مدیریت صنعتی
دانشکدهٔ مدیریت دانشگاه تهران
دورهٔ ۶، شمارهٔ ۱
بهار ۱۳۹۳
ص. ۱۵۰-۱۳۷

توسعهٔ سیاست جدید وارانتی PRW برای برآورد هزینه‌ها

مهدی نصراللهی[۱]، عزت الله اصغری‌زاده[۲]، احمد جعفرنژاد[۳]، محمد علی صنیعی منفرد[۴]

چکیده: در بازار پررقابت امروز، وارانتی‌ها نقشی اساسی ایفا می‌کنند. اخیراً محصولات بسیاری با وارانتی‌هایی مانند وارانتی تعویض رایگان، وارانتی تسهیم هزینه، و وارانتی ترکیبی به فروش می‌رسند. وارانتی‌های تسهیم هزینه پیچیده‌اند. مدلسازی شکستگی‌ها در دورهٔ وارانتی و هزینه‌های این سیاست نیز پیچیده است، زیرا هزینه‌های اصلاح محصول درحقیقت متغیری تصادفی است که نرخ بهره و تورم نیز در آنها تأثیرگذار است. در این مقاله، مدل جدید سیاست وارانتی PRW با توجه به نرخ تورم و بهره و نیز تعریف تابعی برای متغیر تصادفی نرخ هزینه توسعه داده شده و درنهایت مدل‌های پیش‌بینی نرخ شکست و برآورد هزینه‌های وارانتی محصول در طول دورهٔ طراحی شده است.

پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی
پرتال جامع علوم انسانی

واژه‌های کلیدی: *تورم، سیاست‌های وارانتی وارانتی ، وارانتی تسهیم هزینه (PRW)، هزینهٔ وارانتی.*

۱. استادیار گروه مدیریت صنعتی، دانشگاه بین‌المللی امام خمینی (ره)، قزوین، ایران
۲. دانشیار گروه مدیریت صنعتی، دانشکدهٔ مدیریت دانشگاه تهران، تهران، ایران
۳. استاد گروه مدیریت صنعتی، دانشکدهٔ مدیریت دانشگاه تهران، تهران، ایران
۴. دانشیار، گروه مهندسی صنایع، دانشکدهٔ فنی و مهندسی دانشگاه الزهرا، تهران، ایران

تاریخ دریافت مقاله: ۱۳۹۲/۰۷/۲۷
تاریخ پذیرش نهایی مقاله: ۱۳۹۲/۱۰/۲۱
نویسندهٔ مسئول مقاله: مهدی نصراللهی
E-mail: mahdi.nasrollahi@gmail.com

مقدمه

وارانتی قرارداد توافقی بین خریدار و تولیدکننده است که هنگام فروش منعقد می‌شود و بر اساس آن تولیدکننده متعهد می‌شود در صورت شکسته شدن محصول، با وجود استفادهٔ صحیح از آن، آن را تعویض یا تعمیر کند (عبدالمجید، کسیم، جماهیر، و سماه، ۲۰۱۲). درحقیقت، وارانتی‌ها تعیین‌کنندهٔ مسئولیت‌های تولیدکننده یا توزیع‌کننده در قبال شکستگی‌های زودهنگام محصول هستند (بلیشک و مورتی، ۱۹۹۴).

البته وارانتی محصول یکی از عوامل مؤثر در تصمیم‌گیری مشتریان برای خرید است. مشتریان در هنگام انتخاب از میان چند محصول که ویژگی‌های مشابه دارند، معمولاً محصولی را برمی‌گزینند که وارانتی بهتری دارد (استامنکویچ، پوپویچ، اسپاسوژویچ، و رادیوژویچ، ۲۰۱۱). درحال‌حاضر، بیشتر محصولات موجود در بازار به‌همراه وارانتی از طرف تولیدکننده عرضه می‌شوند. طی این مدت، تولیدکننده قطعهٔ خراب را با قطعهٔ سالم جایگزین یا آن را تعمیر می‌کند. ازاین‌رو، وارانتی در افزایش توان رقابتی محصول، از دو جنبه اهمیت دارد (مورتی و بلیشک، ۲۰۰۰):

۱. پشتیبانی: حمایت از مشتری در قبال محصولات خراب و رسیدگی به شکایات مشتریان؛ و
۲. پیشرفت و ارتقا: متمایز کردن محصولات دارای وارانتی از سایر محصولات.

بنابراین، وارانتی می‌تواند ریسک خرید مشتریان و توقعات غیرمنطقی آنها را کاهش دهد. به‌علاوه، وارانتی ابزار بازاریابی مؤثری برای متمایز کردن محصول از محصولات مشابه است و می‌تواند مشتری را به خرید محصول ترغیب کند. البته با افزایش مدت وارانتی، هزینه‌های مورد انتظار وارانتی برای تولیدکننده افزایش می‌یابد. باوجوداین، به دلیل رقابت بسیار پیچیده و زیاد در بازار و همچنین تقاضای مشتریان، رقابت بین تولیدکنندگان برای ارائهٔ وارانتی‌های بهتر به‌منظور جذب مشتریان بیشتر افزایش یافته است.

