

## رتبه‌بندی گروهی واحدهای بانکی با رویکرد تحلیل پوششی داده‌ها

منصور مؤمنی<sup>۱</sup>، محسن رستمی مال خلیفه<sup>۲</sup>، سید مصطفی رضوی<sup>۳</sup>، کیخسرو یاکیده<sup>۴</sup>

**چکیده:** درحالی‌که به محاسبه کارایی نسبی واحدهای یک گروه با استفاده از تحلیل پوششی داده‌ها توجه زیادی شده است، تجارب مرتبط با مقایسه کارایی چند گروه از واحدها بسیار محدود است، و سازمان‌هایی مثل بانک‌ها که از چندین سرپرستی تشکیل شده‌اند، می‌توانند از این موضوع استفاده کنند. مدل شبکه‌ای سیستم‌های موازی کائو که بدین منظور طراحی شده است، در عمل به مقایسه مجموعه امکانی متشکل از واحدها منجر می‌شود. این مقاله ویرایشی از مدل کائو ارائه می‌دهد تا ضمن اینکه متناسب با هدف مقایسه، کلیت گروه‌ها مبنای مقایسه قرار گیرند، امکان محاسبه ناکارایی واحدهای درونی گروه تحت ارزیابی همچنان فراهم باشد. این ویرایش به دلیل محاسبه مقادیر بزرگ‌تر کارایی، بیش‌تر مستعد تخصیص مقدار کارایی یک به چند گروه از گروه‌های مورد ارزیابی است. به همین دلیل، روش رتبه‌بندی گروه‌های کارا به‌منظور پشتیبانی از ویرایش پیشنهادی ارائه می‌شود. مدل‌های پیشنهادی شامل ویرایش جدید مدل کائو و مدل رتبه‌بندی گروه‌های کارا که روی داده‌های سرپرستی‌های یک بانک به کار گرفته شده، بررسی شده‌اند.

**واژه‌های کلیدی:** تحلیل پوششی داده‌ها، تحلیل پوششی داده‌های شبکه‌ای، رتبه‌بندی گروهی، کارایی سیستم‌های موازی، گروه‌های کارا.

۱. دانشیار مدیریت، دانشگاه تهران، تهران، ایران

۲. استادیار ریاضی، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران، ایران

۳. دانشیار مدیریت، دانشگاه تهران، تهران، ایران

۴. دکتری مدیریت، دانشگاه تهران، تهران، ایران

تاریخ دریافت مقاله: ۱۳۹۲/۰۳/۰۴

تاریخ پذیرش نهایی مقاله: ۱۳۹۲/۰۶/۱۷

نویسنده مسئول مقاله: کیخسرو یاکیده

E-mail: yakideh@gmail.com

### مقدمه

تحلیل پوششی داده‌ها رویکردی ناپارامتریک است که برای اندازه‌گیری کارایی نسبی واحدهای تصمیم‌گیرنده با ورودی‌ها و خروجی‌های چندگانه به کار می‌رود. در این رویکرد، با استفاده از واحدهای مشاهده‌شده مجموعه‌ای به نام مجموعه امکان تولید تعریف می‌شود، آنگاه مرز این مجموعه به جای تابع تولید مبنای مقایسه قرار می‌گیرد. استفاده از واحدهای مشاهده‌شده در تعریف مجموعه امکان، به اصل شمول مشاهدات معروف است. وقتی هدف از مقایسه، مقایسه چندین گروه از واحدهای تصمیم‌گیرنده است، تعیین اینکه مقایسه چگونه و بر مبنای چه مجموعه امکانی انجام شود، مهم است. ساده‌ترین روش این است که هر گروه از واحدها، واحدی عمده تلقی شود و واحدهای عمده را مقایسه کرد. اما این روش این واقعیت که گروه‌ها واحدهایی با عملکرد مستقل هستند را نادیده می‌گیرد و ناکارایی واحدهای فعال در هر گروه را به حساب نمی‌آورد. روش دیگر این است که همه واحدها صرف‌نظر از تعلق آن‌ها به گروه‌ها در یک مجموعه امکان مقایسه شوند و برآیند کارایی واحدهای هر گروه مبنای مقایسه قرار گیرد. با استفاده از این روش، گروه به‌عنوان یک کل نادیده گرفته می‌شود.

تحلیل پوششی داده‌های شبکه‌ای تلاشی است برای محاسبه ناکارایی ساختار درونی واحد یا به تعبیری گشودن جعبه سیاه و یک گروه از واحدهای تصمیم‌گیرنده را واحدی با ساختار درونی موازی قلمداد کردن. مدل تحلیل پوششی داده‌های شبکه‌ای سیستم‌های موازی کائو به همین منظور طراحی شده و مورد استقبال قرار گرفته است. اما منطق مدلسازی در این روش به مقایسه همه واحدها در یک مجموعه امکان منجر می‌شود. به تعبیری می‌توان گفت تلاش‌ها به‌منظور گشودن جعبه سیاه به نادیده گرفتن خود آن منجر می‌شود. درحالی‌که وقتی هدف، مقایسه گروه‌هاست منطقی است که انتظار داشته باشیم روش، کلیت گروه را نادیده نگیرد و تلاش‌ها برای گشودن جعبه سیاه به نادیده گرفتن خود جعبه منجر نشود.

درواقع، موضوع بحث که در بخش‌های بعدی مقاله تشریح می‌شود این است که وقتی هر گروه یک واحد قلمداد شود و مقایسه در مجموعه امکان گروه‌ها صورت گیرد، ناکارایی درونی گروه‌ها؛ و وقتی هر گروه با واحدهایش نمایندگی شود و مقایسه در مجموعه امکانی متشکل از واحدها صورت گیرد، کلیت گروه نادیده گرفته می‌شود. تفسیر ریاضی مدل کائو نشان می‌دهد اگرچه نتایج این مدل مقادیری است که به هر گروه نسبت داده می‌شود در عمل، نتایج از مقایسه تمام واحدها در یک مجموعه امکان حاصل شده، در قالب یک برآیند که همان مجموع ناکارایی واحدهاست، به هر گروه تخصیص می‌یابد. این مقاله درصدد ارائه روشی است که در آن به ناکارایی درونی واحدها و کلیت گروه‌ها، هر دو در حد امکان، توجه شود.

