تحقیقات مالی
دانشکده مدیریت دانشگاه تهران

دوره ۱۴، شماره ۲
پاییز و زمستان ۱۳۹۱
صص ۱۴-۱

کاربرد روش تخمین مجموعه‌ی غیر مرجح در انتخاب پرتفوی بهینه (مطالعه‌ی موردی: بورس اوراق بهادار تهران)

عادل آذر[۱]، نجمه راموز[۲]، علیرضا عاطفت دوست[۳]

چکیده: در اکثر مسائل تصمیم‌گیری چندمعیاره، داشتن اطلاعاتی در مورد اهمیت نسبی هر یک از معیارها ضروری است. در این گروه از مسائل، وزن‌ها اهمیت نسبی و ارجحیت هر شاخص (معیار) را نسبت به معیارهای دیگر تصمیم‌گیری می‌سنجند. در این مطالعه برای ترسیم مرز کارای میانگین ـ واریانس، از روش تخمین مجموعه‌ی غیر مرجح استفاده می‌شود. روش تخمین مجموعه‌ی غیر مرجح، روشی برای ایجاد مجموعه نقاط غیر مرجح است که در آن، اطلاعات ترجیحی در مورد ارزش نسبی اهداف (وزن‌ها) به‌کار نمی‌رود. این نکته جزء مزیت اصلی این روش است که در این نوشتار با استفاده از این روش، تلاش در انتخاب پرتفوی بهینه برای سرمایه‌گذار شده است.

پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی
پرتال جامع علوم انسانی

واژه های کلیدی: مرز کارای میانگین ــ واریانس، پرتفوی بهینه، روش تخمین مجموعه‌ی غیرمرجح.

۱. استاد گروه مدیریت، دانشگاه تربیت مدرس، تهران، ایران
۲. دکترای مدیریت بازاریابی، دانشگاه تربیت مدرس، تهران، ایران
۳. دانشجوی دکترای مدیریت منابع انسانی، دانشگاه تربیت مدرس، تهران ایران

تاریخ دریافت مقاله: ۱۳۹۰/۰۳/۱۱
تاریخ پذیرش نهایی مقاله: ۱۳۹۰/۱۱/۰۳
نویسنده مسئول مقاله: علی رضا عاطفت دوست
E-mail: atefat@Modares.ac.ir

مقدمه

توسعه‌ی سرمایه‌گذاری، از یک سو موجب جذب سرمایه‌های غیر کارا و هدایت آنها به بخش‌های مولد اقتصادی می‌شود و از سوی دیگر با توجه به جهت‌گیری سرمایه‌گذاران (مبتنی بر ریسک و بازده)، سرمایه‌گذاری‌ها در صنایعی هدایت خواهند شد که از سود بیشتر یا ریسک کمتری برخوردارند و این امر موجب تخصیص بهینه‌ی منابع خواهد شد. تخصیص بهینه‌ی منابع نیز از مهم‌ترین کارکردهای اقتصادی بازارهای سرمایه است. بورس اوراق بهادار، به‌عنوان یکی از شاخص‌های مهم توسعه‌ی اقتصادی کشورها، اهمیت قابل توجهی در امر توسعه‌ی سرمایه‌گذاری‌ها و تخصیص بهینه‌ی آنها ایفا می‌کند. از طرفی، موانع فرهنگی ـ اقتصادی، قوانین و مقررات دولتی و عدم اطمینان حاکم بر بازار بورس، مانع از رُشد سرمایه‌گذاری‌ها در بورس اوراق بهادار می‌شوند. در سال‌های اخیر وضع آشفته‌ی بورس اوراق بهادار تهران سبب شده است، مطالعات فراوانی برای غلبه بر مشکلات موجود انجام گیرد، با این حال، مطالعات انجام‌گرفته راهگشای خوبی برای سرمایه‌گذاران در بورس اوراق بهادار نبوده‌اند.