شکسته شدن محصولات و هزینه‌های خدمات وارانتی به قابلیت اطمینان محصول، نحوهٔ استفاده، و نیز شیوهٔ نگهداری از آن بستگی دارد. قابلیت اطمینان یک محصول (سیستم) نیز به عوامل مختلفی وابسته است؛ عواملی نظیر تصمیماتی که در مدت طراحی و تولید گرفته می‌شوند (تحت کنترل تولیدکننده) و محیط به کارگیری و میزان استفادهٔ (تحت کنترل مصرف‌کننده) (مورتی، ۲۰۱۰). محصول ممکن است به دلیل خطای نرم‌افزاری یا سخت‌افزاری، خطای مصرف‌کننده، یا شرایط نگهداری شکسته شود. در صورت شکسته شدن، هزینه‌های متعددی به وجود خواهند آمد که عبارت‌اند از (پوپویچ، استامنکویچ، و راکیسویچ، ۲۰۱۲):

- هزینه‌های وارانتی؛
- هزینه‌های اداری و حقوقی؛
- هزینه‌های ناشی از کاهش تولید؛ و
- هزینه‌های ارائهٔ خدمات جایگزین.

تولیدکنندگان می‌توانند رویکردهای معتبری را برای کنترل این هزینه‌ها طی فرایندهای طراحی، توسعه، و تولید به کار گیرند.

به‌طورمعمول، در قرارداد وارانتی، مشتری هنگام خرید محصول هزینهٔ وارانتی را پرداخت می‌کند و تولیدکننده نیز متعهد می‌شود که در صورت شکسته شدن محصول، آن را تعمیر یا تعویض کند. بنابراین، تولیدکنندگان هنگام ارائهٔ وارانتی دو متغیر مهم و اساسی را مد نظر قرار می‌دهند که عبارت‌اند از: هزینهٔ وارانتی و مدت وارانتی (چان و تانگ، ۱۹۹۵). پیشنهادهای متفاوت وارانتی را سیاست وارانتی نامیده‌اند که بر اساس هزینهٔ وارانتی و هزینهٔ تعمیر به سه دستهٔ کلی تقسیم می‌شوند: تعویض رایگان، تسهیم هزینه، و ترکیبی. به‌علاوه، بر اساس دورهٔ زمانی وارانتی نیز می‌توان دو سیاست دورهٔ ثابت و دورهٔ تجدیدپذیر را متمایز کرد.

در این بررسی، یک مدل وارانتی تسهیم هزینه برای پیش‌بینی شکستگی‌ها و برآورد هزینه‌های ناشی از آن شرح داده می‌شود. بدین منظور، ابتدا مبانی وارانتی تسهیم هزینه را مروری کوتاه و سپس با هدف ارائهٔ مدل موردنظر در خصوص نقش تورم و بهره در هزینه‌های وارانتی بحث می‌کنیم. سپس مدل ریاضی سیاست وارانتی PRW ارائه و در پایان نیز اعتبار مدل با مثالی عددی ارزیابی می‌شود.

نمادها

نمادهای زیر برای ارائهٔ مدل‌های این بخش به کار می‌روند:

W: دورهٔ وارانتی؛

x: زمان شکستن محصول؛

$N(W)$: تعداد شکستگی‌ها در دورهٔ وارانتی؛

f: نرخ افزایشی هزینه‌ها به دلیل تورم یا سایر عوامل؛

d: نرخ بهره؛

I: نرخ نهایی افزایش یا کاهش قیمت‌ها ($I=f-d$)؛

λ: مشخصهٔ معکوس عمر توزیع وایبول؛

β: پارامتر شکل توزیع وایبول؛

$q(x)$: تابع تسهیم هزینه‌ها؛

$\Lambda(x)$: تابع نرخ شکستگی؛

$F(.)$: تابع توزیع تجمعی شکستگی محصول؛

$f(.)$: تابع چگالی شکستگی؛

$G(.)$: تابع توزیع تجمعی برای هزینه‌های اصلاح محصول؛

$g(.)$: تابع چگالی احتمال برای هزینه‌های اصلاح محصول؛

c_b: هزینهٔ اصلاح (تعمیر) در هر بار خرابی محصول برای خریدار، چنانچه محصول وارانتی نداشته باشد. چنانچه تمامی اصلاح‌ها را، به دلایل خاص، تولیدکننده انجام دهد، در اصطلاح، به آن انحصار فنی تولیدکننده می‌گویند. فرض می‌کنیم که انحصار فنی تولیدکننده وجود ندارد؛

c_m: هزینهٔ اصلاح (تعمیر) در هر بار خرابی برای تولیدکننده که هزینهٔ واقعی اصلاح محصولات دارای وارانتی است؛

C_W: هزینهٔ وارانتی که تولیدکننده آن را در زمان خرید محصول تعیین و پیشنهاد می‌کند.