در بخش بعدی، ضمن مروری اجمالی بر ادبیات مقایسه‌ی گروه‌ها به تشریح و تفسیر انتقادی مدل کائو می‌پردازیم، اما چون در بخش سوم مقاله ویرایش جدیدی از مدل کائو ارائه می‌شود که از نظر محاسباتی مقادیر کارایی بزرگ‌تری نسبت به ویرایش اصلی دارد و به همین دلیل بیشتر مستعد کارا تشخیص دادن چند گروه از گروه‌های مورد بررسی است، در این بخش مروری بر روش‌های رتبه‌بندی واحدهای کارا می‌شود تا بر مبنای روشی مناسب، مدلی برای رتبه‌بندی گروه‌های کارا در بخش سوم مقاله ارائه شود. در بخش چهارم مقاله، نتایج مدل مرسوم تحلیل پوششی داده‌ها، مدل کائو و ویرایش جدید مدل کائو که بر روی داده‌های واقعی به کار گرفته شده، بحث می‌شود. بخش پنجم مقاله به جمع‌بندی و ذکر نقاط قوت روش پیشنهادی اختصاص یافته است.

## پیشینه نظری پژوهش

### مقایسه گروه‌ها

بیشتر تحقیقات در حوزه تحلیل پوششی داده‌ها بر مقایسه چند واحد متمرکز است که با صرف ورودی‌های مشابه، خروجی‌های مشابه تولید می‌کنند. در این میان، به مطالعه کارایی شعب بانک‌ها، به دلیل سهولت دستیابی به اطلاعات مورد نیاز، بیشتر توجه شده است. برای مثال، می‌توان به تحقیقات خزائی و ایزدبخش (۱۳۸۸)، عالم‌تبریز، رجبی‌پور میبیدی و زارعیان (۱۳۸۸) و حجازی، انواری رستمی و مقدسی (۱۳۸۷) اشاره کرد. اما مسئله نسبتاً متفاوتی که محققان، به‌ویژه در حوزه بانک‌ها، بدان توجه داشته‌اند، مقایسه مجموعه‌های بانکی است که هر یک چندین شعبه دارند. مقایسه سرپرستی بانک‌ها و مقایسه مجموعه‌های بانکی کشور مواردی از این نوع‌اند. در این موارد مسئله مقایسه بین چند گروه از واحدهاست.

بدون شک، مسئله مقایسه چند گروه از واحدها را نمی‌توان به مسئله مقایسه میانگین کارایی نسبی هر مجموعه که به طور مجزا محاسبه شده است، تقلیل داد. این خطا با توجه به ماهیت نسبی کارایی‌ها در هر مجموعه، به یکسان قلمداد کردن واحدهای کاملاً متفاوت از دو گروه منجر می‌شود (کوپر، سیفورد و تن، ۲۰۰۶: ۱۴۴). ساده‌ترین روش در مواجهه با این مسئله این است که هر گروه از واحدها را یک واحد تلقی کرد و کارایی این واحدها با هم مقایسه شوند. اما این روش به نادیده‌گرفتن ساختار درونی گروه و ناکارایی واحدهای آن منجر می‌شود. در میان تجارب ایرانی (امیری و صفری، ۱۳۸۴؛ نمازی و ابراهیمی، ۱۳۸۸؛ حسین‌زاده بحرینی، ناجی میدانی و چمانه‌گیر، ۱۳۸۷ و حسین‌زاده لطفی، دیواندری، جهانشاهلو، نیکومرام و برنکی طالقانی، ۱۳۸۵) که یا قصد مقایسه کارایی مجموعه‌های بانکی کشور را داشته‌اند یا کارایی سرپرستی‌های

یک مجموعه بانکی را مقایسه کرده‌اند، از روش‌های فوق استفاده کرده‌اند. برخی روش‌ها که در ادبیات موضوع به رویکرد مقایسه سیستم‌ها (کوپر و همکاران، ۲۰۰۶: ۱۴۴) معروف‌اند، مرزهای کارایی گروه‌ها را مبنای مقایسه قرار داده‌اند. با استفاده از این روش‌ها اگرچه تفاوت‌های ساختاری مهمی مثل تفاوت در فناوری آشکار می‌شود، ناکارایی واحدها اساساً با عنوان ناکارایی مدیریتی در مقابل ناکارایی ساختاری تعریف شده مهم تلقی نمی‌شود. اما مسئله مقایسه چندین گروه از واحدهای تصمیم‌گیرنده را همچنان می‌توان حالت خاصی از تحلیل پوششی داده‌های شبکه‌ای دانست. تحلیل پوششی داده‌ها در حالت معمول به میزان ورودی‌ها و خروجی‌های یک واحد می‌پردازد و به مکانیزم تبدیل ورودی‌ها به خروجی‌ها توجهی ندارد. بسیاری از محققان ویژگی تحلیل پوششی داده‌ها با عنوان «رویکرد جعبه سیاه» را انتقاد کرده‌اند. فار و گراسکف (۲۰۰۰)، کائو (۲۰۰۹-الف)، لوپس و سکستون (۲۰۰۴) و تن و تسوتسوی (۲۰۰۹) از جمله این محققان هستند. تحلیل پوششی داده‌های شبکه‌ای در واقع تلاش برای به حساب آوردن ناکارایی موجود در اجزاء درونی واحد تصمیم‌گیرنده یا زیرواحدهاست. در میان مدل‌های تحلیل شبکه‌ای، مدل سیستم‌های موازی کائو (۲۰۰۹-ب) که در این متن به اختصار مدل کائو خوانده می‌شود، برای حالت‌های خاصی کاربرد دارد. در این مدل، فرض می‌شود که واحد تصمیم‌گیرنده متشکل از چندین زیرواحد است که به طور موازی و مستقل از یکدیگر فعالیت می‌کنند. این همان چیزی است که می‌تواند مشخصه گروهی از واحدهای تصمیم‌گیرنده قلمداد شود. در بخش بعد به تشریح عملکرد این مدل پرداخته می‌شود.

### مدل سیستم‌های موازی کائو

با در نظر گرفتن  $n$  گروه با  $i$  ورودی و  $r$  خروجی به طوری که در هر گروه  $q_j$  واحد وجود داشته باشد، کائو فرض می‌کند در هر گروه، هر ورودی یا خروجی گروه با مجموع آن ورودی یا خروجی در واحدهای گروه برابر است (کائو، ۲۰۰۹-ب):

$$Y_{rj} = \sum_{p=1}^{q_j} y_{rj}^p \quad \& \quad X_{ij} = \sum_{p=1}^{q_j} x_{ij}^p \quad \text{رابطه ۱}$$

کائو برای تشریح مدل، ابتدا هر گروه را یک واحد فرض می‌کند و بر همین اساس یک مدل مضربی می‌نویسد که در آن قید متناظر با گروه تحت ارزیابی از محدودیت‌های دیگر جدا نوشته شده و با اضافه شدن متغیرهای کمکی، محدودیت‌ها به شکل تساوی بیان شده‌اند.