از آنجاکه انتخاب از بین مجموعه اوراق بهادار، بر اساس اهداف متضاد و پُرشماری انجام می‌گیرد (بیشینه‌کردن بازده و کمینه‌کردن ریسک)، برنامه‌ریزی آرمانی را می‌توان مناسب‌ترین روش در این زمینه دانست. مطالعات انجام‌شده، قدرت برنامه‌ریزی آرمانی در انتخاب بهترین مجموعه اوراق بهادار را به‌خوبی به تصویر کشیده‌اند (Mitra & et al., 2001). پیش‌زمینه‌ی مهم برای برنامه‌ریزی آرمانی چندمعیاره، اطلاعات تفصیلی در مورد اولیت‌های سرمایه‌گذار است. از نقاط ضعف برنامه‌ریزی آرمانی در حوزه‌ی انتخاب پرتفوی بهینه، عدم امکان بیان دقیق متغیرهای مدل، همانند سطوح اهداف (عایدی مورد انتظار سرمایه‌گذار، مقدار مبلغی که باید سرمایه‌گذاری شود و...)، نرخ‌های بازده و ریسک اوراق بهادار است. برای چیره‌شدن بر این مشکلات، رجحان‌های سرمایه‌گذار با روش تعاملی و رودررو تعریف شده و در تابع هدف گنجانده می‌شود که خود، فرایند مشکلی است.

تا کنون تلاش‌های فراوانی برای عملیاتی‌کردن یا حذف فرضیه‌های محدودکننده‌ی مدل‌های موجود انجام گرفته است. عده‌ای از پژوهشگران در راستای انتخاب پرتفوی بهینه در قالب یک مدل برنامه‌ریزی چندمعیاره برای تعیین مناسب این وزن‌ها، به طرح سؤال‌های مختلف از سرمایه‌گذاران اقدام می‌کنند یا از پرسش‌نامه‌های موجود در این زمینه استفاده می‌کنند. همه‌ی این تلاش‌ها به‌ایجاد ادبیاتی پُربار در زمینه‌ی انتخاب سبد سهام بهینه منجر شده است.

بخش اول پژوهش حاضر به بررسی مبانی نظری مدل‌های کاربردی انتخاب پرتفوی اختصاص دارد. بخش دوم به تشریح انواع سرمایه‌گذاران با توجه به توابع مطلوبیت افراد می‌پردازد و در بخش آخر با معرفی کوتاهی از مدل‌های تصمیم‌گیری چندمعیاره، به معرفی روش تخمین مجموعه‌ی غیر مرجح، به‌عنوان روش پیشنهادی در انتخاب پرتفوی بهینه، در قالب مطالعه‌ی موردی بورس اوراق بهادار تهران پرداخته می‌شود.

بیان مسئله

از دسته مشکلات موجود در انتخاب بهینه‌ی سرمایه‌گذاران، می‌توان به تعیین مرزهای مرتبط با شاخص سودآوری و شاخص ایمنی اشاره کرد. این وزن‌ها برای مشخص‌کردن میزان تمایل سرمایه‌گذار به هر یک از شاخص‌ها به‌کار می‌روند. یکی از روش‌های وزن‌دهی از طریق گفت‌وگوهای تعاملی بین تحلیل‌گر و سرمایه‌گذار انجام می‌پذیرد. اگرچه با این روش می‌توان به برداشت دقیق و مناسبی از ترجیحات سرمایه‌گذاران رسید؛ اما محدودیت‌های هزینه‌ای و زمانی، دامنه‌ی استفاده از این روش را محدود می‌کند. از سویی نادیده‌گرفتن وزن‌ها، سبب ایجاد انحراف‌هایی میان جواب‌های متناسب و ترجیحات سرمایه‌گذاران می‌شود. با توجه به موارد مطرح شده، ایده‌ی استفاده از روش تخمین مجموعه‌ی غیر مرجح (NISE)[1] تقویت می‌شود. روش تخمین مجموعه‌ی غیر مرجح (NISE) یکی از روش‌های ترسیم مرز کارای پاراتویی است که از شیب پاره‌خط‌های ایجاد شده در هر مرحله، به عنوان وزن‌های تابع هدف اصلی استفاده می‌کند.