وارانتی تسهیم هزینه

با این سیاست وارانتی، چنانچه محصولی پیش از اتمام دورهٔ وارانتی شکسته شود، تولیدکننده باید محصول را با دریافت بخشی از هزینه تعمیریا تعویض کند. سهم مشتری از هزینهٔ اصلاح تابعی خطی یا غیرخطی از عمر محصول است (بلیشک، ریزال، و مورتی، ۲۰۱۱).

شکل متعارف سیاست PRW به صورت تسهیم خطی هزینه است که در آن چنانچه محصولی در زمان شکستگی عمری معادل $x < W$ *داشته* باشد، مشتری موظف به پرداخت مبلغ $Cm(x/W)$ است (بلیشک، ۱۹۹۰). مهم‌ترین دلیل کاربرد این سیاست تأثیر مثبت آن در کاهش هزینه‌های وارانتی است (مورتی و بلیشک، ۲۰۰۵). با این رویکرد، می‌توان سیاست PRW را با تابع تسهیم $q(x)$ با رابطهٔ ۱ بیان کرد که این تابع نشان‌دهندهٔ سهم تولیدکننده در هزینه‌ها به شکل تابعی از زمان انجام خدمت (x) است.

$$q(x) = \begin{cases} (1 - x/W)c_m & 0 \le x < W \\ 0 & x \ge W \end{cases}$$ رابطهٔ ۱)

هزینهٔ مورد انتظار تولیدکننده

هزینهٔ مورد انتظار تولیدکننده به ازای هر واحد محصول فروخته‌شده دارای وارانتی از میانگین هزینه‌های حاصل از اصلاح محصول به دست می‌آید. روابط ریاضی برای محاسبهٔ این هزینه

توسعه داده شده‌اند (مورتی و بلیشک، ۱۹۹۴). اولین تلاش‌ها برای تجزیه‌وتحلیل هزینه‌های تولیدکننده در سیاست PRW بر هزینه‌های وارانتی به ازای هر محصول تعمیرنشدنی متمرکز شده بود که در آنها فقط یک شکستگی و یک تعویض مدلسازی می‌شد. هدف این مدل‌ها تعیین منابع مالی مورد نیاز به‌منظور رسیدگی به ادعاهای وارانتی بود. ازآنجاکه هزینهٔ تولید محصولات برای تولیدکننده در فرایند تولید یکسان و ثابت است، در مدل‌هایی که در ادامه می‌آیند، فقط هزینه‌های وارانتی در نظر گرفته می‌شود. هزینهٔ واقعی تولیدکننده به ازای هر محصول فروخته‌شده با سیاست PRW برابر است با:

$$C_m = q(X_1) \qquad \text{رابطهٔ ۲)}$$

بنابراین، هزینهٔ مورد انتظار تولیدکننده بابت وارانتی به ازای هر محصول را می‌توان از رابطهٔ ۳ به دست آورد:

$$E[C_m(W;\mathrm{q})] = c_m\left[F(W) - {\mu_W}/{W}\right] \qquad \text{رابطهٔ ۳)}$$

به‌طوری‌که $\mu_W = \int_0^W xdF(x)$ است. البته پژوهشگران در دوره‌های متفاوت، برای توسعه و بهبود مدل‌های مرتبط با وارانتی PRW و هزینه‌های تولیدکننده مطالعات زیادی انجام داده‌اند (مورتی و بلیشک، ۱۹۹۲؛ بلیشک و مورتی، ۲۰۰۰).

مهم‌ترین عامل در تعیین هزینهٔ مورد انتظار تولیدکننده در این سیاست، توزیع عمر محصول است و ازاین‌رو، ساختار وارانتی تأثیر اندکی در هزینه‌ها دارد. هر چند مفاد وارانتی تأثیر بسزایی در درآمدهای تولیدکننده دارند، هزینه‌های پایه برای تعمیر، تعویض، و مانند آن تغییری نمی‌کنند.

