



## Insurance Products Ratemaking and Insurance Company Financial Solvency Ratio Calculation via Potential Deviation Ratio Method

**Saeed Shirkavand**

Associate Prof., Department of Financial Management and Insurance, Faculty of Management, University of Tehran, Tehran, Iran. E-mail: shirkavand@ut.ac.ir

**Ghadir Mahdavi Kalishami**

Associate Prof., Department of Insurance, ECO College of Insurance, University of Allameh Tabataba'i, Tehran, Iran. E-mail: mahdavi@atu.ac.ir

**Nima Pazoki**

\*Corresponding author, Ph.D. Candidate, Department of Finance, Faculty of Management, University of Tehran, Tehran, Iran. E-mail: nima\_pazoki@yahoo.com

### Abstract

**Objective:** The goal of this research is to calculate the amount which must be paid for a fair premium based on the principle of equity and the financial solvency ratio of an insurance company based on the principle of equivalence, via potential deviation ratio method as a new method.

**Methods:** The aggregate loss variable has been derived from Severity and Frequency of the losses. In this method, first the actual statistical distributions of these variables are estimated and then the fair premium is calculated based on the principle of equity. Next, the amount of potential deviation ratio, which is required to increase the financial solvency margin of the insurance company, is calculated. The model for calculating the premium, as well as the more precise concept of financial solvency of the insurance company that is provided in this research, is based on scientific foundations and can be used as a new method for all insurance fields.

**Results:** The results of this research show that the calculated amount of premiums and potential deviation ratio that is required to increase the financial solvency ratio of the insurance company, by estimating the actual distribution of frequency and severity of the claims compared with when these variables are assumed to be normal distributed, are different. The difference is especially important in the higher levels of confidence.

**Conclusion:** It can be concluded that in the case of calculating premiums and potential deviations based on assuming the normal distribution for the data, the real financial solvency ratio would be different from the apparent calculated financial solvency ratio of the insurance company. Furthermore, lacking the ability to precisely price the premiums may cause the insurance company to quickly fall down to bankruptcy.

**Keywords:** Principle of equity, Potential deviation ratio, Financial solvency ratio, Claims frequency, Claims severity.

**Citation:** Shirkavand, S., Mahdavi Kalishami, GH., & Pazoki, N. (2019). Insurance Products Ratemaking and Insurance Company Financial Solvency Ratio Calculation via Potential Deviation Ratio Method. *Financial Research Journal*, 21(2), 165-186. (in Persian)

Financial Research Journal, 2019, Vol. 21, No.2, pp. 165-186

DOI: 10.22059/frj.2019.270699.1006769

Received: Received: December 02, 2018; Accepted: April 20, 2019

© Faculty of Management, University of Tehran

## قیمت گذاری محصولات بیمه‌ای و محاسبه حاشیه توانگری مالی شرکت بیمه با استفاده از

### روش نسبت انحراف بالقوه از میانگین

سعید شیرکوند

دانشیار، گروه مدیریت مالی و بیمه، دانشکده مدیریت، دانشگاه تهران، تهران، ایران. رایانامه: shirkavand@ut.ac.ir

غدير مهدوی کلیشمی

دانشیار، گروه بیمه، دانشکده بیمه اکو، دانشگاه علامه طباطبائی، تهران، ایران. رایانامه: mahdavi@atu.ac.ir

نیما بازوکی

\* نویسنده مسئول، دانشجوی دکتری، گروه مالی، دانشکده مدیریت، دانشگاه تهران، تهران، ایران. رایانامه: nima\_pazoki@yahoo.com

### چکیده

**هدف:** هدف این تحقیق محاسبه حق بیمه منصفانه، بر اساس اصل برابری، همراه با محاسبه نسبت توانگری مالی شرکت بیمه به روش جدید نسبت انحراف بالقوه از میانگین است.

**روش:** متغیر خسارت کل، از دو متغیر فراوانی و شدت خسارات به دست می‌آید. در این روش، ابتدا توزیع آماری واقعی دو متغیر فراوانی و شدت خسارات برآورد شده، سپس بر پایه اصل برابری حق بیمه منصفانه محاسبه شده است. در مرحله بعد، مقدار انحراف بالقوه از میانگین لازم برای افزایش توانگری مالی شرکت بیمه به دست آمده است. مدل محاسبه حق بیمه و مفهوم دقیق تر توانگری مالی شرکت بیمه‌ای که در این پژوهش ارائه شده، بر پایه مبانی علمی استوار است و می‌تواند به‌عنوان روش جدیدی برای کلیه رشته‌های بیمه به کار برده شود.

**یافته‌ها:** یافته‌های این تحقیق نشان می‌دهد که برای دستیابی شرکت بیمه به توانگری مالی بیشتر، مقدار حق بیمه و انحراف بالقوه از میانگینی که از طریق تخمین توزیع واقعی فراوانی و شدت مطالبات به دست می‌آید، متفاوت از مقداری است که با فرض نرمال بودن داده‌ها این مقادیر محاسبه می‌شوند. این تفاوت به‌ویژه برای سطوح اطمینان بیشتر، بسیار حیاتی است.

**نتیجه‌گیری:** از یافته‌های این تحقیق می‌توان نتیجه گرفت که در صورت محاسبه حق بیمه و انحراف بالقوه از میانگین با فرض نرمال بودن توزیع داده‌ها، در واقع توانگری مالی واقعی با توانگری مالی ظاهری محاسبه شده برای شرکت بیمه متفاوت خواهد بود و دقیق نبودن این قیمت گذاری ممکن است که شرکت بیمه را به سرعت در سراشیبی ورشکستگی قرار دهد.

**کلیدواژه‌ها:** اصل برابری، نسبت انحراف بالقوه از میانگین، نسبت توانگری مالی، فراوانی مطالبات، شدت مطالبات.

**استناد:** شیرکوند، سعید؛ مهدوی کلیشمی، غدير؛ بازوکی، نیما (۱۳۹۸). قیمت گذاری محصولات بیمه‌ای و محاسبه حاشیه توانگری مالی شرکت بیمه با استفاده از روش نسبت انحراف بالقوه از میانگین. *تحقیقات مالی*، ۲۱(۲)، ۱۶۵-۱۸۶.

## مقدمه

یکی از فعالیت‌های بسیار مهم شرکت‌های بیمه، تعیین قیمت خدمات بیمه‌ای است. به‌منظور ثبات در فعالیت‌های بیمه‌ای، می‌بایست قیمت‌های منصفانه‌ای تعیین شود. قیمت‌گذاری در صنعت بیمه با صنایع دیگر متفاوت است. در این صنعت قیمت‌گذاری برای خدمات آتی، بر اساس رخدادهای گذشته صورت می‌گیرد و فرض می‌شود آینده، تکراری از گذشته است. قیمت محصولات بیمه‌ای، از یک سو نباید سبب شود که مشتری‌های شرکت بیمه از دست بروند و از سوی دیگر، خسارت‌های مورد انتظار و هزینه‌های بیمه‌گری و همچنین احتمال حوادث فاجعه‌آمیز و... را پوشش دهد. قیمت‌گذاری در صنعت بیمه همواره تحت تأثیر دو عامل مهم قرار دارد: ۱. پیش‌بینی و ریسک مرتبط با آن (با توجه به مشخص نبودن آینده) و ۲. قوانین و مقررات. از این رو، مسئله تعیین حق بیمه عادلانه یا منصفانه در دانش محاسبات فنی بیمه، همواره یکی از مسائل مهم بوده است. از سوی دیگر، موضوع توانگری مالی شرکت بیمه برای پوشش خسارات احتمالی آتی و همچنین هزینه‌های بیمه‌گری، یکی از موضوعات اساسی مطرح در صنعت بیمه است. تعیین قیمت مناسب که از نظر بیمه‌گزار منصفانه باشد، در نهایت سبب می‌شود که هم مشتری را در فضای رقابتی جذب کند و هم در سطح اطمینان مناسب، توانگری مالی شرکت بیمه را برای پوشش تعهدات تأمین کند.

پایه و اساس روش به‌کار رفته در این تحقیق، اصل برابری است که مبنای فعالیت شرکت‌های بیمه و محاسبات مربوط به حق بیمه است. طبق این اصل، مجموع خسارت‌های احتمالی باید با مجموع حق بیمه‌های جمع‌شده در هر رشته بیمه‌ای در یک دوره زمانی، مشخص برابر باشد. در روش معرفی‌شده، ضمن محاسبه حق بیمه منصفانه و کل، به‌طور هم‌زمان، می‌توان میزان توانگری مالی شرکت بیمه را که همان سطح اطمینان شرکت بیمه در پوشش خسارات یا تعهدات آتی است، محاسبه کرد. وجه تمایز روش ارائه‌شده در این تحقیق برای محاسبه حاشیه توانگری مالی شرکت‌های بیمه، در مقایسه با روش‌های متداول این است که در اینجا برخلاف مدل‌های پیشین که عموماً از نسبت سرمایه مورد نیاز به سرمایه موجود شرکت بیمه استفاده کرده‌اند، از مفهوم عینی توانگری مالی به‌معنای احتمال پاسخ‌گویی به کل مطالبات مشتریان، به‌عنوان شاخص توانگری مالی استفاده شده است. در این تعریف، شاخص توانگری مالی یک احتمال است. این احتمال به‌طور دقیق برابر است با احتمالی که شرکت بیمه قادر است به تعهداتی که پذیرفته، عمل کند.

در این مقاله ابتدا پیشینه‌های نظری و تجربی تحقیق، شامل قیمت‌گذاری پیشین و پسین، ارائه شده است. سپس در قالب روش‌شناسی پژوهش، نحوه محاسبه حق بیمه بر اساس اصل برابری، نسبت انحراف بالقوه از میانگین، توزیع‌های آماری فراوانی و شدت مطالبات، قانون اعداد بزرگ در صنعت بیمه، بررسی حق بیمه در وضعیت‌های متفاوت بازار و داده‌های استفاده‌شده توضیح داده می‌شود. در یافته‌های پژوهش، نتایج به‌کارگیری مدل معرفی‌شده در این تحقیق ارائه شده و در نهایت بحث و نتیجه‌گیری آمده است.

## پیشینه نظری

در حرفه بیمه، دنویت<sup>۱</sup> (۲۰۰۶) قیمت‌گذاری را روشی برای تعیین حق بیمه عادلانه با توجه به مشخصات ریسک فردی بیمه‌گذار در نظر گرفت. در کسب‌وکار بیمه با توجه به ناهمگونی پرتفوی بیمه که مفهومی با عنوان اطلاعات نامتقارن را پدید می‌آورد، بر لزوم وجود تعرفه‌های مختلف تأکید شده است. در ادبیات اقتصادی دو جنبه اطلاعات نامتقارن مدنظر است: مخاطرات اخلاقی<sup>۲</sup> و انتخاب نامساعد<sup>۳</sup>.

