مدیریت صنعتی
Journal of Industrial Management
دانشکدهٔ مدیریت دانشگاه تهران
دورهٔ ۸، شمارهٔ ۳
پاییز ۱۳۹۵
صص. ۴۶۶- ۴۴۷

توسعهٔ شاخص بهره‌وری مالمکوئیست به‌کمک مبادلات هدفمند در تحلیل پوششی داده‌ها

محمدرضا علیرضائی[۱]، محمدرضا رفیعی ثانی[۲]

چکیده: چنانچه علاوه بر ارزیابی داخلی واحدهای تصمیم‌گیرنده ـ ارزیابی واحدها به‌کمک تحلیل پوششی داده‌ها (DEA) ـ یک ارزیابی خارجی مبتنی بر اطلاعات موجود واحدها در دسترس باشد، می‌توان به‌کمک دیدگاه مبادلات در DEA، این ارزیابی خارجی را با مدل‌های DEA تخمین زد. در این مقاله، ابتدا به‌کمک مبادلات هدفمند تولیدشده توسط مدل GTDEA، فضای امکان تولید هدفمند معرفی شده، سپس با درنظر گرفتن این فضا به‌عنوان تکنولوژی پایه به جای تکنولوژی بازده به مقیاس ثابت، شاخص مالمکوئیست توسعه داده می‌شود. این توسعه در شاخص مالمکوئیست باعث می‌شود نتایج به‌دست‌آمده از این شاخص، با معرفی عامل جدیدی به نام ارزیابی خارجی، حاوی اطلاعات بیشتر و دقیق‌تری از واحدهای تصمیم‌گیرنده باشد. در ادامه، با اعمال ارزیابی خارجی در شاخص مالمکوئیست، تجزیه‌های جدیدی از این شاخص ارائه می‌شود؛ به‌گونه‌ای که این تجزیه‌ها قادر خواهند بود علاوه بر محاسبهٔ تأثیر عوامل تغییرات کارایی محض و تغییرات کارایی قیاسی، تأثیر تغییرات تکنولوژی هدفمند و عامل ارزیابی خارجی را نیز در بهره‌وری واحدها محاسبه کنند. در پایان با ارائهٔ مثالی، چگونگی محاسبهٔ شاخص مالمکوئیست و تجزیه‌های آن تشریح می‌شود.

پرتال جامع علوم انسانی

واژه‌های کلیدی: تحلیل پوششی داده‌ها، شاخص مالمکوئیست، مبادلات هدفمند، مدل GTDEA.

۱. استادیار گروه ریاضی کاربردی، دانشکدهٔ ریاضی دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران، ایران
۲. دانشجوی دکتری گروه ریاضی کاربردی، دانشکدهٔ ریاضی دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران، ایران

تاریخ دریافت مقاله: ۱۳۹٤/۰۸/۲٤
تاریخ پذیرش نهایی مقاله: ۱۳۹۵/۰۵/۲۷
نویسندهٔ مسئول مقاله: محمدرضا رفیعی ثانی
E-mail: mr_rafiee@iust.ac.ir

مقدمه

تحلیل پوششی داده‌ها (DEA)[1]، روشی برای ارزیابی واحدهای تصمیم‌گیرنده (DMU)[2] است که در زمینه‌های مختلف مدیریتی و تصمیم‌گیری به‌کار گرفته می‌شود. ساختار ریاضی و انعطاف‌پذیری زیاد مدل‌های DEA، این امکان را فراهم می‌آورد که جنبه‌های مختلف واحدهای تصمیم‌گیرنده را در ارزیابی آنها بررسی کنیم و نتایج واقعی‌تری داشته باشیم.

یکی از مفاهیمی که از مدل‌های DEA برای توسعهٔ آن استفاده می‌شود، شاخص مالمکوئیست (MI)[3] است که از مهم‌ترین شاخص‌های محاسبهٔ رشد بهره‌وری محسوب می‌شود. در ساختار این شاخص، مدل‌های DEA به‌منظور محاسبهٔ توابع فاصله[4] بر مبنای تکنولوژی‌های تولید به‌کار گرفته می‌شوند. برای مثال، در تجزیهٔ FGLR[5]، تکنولوژی پایه با بازده به مقیاس ثابت (CRS)[6] در نظر گرفته شده و شاخص مالمکوئیست به دو عامل تغییرات کارایی (EC)[7] و تغییرات تکنولوژی (TC)[8] تجزیه می‌شود. همچنین شاخص مالمکوئیست در تجزیهٔ FGNZ[9] دو تکنولوژی با بازده به مقیاس ثابت و متغیر (VRS)[10] را فرض گرفته و عواملی شامل تغییرات کارایی محض (PEC)[11]، تغییرات کارایی قیاسی (SEC)[12] و تغییرات تکنولوژی را ارائه می‌دهد.

مطالعات تجربی نشان داده‌اند که در مواقعی، ارزیابی خارجی مبتنی بر اطلاعات موجود واحدها در دسترس است و نتایج این ارزیابی با نتایج ارزیابی داخلی واحدهای تصمیم‌گیرنده تفاوت دارد؛ به‌طوری که در نظر گرفتن و ادغام آن در ارزیابی داخلی واحدها، می‌تواند نتایج این ارزیابی را بیشتر از گذشته به واقعیت نزدیک کند. از سویی دیگر، متداول‌ترین نوع ادغام اطلاعات اضافه در مدل‌های DEA، استفاده از مبادله‌های تولیدی (یا به‌طور معادل محدودیت‌های وزنی) است که نشان‌دهندهٔ تغییراتی شدنی و مشابه در برخی پارامترهای ورودی و خروجی تمام واحدهای تصمیم‌گیرنده هستند.

پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی
پرتال جامع علوم انسانی

1.Data Envelopment Analysis
2. Decision Making Units
3. Malmquist Index
4. Distance Function
5. FGLR (Fare, Grosskof, Lindgren, Roos)
6. Constant Return to Scale
7. Efficiency Changes
8. Technology Changes
9. FGNZ (Fare, Grosskof, Norris and Zhang)
10. Variable Return to Scale
11. Pure Efficiency Changes
12. Scale Efficiency Changes

در این مقاله ابتدا به‌کمک مبادلات هدفمند تولیدشده توسط مدل GTDEA، فضای امکان تولید مبادلات هدفمند تعریف می‌شود. ویژگی این فضا این است که ارزیابی واحدها در آن مبتنی بر اطلاعات در دسترس آنهاست که با عنوان ارزیابی خارجی بر مدل اعمال شده است. سپس با در نظر گرفتن فضای امکان تولید هدفمند به‌عنوان تکنولوژی پایه به‌جای فضای CRS، دو تغییر در شاخص مالمکوئیست ایجاد می‌شود. نخست آن که تغییرات تکنولوژی در شاخص مالمکوئیست توسعه‌یافته، تغییرات هدفمند را نشان می‌دهد و دوم، شاخص مالمکوئیست توسعه‌یافته قادر خواهد بود تأثیر عامل جدیدی با عنوان ارزیابی خارجی را بر بهره‌وری کل واحدها بررسی کند. این توسعه در شاخص مالمکوئیست باعث می‌شود نتایج به‌دست‌آمده از این شاخص، علاوه‌بر در برگرفتن یک عامل جدید، مبتنی بر اطلاعات موجود واحدها باشد.

پیشینهٔ پژوهش

در این بخش مهم‌ترین مطالعات انجام گرفته در خصوص مبحث مبادله و مالمکوئیست را مرور می‌کنیم.