$$\begin{aligned} & \text{Max} \sum_{r=1}^s \mu_r Y_{rk} \\ & \sum_{i=1}^m v_i X_{ik} = 1 \end{aligned} \quad \text{رابطه ۲}$$

$$\begin{aligned} & \sum_{r=1}^s \mu_r Y_{rk} - \sum_{i=1}^m v_i X_{ik} + S_k = 0 \\ & \sum_{r=1}^s \mu_r Y_{rj} - \sum_{i=1}^m v_i X_{ij} + S_j = 0 \end{aligned}$$

هر قید با متغیر کمکی در این مدل، متناظر با یک گروه از گروه‌های مورد بررسی است. به بیان دیگر، وقتی هر گروه یک واحد فرض می‌شود مجموعه امکان تولید با شمول گروه‌ها ساخته می‌شود. ملاحظه می‌شود که در رابطه ۲ با قرار دادن قید اول در قید دوم برابری مکمل متغیر کمکی نظیر گروه تحت ارزیابی با تابع هدف نتیجه می‌شود. یعنی:

$$\sum_{r=1}^s \mu_r Y_{rk} - 1 + S_k = 0 \Rightarrow \sum_{r=1}^s \mu_r Y_{rk} = 1 - S_k \quad \text{رابطه ۳}$$

بنابراین، تابع هدف مدل برابر  $\text{Max } 1 - S_k$  و معادل  $\text{Min } S_k$  است. با جایگذاری رابطه ۱ در قید متناظر با گروه تحت ارزیابی در رابطه ۲، رابطه ۴ نتیجه می‌شود:

$$\sum_{r=1}^s \mu_r \left( \sum_{p=1}^{q_k} y_{rk}^p \right) - \sum_{i=1}^m v_i \left( \sum_{p=1}^{q_k} x_{rk}^p \right) + S_k = 0 \quad \text{رابطه ۴}$$

کائو (۲۰۰۹-ب) فرض می‌کند ناکارایی گروه از فاصله واحدها تا ابرصفحه تصویرشونده آن‌ها ناشی می‌شود. یعنی متغیر کمکی نظیر گروه تحت ارزیابی را می‌توان به واحدهای آن گروه تسهیم کرد.

$$S_k = \sum_{p=1}^{q_k} S_k^p \quad \text{رابطه ۵}$$

با جایگذاری رابطه ۵ در رابطه ۴ و انجام عملیات ریاضی مجاز، رابطه ۶ نتیجه می‌شود (کائو، ۲۰۰۹-ب).

$$\sum_{p=1}^{q_k} \left( \sum_{r=1}^S \mu_r y_{rk}^p - \sum_{i=1}^m v_i x_{ik}^p + S_k^p \right) = 0 \quad \text{رابطه ۶}$$

تساوی با صفر در رابطه ۶ ایجاب می‌کند که عبارت داخل پرانتز که متناظر با هر واحد از واحدهای گروه تحت ارزیابی است برابر صفر باشد. با تکرار عملیات ریاضی فوق به توصیه کائو برای قیود متناظر با گروه‌های غیر تحت ارزیابی، مدل کائو به شرح رابطه ۷ حاصل می‌شود. در این مدل، هر یک از قیدهای دارای متغیر کمکی با یکی از واحدهای متعلق به گروه‌ها متناظر است، به بیان دیگر، مجموعه امکان تولید در این مدل با شمول همه واحدها ساخته شده‌است، در نتیجه عملاً واحدها مقایسه می‌شوند.

کائو (۲۰۰۹-ب) استدلال می‌کند چون جمع قیود متناظر با واحدهای هر گروه معادل قید آن گروه است، درواقع، مدل قیود قوی‌تری را اعمال کرده است، یعنی همه قیود مدل مضربی معمولی در مدل تلویحاً حضور دارند اما با جایگزین شدن قیود متناظر با واحدها، قوی‌تر شده‌اند.

$$\begin{aligned} & \text{Min} \sum_{p=1}^{q_k} S_k^p \\ & \sum_{i=1}^m v_i X_{ik} = 1 \\ & \sum_{r=1}^S \mu_r y_{rk}^p - \sum_{i=1}^m v_i x_{ik}^p + S_k^p = 0 \quad p = 1, \dots, q_k \\ & \sum_{r=1}^S \mu_r y_{rk}^p - \sum_{i=1}^m v_i x_{ik}^p + S_j^p = 0 \\ & p = 1, \dots, q_j, \quad j = 1, \dots, n, \quad j \neq k \end{aligned} \quad \text{رابطه ۷}$$

منظور از قوی‌تر در اینجا اعمال محدودیت بیش‌تر به مدل در حداکثرسازی کارایی گروه تحت ارزیابی است که از نظر محاسباتی به کم‌تر شدن کارایی محاسبه‌شده در این مدل نسبت مدل مضربی معمولی منجر می‌شود. به بیان دیگر، با جایگزین شدن قیدهای متناظر با واحدها مقدار ناکارایی بیش‌تری برای هر گروه محاسبه می‌شود و آن مقدار بیش‌تر به ناکارایی درونی گروه تعبیر می‌شود.

### رتبه‌بندی واحدهای کارا

تخصیص بهترین وزن‌ها در عین حال که نقطه قوت تحلیل پوششی داده‌ها به شمار می‌رود و این امکان را فراهم می‌کند که مقایسه بدون دخالت قضاوت انسانی صورت گیرد، به دشواری تشخیصی منجر می‌شود. کارا شناخته شدن یک واحد می‌تواند ناشی از تخصیص بهترین وزن‌ها در ارزیابی آن واحد باشد و به معنی نبود تفاوت در عملکرد واحدهای کارا نیست. رتبه‌بندی واحدهای کارا مجموعه تلاش‌هایی است که با هدف تشخیص تفاوت عملکرد واحدهای کارا صورت می‌پذیرد. آدلر، فریدمن و سینانی استرن (۲۰۰۲) در سال ۲۰۰۲ و جهانشاهلو، لطفی، صانعی و فلاح جلودار در سال ۲۰۰۸ مرور جامعی از تلاش‌ها در این حوزه ارائه داده‌اند. از جمله این تلاش‌ها می‌توان به مدل اندرسون و پیترسون (۱۹۹۳) و روش هیبیکسی و سیوشی (۱۹۹۹) معروف به مدل H.S، از روش‌های قدیمی و به روش رتبه‌بندی با استفاده از خطوط گرادیان (جهانشاهلو، صانعی، لطفی و شجاع، ۲۰۰۴) مدل رتبه‌بندی بر مبنای مرز کاملاً ناکارا (جهانشاهلو و افضل‌نژاد، ۲۰۰۶)، مدل ابرکارایی لی، جهانشاهلو و خدابخشی (۲۰۰۷) معروف به مدل LJK از روش‌های جدیدتر اشاره کرد. مدل ابرکارایی اندرسون - پیترسون که فاصله واحد کارایی حذف شده از مجموعه امکان تا مرز کارا را مبنای رتبه‌بندی قرار می‌دهد، با مشکل مسائل نشدنی یا فاقد ناحیه جواب مواجه می‌شود. روش H.S که فاصله واحدهای ناکارا تا مرز جدید پس از حذف واحد کار را مبنای رتبه‌بندی قرار می‌دهد، نیازمند محاسبات بسیار است. مدل ابرکارایی LJK در شرایط خاصی نشدنی است و روش‌های مبتنی بر استفاده از خطوط گرادیان ساختار ریاضی نسبتاً پیچیده‌ای دارند و محاسبات سنگین انتگرال‌گیری در این روش‌ها ضرورت پیدا می‌کند. در این میان، مدل رتبه‌بندی بر مبنای مرز کاملاً ناکارا از این امتیاز برخوردار است که همواره شدنی بود، مستلزم محاسبات زیادی نیست و به‌علاوه از منطبق شفاف و ساده‌ای برخوردار است. در این روش، فاصله واحد کارا تا مرز کاملاً ناکارا مبنای رتبه‌بندی قرار می‌گیرد. واحدی که از مرز کاملاً ناکارا دورتر باشد واحد کارایی بهتری قلمداد می‌شود.