چیاپوری، جولین، سالانیه و سالانیه<sup>۴</sup> (۲۰۰۶) بر این واقعیت تأکید کردند که مخاطرات اخلاقی زمانی به‌وقوع می‌پیوندد که احتمال وقوع ریسک به رفتار بیمه‌گذار و تصمیمات او بستگی داشته باشد. به بیان دیگر، در کسب‌وکار بیمه، مشکل اطلاعات می‌تواند به‌صورت اثر اعمال حق بیمه یکسان برای کل پرتفوی بیمه بیان شود. در مطالعات تجربی اخیر، چیاپوری و سالانیه<sup>۵</sup> (۲۰۰۰) و همچنین دیئونه، گوریه روکس و واناسه<sup>۶</sup> (۲۰۰۱ و ۲۰۰۶) بیان کردند که قیمت‌گذاری بیمه برای مقابله با اطلاعات نامتقارن، از طریق تقسیم پرتفوی بیمه به زیرمجموعه‌های کوچک‌تر مؤثر است. در این زیرمجموعه‌ها، می‌توان ریسک‌ها را مستقل از هم در نظر گرفت و با این کار، حق بیمه‌های متفاوتی بسته به سنگینی ریسک در هر طبقه در نظر گرفته می‌شود. در تقسیم‌بندی پورتفوی شرکت بیمه به زیرمجموعه‌های کوچک‌تر، معیارهای طبقه‌بندی ریسک بسیار مهم است. به این ترتیب، اگر ریسک‌ها بر اساس اطلاعات پیشین یا مقدم بیمه‌شده یا دارایی‌های بیمه‌شده طبقه‌بندی شوند، طبقات ایجاد شده پیشین یا مقدم نام‌گذاری می‌شوند. به‌طور عکس، اگر اطلاعات تاریخی مطالبات خسارات هر بیمه‌شده مدنظر قرار گیرد، طبقات ریسک پسین یا مؤخر به‌دست می‌آید. با توجه به این تفاوت، ادبیات اکچوئری دو مفهوم قیمت‌گذاری را ارائه می‌دهد: قیمت‌گذاری پیشین<sup>۷</sup> و قیمت‌گذاری پسین<sup>۸</sup>. به‌منظور ایجاد فرایند تعرفه‌گذاری مناسب، اکچوئرها معمولاً به تکنیک‌های رگرسیون تکیه می‌کنند. چنین تکنیک‌هایی، متغیرهای مستقل مختلفی را شامل می‌شوند که متغیرهای طبقه‌بندی یا رتبه‌بندی نامیده می‌شوند تا اکچوئر توانایی ساخت انواع طبقات ریسک متناسب با مشخصات ریسک را داشته باشد. در واقع، متغیرهای مستقل در این مدل‌ها، ویژگی‌ها و خصوصیات ریسک هستند که بر اساس آنها طبقه‌بندی ریسک انجام می‌شود. برای بیمه‌های غیرعمر، متغیرهای وابسته در این مدل‌ها، معمولاً، تعداد مطالبات خسارات بر حسب تعداد در معرض خطرها (فراوانی مطالبات خسارات) در یک سو و مقدار خسارت مربوطه برای مطالبات (شدت مطالبات) در سوی دیگر است. برای طبقه‌بندی ریسک یک پورتفوی ملاحظات آماری که اغلب معیارهای اکچوئری نامیده می‌شوند، مهمترین معیارهای انتخاب متغیرهای طبقه‌بندی یا رتبه‌بندی هستند. ملاحظات دیگری مثل ملاحظات اجتماعی و قانونی نیز وجود دارد.

1. Denuit  
3. Adverse selection  
5. Chiappori & Salanié  
7. Priori pricing

2. Moral Hazard  
4. Chiappori, Jullien, Salanié, & Salanié  
6. Dionne, Gouriéroux, & Vanasse  
8. Posteriori pricing

## پیشینه تجربی

از زمان گسترش اولیه ایجاد یک سیستم طبقه‌بندی ریسک پسین و پیشین، معمولاً تکنیک‌های رگرسیون عادی بر اساس فرض نرمال بودن داده‌ها به کار می‌رفته‌اند. برای مثال، لمین<sup>۱</sup> (۱۹۸۵) با فرض نرمال بودن داده‌ها از رگرسیون استفاده کرد. مدل‌های خطی پیشنهاد شده لجندر و گاوس<sup>۲</sup> در قرن ۱۹، به عنوان مدل‌های پیشرو در اقتصادسنجی مطرح هستند. در این زمینه مدل‌های خطی ارائه شده بر پایه مجموعه‌ای از فرضیه‌ها بنا نهاده شده‌اند (تابع چگالی احتمال گوسی، خطی بودن پیش‌بینی‌کننده و ناهمسان‌گردی) که با واقعیت داده‌های فراوانی و شدت خسارات بیمه تطابق ندارند (میها<sup>۳</sup>، ۲۰۱۵).

## قیمت‌گذاری پیشین

چارپنتیر و دنویت<sup>۴</sup> (۲۰۰۴) ایده اصلی در قیمت‌گذاری پیشین را بخش کردن ریسک‌های بیمه‌شده در طبقات مختلف می‌دانند؛ به گونه‌ای که در هر طبقه ریسک‌های مشابه و معادلی در نظر گرفته شود و با قانون و معیار مشابهی گروه‌بندی شده باشند.

با مثال‌های اکچوئری ندلر و مک‌کولگ<sup>۵</sup> (۱۹۸۹)، مدل‌های خطی تعمیم‌یافته به کاربرد صنعتی آماری معمول برای قیمت‌گذاری بیمه‌های غیر عمر تبدیل شدند. از دید ایشان، مدل‌های خطی تعمیم‌یافته دو مزیت اصلی دارند: اول، مدل‌های خطی تعمیم‌یافته برای داده‌های غیرنرمال به کار می‌روند. در این حالت رگرسیون به خانواده توزیع‌های نمایی (نرمال، پواسون، دوجمله‌ای، گاما) توسعه می‌یابد. دوم، با استفاده از این مدل‌ها، رگرسیون خطی توسط یک تابع لینک به متغیر وابسته مرتبط می‌شود و اثر افزایشی متغیرهای مستقل را بر میانگین انتقال یافته به جای خود میانگین مدل‌سازی می‌کند. به بیان دیگر، این تابع، پیش‌بینی‌کننده خطی را به میانگین متغیر وابسته مرتبط می‌کند. در مقایسه با تکنیک‌های رویه حداقل انحراف، مدل‌های خطی تعمیم‌یافته چارچوب تئوری دارند، به همین علت، استفاده از آزمون‌های آماری به منظور ارزیابی مناسب بودن مدل در آنها میسر است.

امروزه، مدل‌های خطی تعمیم‌یافته GLM، کاربرد صنعتی استاندارد برای قیمت‌گذاری ریسک‌ها دارند. در مقاله هابرم و رنشاو<sup>۶</sup> (۱۹۹۶) کاربرد آنها در علوم اکچوئری مرور شده است. مباحث بیشتری از مدل‌های GLM با تمایل به کاربرد در علوم اکچوئری در مقالات دی‌جونگ و هلر<sup>۷</sup> (۲۰۰۸)، فریز (۲۰۱۰) و کاس و گوواوترس، دانه و دنویت<sup>۸</sup> (۲۰۰۸) وجود دارد. مدل‌های GLM، چارچوب مدل‌های خطی معمولی را به طبقه توزیع‌های حاصل از توزیع نمایی گسترش داده‌اند. کاس و همکاران (۲۰۰۸) در مقاله خود بیان می‌کنند که وقتی سیستم‌های طبقه‌بندی ریسک برای فراوانی مطالبات مدنظر اکچوئری است، دو مدل GLM بیشتر در کانون توجه قرار دارد: رگرسیون پواسون و رگرسیون دو

1. Lemaine  
3. Mihaela  
5. Nedler, & McCullagh  
7. De Jong & Heller

2. Legendre & Gauss  
4. Charpentier & Denuit  
6. Haberman, & Renshaw  
8. Kass, Goovaerts, Dhaene, & Denuit

جمله‌ای منفی. همچنین اشاره می‌کنند که داده‌های اکچوئری در خصوص شدت مطالبات، معمولاً مثبت و اغلب به سمت راست چولگی دارند و دارای دم راست بلند<sup>۱</sup> هستند. کارهای اخیر ییپ و یالو<sup>۲</sup> (۲۰۰۵) و بوچر و همکاران<sup>۳</sup> (۲۰۰۷) در ادبیات اکچوئری، کاربرد توزیع‌های پارامتریک را برای تطبیق با مشخصات ویژه داده‌های اکچوئری برجسته می‌کنند. کامرون و تریودی<sup>۴</sup> (۱۹۹۸)، وینکلمن<sup>۵</sup> (۲۰۰۳)، یالو و همکاران (۲۰۰۳) و لی و همکاران<sup>۶</sup> (۲۰۰۶) به طور مشابه، مدل‌های رگرسیونی را برای داده‌های با صفرهای زیاد (گزارش نشدن خسارت) در اقتصادسنجی و آمار مطرح کردند. توزیع دوجمله‌ای منفی، نخستین نمونه از ترکیب توزیع پواسون است. سایر ترکیب‌های پیوسته از توزیع پواسون که در ادبیات اکچوئری وجود دارد، توزیع پواسون - گاوسی معکوس و توزیع پواسون - لاگ نرمال است. این مدل‌ها و سایر مدل‌های ترکیبی را پنجر و ویلموت<sup>۷</sup> (۱۹۹۲) ارائه کرده‌اند. کلاس GB2<sup>۸</sup> که در اقتصاد برای مدل کردن توزیع درآمد توسط مک‌دونالد<sup>۹</sup> (۱۹۸۴) ارائه شده، شامل چهار پارامتر است که انعطاف‌پذیری بیشتری دارد و برای انطباق متغیرهای مستقل نیز توانا تر است (سان و همکاران<sup>۱۰</sup>، ۲۰۰۸). حالت خاصی از کلاس GB2 توزیع Burr type XII است. بیرلنت و همکاران<sup>۱۱</sup> (۱۹۹۸) این رگرسیون را در ادبیات اکچوئری معرفی کردند. مدل‌های جمعی تعمیم‌یافته (GAMs)<sup>۱۲</sup> اجازه بیشتری برای ارتباط منعطف میان یک متغیر وابسته و یک سری متغیرهای مستقل می‌دهند. GAMها جایگزینی برای GLMها هستند. همان طور که در صنعت لازم است، GAMها از دسته‌بندی فاکتورهای ریسک پیوسته استفاده می‌کنند. دنویت و لانگ<sup>۱۳</sup> در سال ۲۰۰۴ بحث نرخ‌گذاری با مدل‌های رگرسیونی جمعی را مطرح کردند. ووتریک و سوییتزلند<sup>۱۴</sup> (۲۰۱۷) مباحث ریاضیات و آمار بیمه‌های غیرعمر را در کار خود پوشش دادند. در این کار، مباحثی از قبیل مدل‌سازی آماری خسارت کل، توزیع‌های آماری فراوانی و شدت مطالبات، تخمین پارامترهای مربوط به مدل‌های آماری و اصول محاسبه حق بیمه خالص، پوشش داده شده است. باهنمن<sup>۱۵</sup> (۲۰۱۵) در کتاب خود با عنوان *توزیع‌ها برای اکچوئرها* به بررسی توزیع‌های مناسب برای داده‌های فراوانی و شدت مطالبات و همچنین مطالبات کل پرداخته و مباحث مربوط به مطالبات بیش از حد<sup>۱۶</sup> را نیز پوشش داده است. میهالا<sup>۱۷</sup> (۲۰۱۵) در مقاله خود به بررسی مفاهیم نظری و مطالعات تجربی در زمینه قیمت‌گذاری بیمه‌های غیرعمر پرداخته است (آنتونیو و والدز<sup>۱۸</sup>، ۲۰۱۰).