پیشینهٔ نظری

امروزه تحلیل پوششی داده‌ها به‌عنوان ابزار مهم مدیریتی برای ارزیابی و رتبه‌بندی واحدهای تصمیم‌گیرنده در کانون توجه پژوهشگران این عرصه قرار گرفته و پژوهش‌های تئوری و کاربردی زیادی را در شاخهٔ تحقیق در عملیات به خود اختصاص داده است. برای نمونه، علیرضائی و رفیعی (۱۳۸۹) با ادغام مفاهیم DEA و AHP به رتبه‌بندی واحدهای تصمیم‌گیرنده پرداختند. خسروی و شاهرودی (۱۳۹۳) روش تحلیل پوششی داده‌های شبکه‌ای را به‌منظور بررسی و سنجش کارایی شرکت‌های برق منطقه‌ای ایران به‌کار گرفتند. محمودآبادی، طاهری و مهدویان (۱۳۹۳) از رویکرد تحلیل پوششی داده‌ها به‌منظور ارزیابی فعالیت‌های تحقیق و توسعه در ایران استفاده کردند. مؤمنی، رستمی، رضوی و کیخسرو (۱۳۹۳) رتبه‌بندی گروهی واحدهای بانکی را به‌کمک تحلیل پوششی داده‌ها انجام دادند.

مبحث مبادله یکی از مباحث مهم در تحلیل پوششی داده‌هاست که توسط پادینوفسکی (۲۰۰۴) و در جهت تکمیل مبحث محدودیت‌های وزنی مطرح شد. همچنین پادینوفسکی (۲۰۰۷) چگونگی ارتباط بین مبادله‌ها و محدودیت‌های وزنی معادل را با ارائهٔ یک مثال عددی توضیح داد. پادینوفسکی و بوزدین چیموا (۲۰۱۳) پیامدهای الحاق مبادلات و محدودیت‌های وزنی در مدل‌های DEA را بررسی کردند. علیرضائی و بلوری (۲۰۱۲) ضمن معرفی مفهوم مبادلات نسبتی، به‌کارگیری این نوع مبادلات را بررسی کردند. علیرضائی و رفیعی (۱۳۹۳) مدلی

موسوم به مدل مبادله‌ای توسعه‌یافته (GTDEA) ارائه دادند که در آن ترکیبی بهینه از مبادلات موجود به‌گونه‌ای انتخاب می‌شود که ارزیابی خارجی و داخلی واحدهای تصمیم‌گیرنده بیشترین همبستگی را با یکدیگر داشته باشند. این پژوهش که مرجع اصلی مقالهٔ حاضر است، فرایند انتخاب مبادلات هدفمند را به‌منظور ساخت فضای امکان تولید هدفمند فراهم می‌آورد.

شاخص مالمکوئیست مفهومی است که نخستین‌بار توسط مالمکوئیست (۱۹۵۳) به‌عنوان شاخص اندازه‌گیری مصرف ورودی‌ها تعریف شد. پس از آن، کیوز، کریستنسن و دیورت (۱۹۸۲) این شاخص را برای اندازه‌گیری تغییرات بهره‌وری نسبی واحدهای تصمیم‌گیرنده در دوره‌های زمانی مختلف معرفی کردند و بعدها مدل‌های DEA توسط فار، گرسکوپف، لیندگرن و روز (۱۹۹۲) برای اندازه‌گیری آن استفاده شد. در واقع، فار و همکارانش (۱۹۹۲) با در نظر گرفتن بازده به مقیاس ثابت، از مدل‌های DEA برای محاسبهٔ تابع فاصلهٔ موجود در شاخص مالمکوئیست استفاده کردند و تجزیه‌ای دو قسمتی از این شاخص ارائه دادند که در این تجزیه شاخص مالمکوئیست از دو عامل تغییرات تکنولوژی و تغییرات کارایی تکنیکی به‌دست می‌آمد. پس از آن، فار و همکارانش (فار، گرسکوپف، نوریس و ژانگ، ۱۹۹۴) با در نظر گرفتن بازده به مقیاس متغیر، این شاخص را توسعه دادند و با معرفی عامل جدیدی با نام کارایی قیاسی، تجزیه‌ای سه قسمتی شامل تغییرات کارایی محض، تغییرات کارایی قیاسی و تغییرات تکنولوژی ارائه کردند. علیرضائی و افشاریان (۲۰۱۰) با در نظر گرفتن تکنولوژی مبادلات، عامل جدیدی با نام قانون‌مداری تعریف کردند و بر این اساس، تجزیه‌ای چهار قسمتی از شاخص مالمکوئیست ارائه دادند. در این تجزیه، علاوه‌بر عوامل موجود در تجزیهٔ سه قسمتی، عامل تغییرات قانون‌مداری نیز اضافه شد.

مدل مبادله‌ای و مبادله‌های هدفمند

فرض کنید مجموعه‌ای از n واحد تصمیم‌گیرنده داریم که در آن $DMU_j \quad j = ۱,۲,...,n$ با بردار ورودی $X_j \in R^m$ و بردار خروجی $Y_j \in R^s$ مشخص می‌شود.

چارنز و همکاران (۱۹۷۸) فضای امکان تولید CRS را از مجموعه‌ای از اصول موضوعه به‌صورت منحصربه‌فرد معرفی کردند (رابطهٔ ۱).

$$PPS_{CRS} = \left\{ \begin{array}{l} (x_i, y_r) \left| x_i \geq \sum_{j=1}^{n} \lambda_j x_{ij}, \ i = 1,2,...,m, \right. \\ y_r \leq \sum_{j=1}^{n} \lambda_j y_{rj}, \ r = 1,2,...,s \end{array} \right\} \qquad \text{رابطهٔ ۱)}$$

پس از آن بنکر و همکاران (۱۹۸۴) با حذف اصل بی‌کرانی اشعه از مجموعهٔ اصول معرفی‌شده توسط چارنز و همکارانش (۱۹۷۸)، فضای امکان تولید VRS زیر را نتیجه گرفتند:

$$PPS_{VRS}=\left\{\begin{array}{l|l}(x_i,y_r) & x_i\geq\sum_{j=1}^{n}\lambda_j x_{ij},\ i=1,2,...,m,\ y_r\leq\sum_{j=1}^{n}\lambda_j y_{rj},\\ & r=1,2,...,s,\ \sum_{j=1}^{n}\lambda_j=1\end{array}\right\}$$ رابطهٔ ۲)

حال فرض کنید k قضاوت به‌عنوان مبادله به‌صورت $(P_t,Q_t)\ t=1,2,...,k$ داریم که در آن بردار $P_t\in R^m$ و $Q_t\in R^s$ به‌ترتیب نشان‌دهندهٔ مبادله‌های ورودی و خروجی است.

پادینوفسکی (۲۰۰۴) با اضافه‌کردن اصل «شدنی‌بودن مبادلات» به مجموعهٔ اصول موضوعه، فضای امکان تولید با حضور مبادلات را به‌صورت زیر نتیجه گرفت:

$$PPS_{TO}=\left\{\begin{array}{l|l}(x_i,y_r) & x_i\geq\sum_{j=1}^{n}\lambda_j x_{ij}+\sum_{t=1}^{k}\pi_t p_{it},\ i=1,2,...,m,\\ & y_r\leq\sum_{j=1}^{n}\lambda_j y_{rj}+\sum_{t=1}^{k}\pi_t q_{rt},\ r=1,2,...,s\end{array}\right\}$$ رابطهٔ ۳)

اکنون فرض کنید $R=(r_1,r_2,...,r_n)$ نشان‌دهندهٔ بردار ارزیابی خارجی واحدهای تصمیم‌گیرنده باشد. همان‌طور که در مقالهٔ علیرضائی و رفیعی (۱۳۹۳) آمده است، مقادیر این بردار می‌تواند براساس اطلاعات در دسترس واحدها یا به‌کمک ارزیابی غیر DEA از واحدها محاسبه شود.