پیشینه‌ی پژوهش

مدل‌های کاربردی در انتخاب پرتفوی

مدل تمام کوواریانس مارکوتیز برای نخستین‌بار بر اساس دو معیار متضاد؛ یعنی ریسک و بازده استوار شد (Ballestero & et al., 2003) مدتی پس از مارکوتیز و به‌طور همزمان و مستقل، مدل قیمت‌گذاری دارایی‌های سرمایه‌ای (CAPM) توسط شارپ و لینتر و ماسین توسعه یافت. پس از ارائه‌ی این مدل‌ها، تا کنون مدل‌های زیادی برای انتخاب پرتفوی بهینه ارائه شده است که از آن جمله می‌توان به مدل‌های تک‌شاخصی، مدل چند عاملی، مدل قیمت‌گذاری آربیتراژ، مدل لی و لرو، مدل لی و چسر، مدل رود، مدل کونو و یامازاکی، مدل تاپو و فینستین، مدل بالسترو و رومرو و مدل‌های استوار انتخاب سهام اشاره کرد. به‌طور کلی می‌توان پژوهش‌های

1. Non Inferior Set Estimation

انجام گرفته در زمینه‌ی تجزیه و تحلیل پرتفوی را به شش دسته‌ی کلی تقسیم کرد که وجه تشابه همه این مدل‌ها، گرایش به سمت مدل‌های چند معیاره است. این دسته‌بندی در جدول شماره‌ی ١ آمده است.

جدول ١. دسته‌بندی پژوهش‌های انجام شده در زمینه‌ی انتخاب پرتفوی بهینه

دسته‌بندی پژوهش‌ها	پژوهشگر (پژوهشگران)
مطالعاتی که بیشتر به معرفی چارچوب کلی پرداخته‌اند. پژوهشگران این نوع مطالعات بیشتر به بیان رویکرد چندمعیاره در تصمیم گیری‌های مالی پرداخته‌اند.	هالرباخ و اسپرانک، بانا، کاستا و سوآرز
مطالعات کاربردی که با در نظر گرفتن تجزیه و تحلیل تصمیم‌گیری چند معیاره به رتبه‌بندی پرتفوها پرداختند.	هارسون و زاپاندیس، مارتل
مطالعاتی که از معیار چولگی نیز در محاسبه‌ی ریسک پرتفوها بهره گرفته‌اند.	استون، کونو و یامازاکی، کونو و سوزوکی
مطالاتی که استفاده از معیارهای مختلف، ریسک را مورد بررسی قرار داده‌اند	زلنی، کونو و یامازاکی، فنستین و تاپا
مطالعاتی که به بررسی سیستم‌های پشتیبان تصمیم (DSS) با استفاده از روش‌های برنامه‌ریزی ریاضی پرداخته‌اند.	بالسترو و رومرو، تمیز، هشام، هسنی و فارگر، جونزو بالسترو و پلاسانتاماریا
مطالعاتی که به مدل‌سازی ترجیحات سرمایه‌گذاران انفرادی پرداخته‌اند.	اسپرانگ و هالرباخ، بالسترو، چنگ و مید، بیزلی

منبع: Ehrgott & et al., 2004

انواع سرمایه‌گذاران

تا کنون مطالعات دامنه‌داری در زمینه‌ی عوامل مؤثر بر درجه‌ی ریسک‌گریزی انجام گرفته است که از آن جمله می‌توان به مطالعه‌ی جامع بوجی و همکاران اشاره کرد که در تخمین همزمان درجه‌ی ریسک‌گریزی و نرخ تنزیل زمانی برای هر سرمایه‌گذار تلاش کردند. نتیجه‌ی پژوهش مزبور نشان داد که این دو عامل در افراد مختلف متفاوت است و بین این دو عامل همبستگی ضعیف منفی وجود داد (Booij & et al., 2003).

دسته‌ی دیگری از مطالعات در زمینه‌ی تعیین درجه‌ی ریسک‌گریزی، پژوهش‌هایی است که با طرح سؤال‌هایی، در تشریح انتخاب سرمایه‌گذاران در شرایط عدم اطمینان تلاش می‌شود. از دسته این مطالعات می‌توان به کار بارسکی، ژستر، کیم بال و شاپیرو اشاره کرد. علاوه‌بر اینها، در زمینه‌ی لحاظ‌کردن ترجیحات سرمایه‌گذارن در مسئله‌ی انتخاب پرتفوی با در نظر گرفتن

ترجیحات خاص افراد، کار مشترک بالسترو و پلاسانتاماریا به‌چشم می‌خورد که با مطرح‌کردن سؤال‌ها و با ایجاد تعامل بین تحلیل‌گر و سرمایه‌گذار، تلاش در لحاظ‌کردن ترجیحات فردی داشتند و سرمایه‌گذاران را به سه دسته‌ی سرمایه‌گذار متمایل به‌سمت شاخص سودآوری؛ سرمایه‌گذار متمایل به سمت شاخص ایمنی و سرمایه‌گذار استاندارد، تقسیم‌بندی کرده‌اند (Ballestero & et al., 1991).