### قیمت‌گذاری پسین

در ادبیات اکچوئری مشاهده می‌شود که با استفاده از قیمت‌گذاری پیشین، ارتباط میان بعضی متغیرهای تعرفه و عوامل ریسک شناسایی نمی‌شوند. برخی از عوامل مهم ریسک که به طور مستقیم مشاهده نمی‌شوند، انحراف از فرض همسانی

1. Long Right Tail  
3. Boucher et al.  
5. Winkelmann  
7. Panjer & Willmot  
9. McDonald  
11. Beirlant et al.  
13. Denuit & Lang  
15. Bahnemann  
17. Mihaela

2. Yip & Yau  
4. Cameron and Trivedi  
6. Lee & et al.  
8. Generalized Beta of the Second Kind  
10. Sun et al.  
12. Generalized additive models  
14. Wüthrich & Switzerland  
16. Excess claim  
18. Antonio & Valdez

یک سیستم مؤثر طبقه‌بندی ریسک را سبب می‌شوند. برای رفع محدودیت‌های این نوع قیمت‌گذاری، رویکرد مدل‌های اکچوئری پسین کاربردی‌ترند؛ زیرا در آن از اطلاعات اضافه در خصوص سابقه مطالبات خسارت افراد بیمه‌گذار برای محاسبه تعرفه استفاده می‌شود. یکی از روش‌های قیمت‌گذاری پسین بر پایه تئوری باورمندی<sup>۱</sup> است. ساویج<sup>۲</sup> (۱۹۵۴) تأکید کرد که مفهوم باورمندی به‌طور نزدیکی با احساس ریسک مرتبط است. افراد برای وقوع پدیده‌های معین، درجه‌های متفاوتی از باورمندی را قائل هستند. فرمول‌بندی مدل‌های باورمندی اکچوئری کلاسیک توسط بولمان (۱۹۷۰) ارائه شده است که پایه نظری نرخ‌گذاری پسین یا تجربی است. افراد حرفه‌ای در صنعت بیمه و محققان، کارهای پایه‌ای وی را در جهات مختلف توسعه داده‌اند. برای مثال، جیول<sup>۳</sup> (۱۹۷۵) مدل‌های باورمندی را برای پرتفویهای ساختاریافته سلسله‌مراتبی ارائه داد و هاجمیستر<sup>۴</sup> (۱۹۷۵) مفاهیم طبقه‌بندی ریسک پیشین را با تئوری باورمندی ترکیب کرد (می‌هالا، ۲۰۱۵).

یکی از نسخه‌های تجاری تئوری باورمندی، سیستم پاداش - جریمه است که توسط پسونن<sup>۵</sup> (۱۹۶۲) معرفی شد. او قوانینی برای به‌دست‌آوردن حق بیمه‌های بهینه برای هر طبقه از ریسک با توجه به سطح پاداش - جریمه آن، ایجاد کرد. ایده اصلی این روش، بعدها توسط لمیر<sup>۶</sup> (۱۹۹۵) با جزئیات بیشتری بیان شد. وی بیان کرد که در سیستم پاداش - جریمه که از تعداد محدودی از سطوح تشکیل شده، بیمه‌گذاران با توجه به قوانین انتقال از یک سطح به سطح دیگر و با توجه به تعداد مطالبه خسارات به دلیل قصور خود، جایگاه خاصی دارند. برای هر جایگاه، ضریب خاصی روی حق بیمه خالص محاسبه شده در مرحله پیشین اعمال می‌شود. با توجه به کار دنویت (۲۰۰۶)، سیستم پاداش - جریمه سبب می‌شود که حق بیمه‌ها با عوامل ریسک شخصی پنهانی که با در نظر گرفتن مطالبات خسارات ثبت شده قبلی برآورد می‌شود، مطابقت پیدا کنند. بنابراین در مفهوم بازارهای بیمه، هدف اصلی سیستم پاداش - جریمه، ارزیابی درجه ریسک فردی به‌روشی منصفانه است، به‌شکلی که شرکت بیمه، تقاضای حق بیمه‌ای متناسب با مشخصات ریسک بیمه‌شده و سابقه تاریخی مطالبات خسارات را داشته باشد.

در پژوهش‌های داخلی، مهدوی و نصیری (۱۳۹۰) دو روش حق بیمه خالص و ضریب خسارت را برای محاسبه حق بیمه آتش‌سوزی ارائه کردند. در این مقاله با فرض نرمال بودن داده‌ها، متغیرهای اصلی معادله اساسی بیمه و اصل برابری برآورد شده و بر اساس آن حق بیمه محاسبه شده است. صفری و دولت‌آبادی (۱۳۹۱) در مقاله‌ای، قیمت‌گذاری بیمه عمر به‌روش رگرسیون خطی را ارائه کردند. در این مدل تأثیر ریسک مرگومیر بر حق بیمه بررسی شده است. عزیز نصیری و نصیری (۱۳۹۴) در مقاله‌ای به محاسبه نرخ و ضرایب ریسک در بیمه بدنه اتومبیل با استفاده از مدل خطی تعمیم‌یافته و داده‌های خسارت بیمه بدنه اتومبیل پرداختند و ضرایب متغیرهای پیشین تأثیرگذار در ریسک بیمه بدنه را از طریق مدل‌های خطی تعمیم‌یافته تعیین کردند. عزیز نصیری، قره خانی، ماجدی و نصیری (۱۳۹۰) در مقاله خود با عنوان

1. Credibility
2. Savage
3. Jewell
4. Hachemeister
5. Pesonen
6. Lemaire

«محاسبه توانگری مالی شرکت‌های بیمه بر اساس سرمایه مبتنی بر ریسک انجمن ملی بیمه‌گران آمریکا»، مدل سرمایه مبتنی بر ریسک را برای تعیین کفایت سرمایه قانونی شرکت‌های بیمه به‌منظور جبران تعهدات ارائه دادند. در این مدل، سرمایه موجود شرکت بیمه با سرمایه مورد نیاز برای پوشش تعهدات آتی شرکت مقایسه می‌شود. برای این کار باید کلیه ریسک‌های شرکت بیمه شناسایی و پس از آن، کمی‌سازی شوند. بیلندی (۱۳۹۰) مدل محاسباتی حد توانگری مالی مؤسسه‌های بیمه را با رویکرد حسابداری ارائه کرده است. وی در کار خود با تعیین ضرایب ریسک برای اقلام ترازنامه شرکت که به‌صورت قضاوتی است، با استفاده از نسبت سرمایه مورد نیاز به سرمایه موجود، حد توانگری مالی شرکت بیمه را محاسبه کرده است. مطیعی، اسماعیل‌زاده و جهان‌شاد (۱۳۹۶) دربارهٔ رابطه توانگری مالی با متغیرهای مالی شرکت بیمه، نظیر نسبت نقدینگی یا عملکرد سرمایه‌گذاری تحقیق کردند و به بررسی معناداری رابطه این متغیرها با توانگری مالی شرکت پرداختند. ترکستانی، قربانی و فروتن (۱۳۹۲) از تکنیک‌های داده‌کاوی برای محاسبه و پیش‌بینی توانگری مالی شرکت‌های بیمه بهره بردند. پایه محاسبات توانگری آنان، نسبت سرمایه مورد نیاز به سرمایه موجود بود. نعمتی و کاظمی (۱۳۹۳) رتبه‌بندی شرکت‌های بیمه را با استفاده از روش‌های تصمیم‌گیری چند شاخصه ارائه کردند. آنان در این کار از شاخص‌های مالی و غیرمالی شرکت‌های بیمه به‌عنوان ورودی‌های مدل خود استفاده کردند. مهرگان، صفری و جعفرزاده (۱۳۹۴) شعبه‌های شرکت بیمه ایران را با استفاده از نسبت‌های مالی و تکنیک تحلیل پوشش داده‌ها ارزیابی کردند. باجلان، راعی و محمدی (۱۳۹۵) مدل‌سازی تابع زیان بیمه‌ای را با استفاده از ترکیب توزیع تی استودنت چوله هایپربولیک تعمیم‌یافته و نظریه مقادیر فرین ارائه کردند. در سال بعد، باجلان، راعی و محمدی (۱۳۹۶) مقاله دیگری را با عنوان «مدل‌سازی تابع توزیع زیان‌های بیمه‌ای با بهره‌گیری از توزیع‌های ترکیبی و مفهوم کاپیولا» منتشر کردند. اختلاف مدل ارائه شده در این مقاله با روش‌های پیشین این است که در این مقاله، حق بیمه خالص ابتدا با استفاده از مدل‌سازی آماری توزیع واقعی فراوانی و شدت مطالبات و بر اساس اصل برابری محاسبه می‌شود. سپس با استفاده از مفهوم، انحراف بالقوه از میانگین ارائه‌شده و مفهوم واقعی توانگری مالی، شاخص توانگری شرکت بیمه به دست می‌آید. در این مفهوم، احتمال اینکه شرکت بیمه در آینده قادر باشد به تعهدهای خود عمل کند، به‌عنوان شاخص توانگری مالی در نظر گرفته شده است. این احتمال برای مثال می‌تواند ۹۹ یا ۹۵ یا ۹۰ درصد باشد و این احتمالات به این معنا هستند که شرکت بیمه با احتمال ۹۹ یا ۹۵ یا ۹۰ درصد، توانایی پاسخ‌گویی به مطالبات مشتریان یا همان تعهدات شرکت را خواهد داشت.

## روش‌شناسی پژوهش

### محاسبه حق بیمه بر اساس اصل برابری

یکی از اصول مهم در دانش محاسبات فنی بیمه، اصل برابری است که مبنای فعالیت شرکت‌های بیمه و محاسبات مربوط به حق بیمه، به‌خصوص در رشته‌های اموال و حوادث است. شرکت‌های بیمه باید در محاسبه مقدار حق بیمه دو موضوع را در نظر بگیرند. از یک سو بیمه‌گر باید حق بیمه‌ای را تعیین کند که نه تنها خسارت‌های مورد انتظار و هزینه‌های



بیمه‌گری و احتمال حوادث فاجعه‌آمیز و غیره را تحت پوشش قرار دهد، بلکه سود مدنظر شرکت بیمه را نیز فراهم کند. از سوی دیگر، در بازار رقابتی بیمه، اگر بیمه‌گر حق بیمه‌ای را تعیین کند که از حق بیمه منصفانه به‌طور معناداری بیشتر باشد، مشتریان خود را از دست خواهد داد. اصل برابری این مسئله را به‌شکل زیر بیان می‌کند (ورنر و مادلین<sup>۱</sup>، ۲۰۱۶):

رابطه (۱) ارزش انتظاری مجموع خسارت‌های احتمالی = مجموع حق بیمه‌های جمع شده

بر اساس این اصل، در هر رشته بیمه‌ای مجموع حق بیمه‌های جمع‌شده از کلیه بیمه‌گذاران تقریباً باید برابر با مجموع خسارت‌های مورد انتظار در یک دوره زمانی مشخص باشد. با استفاده از همین اصل، فرمول محاسبه حق بیمه خالص به‌صورت زیر است:

$$\text{رابطه (۲)} \quad \text{میانگین شدت خسارات} \times \text{میانگین تعداد خسارات} = \frac{\text{مجموع خسارت‌های احتمالی}}{\text{تعداد بیمه شده‌ها}} = \text{حق بیمه خالص} = \frac{\text{مجموع خسارت‌های احتمالی}}{\text{تعداد بیمه شده‌ها}}$$

$$\text{رابطه (۳)} \quad \text{متوسط شدت خسارت} \times \text{نرخ یا فراوانی خسارت} = \text{حق بیمه خالص}$$

$$\text{رابطه (۴)} \quad \text{فراوانی} = \frac{\text{تعداد خسارات}}{\text{تعداد بیمه‌نامه‌ها یا تعداد در معرض خطرها}}$$

$$\text{رابطه (۵)} \quad \text{شدت} = \frac{\text{خسارت کل}}{\text{تعداد خسارات}}$$

$$\text{رابطه (۶)} \quad Pu.Pr = \frac{\bar{n}}{p} \times \bar{x}$$

در این روابط  $Pu.Pr$  حق بیمه خالص،  $\bar{n}$  میانگین تعداد خسارات،  $\bar{x}$  میانگین مقدار یا شدت خسارات و  $p$  تعداد بیمه‌نامه‌ها یا تعداد افراد بیمه شده است.