هزینهٔ مورد انتظار مشتری

در مطالعات زیادی به هزینهٔ بلندمدت خریدار برای محصولی که وارانتی PRW دارد، توجه شده است (مورتی و جمال الدین، ۲۰۰۰). هزینهٔ واقعی خریدار به ازای هر محصول خریداری‌شده طبق PRW برابر است با (بلیشک و مورتی، ۱۹۹۴):

$$\mathrm{C_b(W)} = \begin{cases} \mathrm{C_W + c_m\left({X_1}/{W}\right)}, & 0 \le x < W \\ \mathrm{C_W + c_b}, & x \ge W \end{cases} \qquad \text{رابطهٔ ۴)}$$

بنابراین، کل هزینهٔ مورد انتظار خریدار به ازای هر محصول مطابق رابطهٔ ۵ خواهد بود:

$$\mathrm{E[C_b(W)] = C_w + c_m\left[{\mu_W}/{W} - F(W)\right]} \qquad \text{رابطهٔ ۵)}$$

مدلسازی هزینه‌های وارانتی PRW در سطح سیستم

در این قسمت، مدل‌های شکسته شدن محصول و نیز مدل‌های هزینهٔ اصلاح شکستگی‌ها در دورهٔ وارانتی ارائه ، تجزیه‌وتحلیل می‌شوند. هر محصول سیستمی متشکل از چندین جزء در نظر گرفته می‌شود و شکستگی‌ها در سطح سیستم یا زیرسیستم مدلسازی می‌شوند.

فرض می‌کنیم که توزیع تجمعی شکست محصول (F(x)) با تابع چگالی $f(x) = \frac{d\,F(x)}{dx}$ بوده است و تابع نرخ شکست از معادلهٔ زیر برآورد می‌شود (رحمان و چاتوپادهای، ۲۰۱۰):

رابطهٔ ۶)
$$\Lambda(x) = \frac{f(x)}{\left(1 - F(x)\right)}$$

پیش‌فرض‌ها

مفروضات زیر با هدف ساده‌سازی مدل در نظر گرفته شده‌اند. حذف یک یا چند پیش‌فرض زیر امکان‌پذیر است، اما می‌تواند تجزیه‌وتحلیل مدل را پیچیده کند. تجزیه‌وتحلیل چنین مدل‌هایی در برخی موارد ناممکن است. پیش‌فرض‌های مورد نظر به شرح زیر هستند:

- شکسته شدن محصولات مستقل از یکدیگر رخ می‌دهند؛
- شکسته شدن محصولات تابعی از عمر آنهاست؛
- زمان مورد نیاز برای انجام عملیات اصلاح در مقایسه با میانگین زمان بین شکست‌ها ناچیز است و نادیده گرفته می‌شود؛
- شکسته شدن محصول به بروز ادعای وارانتی منجر می‌شود و تمام ادعاها نیز صحیح هستند؛
- تمام محصولات خراب‌شده با محصولات نو تعویض می‌شوند؛ و
- شکستگی‌ها در مدت وارانتی در سطح سیستم (محصول) مدلسازی می‌شوند.

مدلسازی هزینه‌های اصلاح

به‌طورکلی، هزینه‌های اصلاح (c) متغیری تصادفی است، زیرا شکسته شدن محصول درنتیجهٔ شکستگی یک یا چند جزء آن رخ می‌دهد و هزینهٔ تعمیر یا تعویض برای اجزای مختلف متفاوت است. G(c) و g(c)، به‌ترتیب، تابع توزیع تجمعی و تابع چگالی احتمال برای هزینه‌های اصلاح محصول در مدت وارانتی را نشان می‌دهند:

رابطهٔ ۷)
$$G(c) = P\{R \le c\}$$

بنابراین، هزینهٔ مورد انتظار هر عملیات اصلاحی، $E(c) = \bar{c}$ از رابطهٔ ۸ به دست می‌آید:

$$E(c) = \bar{c} = \int_0^{\infty} cg(c)dc$$ رابطهٔ ۸)

با هدف ساده‌سازی مدل، در اینجا فرض می‌شود که هزینهٔ اصلاح توزیع نمایی بـا پـارامتر γ دارد. این توزیع در اکثر محصولات ساده برقرار است. در توزیع نمایی با پارامتر γ می‌تـوان $G(c)$ را با رابطهٔ ۹ نشان داد:

$$G(c) = 1 - e^{-\gamma c}$$ رابطهٔ ۹)

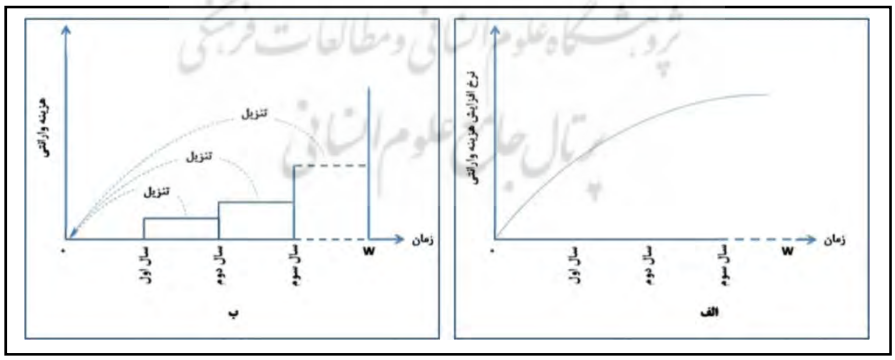
بنابراین، هزینهٔ مورد انتظار هر عملیات اصلاح با پارامتر هزینهٔ γ به صورت زیر خواهد بود:

$$\bar{c} = \frac{1}{\gamma}$$ رابطهٔ ۱۰)

برای دوره‌های وارانتی طولانی می‌توان روند هزینه و نیز عامل تـورم و بهـره (ارزش زمـانی پول) را نیز در مدل گنجاند.