بالسترو و رومرو، ضمن برشمردن ویژگی‌های سرمایه‌گذار استاندارد (متعارف)[1]، به‌عنوان فردی که به‌دنبال حفظ موقعیت متعادل خود از نظر شاخص ایمنی و سودآوری است با استفاده از برنامه‌ریزی توافقی، مجموعه‌ی توافقی را به‌عنوان منطقه‌ی مرجح و هدف عام موردپسند تمام سرمایه‌گذاران معرفی کردند (Ballestero & et al., 1996).

مرز کارای مارکویتز

سرمایه‌گذاران تلاش می‌کنند از میان طیف وسیعی از اوراق بهادار، تنها آنهایی را انتخاب کنند که بازده مورد انتظار بالاتری دارند. در این بین از ریسک نیز غافل نمی‌شوند. فرایند سرمایه‌گذاری مبین این مسئله است که اگر سرمایه‌گذار مقداری پول برای سرمایه‌گذاری در بین n ورقه‌ی بهادار داشته باشد، چگونه کل مبلغ سرمایه‌گذاری بین n ورقه تخصیص یابد، به‌گونه‌ای که پرتفوی حاصل، حداکثر مطلوبیت مورد انتظار را نتیجه دهد. در راستای این هدف، مارکویتز فرایند دو مرحله‌ای تعیین مجموعه‌ی پرتفوی کارا و انتخاب از مجموعه کارا را پیشنهاد کرد. در سال ۱۹۵۹ مارکویتز برای مشخص‌کردن مرز کارا، الگوریتم خط بحرانی[2] را مطرح کرد (Mendez & et al., 1988).

شالوده و اساس پژوهش پیش رو، مربوط به تبیین مرحله‌ی اول است. برای تعیین مجموعه‌ی پرتفوی کارا، می‌بایست در نخستین مرحله، بازده مورد انتظار اوراق بهادار را محاسبه کرد. ایده‌ی تعیین مرزهای کارای پاراتویی بر اساس دو معیار میانگین و واریانس برای انتخاب پرتفوی، به‌عنوان یکی از روش‌های پژوهش در عملیات، برای مدل‌سازی رفتار سرمایه‌گذار در شرایط نامطمئن (ریسکی) مطرح است. مدل کواریانس مارکویتز، روشی کلاسیک برای بهینه‌سازی پرتفوی با در نظر گرفتن دو معیار متضاد است. یکی از این معیارها، ریسک پرتفوی است که با واریانس نشان داده می‌شود و همه سعی در کمینه کردن آن دارند و معیار دیگر بازده

---

1. Average Investor

۲. خط بحرانی، خط مستقیمی است که نقاط با بیشترین بازده مورد انتظار را در نقطه‌ی تماس با بیضی‌های هم واریانس به‌هم متصل می‌کند.

مورد انتظار پرتفوی که سعی در بیشینه‌کردن آن است. این دو هدف متضاد باعث فرموله شدن مسئله در قالب یک مدل ریاضی دو معیاره از نوع مسائل بهینه‌سازی پاراتویی می‌شود. این مدل برای برنامه‌ریزی در یک دوره است و هسته‌ی اصلی سامانه‌های برنامه‌ریزی و تجزیه و تحلیل پرتفوی، در تشکیل مرز کارای بازده ـ ریسک مطرح است (Mitra & et al., 2001). مدل مارکویتز دارای تابع ریاضی به قرار زیر است:

رابطه‌ی ١)
$$Max \sum_{i=1}^{m} R_i X_i$$

رابطه‌ی ٢)
$$Min \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{m} \sigma_{ij} x_i x_j$$

s.t

$X_i \geq 0$

در این روابط:

m : تعداد دارایی‌های موجود در پرتفوی؛

X_i: نسبتی از سرمایه که در دارایی iام سرمایه‌گذاری می‌شود؛

R_i : بازده مورد انتظار دارایی i ؛

σ_{ij} : کوواریانس بین بازده دارایی‌های i , j؛

$X_i \geq 0$: نشان‌دهنده‌ی عدم وجود فروش استقراضی.

