۰۱	۰/۰۳۴۰	۰/۰۰۰۲	۳
۱۰	—	۰/۱۳۵	۰/۰۱۹۴	۰/۰۱۴۴	۰/۰۰۰۱	۰/۱۶۳۵	۰/۰۰۲۱	۴
۲	۰/۸۲۰	۱	۰/۰۰۶۱	۰/۰۰۴۵	۰/۰۰۰۱	۰/۰۵۱۹	۰/۰۰۰۵	۵
۶	—	۰/۵۸۵	۰/۰۰۴۵	۰/۰۰۳۳	۰/۰۰۰۱	۰/۰۳۸۱	۰/۰۰۰۳	۶
۹	—	۰/۲۹۰	۰/۰۱۶۷	۰/۰۱۱۲	۰/۰۰۰۱	۰/۰۰۰۱	۰/۱۱۰۹	۷
۱۱	—	۰/۱۲۲	۰/۰۱۱۷	۰/۰۰۸۷	۰/۰۰۰۱	۰/۰۹۸۸	۰/۰۰۱۲	۸
۴	—	۰/۶۹۳	۰/۰۰۸۴	۰/۰۰۶۵	۰/۰۰۰۱	۰/۰۵۹۴	۰/۰۱۱۳	۹
۱	۰/۸۶۳	۱	۰/۰۰۴۷	۰/۰۰۳۵	۰/۰۰۰۱	۰/۰۳۹۵	۰/۰۰۰۳	۱۰
۱۲	—	۰/۱۰۴	۰/۰۲۱۳	۰/۰۲۰۳	۰/۰۱۸۶	۰/۰۰۰۱	۰/۱۵۵۳	۱۱
۵	—	۰/۶۴۵	۰/۰۰۶۰	۰/۰۰۴۰	۰/۰۰۰۱	۰/۰۰۰۱	۰/۰۳۹۹	۱۲

یک بار دیگر با استفاده از مدل CCR (۱) و به‌کارگیری داده‌های موجود در جدول ۴، نتایج کارایی و وزن‌های ورودی و خروجی واحدهای تصمیم‌گیری را محاسبه می‌کنیم. این نتایج در جدول ۶ گردآوری شده‌اند.

در جدول ۵ و ۶ واحد کارا (شامل DMUهای ۳، ۵، ۶ و ۷ و ۱۰) است. تعداد واحدهای کارا در جدول ۵ (شامل واحدهای ۵ و ۱۰) با توجه به استفاده از مدل ۳ و به‌کارگیری تابع هدف سوم $(\min \sum_{j=1}^n d_j)$ برای محاسبه عدد کارایی واحدهای تصمیم‌گیری در مقایسه با واحدهای کارا در جدول ۶ (شامل واحدهای ۳، ۵، ۶ و ۷ و ۱۰) که از مدل کلاسیک CCR برای به دست آوردن عدد کارایی DMUها استفاده شده است، کمتر است. این نشان دهنده افزایش قدرت

تفکیک‌پذیری در هنگام استفاده از تابع هدف $\min \sum_{j=1}^n d_j$ است. در ادامه با استفاده تکنیک ابتکاری پیشنهادی در این تحقیق، همان‌طور که در جدول ۵ مشاهده می‌شود، قادر به رتبه‌بندی دو واحد کارای ۵ و ۱۰ نیز خواهیم بود. این قابلیت و مزیت آشکار تکنیک پیشنهادی در مقایسه با مدل‌های پیشنهادی توسط بال، اورجو و چلی‌بیوگلو (۲۰۱۰) و قاسمی و همکاران (۲۰۱۴) است.