براساس مجموعهٔ مبادلات تعریف‌شده، مجموعهٔ تمام ترکیبات ممکن برای انتخاب مبادله‌ها را می‌توان به‌صورت رابطهٔ ۴ نشان داد (علیرضائی و رفیعی، ۱۳۹۳).

$$\Omega=\left\{Z=(z_1,z_2,...,z_k)\ \middle|\ z_t\in\{0,1\},\ t=1,2,...,k\right\}$$ رابطهٔ ۴)

در رابطهٔ ۴، بردار $Z=(z_1,z_2,...,z_k)\ z_t\in\{0,1\}\ t=1,2,...,k$ تعیین‌کنندهٔ ترکیبی از مبادلات ارائه‌شدهٔ کارشناس است. بنابراین به ازای هر ترکیب (به ازای هر Z)، یک مقدار کارایی برای واحدها به‌دست می‌آید که با بردار $\theta(Z)=(\theta_1(Z),\theta_2(Z),...,\theta_n(Z))$ نمایش داده می‌شود. برای مثال فرض کنید تعداد ۷ مبادله از سوی کارشناسان در نظر گرفته شده است. در این صورت بردار $Z=(1,0,0,1,1,0,0)$ ترکیبی از مبادلات متشکل از مبادله‌های اول، چهارم و

پنجم را مشخص می‌کند. در واقع اگر مؤلفهٔ z_t در بردار Z برابر با یک باشد، مبادلهٔ tام انتخاب‌شده و اگر برابر با صفر باشد انتخاب نمی‌شود (علیرضائی و رفیعی، ۱۳۹۳).

اکنون با معرفی مجموعهٔ ترکیبات شدنی از مبادلات، مدل GTDEA به‌صورت رابطهٔ ۵ خواهد بود (علیرضائی و رفیعی، ۱۳۹۳).

$$GTDEA\ MODEL \quad \max \quad \bar{\gamma}(Z) \qquad s.t \quad Z \in \Omega$$

رابطهٔ ۵)

که در آن $\bar{\gamma}(Z)$ ضریب همبستگی بین بردار ارزیابی خارجی (R) و بردار کارایی‌های حاصل از واحدها ($\theta(Z)$)، با در نظر گرفتن آرایشی از مبادلات است که بردار Z آن را فراهم آورده است. در واقع این مدل ترکیبی بهینه از مبادلات را به‌گونه‌ای تعیین می‌کند که کارایی واحدهای تحت بررسی بیشترین همبستگی را با بردار ارزیابی خارجی داشته باشد.

شاخص مالمکوئیست

در این بخش به معرفی شاخص مالمکوئیست و تجزیه‌های شناخته‌شدهٔ آن می‌پردازیم که تابع فاصلهٔ آنها به‌کمک مدل‌های DEA محاسبه می‌شود.

فرض کنید X_o و Y_o به‌ترتیب بردار ورودی و خروجی DMU_0 و t و t + ۱ معرف دوره‌های زمانی باشند. برای محاسبهٔ شاخص مالمکوئیست و تجزیه‌های آن باید ۶ تابع فاصله به‌صورت زیر تعریف شود:

$D^t_{CRS}(X^t_o, Y^t_o)$: تابع فاصله با مشاهدات دورهٔ t و تکنولوژی CRS دورهٔ t

$D^{t+1}_{CRS}(X^{t+1}_o, Y^{t+1}_o)$: تابع فاصله با مشاهدات دورهٔ t + ۱ و تکنولوژی CRS دورهٔ t + ۱

$D^t_{VRS}(X^t_o, Y^t_o)$: تابع فاصله با مشاهدات دورهٔ t و تکنولوژی VRS دورهٔ t

$D^{t+1}_{VRS}(X^{t+1}_o, Y^{t+1}_o)$: تابع فاصله با مشاهدات دورهٔ t + ۱ و تکنولوژی VRS دورهٔ t + ۱

$D^t_{CRS}(X^{t+1}_o, Y^{t+1}_o)$: تابع فاصله با مشاهدات دورهٔ t + ۱ و تکنولوژی CRS دورهٔ t

$D^{t+1}_{CRS}(X^t_o, Y^t_o)$: تابع فاصله با مشاهدات دورهٔ t و تکنولوژی CRS دورهٔ t + ۱

هر یک از توابع فاصلهٔ شش‌گانهٔ بالا را می‌توان به‌کمک مدل‌های DEA ورودی‌محور (یا خروجی‌محور) برای تمام واحدهای تحت بررسی محاسبه کرد. برای نمونه، توابع فاصلهٔ $D^{t+1}_{VRS}(X^{t+1}_o, Y^{t+1}_o)$ و $D^{t+1}_{CRS}(X^t_o, Y^t_o)$ را می‌توان به‌کمک مدل‌های ورودی‌محور زیر برای واحد تحت بررسی به‌دست آورد:

رابطهٔ ۶)

$$D_{VRS}^{t+1}(X_o^{t+1},Y_o^{t+1}) = \min \quad \theta_o^{t+1}$$

$$s.t \quad \sum_{j=1}^{n} \lambda_j y_{rj}^{t+1} \geq y_{ro}^{t+1} \qquad r = 1,2,...,s$$

$$\sum_{j=1}^{n} \lambda_j x_{ij}^{t+1} \leq \theta_o^{t+1} x_{io}^{t+1} \quad i = 1,2,...,m$$

$$\sum_{j=1}^{n} \lambda_j = 1$$

$$\lambda_j \geq 0, \theta_o^{t+1} \; signfree \quad j = 1,2,...,n$$

رابطهٔ ۷)

$$D_{CRS}^{t+1}(X_o^{t},Y_o^{t}) = \min \quad \theta_o^{t}$$

$$s.t \quad \sum_{j=1}^{n} \lambda_j y_{rj}^{t+1} \geq y_{ro}^{t} \qquad r = 1,2,...,s$$

$$\sum_{j=1}^{n} \lambda_j x_{ij}^{t+1} \leq \theta_o^{t} x_{io}^{t} \quad i = 1,2,...,m$$

$$\lambda_j \geq 0, \theta_o^{t} \; signfree \quad j = 1,2,...,n$$

سایر توابع فاصلهٔ مشابه مدل‌های ۶ و ۷ به دست می‌آیند.

پس از محاسبهٔ توابع فاصلهٔ شش‌گانهٔ بالا برای هر واحد، می‌توان مقادیر تغییرات کارایی، تغییرات تکنولوژی، تغییرات کارایی محض و تغییرات کارایی قیاسی را به‌کمک روابط زیر محاسبه کرد (برای توضیحات بیشتر دربارهٔ چگونگی تشکیل روابط رجوع کنید به (فار و همکاران، ۱۹۹۲ و فار و همکاران، ۱۹۹۴):

تغییرات کارایی: این عامل، تغییرات کارایی DMU در دست بررسی را تحت تکنولوژی پایه (در اینجا تکنولوژی CRS) در دورهٔ t +۱ نسبت به دورهٔ t محاسبه می‌کند.

رابطهٔ ۸)

$$EC = \frac{D_{CRS}^{t+1}(X_o^{t+1},Y_o^{t+1})}{D_{CRS}^{t}(X_o^{t},Y_o^{t})}$$

تغییرات تکنولوژی: این عامل تغییرات تکنولوژی پایه (در اینجا تکنولوژی CRS) را برای DMU در دست بررسی در دورهٔ t +۱ نسبت به دورهٔ t محاسبه می‌کند.