شایان ذکر است در این پژوهش از نرخ بازده تاریخی اوراق بهادار استفاده شده است و براساس تعریف ریسک، می‌توان آن را با بررسی محدود بودن توزیع احتمال نتایج ممکن، مشخص کرد.

بازده پرتفوی، برابر با مجموع موزون بازده تمام دارایی‌های موجود در پرتفوی است و وزن به‌کار گرفته‌شده برای بازده هر دارایی، نسبتی از سرمایه‌گذاری انجام‌گرفته در دارایی مذکور است. در این پژوهش وزن‌های مربوطه با به‌کار بردن الگوریتم تخمین مجموعه غیر مرجح محاسبه می‌شود. ریسک کل پرتفوی بر اساس کوواریانس بین بازده دارایی‌های موجود در پرتفوی محاسبه می‌شود.

رویکرد برنامه‌ریزی چند معیاره

در دهه‌های اخیر توجه پژوهشگران به مدل‌های تصمیم‌گیری چند معیاره (MCDM) در انتخاب پرتفوی معطوف شده است. در این دسته از مدل‌ها، به‌جای استفاده از یک معیار سنجش بهینگی از چندین معیار استفاده می‌شود. در تصمیم‌گیری چند هدفه‌ی (MODM)، هدف اصلی بهینه‌سازی،

تابع مطلوبیت کلی برای تصمیم‌گیرنده است. این تابع مطلوبیت در برخی از روش‌های ارزیابی به‌صورت عینی محاسبه و بهینه می‌شود، مانند حداکثرسازی توابع مطلوبیت به‌روش لاگرانژ که با درنظر گرفتن توابع مطلوبیت، به‌شکل‌های متفاوت، به‌صورت مستقیم اقدام به حداکثرسازی توابع مطلوبیت می‌شود و در برخی دیگر، به‌صورت ضمنی مورد بررسی قرار می‌گیرد. منظور از هدف در ادبیات برنامه‌ریزی چند معیاره عبارت است از، روابط مناسب ریاضی که تصمیم‌گیرنده برای تعیین و برگرفتن تصمیم بهینه، به طراحی آن نیاز دارد و راه‌حل بهینه راه‌حلی است که به‌طور همزمان موجب بهینه‌شدن هر یک از توابع (شاخص‌ها) می‌شود. یک راه‌حل، زمانی اثربخش یا غیر مسلط[1] است که هیچ راه‌حل عملی برای بهبود همزمان ارزش تمام اهداف وجود نداشته باشد. شایان ذکر است که راه‌حل‌های مؤثر، غیر مسلط و غیر مرجح همگی با هم مترادف هستند.

روش تخمین مجموعه‌ی غیر مرجح (NISE) یکی از روش‌های ترسیم مرز کارای پاراتویی است که از شیب پاره‌خط‌های ایجاد شده در هر مرحله، به‌عنوان وزن‌های تابع هدف اصلی استفاده می‌کند. همان‌گونه که پیشتر گفته شد، در این پژوهش مرز کارای میانگین ـ واریانس با استفاده از روش NISE ترسیم می‌شود.

طراحی مدل ریاضی

روش تخمین مجموعه‌ی غیر مرجح (NISE)

ایده‌ی تعیین مرزهای کارای پاراتویی بر اساس دو معیار میانگین و واریانس برای انتخاب پرتفوی، به‌عنوان یکی از روش‌های پژوهش در عملیاتِ مدل‌سازی رفتار سرمایه‌گذار در شرایط نامطمئن (ریسکی)، مطرح است. دو هدف متضاد ریسک و بازده، سبب فرموله‌شدن مسئله در قالب یک مدل ریاضی دو معیاره از نوع مسائل بهینه‌سازی پاراتویی می‌شود (Ballestero & et al., 2003)

در اکثر مسائل MCDM، داشتن اطلاعاتی راجع به اهمیت نسبی هر یک از معیارها ضروری است. در این مسائل، وزن‌ها اهمیت نسبی و ارجحیت هر شاخص (معیار) را نسبت به سایر معیارهای تصمیم‌گیری می‌سنجند. روش‌های متعددی برای وزن‌دهی وجود دارد. انواع روش‌های وزن‌دهی شامل، روش بردار ویژه، روش بردار ویژه تعدیل شده، روش حداقل موزون مربعات، روش حداقل مربعات مستقیم، روش حداقل مربعات لگاریتمی، روش آنتروپی شانون و روش حداقل مقادیر لگاریتمی هستند (Hwang & et al., 1995).