حق بیمه خالص، حق بیمه‌ای است که تنها برای پوشش خسارات در نظر گرفته می‌شود و هزینه‌های بالاسری را شامل نمی‌شود و به همین دلیل به آن هزینه خسارت<sup>۲</sup> می‌گوییم. در این حالت، حق بیمه خالص میانگین خسارتی است که در اثر به اشتراک گذاشتن ریسک بین تمامی اعضای گروه به هر بیمه‌گذار به ازای هر بیمه‌نامه اختصاص می‌یابد. به حق بیمه محاسبه‌شده بر اساس اصل برابری، حق بیمه منصفانه یا عادلانه نیز گفته می‌شود. در فرایند محاسبه حق بیمه کل<sup>۳</sup> نه‌تنها مقدار خسارات یا به بیان دیگر، هزینه خسارات در نظر گرفته می‌شود، بلکه هزینه‌هایی که شرکت‌های بیمه در جریان صدور بیمه‌نامه و ارزیابی خسارت متحمل می‌شوند، همراه با هزینه‌های عمومی و اداری شرکت‌های بیمه و

1. Werner, & Modlin  
2. Loss Cost  
3. Total Premium

همچنین سایر هزینه‌ها، در نظر گرفته می‌شود. تمام این هزینه‌ها تحت عنوان عامل سربار<sup>۱</sup> با حق بیمه خالص جمع می‌شود تا حق بیمه نهایی یا حق بیمه ناخالص به دست آید. این عامل سربار به صورت درصدی از حق بیمه کل بیان می‌شود که حق کمیسیون نماینده‌ها و کارگزاران بیمه، هزینه‌های عمومی اداری، مالیات بر حق بیمه‌ها، هزینه ارزیابی خسارت، احتمال حوادث غیرمترقبه، سود، هزینه انتخاب نامساعد و مخاطرات اخلاقی را شامل می‌شود (مهدوی، نصیری، ۱۳۹۱).

رابطه (۷) عامل سربار + حق بیمه خالص = حق بیمه کل

$\beta \times \text{حق بیمه کل} + \text{حق بیمه خالص} = \text{حق بیمه کل}$

رابطه (۸)  $\frac{\text{حق بیمه خالص}}{1 - \beta} = \text{حق بیمه کل}$

در این رابطه  $\beta$  مقدار هزینه‌های سربار<sup>۲</sup> است که نشان می‌دهد هزینه‌های بالاسری چه درصدی از هزینه‌های کل در نظر گرفته می‌شود.

### نسبت انحراف بالقوه از میانگین

با فرض نرمال بودن توزیع فراوانی و شدت خسارات و با استفاده از مفهوم بازه‌های اطمینان، نسبت انحراف بالقوه از میانگین تعریف می‌شود. این نسبت مقدار یا درصدی از فراوانی یا شدت خساراتی است که شرکت بیمه باید علاوه بر فراوانی و شدت خسارات مورد انتظار محاسبه شده در نظر بگیرد تا  $(1 - \alpha)$  درصد مطمئن باشد که توانایی پرداخت تمامی خسارات را خواهد داشت. مقدار این نسبت با فرض نرمال بودن توزیع فراوانی و شدت خسارات از روابط زیر به دست می‌آید:

$$PDR_{(1-\alpha)\%} = \frac{\sigma_n Z_{(1-\alpha)}}{\bar{n}} \quad \text{رابطه (۹)}$$

$$PDR_{(1-\alpha)\%} = \frac{\sigma_x Z_{(1-\alpha)}}{\bar{x}} \quad \text{رابطه (۱۰)}$$

رابطه ۹ مقدار انحراف بالقوه از میانگین مربوط به فراوانی خسارات و رابطه ۱۰ مقدار مربوط به شدت خسارات است. این مقدار PDR بدان معناست که اگر شرکت بیمه بخواند  $(1 - \alpha)$  درصد مطمئن باشد که تعهدات خود را ایفا خواهد کرد، باید فراوانی یا مقدار خسارات را به اندازه مقدار محاسبه شده برای PDR مربوطه بیشتر از متوسط فراوانی یا مقدار خسارات به دست آمده از داده‌های گذشته در نظر بگیرد. در حالت واقعی، ممکن است توزیع فراوانی و شدت خسارات توزیع غیرنرمال داشته باشد. معمولاً، در صنعت بیمه، توزیع خسارات از نوع توزیع‌های دم پهن است. در این شرایط نسبت انحراف بالقوه از میانگین با توجه به توزیع واقعی خسارات محاسبه می‌شود. در این حالت با توجه به توزیع‌های آماری

1. Loading Factor  
2. Loading Ratio

برازش شده بر متغیرهای فراوانی مطالبات و شدت مطالبات، مقدار حق بیمه خالص بر اساس اصل برابری و با در نظر گرفتن مقادیر میانگین توزیع‌ها، محاسبه می‌شود.

برای هر توزیع، مقدار انحراف بالقوه از میانگین در سطح اطمینان خاصی (مثلاً ۹۰ درصد) برابر است با درصد انحراف مقدار متغیر مدنظر (مثلاً فراوانی مطالبات) در سطح اطمینان مربوطه با توجه به تابع توزیع تجمعی برازش شده از مقدار میانگین توزیع.

$$PDR = \frac{Value_{P(1-\alpha)} - Value_{P_{mean}}}{Value_{P_{mean}}} = \frac{k\sigma}{\mu} \quad \text{رابطه (۱۱)}$$

صورت کسر رابطه مقدار انحراف بالقوه از میانگین (رابطه ۱۱)، میزان انحراف مقدار متناظر با درصد اطمینان مدنظر (مقدار صدک  $\alpha$ م توزیع)، از مقدار میانگین توزیع است. بر اساس نابرابری چبیشف می‌توان این مقدار را برای توزیع‌های مختلف به صورت ضربی از انحراف معیار توزیع در نظر گرفت. نابرابری چبیشف، تضمین می‌کند که در هر نمونه تصادفی یا توزیع احتمال، تقریباً تمامی مقادیر، در نزدیکی میانگین خواهند بود. این قضیه بیان می‌کند حداکثر مقادیری که در هر توزیع می‌تواند بیش از  $k$  برابر انحراف معیار با میانگین فاصله داشته باشد،  $\frac{1}{k^2}$  است.

### تعیین مقدار انحراف بالقوه از میانگین کل با در نظر گرفتن هم‌زمان توزیع فراوانی و شدت مطالبات

با توجه به مفهوم نسبت انحراف بالقوه از میانگین، در صورتی که شرکت بیمه بخواهد با در نظر گرفتن ریسک هر دو متغیر فراوانی و شدت مطالبات، به سطح اطمینان مدنظر دست یابد، می‌بایستی با توجه به مقادیر انحراف بالقوه از میانگین محاسبه شده برای هر یک از دو متغیر برای سطح اطمینانی مشترک، مقدار بیشتر را انتخاب کند تا از این طریق، ریسک افزایش هر یک از دو متغیر برای رسیدن به سطح اطمینان مدنظر پوشش داده شود. شایان ذکر است که میزان افزایش لازم برای رسیدن به سطح اطمینان خاص با توجه به فرمول مقدار انحراف بالقوه از میانگین، به صورت زیر است.

- مقدار حق بیمه خالص با توجه به انحراف بالقوه از میانگین فراوانی مطالبات

$$P_u P_{r(1-\alpha)} = [frequency_{mean} + (k_{1-\alpha}\sigma)_{frequency}] * Severity_{mean} \quad \text{رابطه (۱۲)}$$

بنابراین مقدار افزایش لازم برای حق بیمه خالص به منظور دستیابی به سطح اطمینان  $(1-\alpha)$  درصد عبارت است از:

$$\Delta P_u P_{r(1-\alpha)} = (k_{1-\alpha}\sigma)_{frequency} \times Severity_{mean} \quad \text{رابطه (۱۳)}$$

- مقدار حق بیمه خالص با توجه به انحراف بالقوه از میانگین شدت مطالبات

$$P_u P_{r(1-\alpha)} = frequency_{mean} \times [Severity_{mean} + (k_{1-\alpha}\sigma)_{severity}] \quad \text{رابطه (۱۴)}$$

بنابراین مقدار افزایش لازم برای حق بیمه خالص برای دستیابی به سطح اطمینان  $(1-\alpha)$  درصد عبارت است از:

$$\Delta P_u P_{r(1-\alpha)} = frequency_{mean} \times (k_{1-\alpha}\sigma)_{severity} \quad \text{رابطه (۱۵)}$$

### توزیع‌های آماری شدت یا مقدار مطالبات

توزیع‌های داده‌های مربوط به متغیر مقدار مطالبات، مثبت و اغلب به سمت راست چولگی دارند و دارای دم راست بلند هستند. بر پایه مطالعات پیشین و با توجه به ویژگی‌های یاد شده، از توزیع‌های آماری شناخته‌شده برای توزیع مقدار مطالبات، می‌توان به توزیع‌های گاما، لاگ نرمال، پارتو و ویبول اشاره کرد.

### توزیع‌های آماری فراوانی یا تعداد مطالبات

متغیر تعداد مطالبات در زمان کوتاه، در واقع متغیر تصادفی برنولی است که با احتمال  $p$  مقدار ۱ و با احتمال  $1-p$  مقدار صفر می‌گیرد. سه تابع توزیع ناپیوسته‌ای که معمولاً برای مدل‌سازی تعداد مطالبات به کار می‌روند، عبارت‌اند از: توزیع دو جمله‌ای، توزیع پواسون و توزیع دو جمله‌ای منفی. البته از توزیع‌های پیوسته نیز برای مدل‌سازی متغیر تعداد مطالبات استفاده می‌شود. توزیع‌های گاما، لاگ نرمال و ویبول از جمله شناخته‌شده‌ترین توابع مناسب در این زمینه‌اند.