### روش پژوهش (پیشنهاد دو مدل ریاضی)

#### ویرایش جدید مدل کائو

در مدل مضربی معمولی برای ارزیابی گروه‌ها، وقتی هر گروه یک واحد قلمداد می‌شود، هر قید نامساوی متناظر با یک گروه است که بر اساس اصل شمول مشاهدات عضو مجموعه امکان تولید فرض شده‌اند. مشکل استفاده از مدل مضربی معمولی در ارزیابی گروه‌ها که بر اساس آن هر گروه یک واحد فرض می‌شود، عدم امکان محاسبه ناکارایی واحدها یا به بیان دیگر ناکارایی

درونی گروه‌هاست. روش کائو با مقایسه در سطح واحدها قادر به محاسبه ناکارایی واحدهاست، اما در این روش عملاً گروه به‌عنوان یک کل منسجم نادیده گرفته می‌شود. توضیح اینکه وضعیت یک گروه به‌عنوان یک کل در مقایسه با بقیه گروه‌ها، الزاماً از وضعیت برآیند واحدهای آن در مقایسه با بقیه واحدها تبعیت نمی‌کند. چراکه کارایی مفهومی نسبی است و وقتی مقایسه بین گروه‌ها انجام می‌شود گروه‌های بهتر مرز مجموعه امکان تولید را می‌سازند، اما وقتی مقایسه بین واحدها انجام می‌شود این واحدهای بهتر هستند که مرز مجموعه امکان تولید را می‌سازند و یک گروه می‌تواند هم واحدهای بسیار خوب و هم واحدهای بسیار بد داشته باشد. چنین گروهی ممکن است به سبب وجود واحدهای بسیار بد در آن، برآیند کارایی ضعیفی نشان دهد حال آنکه وقتی به‌عنوان یک کل در نظر گرفته می‌شود، وجود یک یا چند واحد بسیار خوب که برای مثال ورودی کمی مصرف می‌کنند، ممکن است بتواند اثر واحدهای بد که ورودی زیادی مصرف می‌کنند را خنثی کند، کلیت گروه را در مقایسه با بقیه گروه‌ها در وضعیتی متوسط یا خوب قرار دهد. توضیح اینکه با پذیرش فرض کائو، هر ورودی یا خروجی گروه برابر مجموع همان ورودی یا خروجی واحدهای آن است و زیاد بودن ورودی یک واحد با کم بودن همان ورودی در واحدی دیگر متعلق به گروه، قابل جبران است.

وقتی هدف ارزیابی گروه‌هاست، منطقی است که گروه‌ها مقایسه شوند، اما فقط وقتی می‌توان ناکارایی درونی گروه‌ها را در ارزیابی آن‌ها دخالت داد که واحدها مقایسه شوند. در حالت اول، وقتی مجموعه امکان با شمول گروه‌ها ساخته می‌شود، امکان محاسبه ناکارایی درونی واحدها فراهم نمی‌شود و در حالت دوم، وقتی مجموعه امکان تولید با شمول واحدها ساخته می‌شود، گروه به‌عنوان یک کل منسجم نادیده گرفته می‌شود.

مقایسه در مجموعه‌ای متفاوت از مجموعه امکان تولید گروه‌ها و مجموعه امکان تولید واحدها به‌طوری که مطابق با هدف مقایسه، کلیت گروه‌ها در ساختن مجموعه امکان تولید نقش خود را از دست ندهند و درعین حال، امکان شناسایی ناکارایی درونی واحدها فراهم شود با به‌کارگیری ویرایش جدیدی از مدل کائو حاصل می‌شود.

در این مدل، برخلاف ویرایش اصلی مدل کائو، قیود متناظر با واحدها فقط در مورد گروه تحت ارزیابی در مدل حاضر هستند و قیود متناظر با بقیه گروه‌ها بسط‌نیافته در مدل قرار گرفته‌اند. به بیان دیگر، مجموعه امکان تولید در این مدل نه از شمول واحدها و نه تماماً از شمول گروه‌ها، اما بیش‌تر از شمول گروه‌ها ساخته شده است. اما چون مجموعه‌ای که تماماً از شمول گروه‌ها ساخته شود قادر به محاسبه ناکارایی درونی گروه‌ها نیست، در ساخت این مجموعه امکان به گروه تحت ارزیابی اجازه داده شده تا به جای کلیت خود با واحدهایش نمایندگی شود. این ویرایش به قرار زیر است:

$$\begin{aligned}
 & \text{Min} \sum_{p=1}^{q_k} S_k^p \\
 & \sum_{i=1}^m v_i X_{ik} = 1 \\
 & \sum_{r=1}^s \mu_r Y_{rk}^p - \sum_{i=1}^m v_i X_{ik}^p + S_k^p = 0 \quad p = 1, \dots, q_k \\
 & \sum_{r=1}^s \mu_r Y_{rj} - \sum_{i=1}^m v_i X_{ij} + S_j = 0 \quad , j = 1, \dots, n \quad , j \neq k
 \end{aligned}
 \tag{رابطه ۸}$$