بررسی اثر نرخ تورم و بهره بر هزینه‌های وارانتی

برای محصولاتی که دورهٔ عمر و دورهٔ وارانتی طولانی‌تری دارند (مانند خودروها)، به دلیـل نبـود اطمینان‌های مرتبط با هزینه‌ها، کل هزینهٔ وارانتی در دوره‌های زمانی طولانی نامشخص خواهـد بود. اگر دورهٔ وارانتی طولانی باشد (بیشتر از یک سال)، هزینه‌های آتی تحت تـأثیر هزینـه‌هـای نیروی کار، تورم، و کاهش ارزش زمانی پول قرار می‌گیرند. این موضوع را می‌تـوان در شـکل ۱ مشاهده کرد:



شکل ۱. الف. تأثیرات نرخ تورم و بهره در هزینه‌های وارانتی طولانی‌مدت؛
ب. تأثیرات تنزیل هزینه‌های وارانتی در دوره‌های طولانی

برای تورم با نرخ f، عامل تورم زمانی دنباله‌دار برای دورهٔ زمانی W برابر با e^{fW} خواهد بود. به این ترتیب، چنانچه هزینهٔ یک قطعه در زمان W = ۰ برابر C باشد، آنگاه در زمان W هزینه‌ای برابر Ce^{fW} خواهد داشت (سارکر، جمال، و وانگ، ۲۰۰۰).

برای نرخ بهره d (که بیانگر ارزش زمانی پول است) عامل ارزش فعلی پول در زمان W برابر با e^{-dW} است. ازاین‌رو، ارزش فعلی محاسبه‌شده با تورم Ce^{fW} (عامل تورم خالص) با $Ce^{fW}e^{-dW}$ بیان خواهد شد. برای محصولی با قیمت اولیهٔ C (واحد محصول/واحد پول) ارزش فعلی قیمت تورمی در زمان W = ۰ که با C_0 نشان داده می‌شود برابر است با:

$$C_0 = Ce^{(f-d)W} = Ce^{IW} \quad , \quad I = f - d$$ رابطهٔ ۱۱)

که در این رابطه، C در طول دورهٔ W تورم داشته و به Ce^{fW} تبدیل شده است و درضمن e^{-dW} نیز عامل تنزیل بوده است که ارزش آتی محصول را به ارزش فعلی آن تبدیل می‌کند. درنتیجه، I بیانگر ارزش فعلی نرخ تورم است (سارکر و همکاران، ۲۰۰۰؛ گیری و بارهان، ۲۰۱۱؛ پاندی و گوپتا، ۲۰۱۱).

حال اگر تعداد شکستگی‌های احتمالی در سال i و نیز هزینهٔ مورد انتظار هر شکستگی در سال i را نیز به ترتیب با E(Ni) و E(Ci) نشان دهیم، ارزش فعلی کل هزینهٔ مورد انتظار برای وارانتی را می‌توان با رابطهٔ ۱۲ نشان داد:

$$E(C) = \sum_{i=1}^{W} E(N_i)\, E(C_i) e^{Ii}$$ رابطهٔ ۱۲)

که این هزینه بر اساس سیاست PRW میان تولیدکننده و مشتری تقسیم خواهد شد.

ازآنجاکه در نظر گرفتن نرخ تورم و تنزیل پیچیدگی‌های مدل را افزایش می‌دهد، در بسیاری از مطالعات به منظور ساده‌سازی مدل، معمولاً نرخ تورم و تنزیل برابر در نظر گرفته و درنتیجه، عامل تورم در مدل فوق به یک تبدیل می‌شود. این فرض برای محصولاتی که دورهٔ عمر و وارانتی کوتاهی دارند (معمولاً کمتر از یک سال) واقعی است؛ اما محصولاتی که دورهٔ وارانتی طولانی‌تری دارند تحت تأثیر نرخ تورم و نیز تغییر ارزش زمانی پول قرار می‌گیرند و ازاین‌رو، رابطهٔ ۱۲ می‌تواند به واقعیت نزدیک‌تر باشد.

مدل P۱: سیاست وارانتی تسهیم هزینه با دورهٔ ثابت

در این سیاست، تولیدکننده متعهد می‌شود که تمام شکستگی‌هایی را که در مدت وارانتی به دلیل ضعف طراحی یا تولید رخ می دهند اصلاح کند.