### قانون اعداد بزرگ در صنعت بیمه

حتی اگر ویژگی‌های جامعه‌ای با قطعیت شناخته شده باشد، بیشتر بیمه‌گران قادر به بیمه کردن کل آن جامعه نیستند، بلکه تنها می‌توانند نمونه‌ای از آن جامعه را بیمه کنند. واضح است که ارتباط بین پارامترهای جامعه و آماره‌های نمونه (میانگین و انحراف معیار) برای بیمه‌گر بسیار مهم است؛ زیرا تجربه واقعی ممکن است به‌طور معناداری با پارامترهای جامعه متفاوت باشد. می‌توان نشان داد که طبق قضیه حد مرکزی، میانگین خسارت یک نمونه تصادفی بزرگ  $n$  تایی از در معرض خطرها از توزیع نرمال پیروی می‌کند. قضیه حد مرکزی بیان می‌کند که اگر نمونه‌های تصادفی  $n$  تایی از هر توزیعی با میانگین  $\mu_x$  و انحراف معیار  $\sigma_x$  استخراج شود و  $n$  به اندازه کافی بزرگ باشد، توزیع میانگین نمونه‌ها تقریباً نرمال با میانگینی برابر با میانگین جامعه و انحراف معیار میانگین نمونه برابر با انحراف معیار جامعه تقسیم بر جذر تعداد نمونه خواهد بود.

قضیه حد مرکزی برای بیمه‌گران دو کاربرد مهم دارد. اول اینکه توزیع میانگین نمونه وقتی که  $n$  به اندازه کافی بزرگ باشد به توزیع جامعه بستگی نخواهد داشت. به بیان دیگر بدون توجه به توزیع جامعه، توزیع میانگین نمونه وقتی که حجم نمونه رو به افزایش است، به توزیع نرمال میل می‌کند.

دومین کاربرد مهم قضیه حد مرکزی برای بیمه‌گران این است که وقتی حجم نمونه افزایش می‌یابد، خطای استاندارد توزیع میانگین نمونه کاهش می‌یابد. خطای استاندارد به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma_x}{\sqrt{n}} \quad \text{رابطه ۱۶}$$

از آنجا که انحراف معیار جامعه از حجم نمونه مستقل است، خطای استاندارد توزیع نمونه می‌تواند به سادگی با افزایش حجم نمونه کاهش یابد.

در این پژوهش، موضوع افزایش تعداد بیمه‌نامه‌ها یا همان مشتریان شرکت‌های بیمه و تأثیر آن بر مقدار نسبت انحراف بالقوه از میانگین محاسبه‌شده بر پایه قانون اعداد بزرگ، بررسی می‌شود. شایان ذکر است که افزایش تعداد بیمه‌نامه‌ها، در واقع بر میانگین فراوانی یا تعداد خسارات مؤثر است. از این رو تأثیر افزایش تعداد بیمه‌نامه‌ها نیز بر مقدار انحراف بالقوه از میانگین فراوانی خسارات بررسی می‌شود.

صورت کسر فرمول مقدار انحراف بالقوه از میانگین یک توزیع (رابطه ۱۱)، میزان انحراف مقدار متناظر با درصد اطمینان مدنظر از مقدار میانگین توزیع است. این مقدار برای توزیع‌های مختلف، به صورت ضریبی از انحراف معیار توزیع است. در این مرحله با توجه به مقدار انحراف میان میانگین توزیع‌های برآش شده با مقادیر متناظر سطوح اطمینان مدنظر و همچنین مقادیر انحراف معیار و میانگین توزیع‌ها، مقدار  $k$  را بر اساس رابطه بالا برای توزیع‌های مختلف در سطوح اطمینان مدنظر محاسبه می‌کنیم.

با توجه به نسبت مستقیم مقدار انحراف بالقوه از میانگین با انحراف معیار و همچنین نسبت عکس آن با میانگین، با  $\alpha$  برابر شدن تعداد بیمه‌نامه‌ها برای مقدار انحراف بالقوه از میانگین جدید، رابطه ۱۷ به دست می‌آید.

$$PDR = \frac{k\sigma}{\sqrt{\alpha}\mu} \quad \text{رابطه ۱۷}$$

بر اساس همین فرمول مقدار انحراف بالقوه از میانگین برای توزیع‌های مختلف و در سطوح اطمینان مختلف با فرض افزایش تعداد بیمه‌نامه‌ها محاسبه می‌شود.

### بررسی مقدار حق بیمه خالص در شرایط بازار رقابتی کامل، شبه‌رقابتی و انحصاری

پس از محاسبه مقدار انحراف بالقوه از میانگین لازم برای رسیدن به حاشیه توانگری مالی مدنظر، شرکت بیمه با توجه به شرایط بازار با سه حالت مختلف روبه‌رو است، فضای بازار انحصاری، فضای بازار رقابتی کامل و فضای بازار شبه‌رقابتی.

۱. در فضای بازار انحصاری، شرکت بیمه می‌تواند با توجه به انحصار موجود و نبود شرکت‌های رقیب، کل مقدار افزایش حق بیمه مورد نیاز برای رسیدن به توانگری مدنظر خود را که از محاسبات مقدار انحراف بالقوه از میانگین حاصل شده است، به حق بیمه منصفانه اضافه کند.

۲. در فضای بازار رقابتی کامل، شرکت بیمه به منظور حفظ مزیت رقابتی خود باید کل مقدار افزایش حق بیمه مورد نیاز برای رسیدن به توانگری مدنظر را به صورت ذخیره در شرکت نگهداری کند.

۳. در فضای شبه‌رقابتی، شرکت بیمه می‌تواند بخشی از کل مقدار افزایش حق بیمه مورد نیاز برای رسیدن به توانگری مدنظر را به حق بیمه منصفانه اضافه کند و بخش باقی‌مانده را نیز به صورت ذخیره نگهداری کند.

### داده‌های استفاده‌شده

داده‌های ورودی در این تحقیق، داده‌های مربوط به مقدار خسارت کل، تعداد خسارت و تعداد بیمه‌نامه‌های مربوط به بیمه درمان ثبت شده در سایت بیمه مرکزی جمهوری اسلامی ایران است. این داده‌ها ماهانه بوده و مربوط به سال‌های

۱۳۹۳، ۱۳۹۴ و ۱۳۹۵ است. در مجموع از ۳۱ نمونه برای انجام مدل‌سازی‌های آماری استفاده شده است. به‌منظور برازش توزیع آماری روی متغیرهای شدت و فراوانی مطالبات، از توزیع‌های آماری گسسته و پیوسته استفاده شده است. مدل‌سازی‌ها و محاسبات آماری در نرم‌افزار Easyfit انجام شده است. به‌منظور بررسی نیکویی برازش توزیع‌های مذکور بر داده‌ها نیز، آزمون‌های کولموگروف اسمیرنوف و اندرسون دارلینگ و همچنین آزمون کای دو اجرا شده است. برای تخمین پارامترهای مربوط به توزیع‌های برازش‌شده، روش گشتاورها<sup>۱</sup> و برآورد حداکثر درست‌نمایی<sup>۲</sup> و حداقل مربعات<sup>۳</sup> به کار رفته است.

### یافته‌های پژوهش

در خصوص شدت مطالبات با توجه به نتایج حاصل از آزمون‌های نیکویی برازش مشخص است که بیشترین برازش مربوط به توزیع‌های گامای تعمیم‌یافته و ویبول است. پس از آنها توزیع‌های گاما و لاگ نرمال قرار می‌گیرند. نتایج نشان می‌دهد که توزیع پارتو بر این داده‌ها برازش مناسبی به‌ویژه در دما ندارد. توزیع نمایی نیز بر داده‌ها برازش ندارد. توزیع نرمال نیز اگرچه بر داده‌ها برازش دارد؛ میزان برازش آن نسبت به چهار توزیع ذکر شده اول کمتر است. جدول ۱ نتایج آزمون‌های نیکویی برازش برای داده‌های شدت مطالبات را نشان می‌دهد.

جدول ۱. نتایج آزمون‌های نیکویی برازش برای داده‌های شدت مطالبات در سطح اطمینان ۹۵ درصد

توزیع	آزمون	کولموگروف اسمیرنوف			اندرسون دارلینگ		کای دو	
		مقدار P	آماره آزمون	مقدار بحرانی	آماره آزمون	مقدار بحرانی	مقدار P	آماره آزمون
گامای تعمیم‌یافته	۰/۹۹۶۳۵	۰/۰۶۸۷۱	۰/۲۳۷۸۸	۰/۱۳۰۹۱	۲/۵۰۱۸	۰/۹۶۸۳۶	۰/۲۵۴۴۲	
ویبول	۰/۹۸۹۰۵	۰/۰۷۵۲۹	۰/۲۳۷۸۸	۰/۱۹۴۸۴	۲/۵۰۱۸	۰/۹۵۴۵	۰/۶۷۳۹۳	
گاما	۰/۹۸۳۳۳	۰/۰۷۸۴۱	۰/۲۳۷۸۸	۰/۲۰۹۱	۲/۵۰۱۸	۰/۹۵۴۸۱	۰/۶۷۱۴۱	
لاگ نرمال	۰/۹۶۴۳	۰/۰۸۵۰۶	۰/۲۳۷۸۸	۰/۲۰۸۲۲	۲/۵۰۱۸	۰/۹۴۴۸۲	۰/۷۵۱۵۹	
پارتو	۰/۰۶۱۸۴	۰/۲۳۰۸۶	۰/۲۳۷۸۸	۳/۹۸۱۷	۲/۵۰۱۸	۰/۲۸۱۴	۳/۸۲۱۵	
نرمال	۰/۱۶۸۶۹	۰/۱۰۲۳۸	۰/۲۳۷۸۸	۰/۲۴۱۲۳	۲/۵۰۱۸	۰/۹۴۲۱۵	۰/۳۹۰۷۲	

در خصوص متغیر فراوانی مطالبات با توجه به نتایج حاصل از آزمون‌های نیکویی برازش مشخص است که توزیع‌های دوجمله‌ای منفی، گوسی معکوس و لاگ نرمال روی داده‌ها برازش خوبی دارند؛ اما توزیع پواسون برازش مناسبی روی داده‌ها ندارد. توزیع دوجمله‌ای نیز روی داده‌ها برازش ندارد. جدول ۲ نتایج آزمون‌های نیکویی برازش برای داده‌های فراوانی مطالبات را نشان می‌دهد.

1. Method of Moments (MOM)
2. Maximum Likelihood Estimates (MLE)
3. Least Squares Estimates (LSE)

جدول ۲. نتایج آزمون‌های نیکویی برازش برای داده‌های فراوانی مطالبات در سطح اطمینان ۹۵ درصد

توزیع آزمون	کولموگروف اسمیرنوف			اندرسون دارلینگ		کای دو	
	مقدار P	آماره آزمون	مقدار بحرانی	آماره آزمون	مقدار بحرانی	مقدار P	آماره آزمون
دوجمله‌ای منفی	۰/۷۸۱۴۹	۰/۱۱۳۱	۰/۲۳۷۸۸	۰/۵۸۳۴۱	۲/۵۰۱۸	-	-
پواسون	۰/۰۶۲۹۱	۰/۲۳۰۲۹	۰/۲۳۷۸۸	۵/۸۱۴۸	۲/۵۰۱۸	-	-
گوسی معکوس	۰/۹۳۶۴۷	۰/۰۹۱۵۱	۰/۲۳۷۸۸	۰/۳۱۴۳۶	۲/۵۰۱۸	۰/۸۱۶۲۵	۰/۴۰۶۰۷
ویبول	۰/۹۳۰۰۹	۰/۰۹۲۷۳	۰/۲۳۷۸۸	۰/۳۵۴۳۴	۲/۵۰۱۸	۰/۷۱۵۲۴	۰/۶۷۰۲۸
لاگ نرمال	۰/۹۱۷۵۸	۰/۰۹۴۹۸	۰/۲۳۷۸۸	۰/۳۲۱۲۳	۲/۵۰۱۸	۰/۸۱۷۰۲	۰/۴۰۴۱۸
نرمال	۰/۴۱۴۷۸	۰/۱۵۳۷	۰/۲۳۷۸۸	۰/۸۸۹۲۴	۲/۵۰۱۸	۰/۵۷۷۸۹	۱/۹۷۳۷

با توجه به توزیع‌های آماری برازش شده روی متغیرهای فراوانی مطالبات و شدت مطالبات، در این مرحله مقدار حق بیمه خالص یا منصفانه بر اساس اصل برابری و با در نظر گرفتن مقادیر میانگین توزیع‌ها، محاسبه شد که نتایج آن در جدول ۳ درج شده است.