اگرچه با به‌کارگیری واحدهای گروه تحت ارزیابی به جای کلیت گروه در این مجموعه امکان هم عملاً دیگر نمی‌توان مدعی شد که گروه‌ها با هم مقایسه می‌شوند، اما می‌توان مدعی شد شکل اولیه مقایسه گروه‌ها فقط به میزانی خدشه‌دار شده است که امکان محاسبه وضعیت درونی گروه تحت ارزیابی فراهم شود. به بیان دیگر، اگر مقصود گشودن جعبه سیاه بوده، تلاش برای گشودن جعبه در مدل کائو، به تخریب کامل جعبه و نادیده انگاشتن آن منجر می‌شود، اما در ویرایش جدید این مدل، این تخریب به حداقل کاهش می‌یابد. نتیجه محاسباتی مدل کائو که در آن قیدها متناظر با واحدها هستند، این است که وزن‌ها طوری اختصاص می‌یابند که نسبت موزون خروجی به ورودی برای هیچ واحدی از یک تجاوز نکند. حال آنکه هدف در اینجا مقایسه واحدها نیست و اعمال محدودیت بر تک‌تک واحدها، دست‌کم در مورد واحدهای متعلق به گروه‌های غیر تحت ارزیابی، به هیچ وجه ضروری نیست، زیرا در تحلیل پوششی داده‌ها برای ارزیابی هر گروه محاسبات مدل برای یافتن بهترین وزن‌ها تکرار می‌شود و این نسبت‌ها برای واحدهای متعلق به گروه‌های غیر تحت ارزیابی در واقع کارایی آن واحدها نیستند که ضرورتاً کم‌تر از واحد باشند. وقتی گروه‌ها مقایسه می‌شوند کافی است با اختصاص بهترین وزن‌ها برای حداکثر کردن کارایی گروه تحت ارزیابی، کارایی هیچ گروهی از یک تجاوز نکند. ویرایش جدید مدل کائو از این ویژگی برخوردار است. در مورد مجموعه امکان ویرایش جدید که نه مجموعه امکان گروه‌هاست و نه مجموعه امکان واحدها، این توضیح ضروری است که این مجموعه امکان در واقع تعدیلی از مجموعه امکان گروه‌هاست که با اعطای امتیازی ویژه به گروه تحت ارزیابی ساخته شده است. امتیاز ویژه این است که این گروه با واحدهایش در مجموعه امکان تولید نمایندگی می‌شود. این امتیاز به این دلیل برای گروه تحت ارزیابی ویژه است که مجموعه امکان گروه‌ها از طریق واحدهای همان گروه تعدیل می‌شود و نه واحدهای متعلق به گروه‌های دیگر. توجه شود که به مانند مدل کائو در اینجا هم مجموع قیود متناظر با واحدهای گروه تحت

ارزیابی برابر است با قید متناظر با این گروه، بنابراین قید متناظر با گروه تحت ارزیابی تلویحاً در مدل حضور دارد و تعدیلی که بر اثر بسط این قید و ایجاد تناظر با واحدها در مجموعه امکان ایجاد می‌شود در واقع، فقط به منظور دور کردن ابرصفحه‌های تصویرشونده و محاسبه مقدار ناکارایی بیش‌تر ممکن است. وقتی فقط به گروه تحت ارزیابی این امتیاز ویژه داده می‌شود که با واحدهایش نمایندگی شود، در واقع میزان ناکارایی بیش‌تر محاسبه شده برای گروه تحت ارزیابی فقط از وضعیت واحدهای همان گروه ناشی می‌شود و واحدهای متعلق به گروه‌های دیگر در ارزیابی گروه تحت ارزیابی دخالتی ندارند.

از نظر محاسباتی، از آنجاکه در ویرایش جدید مدل کائو فقط قید متناظر با گروه تحت ارزیابی بسط پیدا می‌کند، هر چند مدل در مقایسه با مدل تحلیل پوششی معمولی مقادیر کارایی کوچک‌تر و مقادیر ناکارایی بزرگ‌تری حساب می‌کند، در مقایسه با ویرایش اصلی مدل کائو مقادیر کارایی بزرگ‌تر یا مقادیر ناکارایی کوچک‌تری محاسبه می‌کند. محاسبه مقادیر کارایی کوچک‌تر در مقایسه با مدل تحلیل پوششی داده‌های معمولی را همانند مدل کائو می‌توان به محاسبه ناکارایی درونی گروه‌ها نسبت داد، اما محاسبه مقادیر کارایی بزرگ‌تر در مقایسه با مدل کائو به مفهوم آن است که ویرایش جدید مدل کائو در تخصیص بهترین وزن‌ها به منظور حداکثر کردن کارایی آزادتر عمل می‌کند. از آنجاکه در تحلیل پوششی داده‌ها ارزیابی واحد در بهترین شرایط و به بیان دیگر تخصیص بهترین وزن‌ها در ارزیابی یک واحد، نقطه قوت قلمداد می‌شود، در ارزیابی گروه‌ها نیز عملکرد آزادتر ویرایش جدید مدل و تخصیص وزن‌های بهتر را می‌توان نقطه قوت قلمداد کرد. اما این نقطه قوت، مدل را بیش‌تر در معرض نقطه ضعف تحلیل پوششی داده‌ها قرار می‌دهد. نقطه ضعف تحلیل پوششی داده‌ها ناتوانی آن در تمایز بین واحدهای کاراست. در مورد ویرایش اصلی و جدید مدل کائو هم از آنجاکه قاعده همچنان تخصیص بهترین وزن‌هاست، تضمینی وجود ندارد که این مدل‌ها به تشخیص کارا بودن چند گروه متفاوت منجر نشوند، اما در ویرایش جدید، از آنجاکه مدل در تخصیص بهترین وزن‌ها آزادتر عمل می‌کند و مقادیر کارایی بزرگ‌تری محاسبه می‌شود مواجهه با این مشکل محتمل‌تر است. بنابراین، ارائه مدل رتبه‌بندی گروه‌های کارا بر مبنای ویرایش جدید مدل کائو مفید است. در زیر بخش بعد برخی تلاش‌ها در رتبه‌بندی واحدهای کارا مرور اجمالی شده‌اند تا مدلی مبنای رتبه‌بندی گروه‌های کارا مشخص شود.

### **مدل رتبه‌بندی گروه‌های کارا**

به دلیل تفاوت شکلی مدل کائو و شکل اصلاح‌شده آن با مدل مرسوم تحلیل پوششی داده‌ها عملاً امکان به‌کارگیری اغلب روش‌های رتبه‌بندی بدون تعدیلات جدی منتفی است. اما مدل

مرزهای کاملاً ناکارا علاوه بر امتیازهای ذکر شده از این امتیاز برخوردار است که به‌سادگی روی ویرایش جدید مدل کائو قابل استفاده است. البته این سادگی به مفهوم وجود سابقهٔ چنین کاربردی نیست و مرور ادبیات موضوع هیچ نشانه‌ای از تلاش برای رتبه‌بندی در مدل‌های شبکه‌ای به دست نمی‌دهد. در اینجا به‌اختصار به کاربرد روش روی مدل مضربی معمولی اشاره و کاربرد آن در ویرایش جدید مدل کائو تشریح می‌شود.