در اینجا، محصول را سیستمی متشکل از چندین جزء در نظر می‌گیریم. عملیات اصلاح می‌تواند شامل تعمیر یا تعویض یک یا چند جزء باشد. شکستگی‌های محصول بر اساس فرایند نقطه‌ای[1] با تابع نرخ $\Lambda(x)$ مدل‌سازی می‌شوند که x نشان‌دهندهٔ عمر محصول است. $\Lambda(x)$ تابعی افزایشی از x است که نشان می‌دهد تعداد شکستگی‌ها با افزایش عمر محصول زیاد می‌شود. درنتیجه، $N(W)$ که بیانگر تعداد شکستگی‌ها در طول دورهٔ وارانتی است، متغیری است تصادفی با:

$$P\{N(x) = n\} = \frac{[\int_0^W \Lambda(x)dx]^n \, e^{-\int_0^W \Lambda(x)dx}}{n!}$$ رابطهٔ ۱۳)

هزینهٔ کل این سیاست برای ادعاهای وارانتی در مدت وارانتی محصول را می‌توان از رابطهٔ ۱۴ به دست آورد:

$$E[C(0,W)] = e^{IW}\bar{c}\left(1 - {}^{\mu W}/_{W}\right)\left[\int_0^W \Lambda(x)dx\right]$$ رابطهٔ ۱۴)

این رابطه را می‌توان با قراردادن مقدار هزینه‌های مورد انتظار اصلاح در هر مورد در رابطهٔ ۱۰ به صورت زیر بازنویسی کرد:

$$E[C(0,W)] = e^{IW}\frac{1}{\gamma}\left(1 - {}^{\mu_W}/_{W}\right)\left[\int_0^W \Lambda(x)dx\right]$$ رابطهٔ ۱۵)

دراینجا، نرخ شکستگی محصول تابعی از عمر آن است. ازآنجاکه تعداد قطعاتی که هر بار دچار شکستگی می‌شوند در مقایسه با کل قطعات به کار رفته در محصول ناچیز هستند، تأثیر عملیات اصلاحی در نرخ شکستگی محصول قابل چشم‌پوشی است. به‌عبارت‌دیگر، نرخ شکستگی محصول پس از تعمیر تقریباً برابر با نرخ شکستگی آن قبل از تعمیر است. چنین تعمیری را تعمیر حداقلی نامیده‌اند. این نوع شکست را می‌توان با فرایند ناهمگن پواسان (NHPP) مدل‌سازی کرد. در مدل فعلی نرخ شکستگی محصول، $\Lambda(x)$، متناسب با توزیع شکستگی آن است. شکل ساده‌ای از $\Lambda(x)$ در رابطهٔ ۱۶ بیان شده است:

$$\Lambda(x) = \lambda\beta(\lambda x)^{(\beta-1)}$$ رابطهٔ ۱۶)

1. Point process

در این رابطه، $\beta > ۱$ و $\lambda > ۰$ است. $\Lambda(x)$ تابعی افزایشی از x است که با توزیع دو پارامتری وایبول مرتبط است. با جایگزین کردن رابطهٔ ۱۶ در رابطهٔ ۱۵ کل هزینهٔ مورد انتظار از رابطهٔ ۱۷ حاصل خواهد شد:

$$E[C(0,W)] = e^{IW}\frac{1}{\gamma}\left(1-{}^{\mu_W}/_{W}\right)\left[\int_0^W \lambda\beta(\lambda x)^{(\beta-1)}dx\right] \qquad \text{(رابطهٔ ۱۷)}$$

مثال عددی

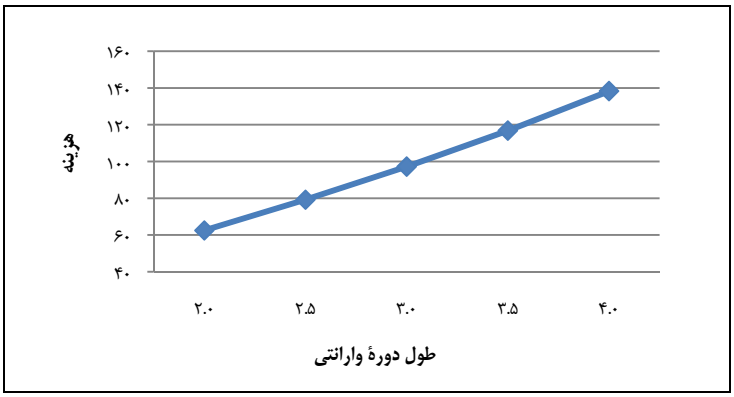
به‌منظور تجزیه‌وتحلیل مدل، داده‌های مربوط به ۱۳۳۵ دریل برقی از یک تولیدکنندهٔ ابزار و تجهیزات برقی ساختمانی گردآوری شد. بررسی اولیهٔ داده‌ها نشان داد که کمبودهای زیادی وجود دارد. برای مثال، در برخی داده‌ها که بیانگر ادعای وارانتی بودند، قطعهٔ معیوب و هزینهٔ واقعی اصلاح آن مشخص نشده بود. درضمن، مجموع دریل‌های بررسی‌شده از مدل‌های متفاوتی تشکیل شده بود. البته ما از این داده‌ها برای مدل‌سازی توزیع شکستگی‌ها بر مبنای مفروضاتی استفاده کردیم که یکی از مفروضات این بود که این ادعاها بر مبنای فرایند ناهمگن پواسان رخ می‌دهند.