جدول ۶. نتایج به‌دست‌آمده با استفاده از مدل CCR و داده‌های مربوط به

بخش‌های مختلف بیمارستان واسعی سبزوار

رتبه‌بندی	کارایی	وزن‌های خروجی		وزن‌های ورودی			DMU
		u_2	u_1	v_3	v_2	v_1	
۸	۰/۷۲۰	۰/۰۵۰۳	۰/۰۳۳۴	۰	۰	۰/۳۳۳۳	۱
۹	۰/۶۴۱	۰/۰۲۱۴	۰	۰/۰۰۲۷	۰/۰۱۰۷	۰	۲
۱	۱	۰	۰/۰۰۴۴	۰/۰۰۳۲	۰	۰/۰۲۳۵	۳
۱۲	۰/۱۳۵	۰/۰۱۹۴	۰/۰۱۴۴	۰	۰/۱۶۳۶	۰/۰۰۲۳	۴
۱	۱	۰	۰/۰۰۵۲	۰/۰۰۴۹	۰	۰/۰۳۵۵	۵
۱	۱	۰/۰۰۹۳	۰	۰/۰۰۴۷	۰	۰/۰۳۵۶	۶
۱	۱	۰/۰۸۳۳	۰	۰/۰۱۰۴	۰/۴۱۷۱	۰	۷
۱۱	۰/۱۶۲	۰/۰۱۶۸	۰/۰۱۱۱	۰	۰	۰/۱۱۱۱	۸
۶	۰/۹۳۸	۰/۰۱۴۹	۰	۰	۰/۰۷۰۵	۰/۰۰۴۲	۹
۱	۱	۰/۰۰۴۹	۰/۰۰۳۲	۰	۰	۰/۰۳۲۳	۱۰
۱۰	۰/۱۹۲	۰/۰۶۴۱	۰	۰	۰/۳۰۳۲	۰/۰۱۸۱	۱۱
۷	۰/۸۶۹	۰/۰۱۳۰	۰	۰/۰۰۱۶	۰/۰۶۴۹	۰	۱۲

نتیجه‌گیری و پیشنهادها

تمرکز این مقاله روی حل مشکل ضعف قدرت تفکیک‌پذیری در مدل DEA است. بدین منظور در بخش سوم مدل پیشنهادی که طی سه مرحله اجرا می‌شود برای توسعه و ارتقای مدل کلاسیک و مدل‌های اخیر DEA در ادبیات موضوع، از جنبه افزایش قدرت تفکیک‌پذیری ارائه می‌شود که با استفاده از این مدل قادر به رتبه‌بندی کامل واحدهای کارا خواهیم بود.

در بخش چهارم با استفاده از دو مثال عددی به تشریح مدل پیشنهادی ارائه شده در بخش سوم پرداختیم. هدف، آزمایش عملکرد مدل پیشنهادی در مقایسه با مدل های مشابه با استفاده از یک مثال عددی است که پیش تر توسط محققان پیشین طرح شده است. در ادامه برای بررسی عملکرد بخش های مختلف بیمارستان واسعی، همان طور که در بخش ۴ توضیح داده شد، مثال دیگری تهیه کردیم تا از این طریق به برتری های مدل پیشنهادی بر یک مثال در دنیای واقعی اشاره کنیم.

با مقایسه نتایج به دست آمده به کمک مدل پیشنهادی در این پژوهش و مدل های DEA دیگر در بخش چهارم، به این نتیجه می رسیم که مدل پیشنهادی در هر دو مقوله قدرت تفکیک پذیری و توزیع وزن ها دارای برتری های ویژه ای نسبت به سایر مدل ها است. مزیت منحصربه فرد مدل پیشنهادی شامل ایده رتبه بندی واحدهای کارا بدون مواجهه با مشکل است. به بیان دیگر در این وضعیت واحدهای تصمیم گیری کارا مانند واحدهای ناکارا قابل تفکیک پذیری و رتبه بندی خواهند بود.

کوتاه سخن اینکه در مقایسه با مدل های دیگر DEA، مدل پیشنهادی بر پایه قدرت تفکیک پذیری و توزیع وزن های ورودی - خروجی عملکرد مناسب تر و بهتری دارد. هر چند مدل های متنوعی برای حل مشکلات ضعف قدرت تفکیک پذیری و عدم توزیع مناسب وزن ها در ادبیات موضوع مدل تحلیل پوششی داده ها ارائه شده اند، اما این مدل های پیشنهادی نیز اشکالات دیگری از قبیل ناشدنی بودن، دارند. از این رو همچنان می تواند مدل های کارآمدتری در این زمینه پیشنهاد شود که علاوه بر بهبود قدرت تفکیک پذیری و توزیع وزن ها، مشکلات دیگری از قبیل ناشدنی بودن نداشته باشند.

تشکر و قدردانی

نویسندگان مقاله مراتب قدردانی و تشکر خود از دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران غرب را به دلیل حمایت مالی که از این پژوهش در قالب طرح پژوهشی کردند، اعلام می دارند. چه بسا بدون این حمایت مالی انجام این تحقیق و پژوهش امکان پذیر نبود.

References

- Andersen, P., & Petersen, N. C. (1993). A procedure for ranking efficient units in data envelopment analysis. *Management Science*, 39, 1261-1264.