مدل مضربی معمولی را می‌توان با جابه‌جا کردن ورودی‌ها و خروجی‌ها و تغییر ماهیت مدل، به مدل رتبه‌بندی واحدهای کارا بر مبنای مرز کاملاً ناکارا تبدیل کرد. توضیح اینکه با جابه‌جا شدن ورودی‌ها و خروجی‌ها مدل معکوس عمل می‌کند به واحدهای نزدیک‌تر به مرز کاملاً ناکارا یعنی واحدهایی با کم‌ترین خروجی و بیش‌ترین ورودی، امتیاز بهتری می‌دهد. به‌منظور رتبه‌بندی واحدهای کارا کافی است واحدی با بدترین نمره در این مدل، واحد کارا تر قلمداد شود. به‌منظور کاربرد مدل روی ویرایش جدید مدل کائو کافی است ابتدا هر گروه یک واحد فرض شود و ورودی‌ها و خروجی‌ها در مدل مضربی معمولی جابه‌جا و مدل در ماهیت مقابل نوشته شود. همچنین، به‌منظور تبدیل‌های بعدی قید متناظر با گروه تحت ارزیابی جدا و قیود نامساوی با اضافه شدن متغیرهای کمکی به صورت تساوی نوشته می‌شوند:

$$\begin{aligned} & \text{Min} \sum_{r=1}^S v_i X_{ik} \\ & \sum_{i=1}^m u_r Y_{rk} = 1 \\ & \sum_{r=1}^S \mu_r Y_{rk} - \sum_{i=1}^m v_i X_{ik} + S_k = 0 \\ & \sum_{r=1}^S \mu_r Y_{rj} - \sum_{i=1}^m v_i X_{ij} + S_j = 0 \end{aligned} \quad \text{رابطه ۹}$$

مدل مرزهای کاملاً ناکارا بر خلاف مدل معمولی که واحدها را بر مرز کارا تصویر می‌کند و فاصله تا ابرصفحه‌های تصویرشونده بر مرز کارا را به دست می‌دهد، واحدها را بر مرز کاملاً ناکارا تصویر می‌کند و فاصله تا ابرصفحه‌های تصویرشونده بر این مرز را به دست می‌دهد. بر همین اساس، بدتر بودن وضعیت واحد در این مدل به مفهوم دورتر بودن آن از مرز کاملاً ناکارا یا بهتر بودن واحد است. توجه شود که این مدل در ماهیت خروجی نوشته شده و بدتر بودن وضعیت واحد در این مدل با بیش‌تر بودن مقدار تابع هدف مشخص می‌شود. توضیح اینکه در حالت معمول مقدار تابع هدف در مدلی که در ماهیت خروجی نوشته شده همواره بزرگ‌تر از یک است

و به تابع هدف مدل به ازای واحدهایی بدتر که خروجی کمتری دارند، مقدار بیش تری اختصاص می‌یابد. در اینجا، چون ورودی‌ها و خروجی‌ها جابه‌جا شده‌اند، به واحدهایی با ورودی کمتر که واحدهای بهتری هستند نمرهٔ بیش تری اختصاص می‌یابد. با جایگذاری قید اول رابطه ۹ در قید متناظر با گروه تحت ارزیابی معادل تابع هدف برحسب متغیر کمکی نظیر گروه تحت ارزیابی حاصل می‌شود. یعنی:

$$1 - \sum_{i=1}^m v_i X_{ik} + S_k = 0 \Rightarrow \sum_{i=1}^m v_i X_{ik} = 1 + S_k \quad (\text{رابطه } 10)$$

بنابراین، تابع هدف برابر است با  $Min \ 1 + S_k$ . از آنجا که مقدار تابع هدف به منظور مقایسهٔ گروه‌های کارا به کار می‌رود، ثابت یک را می‌توان نادیده گرفت و تابع هدف را معادل  $Min S_k$  دانست. معادل بودن در اینجا به این مفهوم است که ترتیب مقادیر هر دو عبارت یکسان است. با قرار دادن قیود متناظر با واحدهای گروه تحت ارزیابی به جای قید متناظر با آن گروه همانند آنچه در ویرایش جدید مدل کائو انجام شده، مدل رتبه‌بندی بر مبنای مرز کاملاً ناکارا به قرار زیر حاصل می‌شود:

$$\begin{aligned} & Min \sum_{p=1}^{q_k} S_k^p \\ & \sum_{i=1}^m u_r Y_{rk} = 1 \\ & \sum_{r=1}^s \mu_r Y_{rk}^p - \sum_{i=1}^m v_i X_{ik}^p + S_k^p = 0 \quad p = 1, \dots, q_k \\ & \sum_{r=1}^s \mu_r Y_{rj} - \sum_{i=1}^m v_i X_{ij} + S_j = 0 \quad , j = 1, \dots, n, j \neq k \end{aligned} \quad (\text{رابطه } 11)$$

همان‌طور که گفته شد مقدار تابع هدف در این مدل هر چه بزرگ‌تر باشد به مفهوم دورتر بودن واحدهای گروه تحت ارزیابی از مرز کاملاً ناکارا و به عبارتی بهتر بودن آن‌هاست.

### یافته‌های پژوهش (نتایج مدل‌ها)

در این تحقیق، مدل مضربی معمولی، ویرایش اصلی مدل کائو و ویرایش جدید مدل کائو روی داده‌های ۴۰ سرپرستی بانک ملت در کل شامل ۱۷۹۳ شعبه با ۳ ورودی و ۴ خروجی اجرا شد. ورودی‌ها عبارت بودند از هزینهٔ پرسنلی، سود پرداختی و مانده تسهیلات و خروجی‌ها عبارت بودند از درآمد مشاع، درآمد غیرمشاع، جمع سپرده و تسهیلات. نتایج در جدول ۱ ارائه شده است:

جدول ۱. نتایج کارایی سرپرستی‌ها شامل کارایی در مدل مضربی، مدل کائو و مدل پیشنهادی