---

1. Non Dominated

در اقتصاد سنتی برای نشان دادن ترجیحات تصمیم‌گیرنده، از منحنی‌های هم‌مطلوبیت استفاده می‌شد که در فضای n بُعدی قابل تعریف هستند و از سیستم وزن‌دهی بهره‌ای نمی‌بردند. (Ballestero & et al., 1991). روش‌های ارزیابی مسائل تصمیم‌گیری چند معیاره، بسته به زمان صرف شده برای کسب اطلاعات و نوع اطلاعات، به‌شکل‌های مختلف بخش‌بندی می‌شوند. بر اساس یکی از دسته‌بندی‌ها، این روش‌ها به چهار دسته‌ی زیر بخش می‌شوند:

دسته‌ی اول: در این دسته هیچ نیازی به دانستن اطلاعات ترجیحی تصمیم‌گیرنده در مورد محدودیت‌ها و اهداف وجود ندارد. تحلیل‌گر به‌تنهایی فرضیه‌هایی را در مورد ترجیحات تصمیم‌گیرنده در نظر می‌گیرد. مناسب‌ترین روش‌های ارزیابی در این وضعیت روش‌های مربوط به خانواده L-P متریک است.

دسته‌ی دوم: تصمیم‌گیرنده آگاهانه یا ناخودآگاه، مجموعه‌ای از اهداف را جهت فرموله‌کردن مدل به تحلیل‌گر منتقل می‌کند. برنامه‌ریزی آرمانی و لکسیگوگرافی در این دسته قرار می‌گیرند.

دسته‌ی سوم: این دسته به روش‌های تعاملی معروف هستند که مستلزم درگیری بیشتر تصمیم گیرنده در فرایند حل مسئله است. این فرایند از طریق تعاملات بین تصمیم‌گیرنده و تحلیل‌گر در هر مرحله انجام می‌پذیرد.

دسته‌ی چهارم : تنها وظیفه‌ی این دسته از روش‌ها، معرفی زیرمجموعه‌ای از کل جواب‌های غیر مسلط مرز کارا به‌عنوان نقاط کارا به تصمیم‌گیرنده است. روش (NISE) نیز در این دسته قرار می‌گیرد. (Ballestero & et al., 1991)

روش تخمین مجموعه‌ی غیر مرجح (NISE)، روشی برای ایجاد کردن نقاط غیر مرجح است. (Mendez & et al., 1988) در این الگوریتم، اطلاعات ترجیحی در مورد ارزش نسبی اهداف به‌کار نمی‌رود (Cohon & et al., 1979). این مسئله یکی از نکته‌های مهمی است که موجب استفاده از این روش شده است. سال ۱۹۸۸ مندز در مطالعه‌ای با استفاده از برنامه‌ریزی چند معیاره، برای ترسیم مرز کارا از روش (NISE) بهره برد و برای پیدا کردن نزدیک‌ترین نقطه به نقطه‌ی ایده‌آل از مدل برنامه‌ریزی توافقی (CP) استفاده کرد و نشان داد که استفاده از این روش، این امکان را می‌دهد که به‌سادگی بتوان به زیرمجموعه‌ای از مرز کارای ترسیم شده با روش NISE رسید (Mendez & et al., 1988).

در این پژوهش از روش NISE برای ترسیم مرز کارا استفاده شده است. مزیت استفاده از این روش همان‌طور که بیان شد، بی‌نیازی از اطلاعات ترجیحی افراد در مورد ریسک و بازده و قابلیت ترسیم مرز کارا با حداقل نقاط است. روش (NISE)، روشی برای نمایش دقیق یا تقریبی از مجموعه‌ی غیر مرجح در مسائل دو معیاره است. این روش یکی از روش‌های وزن‌دهی است و

واژه‌ی NISE بر کارایی پاراتویی دلالت دارد. از مهم‌ترین نوآوری‌های این روش، قابلیت کنترل حداکثر خطای مجازی است که تحلیل‌گر در اختیار دارد (Cohon & et al, 1979). مطالعات پرشماری با تلفیق روش‌های NISE و برنامه‌ریزی توافقی (CP)[1] انجام شده است. در این زمینه می‌توان مطالعات پژوهشگرانی همچون مندز (Mendez & et al., 1988)، رومرو و کاستا (Costa & et al., 2004) را نام برد.