جدول ۳. حق بیمه خالص یا منصفانه

توزیع شدت مطالبات					حق بیمه خالص (میلیون ریال)	توزیع فراوانی مطالبات
گامای تعمیم یافته	ویبول	گاما	لاگ نرمال	نرمال		
۴۱/۳۱۶۳	۴۱/۲۰۳۶	۴۱/۲۰۷۹	۴۱/۲۰۷۹	۴۱/۲۰۷۹	دوجمله‌ای منفی	
۴۲/۱۲۲۷	۴۲/۰۰۷۹	۴۲/۰۱۲۲	۴۲/۰۱۲۲	۴۲/۰۱۲۲	گوسی معکوس	
۴۲/۰۱۳۹	۴۱/۸۹۹۳	۴۱/۹۰۳۷	۴۱/۹۰۳۷	۴۱/۹۰۳۷	ویبول	
۴۲/۴۰۶۵	۴۲/۲۹۰۸	۴۲/۲۹۵۲	۴۲/۲۹۵۲	۴۲/۲۹۵۲	لاگ نرمال	
۴۲/۱۲۲۷	۴۲/۰۰۷۹	۴۲/۰۱۲۲	۴۲/۰۱۲۲	۴۲/۰۱۲۲	نرمال	

در مرحله بعد، نسبت انحراف بالقوه از میانگین بر پایه رابطه ۱۱ محاسبه می‌شود. در خصوص شدت مطالبات، برای هر یک از توزیع‌های برازش شده، مقدار انحراف بالقوه از میانگین سطوح اطمینان بالاتر از سطح اطمینان مربوط به مقدار میانگین محاسبه می‌شود. گفتنی است که مقادیر حق بیمه منصفانه محاسبه شده در مرحله قبل با در نظر گرفتن مقدار میانگین توزیع‌های مربوطه به دست آمده‌اند. این میانگین در توزیع‌های مختلف در سطوح اطمینان مختلفی اتفاق می‌افتد. برای مثال، در توزیع نرمال، احتمال مربوط به میانگین داده‌ها ۵۰ درصد است. در توزیع گامای تعمیم یافته برازش شده این احتمال ۵۳ درصد است. نحوه انجام محاسبات به شرح زیر است. با فرض توزیع گامای تعمیم یافته برای شدت مطالبات جدول ۴ به دست می‌آید.

جدول ۴. مقادیر شدت مطالبات متناظر با درصدهای اطمینان مختلف در توزیع گامای تعمیم یافته

$P_r$	۵۳٪	۹۰٪	۹۵٪	۹۹٪
X	۱/۹۴۳۲	۲/۱۳۵۶	۲/۱۸۸۲	۲/۲۸

مقادیر جدول ۴ با توجه به تابع توزیع تجمعی برازش شده بر داده‌های شدت مطالبات به دست آمده است. در واقع، در توزیع گامای تعمیم یافته برازش شده، مقدار میانگین ۱/۹۴۳۲ در سطح اطمینان ۵۳ درصد اتفاق می افتد. این بدان معناست که شرکت بیمه در صورت لحاظ کردن این مقدار در محاسبات مربوط به مقدار حق بیمه خالص بر اساس اصل برابری، تنها با حاشیه توانگری ۵۳ درصد قادر خواهد بود که کل خسارات احتمالی را پوشش دهد. به منظور افزایش این توانگری با توجه به تابع توزیع تجمعی برازش شده، مقادیر متناظر با احتمالات بیشتر محاسبه شده است. بنابراین، برای افزایش حاشیه توانگری مالی در خصوص شدت مطالبات آتی از مقدار ۵۳ درصد که مربوط به مقدار میانگین است به ۹۰، ۹۵ و ۹۹ درصد، باید شدت مطالبات آتی را در محاسبات مربوط به مقدار حق بیمه خالص به جای ۱/۹۴۳۲ به ترتیب ۲/۱۳۵۶، ۲/۱۸۸۲ و ۲/۲۸ در نظر بگیریم یا به طور مستقیم و با توجه به مفهوم مقدار انحراف بالقوه از میانگین مقدار زیر را محاسبه کنیم.

$$PDR = \frac{2/1356 - 1/9432}{1/9432} \times 100 = 9/9\%$$

اگر به اندازه ۹/۹ درصد به مقدار حق بیمه منصفانه محاسبه شده مرحله قبل که در آن برای مقدار مطالبات از میانگین توزیع استفاده شده بود، اضافه کنیم، سطح اطمینان یا حاشیه توانگری شرکت بیمه از ۵۳ درصد به ۹۰ درصد افزایش می یابد. در جدول ۵ مقدار محاسبه شده انحراف بالقوه از میانگین برای افزایش حاشیه توانگری مالی به سطوح بیشتر از سطح اطمینان مربوط به میانگین توزیع، درج شده است.

جدول ۵. مقادیر انحراف بالقوه از میانگین توزیع های مختلف شدت مطالبات

سطح اطمینان	۹۹٪	۹۵٪	۹۰٪
نرمال	۱۶/۴۲٪	۱۱/۶۵٪	۹/۰۷٪
گامای تعمیم یافته	۱۷/۳۳٪	۱۲/۶۱٪	۹/۹۰٪
ویبول	۱۸/۸۲٪	۱۲/۶۷٪	۹/۴۹٪
گاما	۲۰/۱۵٪	۱۲/۹۹٪	۹/۵۲٪
لاگ نرمال	۱۹/۲۵٪	۱۲/۵۵٪	۹/۳۰٪

در خصوص فراوانی مطالبات، توزیع های دوجمله ای منفی، گوسی معکوس، ویبول و لاگ نرمال بهترین برازش را روی داده های مربوط به فراوانی مطالبات دارند. حال برای هر یک از توزیع های نام برده، مقدار انحراف بالقوه از میانگین برای دستیابی به حاشیه توانگری مالی بیشتر از سطح اطمینان مربوط به مقدار میانگین محاسبه می شود. نحوه محاسبات مشابه محاسبات شدت مطالبات است و نتایج در جدول ۶ مشاهده می شود.



جدول ۶. مقادیر انحراف بالقوه از میانگین توزیع‌های مختلف فراوانی مطالبات

سطح اطمینان	۹۹٪	۹۵٪	۹۰٪
نرمال	۸۹/۸۱٪	۶۳/۵٪	۴۹/۴۸٪
دوجمله‌ای منفی	۱۰۲/۲۴٪	۶۹/۳۲٪	۵۰/۵٪
گوسی معکوس	۱۴۸/۴۲٪	۸۱/۹۸٪	۵۴/۱۰٪
ویبول	۱۳۷/۱۱٪	۸۱/۴۷٪	۵۵/۹۲٪
لاگ نرمال	۱۵۹/۱۸٪	۸۳/۰۷٪	۵۳/۶۲٪

در ادامه، تأثیر افزایش تعداد بیمه‌نامه‌ها بر مقدار نسبت انحراف بالقوه از میانگین محاسبه‌شده برای فراوانی مطالبات، بر پایه قانون اعداد بزرگ (رابطه ۱۹) بررسی می‌شود. برای نمونه، مقدار انحراف بالقوه از میانگین محاسبه‌شده توزیع آماری دوجمله‌ای منفی برای فراوانی مطالبات با فرض ۴، ۹، ۲۵ و ۱۰۰ برابر شدن تعداد بیمه‌نامه‌ها، به شرح جدول ۷ است.

جدول ۷. انحراف بالقوه از میانگین با افزایش تعداد بیمه‌نامه‌ها

سطح اطمینان	۹۹٪	۹۵٪	۹۰٪
PDR	۱۰۲/۲۴	۶۹/۳۲	۵۰/۵
PDR(۴)	۵۱/۱۲	۳۴/۶۶	۲۵/۲۵
PDR(۹)	۳۴/۰۸	۲۳/۱۱	۱۶/۸۳
PDR(۲۵)	۲۰/۴۵	۱۳/۸۶	۱۰/۱۰
PDR(۱۰۰)	۱۰/۲۲	۶/۹۳	۵/۰۵

با فرض استقلال فراوانی و شدت مطالبات از یکدیگر، در صورتی که شرکت بیمه بخواهد با در نظر گرفتن ریسک هر دو متغیر فراوانی و شدت مطالبات، به حاشیه توانگری مالی مدنظر برسد، باید با توجه به مقادیر انحراف بالقوه از میانگین محاسبه‌شده هر یک از دو متغیر برای حاشیه توانگری یکسان، مقدار بیشتری را هدف‌گذاری کند تا از این طریق ریسک افزایش هر یک از دو متغیر برای رسیدن به توانگری مالی مدنظر پوشش داده شود.

برای مثال با فرض توزیع آماری دوجمله‌ای منفی فراوانی مطالبات، مقدار نسبت انحراف بالقوه از میانگین برای رسیدن به حاشیه توانگری ۹۰ درصد، ۵۰/۵ درصد است. از سوی دیگر، مقدار نسبت انحراف بالقوه از میانگین برای رسیدن به حاشیه توانگری ۹۰ درصد با فرض توزیع آماری گامای تعمیم‌یافته برای مقدار مطالبات، ۹/۹ درصد است. بدیهی است برای اطمینان از پوشش خسارات آتی در سطح اطمینان ۹۰ درصد، به صورتی که ریسک هر دو متغیر پوشش داده شود، شرکت بیمه باید حق بیمه منصفانه محاسبه‌شده را بر پایه توزیع آماری دوجمله‌ای منفی برای فراوانی مطالبات و توزیع آماری گامای تعمیم‌یافته شدت مطالبات که مبلغ ۴۱/۳۱۶۳ میلیون ریال است، به مقدار ۵۰/۵ درصد افزایش داده و به مبلغ ۶۲/۱۸۲۱ میلیون ریال تغییر دهد. البته همان طور که نشان داده شد، در صورت افزایش تعداد بیمه‌نامه‌ها، مقدار نسبت انحراف بالقوه از میانگین برای رسیدن به توانگری مالی ۹۰ درصد برای فراوانی مطالبات کاهش می‌یابد.