رابطهٔ ۹)

$$TC = \left[\frac{D_{CRS}^{t}(X_o^{t},Y_o^{t})}{D_{CRS}^{t+1}(X_o^{t},Y_o^{t})} \cdot \frac{D_{CRS}^{t}(X_o^{t+1},Y_o^{t+1})}{D_{CRS}^{t+1}(X_o^{t+1},Y_o^{t+1})} \right]^{\frac{1}{2}}$$

تغییرات کارایی محض: این عامل تغییرات کارایی DMU در دست بررسی را تحت تکنولوژی کوچک‌تر (در اینجا تکنولوژی VRS) در دورهٔ t +۱ نسبت به دورهٔ t محاسبه می‌کند.

$$PEC = \frac{D_{VRS}^{t+1}(X_o^{t+1}, Y_o^{t+1})}{D_{VRS}^{t}(X_o^{t}, Y_o^{t})}$$ رابطهٔ ۱۰)

تغییرات کارایی قیاسی: این عامل تغییرات کارایی قیاسی (نسبت کارایی DMU در تکنولوژی CRS به کارایی آن در تکنولوژی VRS) DMU در دست بررسی را در دورهٔ t +۱ نسبت به دورهٔ t محاسبه می‌کند.

$$SEC = \left[\frac{D_{VRS}^{t}(X_o^{t}, Y_o^{t})}{D_{CRS}^{t}(X_o^{t}, Y_o^{t})} . \frac{D_{CRS}^{t+1}(X_o^{t+1}, Y_o^{t+1})}{D_{VRS}^{t+1}(X_o^{t+1}, Y_o^{t+1})} \right]$$ رابطهٔ ۱۱)

با محاسبهٔ روابط بالا، شاخص مالمکوئیست و تجزیه‌های FGLR وFGNZ از رابطه‌های زیر محاسبه می‌شوند (فار و همکاران، ۱۹۹۲ و فار و همکاران، ۱۹۹۴).

تجزیهٔ FGLR از شاخص مالمکوئیست:

$$MI = EC \times TC$$ رابطهٔ ۱۲)

تجزیهٔ FGNZ از شاخص مالمکوئیست:

$$MI = PEC \times SEC \times TC$$ رابطهٔ ۱۳)

روش‌شناسی پژوهش

در این بخش ابتدا براساس مبادلات هدفمند تولیدشده با مدل GTDEA، فضای امکان تولید جدیدی معرفی می‌شود، سپس به‌کمک این فضا شاخص مالمکوئیست توسعه داده خواهد شد.

با در نظر گرفتن مفروضات قسمت قبل، فرض کنید تعداد C مبادلهٔ بهینهٔ زیر، خروجی مدل GTDEA باشد.

$$(P_t', Q_t') \quad t = 1, 2, ..., c$$ رابطهٔ ۱۴)

مبادلات بالا (رابطهٔ ۱۴) ترکیبی بهینه از مبادلات ارائه‌شده از سوی کارشناس است، با این تفاوت که این ترکیب بیشترین همبستگی را بین کارایی‌های مدل DEA و ارزیابی خارجی (R) ایجاد می‌کند.

اکنون با در نظر گرفتن مجموعهٔ مبادلات هدفمند بالا، فضای امکان تولید هدفمند با حضـور این مبادلات به‌صورت زیر خواهد بود:

$$PPS_{TTO}=\left\{\begin{array}{l|l}(x_i,y_r) & x_i\geq\sum_{j=1}^{n}\lambda_j x_{ij}+\sum_{h=1}^{c}\pi_h p'_{ih},\ i=1,2,...,m\\ & y_r\leq\sum_{j=1}^{n}\lambda_j y_{rj}+\sum_{h=1}^{c}\pi_h q'_{rh},\ r=1,2,...,s\end{array}\right\}$$ رابطهٔ ۱۵)

با توجه به تعاریف تکنولوژی‌های معرفی‌شده، تکنولوژی TTO بین تکنولـوژی CRS و TO قرار می‌گیرد؛ زیرا اولاً این فضا شامل مبادلاتی است که فضـای CRS را گسـترش مـی‌دهنـد و ثانیاً تعداد این مبادلات از تعداد مجموعهٔ مبادلات اولیه کمتر است. بنابراین رابطهٔ زیر را داریم:

$$PPS_{VRS}\subseteq PPS_{CRS}\subseteq PPS_{TTO}\subseteq PPS_{TO}$$ رابطهٔ ۱۶)

از این رو فضای PPS_{TTO} می‌تواند به‌عنوان تکنولوژی پایه در محاسبهٔ شاخص مالمکوئیست و تجزیه‌های آن قرار گیرد و این شاخص را توسعه دهد که جزئیات آن در زیر تشریح می‌شود.

ابتدا بر اساس فضای PPS_{TTO}، چهار تابع فاصله در دوره‌های t و t +۱ به‌صورت زیر معرفـی می‌شوند:

$D^t_{TTO}(X^t_o,Y^t_o)$: تابع فاصله با مشاهدات دورهٔ t و تکنولوژی TTO دورهٔ t

$D^{t+1}_{TTO}(X^{t+1}_o,Y^{t+1}_o)$: تابع فاصله با مشاهدات دورهٔ t +۱ و تکنولوژی TTO دورهٔ t +۱

$D^t_{TTO}(X^{t+1}_o,Y^{t+1}_o)$: تابع فاصله با مشاهدات دورهٔ t +۱ و تکنولوژی TTO دورهٔ t

$D^{t+1}_{TTO}(X^t_o,Y^t_o)$: تابع فاصله با مشاهدات دورهٔ t و تکنولوژی TTO دورهٔ t +۱

برای محاسبهٔ توابع چهارگانهٔ بالا از مدل مبادله‌ای هدفمند به‌صورت زیر استفاده می‌کنیم.

$$D^t_{TTO}(X^t_o,Y^t_o)=\min\ \theta^t_o$$ رابطهٔ ۱۷)

$$s.t\quad \sum_{j=1}^{n}\lambda_j y^t_{rj}+\sum_{h=1}^{c}\pi_h q'^t_{rh}\geq y^t_{ro}\qquad r=1,2,...,s$$

$$\sum_{j=1}^{n}\lambda_j x^t_{ij}+\sum_{h=1}^{c}\pi_h p'^t_{ih}\leq\theta^t_o x^t_{io}\quad i=1,2,...,m$$

$$\lambda_j,\pi_h\geq 0,\quad \theta^t_o\ signfree\quad j=1,2,...,n\quad h=1,2,...,c$$

رابطهٔ ۱۸)

$$D_{TTO}^{t+1}(X_o^t, Y_o^t) = \min \ \theta_o^t$$

$$s.t \quad \sum_{j=1}^{n} \lambda_j y_{rj}^{t+1} + \sum_{h=1}^{c} \pi_h q_{rh}'^{t+1} \geq y_{ro}^t \qquad r = 1,2,...,s$$

$$\sum_{j=1}^{n} \lambda_j x_{ij}^{t+1} + \sum_{h=1}^{c} \pi_h p_{ih}'^{t+1} \leq \theta_o^t x_{io}^t \quad i = 1,2,...,m$$

$$\lambda_j, \pi_h \geq 0, \quad \theta_o^t signfree \quad j = 1,2,...,n \quad h = 1,2,...,c$$

توابع $D_{TTO}^{t+1}(X_o^{t+1}, Y_o^{t+1})$ و $D_{TTO}^{t}(X_o^{t+1}, Y_o^{t+1})$ به‌طور مشابه محاسبه می‌شوند.

پس از محاسبهٔ توابع فاصلهٔ چهارگانه بالا برای هر واحد، با تغییر تکنولوژی پایه از حالت CRS به حالت TTO، رابطه‌های جدیدی از تغییرات تکنولوژی و کارایی (رابطه‌های ۸ و ۹) حاصل می‌شوند که این رابطه‌ها را می‌توان به‌صورت زیر محاسبه کرد:

تغییرات کارایی توسعه‌یافته (EEC)[1]: این عامل تغییرات کارایی DMU در دست بررسی را تحت تکنولوژی پایه (در اینجا تکنولوژی TTO) در دورهٔ t + ۱ نسبت به دورهٔ t محاسبه می‌کند.