- Anderson, T. R., Hollingsworth, K., & Inman, L. (2002). The fixed weighting nature of a cross-evaluation model. *Journal of productivity analysis*, 17, 249–255.
- Bal, H., Örkücü, H. H., & Çelebioğlu, S. (2010). Improving the discrimination power and weights dispersion in the data envelopment analysis. *Computers & Operations Research*, 37(1), 99-107.
- Banker, R. D., Charnes, A., & Cooper, W. W. (1984). Some models for estimating technical and scale inefficiencies in data envelopment analysis. *Management Science*, 30, 1078–1092.
- Cao, Y., & Kong, F. (2010). A combined evaluation model based on the cone ratio DEA model. In *Proceedings of 2010 International conference on Computer and Communication Technologies in Agriculture Engineering*, China.
- Charnes, A., Cooper, W. W., & Rhodes, E. (1978). Measuring the efficiency of decision making units. *European Journal of Operational Research*, 2, 429–444.
- Charnes, A., Cooper, W. W., Huang, Z. M., & Sun, D. B. (1990). Polyhedral cone-ratio models with an illustrative application to large commercial banks. *Journal of Econometrics*, 46, 73–91.
- Chen, Y. (2005). Measuring super-efficiency in DEA in the presence of infeasibility. *European Journal of Operational Research*, 161, 447–468.
- Chen, Y., Du, J., & Huo, J. (2013). Super-efficiency based on a modified directional distance function. *Omega*, 41, 621–625.
- Doyle, J. R., & Green, R. H. (1995). Cross-evaluation in DEA: Improving discrimination among DMUs. *INFOR*, 33, 205–222.
- Dyson, R. G., & Thanassoulis, E. (1988). Reducing weight flexibility in data envelopment analysis. *Journal of the operational research society*, 39(6), 563-576.
- Ghasemi, M. R., Ignatius, J., & Davoodi, S. M. (2014). Ranking of fuzzy efficiency measures via satisfaction degree. In *Performance Measurement with Fuzzy Data Envelopment Analysis* (pp. 157-165). Springer, Berlin, Heidelberg.
- Ghasemi, M. R., Ignatius, J., & Emrouznejad, A. (2014). A bi-objective weighted model for improving the discrimination power in MCDEA. *European Journal of Operational Research*, 233(3), 640-650.

- Ghasemi, M. R., Ignatius, J., Lozano, S., Emrouznejad, A., & Hatami-Marbini, A. (2015). A fuzzy expected value approach under generalized data envelopment analysis. *Knowledge-Based Systems*, 89, 148-159.
- Green, R. H., Doyle, J. R., & Cook, W. D. (1996). Preference voting and project ranking using DEA and cross-evaluation. *European Journal of Operational Research*, 90, 461-472.
- Ignatius, J., Ghasemi, M. R., Zhang, F., Emrouznejad, A., & Hatami-Marbini, A. (2016). Carbon efficiency evaluation: An analytical framework using fuzzy DEA. *European Journal of Operational Research*, 253(2), 428-440.
- Khalili, M., Camanho, A. S., Portela, M. C. A. S., & Alirezaee, M. R. (2010). The measurement of relative efficiency using data envelopment analysis with assurance regions that link inputs and outputs. *European Journal of Operational Research*, 203, 761-770.
- Lee, H.-S., Chu, C.-W., & Zhu, J. (2011). Super-efficiency DEA in the presence of infeasibility. *European Journal of Operational Research*, 212, 141-147.
- Li, X.-B., & Reeves, G. R. (1999). A multiple criteria approach to data envelopment analysis. *European Journal of Operational Research*, 115, 507-517.
- Mecit, E. D., & Alp, I. (2013). A new proposed model of restricted data envelopment analysis by correlation coefficients. *Applied Mathematical Modelling*, 37, 3407-3425.
- Sarrico, C. S., & Dyson, R. G. (2004). Restricting virtual weights in data envelopment analysis. *European Journal of Operational Research*, 159, 17-34.
- Sexton, T. R. (1986). The methodology of data envelopment analysis. *New Directions for Evaluation*, 1986(32), 7-29.
- Thanassoulis, E., & Allen, R. (1998). Simulating weights restrictions in data envelopment analysis by means of unobserved DMUs. *Management Science*, 44, 586-594.
- Thompson, R. G., Langemeier, L. N., Lee, C. T., & Thrall, R. M. (1990). The role of multiplier bounds in efficiency analysis with application to Kansas farming. *Journal of Econometrics*, 46, 93-108.

- Thompson, R. G., Singleton, F. D., Jr., Thrall, R. M., & Smith, B. A. (1986). Comparative site evaluations for locating a high-energy physics lab in texas. *Interfaces*, 16, 35–49.
- Wang, Y.-M., & Chin, K.-S. (2010). A neutral DEA model for cross-efficiency evaluation and its extension. *Expert Systems with Applications*, 37, 3666–3675.
- Wang, Y.-M., & Chin, K.-S. (2011). The use of OWA operator weights for cross efficiency aggregation. *Omega*, 39, 493–503.