جدول ۸. حق بیمه خالص برای دستیابی به حاشیه توانگری مالی ۹۰ درصد

توزیع شدت مطالبات					حق بیمه خالص (میلیون ریال)	توزیع فراوانی مطالبات
گامای تعمیم یافته	ویبول	گاما	لاگ نرمال	نرمال		
۶۲/۱۸۲۴	۶۲/۰۱۲۸	۶۲/۰۱۹۲	۶۲/۰۱۹۲	۶۲/۰۱۹۲	دوجمله‌ای منفی	
۶۴/۹۱۰۷	۶۴/۷۳۳۶	۶۴/۷۴۰۳	۶۴/۷۴۰۳	۶۴/۷۴۰۳	گوسی معکوس	
۶۵/۵۰۹۲	۶۵/۳۳۰۵	۶۵/۳۳۷۲	۶۵/۳۳۷۲	۶۵/۳۳۷۲	ویبول	
۶۵/۱۴۳۸	۶۴/۹۶۶۲	۶۴/۹۷۲۹	۶۴/۹۷۲۹	۶۴/۹۷۲۹	لاگ نرمال	
۶۲/۹۶۳۶	۶۲/۷۹۱۸	۶۲/۷۹۸۳	۶۲/۷۹۸۳	۶۲/۷۹۸۳	نرمال	

با در نظر گرفتن هزینه سربار ۱۵ درصد و بر پایه رابطه ۸، حق بیمه کل محاسبه شده برای توزیع‌های مختلف شدت و فراوانی مطالبات به شرح جدول ۹ است.

جدول ۹. حق بیمه کل برای دستیابی به حاشیه توانگری مالی ۹۰ درصد

توزیع شدت مطالبات					حق بیمه کل (میلیون ریال)	توزیع فراوانی مطالبات
گامای تعمیم یافته	ویبول	گاما	لاگ نرمال	نرمال		
۷۳/۱۵۵۸	۷۲/۹۵۶۲	۷۲/۹۶۳۸	۷۲/۹۶۳۸	۷۲/۹۶۳۸	دوجمله‌ای منفی	
۷۶/۳۶۵۵	۷۶/۱۵۷۲	۷۶/۱۶۵۰	۷۶/۱۶۵۰	۷۶/۱۶۵۰	گوسی معکوس	
۷۷/۰۶۹۶	۷۶/۸۵۹۴	۷۶/۸۶۷۳	۷۶/۸۶۷۳	۷۶/۸۶۷۳	ویبول	
۷۶/۶۳۹۸	۷۶/۴۳۰۸	۷۶/۴۳۸۷	۷۶/۴۳۸۷	۷۶/۴۳۸۷	لاگ نرمال	
۷۴/۰۷۴۸	۷۳/۸۷۲۷	۷۳/۸۸۰۴	۷۳/۸۸۰۴	۷۳/۸۸۰۴	نرمال	

در خصوص شرایط رقابتی بازار، برای مثال با توجه به مقادیر حق بیمه منصفانه محاسبه شده بر اساس توزیع‌های مختلف فراوانی و شدت مطالبات (جدول ۳) و حق بیمه خالص به دست آمده با توجه به مقادیر انحراف بالقوه از میانگین محاسبه شده برای دستیابی به حاشیه توانگری مالی ۹۰ درصد (جدول ۸)، در یک بازار انحصاری، شرکت بیمه می‌تواند مقدار حق بیمه منصفانه خود را به اندازه تفاوت دو مقدار مذکور افزایش دهد.

جدول ۱۰. مقادیر لازم برای افزایش حق بیمه منصفانه

توزیع شدت مطالبات					تفاوت حق بیمه منصفانه مورد نیاز (میلیون ریال)	توزیع فراوانی مطالبات
گامای تعمیم یافته	ویبول	گاما	لاگ نرمال	نرمال		
۲۰/۸۶۶۱	۲۰/۸۰۹۲	۲۰/۸۱۱۳	۲۰/۸۱۱۳	۲۰/۸۱۱۳	دوجمله‌ای منفی	
۲۲/۷۸۷۹	۲۲/۷۲۵۸	۲۲/۷۲۸۱	۲۲/۷۲۸۱	۲۲/۷۲۸۱	گوسی معکوس	
۲۳/۴۹۵۲	۲۳/۴۳۱۱	۲۳/۴۳۳۶	۲۳/۴۳۳۶	۲۳/۴۳۳۶	ویبول	
۲۲/۷۳۷۴	۲۲/۶۷۵۴	۲۲/۶۷۷۷	۲۲/۶۷۷۷	۲۲/۶۷۷۷	لاگ نرمال	
۲۰/۸۴۰۸	۲۰/۷۸۴۰	۲۰/۷۸۶۱	۲۰/۷۸۶۱	۲۰/۷۸۶۱	نرمال	

در فضای بازار رقابتی کامل، شرکت بیمه به منظور حفظ مزیت رقابتی خود باید کل مقدار افزایش حق بیمه مورد نیاز برای رسیدن به حاشیه توانگری مدنظر را که از محاسبات مقدار انحراف بالقوه از میانگین حاصل شده است، به صورت ذخیره در شرکت نگهداری کند. برای مثال، در این حالت، شرکت بیمه باید کل مقادیر درج شده در جدول ۱۰ را به ازای هر بیمه‌نامه در شرکت بیمه به عنوان ذخیره نگه دارد.

در فضای شبه‌رقابتی، شرکت بیمه می‌تواند بخشی از کل مقدار افزایش حق بیمه مورد نیاز برای رسیدن به حاشیه توانگری مدنظر را که از محاسبات مقدار انحراف بالقوه از میانگین حاصل شده است، به حق بیمه منصفانه اضافه کند و بخش باقی‌مانده را نیز به صورت ذخیره در شرکت نگه دارد. برای مثال، در این حالت شرکت بیمه می‌تواند ۳۰ درصد مقادیر مندرج در جدول ۱۰ را به مقادیر بیمه خالص محاسبه‌شده اضافه کند و ۷۰ درصد باقی‌مانده را به صورت ذخیره در شرکت بیمه نگه دارد.

### بحث و نتیجه‌گیری

روش ارائه شده در این مقاله برای محاسبه حق بیمه، روشی است کلی بر اساس اصل برابری و می‌تواند در خصوص طیف وسیعی از انواع بیمه‌ها به کار رود. کلیه محاسبات بر اساس مبانی ریاضی و آماری انجام گرفته و هر چه داده‌های ورودی فراوانی و شدت مطالبات در وضعیت ثابت اقتصادی و شرایط یکسان به لحاظ قوانین و مقررات حاکم بر تعیین حق بیمه تولید شده باشد، دقت محاسبات افزایش می‌یابد.

در این روش ضمن محاسبه حق بیمه منصفانه و حق بیمه کل، به طور هم‌زمان محاسبه میزان توانگری شرکت بیمه یا همان سطح اطمینان شرکت بیمه در پوشش خسارات یا تعهدات آتی امکان‌پذیر است و این موضوع یکی از امتیازهای این روش شمرده می‌شود و تعریف دقیقی بر اساس مبانی نظری قیمت‌گذاری خدمات بیمه‌ای برای توانگری مالی شرکت‌ها ارائه می‌دهد. وجه تمایز روش ارائه‌شده در این مقاله برای محاسبه حاشیه توانگری مالی شرکت‌های بیمه در مقایسه با روش‌های متداول این است که در این مقاله مفهوم عینی توانگری مالی به معنای احتمال پاسخ‌گویی به کل مطالبات مشتریان، به عنوان شاخص توانگری مالی در نظر گرفته شده است. در این تعریف شاخص توانگری مالی یک احتمال است. این احتمال به طور دقیق برابر است با احتمال اینکه شرکت بیمه به چه میزان قادر است تعهداتی که قبول کرده را ایفا کند. این احتمال برای مثال می‌تواند ۹۹ یا ۹۵ یا ۹۰ درصد باشد؛ به این معنا که شرکت بیمه با احتمال ۹۹ یا ۹۵ یا ۹۰ درصد، توانایی دارد که به مطالبات مشتریان یا همان تعهدات شرکت پاسخ دهد. این شاخص کاملاً همسو با مفهوم واقعی توانگری مالی است. در واقع، در روش ارائه شده، ابتدا توانگری واقعی شرکت بر اساس اصل برابری و با توجه به توزیع واقعی داده‌های فراوانی و شدت مطالبات مشخص شده، سپس مقدار لازم برای افزایش حق بیمه‌های محاسبه‌شده به منظور دستیابی به هر احتمال مدنظر برای پوشش تعهدات آتی محاسبه می‌شود. در روش‌های متداول از نسبت‌های مالی متفاوت شرکت‌های بیمه به عنوان شاخص توانگری مالی استفاده می‌شود که گاهی با مفهوم توانگری تطابق کامل ندارند. برای مثال، در صنعت بیمه کشور، بر اساس آیین‌نامه ۶۹ بیمه مرکزی جمهوری اسلامی ایران، شاخص توانگری مالی با توجه به نسبت زیر محاسبه می‌شود:

$$\text{رابطه ۱۸)} \quad \frac{\text{سرمایه موجود}}{\text{سرمایه مورد نیاز}} = \text{شاخص توانگری مالی}$$

این شاخص به لحاظ مفهومی و تئوری و همچنین در عمل با مفهوم توانگری مالی شرکت بیمه تطابق کامل ندارد. در این روش، نسبت توانگری مالی عددی است که می‌تواند بزرگ‌تر یا کوچک‌تر از ۱۰۰ باشد. برای مثال، مقدار این شاخص بر اساس جدول اعلام‌شده از سوی بیمه مرکزی در سال ۹۶ برای شرکت اتکائی امین برابر با ۷۸۴، بیمه ما ۲۳۶، بیمه ملت ۲۲۱ و برای بیمه ایران ۲۸ است. این در شرایطی است که شرکت بیمه ایران نسبت به سایر شرکت‌های بیمه توانایی بیشتری دارد (به دلایل مختلف مانند دولتی بودن، برخورداری از سهم بزرگی از بازار و ...) و حتی در مواردی که سایر شرکت‌های بیمه در ایفای تعهدات با مشکل مواجه شده یا حتی ورشکست می‌شوند، تعهدات آنها در مقابل مشتریان به شرکت بیمه ایران منتقل می‌شود. لذا به نظر می‌رسد که مدل تعریف شده فعلی، مدل مناسبی برای محاسبه توانگری مالی واقعی شرکت‌های بیمه نیست.

بر اساس نتایج تحقیق، مقدار حق بیمه خالص و کل و همچنین مقدار انحراف بالقوه از میانگین لازم برای دستیابی شرکت به سطوح اطمینان بیشتر یا به بیان دیگر، حاشیه توانگری بالاتر با تخمین توزیع واقعی فراوانی و شدت مطالبات، متفاوت از زمانی است که این مقدار با فرض نرمال بودن داده‌ها محاسبه می‌شود.

از مقایسه مقادیر حق بیمه منصفانه محاسبه‌شده با فرض نرمال بودن توزیع متغیرهای فراوانی و شدت مطالبات با حق بیمه منصفانه محاسبه‌شده بر مبنای توزیع‌های دقیق‌تر برازش‌شده بر این داده‌ها، مشخص است که به‌خصوص برازش توزیع دقیق‌تر برای داده‌های فراوانی مطالبات تا حد ۲ درصد بر کاهش حق بیمه منصفانه محاسبه‌شده مؤثر است که این موضوع برای ایجاد مزیت رقابتی شرکت‌های بیمه بسیار مهم باشد.