رابطهٔ ۱۹)

$$EEC = \frac{D_{TTO}^{t+1}(X_o^{t+1}, Y_o^{t+1})}{D_{TTO}^{t}(X_o^t, Y_o^t)}$$

تغییرات تکنولوژی توسعه‌یافته (ETC)[2]: این عامل تغییرات تکنولوژی پایه (در اینجا تکنولوژی TTO) را برای DMU در دست بررسی در دورهٔ t + ۱ نسبت به دورهٔ t محاسبه می‌کند.

رابطهٔ ۲۰)

$$ETC = \left[\frac{D_{TTO}^{t}(X_o^t, Y_o^t)}{D_{TTO}^{t+1}(X_o^t, Y_o^t)} \cdot \frac{D_{TTO}^{t}(X_o^{t+1}, Y_o^{t+1})}{D_{TTO}^{t+1}(X_o^{t+1}, Y_o^{t+1})} \right]^{\frac{1}{2}}$$

در واقع رابطه‌های ۱۹ و ۲۰ همان رابطه‌های ۸ و ۹ هستند با این تفاوت که تکنولوژی پایه برای محاسبهٔ توابع فاصله از حالت CRS به حالت TTO تغییر پیدا کرده است.

به‌کمک رابطه‌های ۱۹ و ۲۰ می‌توان شاخص مالمکوئیست توسعه‌یافته[3] را به‌صورت زیر محاسبه کرد.

رابطهٔ ۲۱)

$$EMI = EEC \times ETC$$

1. Expanded Efficiency Changes
2. Expanded Technology Changes
3. Expanded Malmquist Index

رابطهٔ ۲۱ رابطه‌ای مشابه رابطهٔ ۱۲ است با این تفاوت که شاخص مالمکوئیست توسعه‌یافته، تحت تکنولوژی پایهٔ TTO به‌دست آمده است.

اکنون با در نظر گرفتن دو فضای PPS_{TTO} و PPS_{CRS}، عامل ارزیابی خارجی (EEF)[1] را به‌صورت زیر تعریف می‌کنیم:

تعریف ۱: عامل ارزیابی خارجی برای DMU_0 از تقسیم میزان کارایی DMU_0 در فضای PPS_{TTO} به میزان کارایی آن در فضای PPS_{CRS} به‌دست می‌آید.

در واقع عامل ارزیابی خارجی تأثیر مبادلات هدفمند را در میزان کارایی واحد تحت بررسی می‌سنجد. بنابراین اگر EEF برای واحدی برابر ۱ باشد، بدان معناست که واحد در دست بررسی دارای ارزیابی داخلی و خارجی یکسانی است و اگر EEF برای یک واحد کمتر از ۱ باشد، یعنی ارزیابی داخلی و خارجی آن واحد با یکدیگر متفاوت بوده است.

با تعریف EEF می‌توان تغییرات عامل ارزیابی خارجی (EEFC)[2] را در دوره‌های زمانی به‌کمک رابطهٔ زیر محاسبه کرد:

تغییرات عامل ارزیابی خارجی: این عامل تغییرات عامل ارزیابی خارجی (نسبت کارایی DMU در تکنولوژی TTO به کارایی آن در تکنولوژی CRS) DMU در دست بررسی را در دورهٔ ۱ + t نسبت به دورهٔ t محاسبه می‌کند.

$$EEFC = \left[\frac{D^{t}_{CRS}(X^{t}_{o}, Y^{t}_{o})}{D^{t}_{TTO}(X^{t}_{o}, Y^{t}_{o})} \cdot \frac{D^{t+1}_{TTO}(X^{t+1}_{o}, Y^{t+1}_{o})}{D^{t+1}_{CRS}(X^{t+1}_{o}, Y^{t+1}_{o})} \right] \qquad \text{رابطهٔ ۲۲)}$$

در واقع مفهوم عامل ارزیابی خارجی مشابه مفهوم کارایی قیاسی و رابطهٔ ۲۲ رابطه‌ای مشابه رابطهٔ ۱۱ است.

اکنون با توجه به رابطه‌های ۱۹ تا ۲۲، تجزیه‌ای سه قسمتی از شاخص مالمکوئیست توسعه‌یافته را می‌توان به‌صورت زیر نتیجه گرفت:

$$EMI = EC \times EEFC \times ETC \qquad \text{رابطهٔ ۲۳)}$$

علاوه‌بر این، با در نظر گرفتن تکنولوژی VRS و اضافه‌کردن عامل‌های PEC و SEC، تجزیهٔ جدید چهار قسمتی زیر از شاخص مالمکوئیست توسعه‌یافته نتیجه می‌شود:

---

1. External Evaluation Factor
2. External Evaluation Factor Changes

رابطهٔ ۲۴) $EMI = PEC \times SEC \times EEFC \times ETC$

یافته‌های پژوهش

بر اساس آنچه گفته شد، دیدگاه پیشنهادی این مقاله اهداف زیر را محقق می‌سازد:

۱. بررسی تغییرات کارایی و تکنولوژی واحدها در فضای مبادلات هدفمند: به‌کمک رابطه‌های ۱۹ و ۲۰ می‌توان تغییرات کارایی و تکنولوژی واحدها را در فضای مبادلات هدفمند محاسبه کرد. از آنجا که تکنولوژی مبادلات هدفمند براساس واقعیت‌های موجود واحدها ساخته شده است، بررسی تغییرات کارایی و تکنولوژی آنها در این فضا می‌تواند نتایجی به‌مراتب مفیدتر از تغییرات کارایی و تکنولوژی در فضای CRS داشته باشد که در آن واقعیت‌های موجود واحدها محاسبه نشده باشد.

۲. بررسی عوامل ارزیابی خارجی: در دیدگاه پیشنهادی، عامل ارزیابی خارجی برای هر واحد تصمیم‌گیرنده، میزان همسویی ارزیابی‌های خارجی و داخلی آن واحد را می‌سنجد. بررسی این عامل در طول دوره‌های زمانی از طریق رابطهٔ ۲۲، این امکان را فراهم می‌آورد که ضمن شناسایی عوامل مهم در همسویی ارزیابی‌ها، از آنها در واقعی‌تر کردن هر چه بیشتر نتایج ارزیابی استفاده کنیم.

۳. توسعهٔ شاخص مالمکوئیست: در دیدگاه پیشنهادی این پژوهش، شاخص مالمکوئیست با بررسی تکنولوژی مبادلات هدفمند و تغییرات عامل ارزیابی خارجی، توسعه داده شد. در واقع با این دیدگاه، اکنون شاخص مالمکوئیست قادر خواهد بود علاوه‌بر بررسی تغییرات کارایی محض، تغییرات کارایی قیاسی و تغییرات تکنولوژی توسعه‌یافته، تغییرات عامل ارزیابی خارجی را برای واحدهای تصمیم‌گیرنده در طول دوره‌های مختلف زمانی محاسبه کند و تأثیر آنها را در بهره‌وری کل به‌دست آورد و با موشکافی بیشتری نسبت به شاخص مالمکوئیست قبلی به بررسی بهره‌وری کل واحدها بپردازد.

برای بررسی بیشتر دیدگاه پیشنهادی و نحوهٔ محاسبه شاخص مالمکوئیست توسعه‌یافته و تجزیه‌های آن، این دیدگاه را با مثال عددی توضیح می‌دهیم.