مدل سرپرستی	مدل معمولی	مدل کائو	مدل پیشنهادی	سرپرستی	مدل معمولی	مدل کائو	مدل پیشنهادی
S1	۱	-/۴۸	۰/۷۷	S21	۱	۰/۱۸	۰/۳۲
S2	۱	-/۱۶	۰/۶۱	S22	۰/۹۰	۰/۲۰	۰/۷۳
S3	۱	-/۱۹	۰/۶۲	S23	۰/۶۷	۰/۱۱	۰/۶۳
S4	۰/۹۴	-/۱۸	۰/۵۸	S24	۱	۰/۱۴	۰/۵۳
S5	۱	-/۲۹	۰/۶۱	S25	۰/۷۵	۰/۱۳	۰/۵۳
S6	۱	-/۳۵	۰/۵۱	S26	۱	۰/۱۷	۰/۴۵
S7	۱	-/۲۸	۰/۵۳	S27	۱	۰/۲۳	۰/۷۲
S8	۰/۸۴	-/۱۸	۰/۸۳	S28	۱	۰/۲۳	۰/۶۲
S9	۱	-/۸۹	۱	S29	۱	۰/۱۵	۰/۶۴
S10	۰/۷۹	-/۱۵	۰/۶۳	S30	۰/۷۱	۰/۱۳	۰/۵۲
S11	۱	-/۱۵	۰/۵۲	S31	۱	۰/۲۹	۰/۵۴
S12	۱	-/۲۳	۰/۵۰	S32	۱	۰/۲۱	۰/۶۳
S13	۰/۸۵	-/۲۴	۰/۴۳	S33	۰/۸۱	۰/۱۷	۰/۵۶
S14	۱	-/۱۲	۰/۷۹	S34	۱	۰/۱۵	۰/۶۸
S15	۱	-/۱۳	۰/۵۲	S35	۰/۸۲	۰/۱۹	۰/۵۶
S16	۰/۸۵	-/۱۵	۰/۷۴	S36	۱	۰/۱۳	۰/۵۳
S17	۱	-/۱۵	۰/۷۱	S37	۱	۰/۱۷	۰/۷۰
S18	۰/۸۹	-/۱۶	۰/۵۸	S38	۱	۰/۲۴	۰/۶۹
S19	۱	-/۲۵	۰/۷۱	S39	۱	۰/۱۷	۰/۵۴
S20	۰/۸۲	-/۱۴	۰/۵۰	S40	۱	۰/۹۰	۰/۹۸

ملاحظه می‌شود که ویرایش اصلی مدل کائو نسبت به مدل تحلیل پوششی داده‌های معمولی همواره مقادیر کارایی کوچک‌تری محاسبه می‌کند. مقادیر کارایی کم‌تر یا به بیان دیگر مقادیر ناکارایی بیش‌تر در این مدل که به ناکارایی درونی گروه تعبیر می‌شود، ناشی از تبدیل قیود متناظر با گروه‌ها به قیود متناظر با واحدهاست. نکتهٔ مورد انتقاد این است که قرار گرفتن تمام قیود متناظر با واحدها به جای قیود متناظر با گروه‌ها، به‌منزلهٔ مقایسه در مجموعهٔ امکانی متشکل از واحدهاست که موضوع مقایسه نیستند و به این ترتیب کلیت گروه‌ها که موضوع مقایسه هستند نادیده گرفته می‌شود. در تحلیل پوششی داده‌ها واحد تحت ارزیابی با تخصیص بهترین وزن‌ها یا به بیان دیگر در بهترین شرایط ارزیابی می‌شوند. بحث در این است که اگر به‌منظور محاسبهٔ ناکارایی درونی گروه تحت ارزیابی ناگزیر باید واحدهای درونی را در ساخت مجموعهٔ امکان مشارکت داد، امتیاز اینکه گروهی با واحدهایش نمایندگی شود را می‌توان فقط

به گروه تحت ارزیابی اعطا نمود. به این ترتیب، هم امکان محاسبه ناکارایی درونی فراهم می‌شود، هم مقایسه به طور کامل بر مبنای واحدها که موضوع مقایسه نیستند انجام نمی‌شود. به علاوه، اینکه اعطای امتیاز ویژه به گروه تحت ارزیابی با رویکرد ارزیابی در بهترین شرایط سازگار است. نتیجه محاسباتی همان‌طور که ملاحظه می‌شود آزادی بیش‌تر مدل در تخصیص بهتر وزن‌ها یا به بیان دیگر تخصیص بهتر وزن‌ها و محاسبه مقادیر کارایی بزرگ‌تر در مدل پیشنهادی است. ملاحظه می‌شود که مدل پیشنهادی یا همان ویرایش جدید مدل کائو به تخصیص کارایی یک به چندین سرپرستی از سرپرستی‌های بانک ملت منجر شده است. نتایج مدل رتبه‌بندی گروه‌های کارا در جدول ۲ ارائه شده است. ملاحظه می‌شود کاهش قدرت تشخیص در ویرایش جدید مدل کائو نسبت به ویرایش اصلی آن با به‌کارگیری این روش رتبه‌بندی قابل جبران است.

جدول ۲. رتبه‌بندی سرپرست‌های کارا در مدل پیشنهادی بر اساس مدل مرز کاملاً ناکارا

سرپرستی	S۷	S۹	S۳۰	S۳۲	S۳۶	S۳۹	S۴۰
نمره	۰/۴۹	۱	۰/۴۷	۰/۶۴	۰/۱۱	۰/۶۱	۰/۹۸
رتبه	۵	۱	۶	۳	۷	۴	۲

### نتیجه‌گیری و پیشنهادها

مسئله مقایسه چندین گروه از واحدهای تصمیم‌گیرنده که به‌ویژه به دلیل ساختار ترکیبی مالکیت دولتی و خصوصی مجموعه‌های بانکی در ایران، مورد علاقه محققان بوده است قابل تطبیق با ویژگی‌های حالت خاصی از تحلیل پوششی شبکه‌ای است. در میان تجارب موجود مدل سیستم‌های موازی کائو مناسب به‌کارگیری در این حالت خاص است. اما این مدل، از آنجاکه مقایسه گروه‌ها را از طریق مقایسه واحدها انجام می‌دهد، در واقع به نادیده گرفتن کلیت گروه‌ها و محاسبه نوعی برآیند وضعیت واحدهای گروه تحت ارزیابی در مقایسه با واحدهای دیگر منجر می‌شود. ویرایش جدیدی از مدل کائو که در این تحقیق بررسی شد، می‌تواند مقایسه را در مجموعه‌امکانی متفاوت با مجموعه‌امکان واحدها انجام دهد. این مجموعه‌امکان برخلاف مجموعه‌امکان ویرایش اصلی که در آن کلیت همه گروه‌ها نادیده گرفته می‌شود، فقط کلیت گروه تحت ارزیابی را خدشه‌دار می‌کنند. خدشه‌دار شدن کلیت گروه تحت ارزیابی به‌منظور محاسبه ناکارایی ساختار درونی آن اجتناب‌ناپذیر است. اما ساختن مجموعه‌امکان جدید را در مقایسه با مجموعه‌امکان گروه‌ها می‌توان به اعطای نوعی امتیاز ویژه به گروه تحت ارزیابی تعبیر کرد. اعطای امتیاز ویژه به گروه تحت ارزیابی با قاعده ارزیابی در بهترین شرایط سازگار است. بر مبنای این امتیاز ویژه به گروه تحت ارزیابی و تنها گروه تحت ارزیابی اجازه داده می‌شود