پارامترهای شکستگی برآوردی عبارت‌اند از: پارامتر شکل $\beta = ۱$ و مشخصهٔ معکوس عمر $\lambda = ۰/۳۲۵$. بنابراین، میانگین زمانی تا اولین شکستگی برابر $\mu = ۱$ سال است و هزینهٔ هر تعمیر نیز برابر ۱۰۰ است. هزینهٔ مورد انتظار وارانتی $E[C(W)]$ برای مقادیر متفاوت W در جدول ۱ نشان داده شده است.

جدول ۱. هزینهٔ مورد انتظار وارانتی برای تولیدکننده به ازای مقادیر متفاوت W

W	۲	۲/۵	۳	۳/۵	۴
E[C(W)]	۶۲/۴۵۹۵	۷۹/۱۹۷۷	۹۷/۱۸۳۷	۱۱۶/۷۶۴۳	۱۳۸/۲۶۵۸

شکل ۲ که بر اساس جدول ۱ ترسیم شده است، نشان می‌دهد که با توزیع شکستگی، قیمت وارانتی همزمان با افزایش مدت وارانتی افزایش می‌یابد؛ بدین معنی که هرچه مدت وارانتی بیشتر شود تعداد شکستگی‌ها افزایش می‌یابد و درنتیجه، هزینهٔ تولیدکننده بیشتر می‌شود. هزینه‌های وارانتی نسبت به توزیع شکستگی حساس هستند و هرچه نرخ شکستگی بیشتر باشد، هزینه‌های وارانتی نیز بیشتر می‌شود.

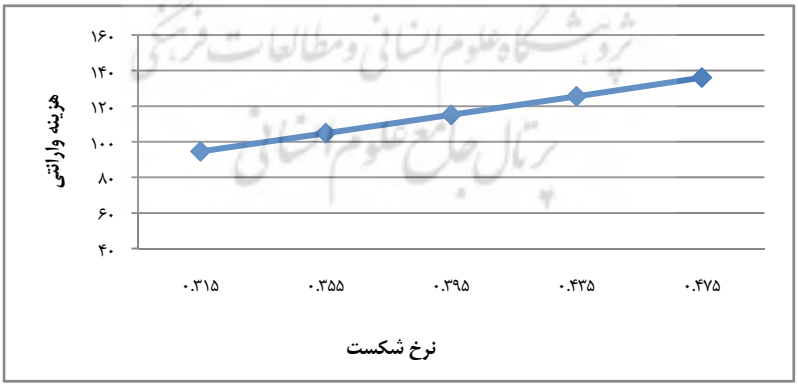


شکل ۲. هزینهٔ مورد انتظار وارانتی

در جدول ۲، پارامترهای شکستگی متفاوتی در نظر گرفته شده است و سایر متغیرها ثابت مانده‌اند. مشخص است که با افزایش مقدار پارامتر شکستگی و مدت وارانتی W = ۳، هزینهٔ وارانتی نیز افزایش می‌یابد.

جدول ۲. هزینهٔ مورد انتظار وارانتی برای تولیدکننده به ازای مقادیر متفاوت نرخ شکستگی

λ	۰/۳۱۵	۰/۳۵۵	۰/۳۹۵	۰/۴۳۵	۰/۴۷۵
$E[C(W)]$	۱۳۶/۰۹۷	۱۲۵/۵۴۴	۱۱۵/۱۵۰	۱۰۴/۸۶۵	۹۴/۶۲۲



شکل ۳. هزینهٔ مورد انتظار وارانتی برای تولیدکننده به ازای مقادیر متفاوت نرخ شکستگی

نتیجه‌گیری و پیشنهادها

به سیاست‌های وارانتی PRW در مقایسه با سیاست‌های FRW توجه کمتری شده است و بنابراین، در مقایسه با سایر سیاست‌های وارانتی تنوع کمتری دارند. یکی از مهم‌ترین دلایل این امر وجود پیچیدگی‌های بیشتر در این نوع سیاست‌ها در مقایسه با سیاست‌های FRW است که فرایند مدلسازی را به‌مراتب پیچیده‌تر می‌کند.