مثال عددی: مجموعه‌ای از ۲۰ دانشکده با دو ورودی (تعداد کارمندان آموزشی و تعداد کارمندان پژوهشی) و سه خروجی (تعداد دانشجویان کارشناسی، تعداد دانشجویان تحصیلات تکمیلی و تعداد مقالات چاپ‌شده) را در دو دورهٔ زمانی ۱ و ۲ به‌صورت جدول‌های ۱ و ۲ در نظر بگیرید (داده‌های این مثال توسعهٔ داده‌های مثال پادینوفسکی (۲۰۰۷) است).

جدول ۱. داده‌های مربوط به دانشکده‌ها در دورهٔ زمانی اول

دانشکده‌ها	تعداد کارمندان آموزشی	تعداد کارمندان پژوهشی	تعداد دانشجویان کارشناسی	تعداد دانشجویان تحصیلات تکمیلی	تعداد مقالات
۱	۱۰۰	۷۰	۱۵۴۰	۱۴۵	۵۱۲
۲	۱۲۰	۱۲۳	۱۴۰۸	۱۲۳	۴۱۰
۳	۵۰	۲۰	۶۹۰	۱۰۰	۳۰۷
۴	۶۷	۱۷	۶۷۴	۱۰۲	۱۸۲
۵	۹۸	۲۰	۱۶۸۶	۱۸۰	۶۱۵
۶	۷۶	۱۲	۹۸۲	۱۲۰	۳۴۲
۷	۱۰۹	۷۲	۱۵۲۰	۱۲۵	۶۰۱
۸	۱۱۵	۱۰۰	۱۳۱۲	۲۰۱	۷۸۰
۹	۴۲	۳۵	۴۵۲	۱۸۴	۶۴۰
۱۰	۵۱	۱۰	۸۱۲	۱۲۶	۲۱۳
۱۱	۱۴	۲۷	۱۷۱۲	۱۴۵	۱۸۶
۱۲	۳۷	۴۲	۱۰۱۲	۱۲۳	۲۲۰
۱۳	۵۶	۷۱	۸۹۵	۲۰۱	۴۰۱
۱۴	۸۴	۶۶	۹۹۹	۱۰۵	۲۱۶
۱۵	۹۱	۱۰۴	۱۰۲۴	۳۰۱	۲۴۰
۱۶	۹۵	۱۱۲	۱۰۲۱	۲۱۵	۳۰۰
۱۷	۶۵	۲۴۵	۸۵۱	۳۶	۲۵۶
۱۸	۷۸	۱۲۵	۹۱۵	۸۴۲	۹۱۵
۱۹	۴۸	۲۴۳	۲۱۳	۸۵۳	۹۲۴
۲۰	۷۵	۱۲۷	۳۶۵	۸۵۵	۲۷۵

جدول۲. داده‌های مربوط به دانشکده‌ها در دورهٔ زمانی دوم

دانشکده‌ها	تعداد کارمندان آموزشی	تعداد کارمندان پژوهشی	تعداد دانشجویان کارشناسی	تعداد دانشجویان تحصیلات تکمیلی	تعداد مقالات
۱	۱۰۰	۷۰	۱۲۵۰	۳۲۵	۴۱۵
۲	۱۲۰	۱۲۳	۹۸۰	۲۱۳	۵۱۱
۳	۵۰	۲۰	۵۲۳	۲۱۴	۴۱۲
۴	۶۷	۱۷	۷۱۵	۲۸۰	۲۲۰
۵	۹۸	۲۰	۱۵۱۱	۲۴۵	۷۰۰
۶	۷۶	۱۲	۹۲۸	۱۵۴	۴۲۵
۷	۱۰۹	۷۲	۱۶۲۰	۲۲۵	۴۰۱
۸	۱۱۵	۱۰۰	۱۱۱۲	۳۰۱	۴۵۰
۹	۴۲	۳۵	۴۷۰	۲۸۴	۹۵۰
۱۰	۵۱	۱۰	۱۱۲۰	۲۱۰	۱۱۲
۱۱	۱۴	۲۷	۱۱۲۲	۵۱۲	۲۴۸
۱۲	۳۷	۴۲	۱۱۲۲	۲۱۵	۲۴۵
۱۳	۵۶	۷۱	۱۱۰۰	۴۰۱	۲۱۵
۱۴	۸۴	۶۶	۹۰۰	۲۴۵	۲۱۷
۱۵	۹۱	۱۰۴	۱۲۴۴	۵۰۱	۳۰۰
۱۶	۹۵	۱۱۲	۱۲۱۱	۱۱۵	۷۰۰
۱۷	۶۵	۲۴۵	۹۵۱	۱۳۶	۴۵۶
۱۸	۷۸	۱۲۵	۷۱۵	۹۴۲	۹۹۵
۱۹	۴۸	۲۴۳	۲۲۴	۸۷۵	۹۹۴
۲۰	۷۵	۱۲۷	۹۶۵	۷۵۵	۵۷۵

برای اینکه فرایند انتخاب مبادله‌ها به کمک مدل GTDEA انجام شود، نیازمند ارزیابی خارجی از واحدها هستیم که این ارزیابی را به‌صورت زیر در نظر می‌گیریم:

$$r_j = \frac{y_{1j}}{x_{1j}} \quad j = 1, 2, ..., n$$ رابطهٔ ۲۵)

در رابطهٔ بالا، y_{1j} و x_{1j} به‌ترتیب خروجی و ورودی اول دانشکدهٔ iام و r_j میزان ارزیابی خارجی برای دانشکدهٔ iام است. در واقع، با توجه به اینکه مبحث آموزشی از عوامل مهمی در ارزیابی دانشکده‌هاست، نسبت تعداد دانشجویان کارشناسی به تعداد کارمندان آموزشی دانشکده‌ها می‌تواند به‌عنوان یک ارزیابی کارشناسی از دانشکده‌ها ارائه شود.

برای تخمین ارزیابی خارجی به‌کمک مدل‌های DEA، باید مجموعه‌ای از مبادلات را به مدل DEA به‌گونه‌ای اضافه کنیم که ضمن قابل قبول بودن، بیشترین همبستگی ممکن بین ارزیابی‌های خارجی و داخلی واحدها ایجاد شود. برای این منظور، ابتدا مجموعه‌ای از مبادلات توسط کارشناسان برای واحدهای تصمیم‌گیرنده به‌صورت زیر ارائه می‌شود:

$TO۱: (۰, ۰, -۲, ۱, ۰)$ $TO۲: (۰, ۰, ۱, -۱, ۰)$ $TO۳: (۰, ۱, ۰, ۰, ۰/۵)$

$TO۴: (۵, -۱, ۰, ۰, ۰)$ $TO۵: (۱, ۰, ۵, ۰, ۰)$ $TO۶: (۰, ۰, ۲, ۰, -۱)$

اکنون به کمک مدل GTDEA، ترکیبی از مبادلات بالا به‌صورتی انتخاب می‌شود که در هر دورهٔ زمانی، بیشترین همبستگی را بین ارزیابی خارجی و داخلی واحدها داشته باشیم. نتایج مدل GTDEA در دوره‌های زمانی ۱ و ۲ در جدول ۳ آمده است.

جدول ۳. مبادلات انتخابی به کمک مدل GTDEA در دوره‌های زمانی اول و دوم

	مبادلات انتخاب‌شده	ضریب همبستگی بهینه
دورهٔ زمانی اول	$TO۱: (۰, ۰, -۲, ۱, ۰)$ $TO۳: (۰, ۱, ۰, ۰, ۰/۵)$ $TO۵: (۱, ۰, ۵, ۰, ۰)$	۰/۹
دورهٔ زمانی دوم	$TO۳: (۰, ۱, ۰, ۰, ۰/۵)$ $TO۵: (۱, ۰, ۵, ۰, ۰)$ $TO۶: (۰, ۰, ۲, ۰, -۱)$	۰/۸

بنا بر نتایج به‌دست‌آمده از مدل GTDEA در جدول ۳، مبادلات اول، سوم و پنجم در دورهٔ اول و مبادلات سوم، پنجم و ششم در دورهٔ دوم انتخاب می‌شوند. به این مبادلات که بیشترین ضریب همبستگی را بین ارزیابی‌های داخلی و خارجی در هر دورهٔ زمانی فراهم می‌کنند، مبادلات هدفمند گفته می‌شود. بنابراین، مبادلات هدفمند در دورهٔ اول ضریب همبستگی ۰/۹ و در دورهٔ

دوم ضریب همبستگی ۰/۸ را بین ارزیابی‌های داخلی و خارجی به‌وجود می‌آورند که بیشترین ضریب‌های همبستگی ممکن در هر دوره است.