تا در مجموعه امکان گروه‌ها با واحدهایش نمایندگی شود. به این ترتیب، مجموعه امکان گروه‌ها به‌منظور محاسبه ناکارایی بیش‌تر برای گروه تحت ارزیابی تعدیل می‌شود، اما این تعدیل فقط ناشی از وضعیت واحدهای گروه تحت ارزیابی است و برخلاف ویرایش اصلی مدل کائو وجود واحدهای خوب در بقیه گروه‌ها نمی‌تواند در ارزیابی گروه موردنظر تأثیرگذار باشد. نتیجه محاسباتی این روش تخصیص بهتر وزن‌ها و محاسبه کارایی‌های بزرگ‌تر است. به همین سبب این ویرایش بیش‌تر مستعد مواجهه با مسئله رتبه‌بندی گروه‌های کاراست. مدل رتبه‌بندی گروه‌های کارا که در مقاله ارائه شده است، ویرایشی از مدل رتبه‌بندی بر مبنای مرز کاملاً ناکاراست که روی ویرایش جدید مدل کائو قابل استفاده است. نتیجه اینکه استفاده از ویرایش جدید مدل کائو اگر به‌واسطه تخصیص بهتر وزن‌ها و محاسبه مقادیر کارایی بزرگ‌تر، به تشخیص چند گروه کارا منجر شود، مدل به‌راحتی با روش رتبه‌بندی گروه‌های کارا بر مبنای مرز کاملاً ناکارا قابل پشتیبانی است.

### سپاسگزاری

از مدیریت و کارکنان مرکز تحقیقات و برنامه‌ریزی بانک ملت که داده‌های مربوط به شعب و سرپرستی‌های این بانک را در اختیار ما قرار دادند سپاسگزاریم.

### منابع

- امیری، ه و رئیس صفری، م. (۱۳۸۴). بررسی کارایی بانک‌های تجاری در ایران و عوامل نهادی مؤثر بر آن، *جستارهای اقتصادی*، ۲ (۳): ۹۷-۱۴۲.
- حجازی، ر؛ انواری رستمی، ع. و مقدسی م. (۱۳۸۷). تحلیل بهره‌وری کل بانک توسعه صادرات ایران و رشد بهره‌وری شعب آن با استفاده از تحلیل پوششی داده‌ها (DEA)، *مدیریت صنعتی*، ۱ (۱): ۳۹-۵۰.
- حسین‌زاده بحرینی، م. ح؛ ناجی میدانی ع. الف. و چمانه‌گیر، ف. (۱۳۸۷). مقایسه کارایی اقتصادی بانک‌های خصوصی و دولتی در ایران با استفاده از تحلیل پوششی (فراگیر) داده‌ها (DEA)، *دانش و توسعه*، ۱۵ (۲۵): ۱-۳۰.
- حسین‌زاده لطفی، ف؛ دیواندری، ع؛ جهانشاهلو، غ. ر؛ نیکومرام، ه و برنکی طالقانی، و. (۱۳۸۵). ارزیابی سرپرستی‌های بانک ملت ایران در مقاطع زمانی مختلف، *کاربردی از تحلیل پوششی داده‌ها، ریاضیات کاربردی*، ۳ (۸): ۱-۸.
- خزائی، م. و ایزدبخش، ح. (۱۳۸۸). رتبه‌بندی کامل واحدهای تصمیم‌گیرنده با ترکیب DEA چند هدفه و PCA، *مدیریت صنعتی*، ۱ (۲): ۵۵-۷۰.

عالم تبریز الف؛ رجبی پور میبدی، ع. و زارعیان، م. (۱۳۸۸). بررسی کارکرد تکنیک تاپسیس فازی در بهبود سنجش کارایی شعب بانکها با استفاده از تکنیک DEA، مدیریت صنعتی، ۱ (۳): ۹۹-۱۱۸.

نمازی م. و ابراهیمی، ش. (۱۳۸۹). بررسی کارایی بانکهای ایران با استفاده از تکنیک DEA به روش پله‌ای، مدیریت صنعتی، ۲ (۵): ۱۷۴-۱۵۹.

Adler, N. & Friedman, L. & Sinuany-Stern, Z. (2002). Review of ranking methods in the data envelopment analysis context, *European Journal of Operational Research*, 140(2): 249-265.

Andersen, P. & Petersen, NC. (1993). A procedure for ranking efficient units in data envelopment analysis, *Management science*, 39(10): 1261-1264.

Cooper, W.W. & Seiford, L.M. & Tone, K. (2006). Data envelopment analysis: a comprehensive text with models, applications, references and DEA-solver software: Springer.

Fare, R. & Grosskopf, S. (2000). Network DEA, *Socio-economic planning sciences*, 34(1): 35-49.

Jahanshahloo, G.R. & Afzalinejad, M. (2006). A ranking method based on a full-inefficient frontier, *Applied mathematical modelling*, 30(3): 248-260.

Jahanshahloo, G.R. & Lotfi, F.H. & Sanei, M. & Fallah Jelodar, M. (2008). Review of Ranking Models in Data Envelopment Analysis, *Applied Mathematical Sciences*, 2(29): 1431-1448.

Jahanshahloo, G.R. & Sanei M. Lotfi, F.H. & Shoja, N. (2004). Using the gradient line for ranking DMUs in DEA, *Applied Mathematics and Computation*, 151(1): 201-219.

Hibiki, N. & Sueyoshi, T. (1999). DEA sensitivity analysis by changing a reference set: regional contribution to Japanese industrial development, *Omega*, 27(2): 139-153.

Kao, C. (2009a). Efficiency decomposition in network data envelopment analysis: A relational model, *European Journal of Operational Research*, 192 (3): 949-962.

Kao, C. (2009b). Efficiency measurement for parallel production systems, *European Journal of Operational Research*, 196(3): 1107-1112.

Lewis, H.F., Sexton, T.R. (2004). Network DEA: Efficiency analysis of organizations with complex internal structure, *Computers & Operations Research*, 31(9): 1365-1410.

Li, S. & Jahanshahloo, G.R. & Khodabakhshi, M. (2007). A super-efficiency model for ranking efficient units in data envelopment analysis, *Applied Mathematics and Computation*, 184(2): 638-648.

Tone, K. & Tsutsui, M. (2009). Network DEA: a slacks-based measure approach, *European Journal of Operational Research*, 197(1): 243-252.