در این مقاله، سیاست جدید وارانتی PRW یک‌بعدی با دورهٔ ثابت پیشنهاد شده است که در مقایسه با مدل عمومی موجود چند تغییر و بهبود اساسی دارد. در اکثر مطالعات، هزینه‌های عملیات اصلاح (تعمیر یا تعویض) عدد ثابتی در نظر گرفته می‌شود، درحالی‌که به دلیل نامعین بودن میزان خرابی و تفاوت ارزش قطعات بهتر است این هزینه‌ها نیز به صورت متغیری تصادفی تعریف شوند. بنابراین، در این مطالعه، هزینه‌های اصلاح ب متغیری تصادفی در نظر گرفته شده و توابع مورد نیاز برای تعریف آن به کار رفته‌اند. درضمن، وارد کردن اثر نرخ تورم و بهره موجب واقعی‌تر شدن مدل پیشنهادی شده است. همان‌طور که در جدول‌های ۱ و ۲ مشخص است با افزایش مدت وارانتی و نرخ شکستگی مورد انتظار میزان هزینه‌های تولیدکننده نیز افزایش می‌یابد.

برای تحقیقات آتی در این حوزه، می‌توان شکستگی‌های محصول را به شیوه‌های گوناگون مدلسازی کرد یا اینکه شیوه‌های متفاوت تسهیم هزینه، مانند تسهیم غیرخطی، را در مدلسازی به کار برد. مدلسازی سیاست‌های وارانتی دوبعدی یا وارانتی تجدیدپذیر نیز می‌تواند مدل پیشنهادی را توسعه دهد. درضمن، علاقه‌مندان می‌توانند تأثیر فرایندهای نگهداری پیشگیرانه در نرخ خرابی و هزینه‌های وارانتی را نیز بررسی کنند. پژوهشگران نیز می‌توانند دربارهٔ بهینه‌سازی مدت وارانتی یا نرخ شکستگی محصول بر اساس مدل پیشنهادی را تحقیق کنند.

منابع

Abdul Majid, H., Kasim, N.H., Jamahir, N.I. &Samah, A.A. (2012). Soft Computing Methods in Warranty Problems: Review and Recent Applications (2003-2012). *International Journal of Computer Science Issues* 9(4): 190-196.

Blischke, W.R. & Murthy, D.N.P. (1994). *warranty cost analysis*. Marcel Dekker, Inc., New York.

Blischke, W.R. & Murthy, D.N.P. (2000). *Reliability modeling, Prediction and Optimization*, John Willey & Sons, Inc. New York.

Blischke, W.R. (1990). Mathematical models for analysis of warranty policies,*Mathematical and Computer Modeling*, 13(7): 1-16.

Blischke, W.R., Rezaul, M.K., & Murthy, D.N.P. (2011). *Warranty data collection and analysis*, Springer Verlag. London.

Chun, Y.H. & Tang, K. (1995). Determining the optimal warranty price based on the producer's and customers' risk preferences. *European Journal of Operational Research*, 85 (1): 97-110.

Murthy, D.N.P. & Blischke, W.R. (2000). Strategic warranty management: A life-cycle approach. *IEEE Transactions on Engineering Management*, 47 (1): 40-54.

Murthy, D.N.P. & Blischke, W.R. (1992). Product warranty and management III: A review of mathematical models. *European Journal of Operational Research* 63 (1): 1-34.

Murthy, D.N.P. & Djamaludin, I. (2002), New product warranty: A literature review. *International Journal of Production Economics*, 79(3): 231-260.

Murthy, D.N.P. (2010). New research in reliability, warranty and maintenance. *Proceedings of the 4th Asia-pacific international symposium – Advanced reliability IV: Beyond the traditional reliability and maintainability approaches*. NewZeland. Mc-Graw Hill international Enterprises.

Murthy, D.N.P. & Blischke, W.R. (2005). *Warranty management and Product manufacture*, Springer Series in reliability engineering, USA.

Pandey, R.K. & Gupta, S. (2011). Supply Chain Inventory Model with Time Dependent Demand for Decaying Items under Inflation. *International Transactions in Applied Sciences*, 3(1): 122-130.

Popovic, V., Stamenkovic, D. &Rakicevic, B. (2012). Choosing the Right Warranty Policy – from the Customer's to the Manufacturer's Point of View. *International Journal of Applied Physics and Mathematics* 2(5): 333-335.

Rahman, A &Chattopadhyay, G. (2010). Modeling risks to manufacturer and buyer for lifetime warranty policies. *International Journal of Management Science and Engineering Management*, 5(3): 203-209.

Sarker, B.R., Jamal, A.M.M. & Wang, S. (2000). Supply chain models for perishable products under inflation and permissible delay in payment, *Computers & Operations Research*, 27 (1): 59-75.

Stamenković, D., Popović, V., Spasojević-Brkić, V. & Radivojević, J. (2011). Combination free replacement and pro-rata warranty policy optimization model. *Journal of Applied Engineering Science*, 9(4): 457-464.

پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی
پرتال جامع علوم انسانی