اکنون می‌توان فضای مبادلات هدفمند را به‌کمک مبادلات هدفمند انتخاب‌شدهٔ بالا در دوره‌های زمانی اول و دوم، تشکیل داد و به‌کمک این فضا و روابط مربوط به آن که در بخش روش‌شناسی پژوهش آمده است، شاخص مالمکوئیست توسعه‌یافته و تجزیه‌های آن را به‌دست آورد. جدول‌های ۴ و ۵ نتایج محاسبهٔ شاخص مالمکوئیست و تجزیه‌های آن را در حالات اولیه و توسعه‌یافته نشان می‌دهند.

جدول٤. شاخص مالمکوئیست و تجزیه‌های آن

دانشکده‌ها	تغییرات کارایی محض	تغییرات کارایی قیاسی	تغییرات تکنولوژی	شاخص مالمکوئیست
۱	۰/۷۰۵	۱/۱۲۲	۱/۲۷۷	۱/۰۱۰
۲	۰/۸۵۵	۱/۰۷۵	۱/۱۲۵	۱/۰۳۵
۳	۱/۰۷۱	۱/۰۴۹	۱/۳۰۱	۱/۴۶۱
۴	۱/۲۶۲	۱/۲۱۵	۱/۳۹۱	۲/۱۳۴
۵	۱/۰۰۰	۱/۰۰۰	۱/۱۰۲	۱/۱۰۲
۶	۱/۰۰۰	۱/۰۰۰	۱/۱۴۸	۱/۱۴۸
۷	۱/۴۰۱	۰/۵۹۷	۱/۰۶۸	۰/۸۹۳
۸	۰/۳۱۸	۱/۸۲۵	۱/۳۵۴	۰/۷۵۸
۹	۱/۰۰۰	۱/۰۰۰	۱/۴۴۸	۱/۴۴۸
۱۰	۱/۰۰۰	۱/۰۰۰	۱/۳۷۶	۱/۳۷۶
۱۱	۱/۰۰۰	۱/۰۰۰	۱/۴۳۸	۱/۴۳۸
۱۲	۰/۹۸۶	۱/۱۵۴	۱/۱۴۴	۱/۳۰۱
۱۳	۰/۶۸۳	۰/۹۸۲	۱/۸۱۹	۱/۲۱۹
۱۴	۰/۹۸۵	۱/۰۴۱	۱/۲۸۵	۱/۳۱۷
۱۵	۱/۸۵۸	۰/۳۳۷	۲/۲۵۶	۱/۴۱۴
۱۶	۲/۵۱۴	۰/۴۸۲	۱/۳۵۲	۱/۶۳۹
۱۷	۱/۳۹۹	۱/۰۴۱	۱/۱۵۹	۱/۶۸۸
۱۸	۱/۰۰۰	۰/۶۲۱	۱/۷۷۹	۱/۱۰۵
۱۹	۱/۰۰۰	۰/۹۹۹	۱/۰۷۴	۱/۰۷۲
۲۰	۱/۰۰۰	۰/۳۹۳	۲/۵۵۲	۱/۰۰۲

جدول۵. شاخص مالمکوئیست توسعه‌یافته و تجزیه‌های آن

دانشکده‌ها	تغییرات کارایی محض	تغییرات کارایی قیاسی	تغییرات فاکتور ارزیابی خارجی	تغییرات تکنولوژی توسعه‌یافته	شاخص مالمکوئیست توسعه‌یافته
۱	۰/۷۰۵	۱/۱۲۲	۱/۰۰۰	۱/۰۶۲	۰/۸۴۰
۲	۰/۸۵۵	۱/۰۷۵	۱/۰۰۰	۱/۰۸۵	۰/۹۹۷
۳	۱/۰۷۱	۱/۰۴۹	۰/۹۵۵	۱/۱۳۰	۱/۲۱۳
۴	۱/۲۶۲	۱/۲۱۵	۰/۸۴۵	۱/۰۳۶	۱/۳۴۳
۵	۱/۰۰۰	۱/۰۰۰	۱/۰۰۰	۱/۰۵۵	۱/۰۵۵
۶	۱/۰۰۰	۱/۰۰۰	۱/۰۵۱	۱/۰۶۰	۱/۱۱۳
۷	۱/۴۰۱	۰/۵۹۷	۱/۰۰۰	۱/۰۰۵	۰/۸۴۰
۸	۰/۳۱۸	۱/۸۲۵	۱/۰۰۰	۱/۱۶۷	۰/۶۷۷
۹	۱/۰۰۰	۱/۰۰۰	۱/۰۰۰	۱/۴۳۳	۱/۴۳۳
۱۰	۱/۰۰۰	۱/۰۰۰	۱/۱۰۴	۱/۰۸۶	۱/۱۹۹
۱۱	۱/۰۰۰	۱/۰۰۰	۱/۰۰۰	۰/۹۱۵	۰/۹۱۵
۱۲	۰/۹۸۶	۱/۱۵۴	۱/۰۵۶	۰/۹۴۷	۱/۱۳۸
۱۳	۰/۶۸۳	۰/۹۸۲	۱/۰۵۷	۱/۱۵۷	۰/۸۲۰
۱۴	۰/۹۸۵	۱/۰۴۱	۱/۰۱۱	۰/۹۵۹	۰/۹۹۴
۱۵	۱/۸۵۸	۰/۳۳۷	۱/۸۴۴	۱/۰۹۷	۱/۲۶۸
۱۶	۲/۵۱۴	۰/۴۸۲	۱/۲۹۵	۱/۱۸۸	۱/۸۶۵
۱۷	۱/۳۹۹	۱/۰۴۱	۰/۹۵۳	۱/۲۱۳	۱/۶۸۴
۱۸	۱/۰۰	۰/۶۲۱	۱/۳۰۸	۱/۳۳۷	۱/۰۸۷
۱۹	۱/۰۰۰	۰/۹۹۹	۰/۹۲۷	۱/۱۵۸	۱/۰۷۲
۲۰	۱/۰۰۰	۰/۳۹۳	۳/۸۰۰	۰/۹۸۸	۱/۴۷۵

همان‌طور که در جدول‌های ۴ و ۵ مشاهده می‌شود، تغییرات کارایی محض و تغییرات کارایی قیاسی که بر اساس تکنولوژی‌های CRS و VRS محاسبه شده‌اند، در هر دو جدول مقادیر مشابهی دارند. از این رو به تشریح و مقایسهٔ سایر ستون‌های جدول‌های ۴ و ۵ پرداخته می‌شود.