در خصوص مقادیر انحراف بالقوه از میانگین نیز باید گفت، از مقایسه مقادیر انحراف بالقوه از میانگین محاسبه‌شده برای هر دو متغیر شدت و فراوانی مطالبات، مشخص است که با در نظر گرفتن توزیع‌های برازش‌شده به‌جای توزیع نرمال استفاده شده در روش‌های معمول، مقدار انحراف بالقوه مورد نیاز برای افزایش حاشیه توانگری به سطح اطمینان مدنظر، افزایش یافته است. به‌طور مثال، برای دستیابی به حاشیه توانگری ۹۰ درصد در توزیع نرمال، مقدار انحراف بالقوه از میانگین شدت مطالبات ۹/۰۷ درصد است؛ اما در توزیع گامای تعمیم‌یافته ۹/۹۰ درصد به‌دست آمد؛ به این معنا که اگر شرکت بیمه بر پایه فرض نرمال بودن داده‌ها مقدار انحراف بالقوه از میانگین شدت مطالبات را محاسبه کند و بر اساس این مقدار حق بیمه خالص خود را افزایش دهد، باز هم به‌صورت واقعی نتوانسته است به حاشیه توانگری مدنظر خود برسد. بر همین اساس حق بیمه‌های خالص محاسبه‌شده با فرض توزیع نرمال برای دستیابی به سطوح اطمینان بیشتر، از حد مورد نیاز<sup>۱</sup> کمتر محاسبه می‌شوند و این موضوع ریسک شرکت بیمه را برای پوشش خسارات آتی با توجه به ریسک افزایش شدت مطالبات، افزایش می‌دهد. در خصوص فراوانی مطالبات نیز همین موضوع صادق است. این تفاوت به‌ویژه

1. Underestimate

در مقدار انحراف بالقوه از میانگین، برای دستیابی به سطوح اطمینان بیشتر، بسیار حیاتی است و در صورت نادیده گرفته‌شدن این موضوع، در واقع حاشیه توانگری واقعی با حاشیه توانگری ظاهری محاسبه شده متفاوت خواهد بود. در خصوص کاربرد قانون اعداد بزرگ و قضیه حد مرکزی، مشخص شد که افزایش تعداد بیمه‌نامه‌ها یا همان مشتریان شرکت بیمه، سبب می‌شود مقدار انحراف بالقوه از میانگین لازم برای افزایش توانگری شرکت بیمه کاهش یابد. به حتم، این موضوع توان رقابتی شرکت بیمه را افزایش می‌دهد، از این رو، شرکت‌های بیمه باید با استراتژی‌های مناسب بازاریابی، سعی کنند تعداد بیمه‌گذاران خود را افزایش دهند.

با توجه به شرایط رقابتی موجود در بازار بیمه، شرکت بیمه پس از محاسبه مقادیر انحراف بالقوه از میانگین لازم برای افزایش حاشیه توانگری خود، باید در خصوص نگهداری ذخیره کافی و لازم، تصمیم مناسبی اتخاذ کند.

## منابع

- باجلان، سعید؛ راعی، رضا؛ محمدی، شاپور (۱۳۹۵). مدل‌سازی تابع زیان بیمه‌ای با استفاده از ترکیب توزیع تی استودنت چوله هاپیروبولیک تعمیم‌یافته و نظریه مقادیر فرین. *تحقیقات مالی*، ۱۸ (۱)، ۳۹-۵۸.
- باجلان، سعید؛ راعی، رضا؛ محمدی، شاپور (۱۳۹۶). مدل‌سازی تابع توزیع زیان‌های بیمه‌ای با بهره‌گیری از توزیع‌های ترکیبی و مفهوم کاپیولا. *تحقیقات مالی*، ۱۹ (۱)، ۲۳-۴۰.
- بیلندی، علی فرزین (۱۳۹۰). مدل محاسباتی حد توانگری مالی مؤسسه‌های بیمه با رویکرد حسابداری، *تازه‌های جهان بیمه*، ۱۶۲، ۱۹-۲۶.
- ترکستانی، محمد صالح؛ قربانی، مریم؛ فروتن، مریم (۱۳۹۲). استفاده از تکنیک‌های داده‌کاوی جهت محاسبه و پیش‌بینی توانگری مالی شرکت‌های بیمه. *بیستمین همایش ملی بیمه و توسعه*، تهران، پژوهشکده بیمه.
- صفری، امیر؛ کمالی دولت‌آبادی، مهدی (۱۳۹۱). قیمت‌گذاری بیمه‌های عمر: روش رگرسیون خطی. *نوزدهمین همایش ملی و پنجمین سمینار بین‌المللی بیمه و توسعه*، تهران، پژوهشکده بیمه.
- عزیز نصیری، سمانه؛ نصیری، فاطمه (۱۳۹۴). محاسبه نرخ و ضرایب ریسک در بیمه بدنه اتومبیل با استفاده از مدل خطی تعمیم‌یافته. *نشریه دانشجویی آمار (ندا)*، ۱۳ (۲)، ۳۵-۴۷.
- عزیز نصیری، سمانه؛ قره‌خانی، محسن؛ ماجدی، زهرا؛ نصیری، فاطمه (۱۳۹۰). محاسبه توانگری مالی شرکت‌های بیمه بر اساس سرمایه مبتنی بر ریسک انجمن ملی بیمه‌گران آمریکا، *تازه‌های جهان بیمه*، ۱۶۵، ۴-۱۴.
- مطیعی، علی؛ اسماعیل‌زاده، علی؛ جهان‌شاد، آریتا (۱۳۹۶). رابطه توانگری مالی با متغیرهای مالی شرکت‌های بیمه، *پژوهشنامه بیمه*، ۳۲ (۱)، ۲۳-۴۲.
- مهدوی کلیشمی، غدیر؛ نصیری، فاطمه (۱۳۹۱). *اصول و مبانی نظری بیمه*. پژوهشکده بیمه (وابسته به بیمه مرکزی جمهوری اسلامی ایران).
- مهرگان، محمدرضا؛ صفری، حسین؛ جعفرزاده، عبدالحسین (۱۳۹۴). ارزیابی شرکت سهامی بیمه ایران با استفاده از نسبت‌های مالی و مدل‌سازی ریاضی. *تحقیقات مالی*، ۱۷ (۲)، ۳۹۳-۴۱۴.

نعمتی، محمد؛ کاظمی، عالیہ (۱۳۹۳). رتبه‌بندی شرکت‌های بیمه با استفاده از روش‌های تصمیم‌گیری چندشاخصه. *تحقیقات مالی*، ۱۶ (۱)، ۱۶۳-۱۸۰.

## References

- Antonio, K., Valdez, E. (2010). Statistical concepts of a priori and a posteriori risk classification in insurance, *UvA-DARE (Digital Academic Repository)*, Universiteit van Amsterdam, Electronic copy available at: <http://ssrn.com/abstract=1665463>.
- Aziz Nasiri, S., Gharakhani, M., Majedi, Z., Nasiri, F., Calculation of the solvency ratio of insurance companies based on the risk-based capital NAIC, *Insurance World Updates, Insurance Research Center*, 165, 4-14. (in Persian)
- Aziz Nasiri, S., Nasiri, F. (2015). Calculation of Rates and Risk Factors in Collision and Comprehensive Insurance Using Generalized Linear Model, *Student Statistics Journal (NEDA)*, 13(2), 35-47. (in Persian)
- Bahnemann, D. (2015). *Distributions for Actuaries*, Copyright 2015, Casualty Actuarial Society.
- Bajalan, S., Raei, R., Mohammadi, Sh. (2016). Modeling Insurance Claims Distribution through Combining Generalized Hyperbolic Skew-t Distribution with Extreme Value Theory. *Financial Research Journal*, 18(1), 39-58. (in Persian)
- Bajalan, S., Raei, R., Mohammadi, Sh. (2017). Modeling Insurance Claim Distribution via Mixture Distribution and Copula. *Financial Research Journal*, 19(1), 23-40. (in Persian)
- Bilandi, A. (2011). Computational Model of Insurance Institutions solvency ratio based on Accounting Approach, *Insurance World Updates, Insurance Research Center*, 162, 19-26. (in Persian)
- Chiappori, P. A., Jullien, B., Salanié, B., Salanié, F. (2006). Asymmetric Information in Insurance: General Testable Implications. *RAND Journal of Economics*, 37, 783-798.
- Chiappori, P. A., Salanié, B. (2000). Testing for Asymmetric Information in Insurance Markets. *Journal of Political Economy*, 108(1), 56-78.
- Denuit, M. (2006). An Actuarial Analysis of the French Bonus-Malus System. *Scandinavian Actuarial Journal*, 2006(5), 247-264.
- Dionne, G., Gouriéroux, C., & Vanasse, C. (2001). Testing for Evidence of Adverse Selection in the Automobile Insurance Market: a Comment. *Journal of Political Economy* 109, 444-453.
- Dionne, G., Gouriéroux, C., & Vanasse, C. (2006). *The Informational Content of Household Decisions with Applications to Insurance under Asymmetric Information*. in *Competitive Failures in Insurance Markets: Theory and Policy Implications*, MIT Press, London, pp. 159-184.
- Frees, E.W. (2010). *Regression Modeling with Actuarial and Financial Applications*. Cambridge University Press, Cambridge.

- Kaas, R., Goovaerts, M., Dhaene, J., Denuit, M. (2008). *Modern Actuarial Risk Theory Using R*, Springer-Verlag Berlin Heidelberg.
- Lemaire, J. (1995). *Bonus-malus Systems in Automobile Insurance*. Kluwer Academic Publishers, Boston.
- Mahdavi, Gh., Nasiri, F. (2012). *Fundamental and Theoretical principles of Insurance*. Insurance Research Center (Affiliated to the central Insurance of Iran). (in Persian)
- McCullagh, P., Nelder, J.A. (1989). *Generalized Linear Models*. (2nd ed). Chapman and Hall, London.
- Mehregan, M., Safari, H., Jafarzadeh, A. (2015). Performance assessment of branches of Iran Insurance Corporation using data envelopment analysis. *Financial Research Journal*, 17(2), 393-414. (in Persian)
- Mihaela, D. (2015). A review of theoretical concepts and empirical literature of non-life insurance pricing. *Procedia Economics and Finance*, 20, 157 – 162.
- Motiee, A., Esmaelzadeh, A., Jahanshad, A. (2017), The Relationship between Financial Solvency and Financial Variables of Insurance Companies, *Iranian journal of Insurance Research*, Insurance Research Center, 32(1), 23-42. (in Persian)
- Nemati, M., Kazemi, A. (2014). Ranking of insurance companies using multi attribute decision making methods. *Financial Research Journal*, 16(1), 163-180. (in Persian)
- Pesonen, E. (1962). A Numerical Method of Finding a Suitable Bonus Scale. *ASTIN Bulletin* 2(1), 102-108.
- Safari, A., Kamali Dolatabadi, M. (2012). Life Insurance Pricing: A Linear Regression Method, *19th National Conference and Fifth International Seminar on Insurance and Development*, Tehran, Insurance Research Center (Affiliated to the central Insurance of Iran). (in Persian)
- Savage, L.J. (1954). *The Foundation of Statistics*. Dover Publications, New York.
- Torkestani, M.S., Ghorbani, M., Forootan, M. (2013). Using data mining techniques to calculate and predict the financial solvency ratio of insurance companies, *Twentieth National Conference on Insurance and Development*, Insurance Research Center. (in Persian)
- Werner, G., Modlin, C. (2016), *Basic Rate Making*, Casualty Actuarial Society.
- Wüthrich, V., Switzerland, R. (2017). *Non-Life Insurance: Mathematics & Statistics Lecture Notes*. Version December 21, 2017, M.V. Wüthrich, ETH Zurich.