با توجه به ستون تغییرات تکنولوژی در جدول ۴، مشاهده می‌شود که در تکنولوژی CRS و بدون حضور مبادلات هدفمند، تمام واحدها تغییرات مثبتی دارند و شاهد پیشرفت تکنولوژی در دورهٔ دوم نسبت به دورهٔ اول هستیم، این در حالی است که در تکنولوژی مبادلات هدفمند (ستون تغییرات تکنولوژی توسعه‌یافته در جدول ۵)، شاهد تغییرات منفی در بعضی از واحدها از جمله واحدهای ۱۱، ۱۲، ۱۴ و ۲۰ هستیم که نشان‌دهندهٔ پیشرفت‌نکردن واحدهای یادشده در دورهٔ دوم نسبت به دورهٔ اول است. با توجه به اینکه در تکنولوژی مبادلات هدفمند، مرز کارایی با دقت بیشتر و بر اساس اطلاعات موجود واحدها ساخته شده است؛ بررسی تغییرات این تکنولوژی اطلاعات بیشتر و مفیدتری را نسبت به تغییرات تکنولوژی CRS (تکنولوژی بدون مبادلات) فراهم می‌آورد.

در ستون تغییرات عامل ارزیابی خارجی در جدول ۵، مقادیر بیشتر از ۱ نشان‌دهندهٔ این است که واحدهای یادشده از لحاظ همسویی با ارزیابی خارجی موفق عمل کرده‌اند و نتایج کوچک‌تر از ۱ ناموفق‌بودن واحدهای مربوطه را در همسویی با ارزیابی خارجی نشان می‌دهند. در مجموع، مقادیر این ستون میزان تأثیر عامل ارزیابی خارجی را در رشد بهره‌وری آن واحد معین می‌کنند.

با مقایسهٔ ستون‌های شاخص مالمکوئیست در جدول ۴ و شاخص مالمکوئیست توسعه‌یافته در جدول ۵، مشاهده می‌شود که ۷ واحد از ۲۰ واحد در دست بررسی، دارای شاخص مالمکوئیست توسعه‌یافته کوچک‌تر از ۱ هستند، در حالی‌که تنها ۲ واحد از ۲۰ واحد دارای شاخص مالمکوئیست کوچک‌تر از ۱ هستند. این تفاوت نتایج، از تفاوت سطح تکنولوژی مبادلات هدفمند و تکنولوژی CRS و همچنین اضافه‌شدن تغییرات عامل ارزیابی خارجی در حالت توسعه‌یافته نشئت می‌گیرد. طبیعی است که نتایج شاخص مالمکوئیست توسعه‌یافته با در نظر گرفتن اطلاعات بیشتری از واحدها و بررسی دقیق‌تر عوامل مؤثر در ارزیابی واحدها، مفیدتر و البته واقعی‌تر از نتایج واحدهای در دست بررسی هستند.

نتیجه‌گیری و پیشنهادها

در این مقاله، به‌کمک مبادلات هدفمند ایجادشده توسط مدل GTDEA، فضای امکان تولید جدیدی موسوم به فضای مبادلات هدفمند ایجاد شد که در این فضا، ارزیابی واحدها همسو با ارزیابی خارجی آنها انجام می‌شود. پس از معرفی این فضا، شاخص مالمکوئیست به‌گونه‌ای توسعه یافت که بتواند علاوه‌بر محاسبهٔ تغییرات کارایی و تکنولوژی که قبلاً انجام می‌شد، تغییرات تکنولوژی هدفمند و تغییرات عامل ارزیابی خارجی را نیز محاسبه کند. این توسعه از شاخص مالمکوئیست و تجزیه‌های جدید ارائه‌شده از آن، نتایج دقیق‌تر و موشکافانه‌تری از

وضعیت واحدها در طول دوره‌های زمانی به‌دست می‌دهد. به بیان دیگر، بررسی عامل جدید ارزیابی خارجی در شاخص بهره‌وری و تأمل بیشتر در تغییرات تکنولوژی توسعه‌یافته به‌کمک مبادلات هدفمند، موجب می‌شود که شاخص توسعه‌یافته نتایج واقعی‌تری را از بهره‌وری کل واحدها ارائه دهد.

با اینکه دیدگاه پیشنهادی این مقاله نگرشی نو در مبحث شاخص مالمکوئیست ارائه می‌دهد، خود می‌تواند زمینهٔ مطالعات بعدی را نیز فراهم کند. برای نمونه، اگر به جای انتخاب مبادلات هدفمند به‌کمک مدل GTDEA، به تعیین مبادلات هدفمندی بپردازیم که بین ارزیابی خارجی و داخلی واحدها همبستگی بیشتری ایجاد کند؛ نتایج به‌دست‌آمده برای شاخص مالمکوئیست توسعه‌یافته و تجزیه‌های آن، نتایج واقعی‌تری خواهد بود. علاوه‌بر آن، به‌کارگیری دیدگاه پیشنهادی این مقاله در یک نمونهٔ کاربردی واقعی و بررسی نتایج آن می‌تواند از جمله توسعه‌های کاربردی در این زمینه باشد.

References

Alirezaee, M.R. & Afsharian, M. (2010). Improving the discrimination of data envelopment analysis models in multiple time periods. *International Transactions in Operational Research*, 17(5), 667–679.

Alirezaee, M.R. & Boloori, F. (2012). Proportional production trade-offs in DEA, *Asia-pacific journal of operational research*, 29(6), 1317-1334.

Alirezaee, M.R. & Rafiee Sani, M.R. (2010). A Development on AHP/DEA Methodology for Ranking Decision Making Units. *Journal of industrial management*, 2(5), 83-102. (*in Persian*)

Alirezaee, M.R. & Rafiee Sani, M.R. (2014). Trade-off Selection by Generalized Trade-Off Data Envelopment Analysis. *Journal of industrial management*, 6(3), 555-572. (*in Persian*)

Banker, R.D., Charnes, A. & Cooper, W.W. (1984). Some models for estimating technical and scale inefficiency in data envelopment analysis. *Management Science*, 30(9), 1078–1092.

Caves, D.C., Christensen, L. R. & Dievert, W.E. (1982). The economic theory of index number and the measurement of input, output, and productivity. *Econometrica*, 50(6), 1393–1414.

Charnes, A., Cooper, W.W. & Rhodes, E., (1978). Measuring the efficiency of the decision making units. *European Journal of Operational Research*, 2(6), 429–444.

Fare, R., Grosskopf, S., Lindgren, B. & Roose, P. (1992). Productivity change in Swedish analysis pharmacies 1980–1989: a nonparametric Malmquist approach. *Journal of Productivity Analysis*, 3(1), 85–102.

Fare, R., Grosskopf, S., Norris, M. & Zhang, A. (1994). Productivity growth, technical progress, and efficiency changes in industrial country. *The American Economic Review*, 84(1), 66–83.

Khosravi, M. & Shahroodi, K. (2014). Applying Network DEA Model in Evaluating Efficiency of Power Transmission Sector, in Iran Electricity Industry. *Journal of industrial management*, 6(2), 263-282. (*in Persian*)

Mahmoudabadi, M.Z., Taheri Mehrjardi, M.H., Mahdavian, A. (2014). Evaluation of R&D Activities in Iran: Data Envelopment Analysis Approach. *Journal of industrial management*, 6(1), 55-74. (*in Persian*)

Malmquist, S. (1953). Index numbers and indifferent surfaces. *Trabajos de Estadistica*, 4(2): 209–242.

Momeni, M., Rostami Malkhalifeh, M., Razavi, S.M. & Keykhosro, Y. (2014). Group Ranking of Bank Units According to Data Envelopment Analysis Approach. *Journal of industrial management*, 6(1), 181-196. (*in Persian*)

Podinovski, V.V. & Bouzdine Chameeva, T. (2013). Weight Restrictions and Free Production in Data Envelopment Analysis. *Operations Research*, 61(2), 426-437.

Podinovski, V.V. (2004). Production trade-offs and weight restrictions in data envelopment analysis. *The Journal of the Operational Research Society*, 55(4), 1311–1322.

Podinovski, V.V. (2007). Improving data envelopment analysis by the use of production trade-offs. *The Journal of the Operational Research Society*, 58(7), 1261–1270.

پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی
پرتال جامع علوم انسانی