مقایسه‌ی روش NISE با سایر روش‌های تقریب مرز کارا

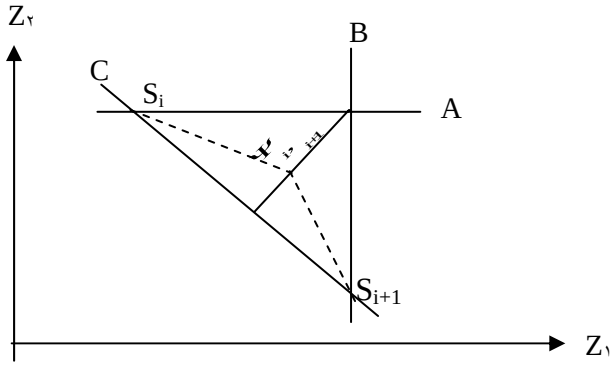
روش NISE روشی برای ایجاد مجموعه نقاط غیر مرجح است (Mendez & et al., 1988). در این الگوریتم، اطلاعات ترجیحی در مورد ارزش نسبی اهداف کاربردی ندارد. روش‌های بسیاری برای تقریب مرز کارا (مجموعه‌ی غیر مسلط) وجود دارد که می‌توان از روش‌های وزنی، روش محدودیت‌دار و الگوریتم سیمپلکس چندهدفه نام برد. کوهن با بیان این نکته که روش سیمپلکس چندهدفه یکی از کارآمدترین روش‌ها در تخمین مجموعه‌ی غیر مرجح است، نقاط ضعف ذاتی این الگوریتم را برشمرده و بیان می‌کند که روش مذکور، کار را از آخرین نقطه‌ی مجموعه‌ی غیر مرجح آغاز می‌کند و در اکثر مواقع، پیش از ایجاد نقاط کافی، الگوریتم به پایان می‌رسد (Cohon & et al., 1979). در روش محدودیت‌دار، توانایی تحلیل‌گر در تقریب ذهنی شکل مرز کارا، ضروری است و برآوردها در روش وزنی به روابط وزن‌ها برای تقریب مرز کارا وابستگی زیادی دارد و به دوباره‌کاری منجر می‌شود (Cohon & et al., 1979).

مراحل اجرای روش تخمین مجموعه‌ی غیر مرجح (NISE)

برای اجرای این روش، در ابتدا به بهینه‌سازی هریک از توابع هدف به‌طور جداگانه اقدام کرده که این فرایند منجر به ایجاد نقاط A و B در فضای هدف می‌شود (نمودار شماره‌ی ۱). شیب پاره‌خط بین هر دو نقطه‌ی مجاور به‌عنوان وزن‌های تابع هدف اصلی در مسئله‌ی جدید شمرده می‌شود (Cohon & et al., 1979). از نکات مهمی که تصمیم‌گیرنده با آن درگیر است؛ مبادله بین اهداف روی مرز کارا است که نشان‌دهنده‌ی این مسئله است که تصمیم‌گیرنده حاضر است چند واحد از یک هدف را برای کسب یک واحد از هدف دیگر، از دست بدهد.

---

1. Compromise Programming



نمودار ۱. وزن‌دهی در روش NISE

شیب مذکور، نسبت وزن‌ها است که با شیب توابع هدف موزون در ارتباط است. همان‌طور که از رابطه‌ی شماره‌ی ۳ مشخص است، این نسبت همواره منفی است.

رابطه‌ی ۳)
$$m = -\frac{w_1}{w_2}$$

$$m = \frac{z_2(s_i) - z_2(s_{i+1})}{z_1(s_i) - z_1(s_{i+1})}$$

S_i و S_{i+1} دو نقطه مجاور هم هستند.

مرز پایینی مجموعه‌ی غیر مرجح، پاره خطی است که S_i و S_{i+1} را به هم متصل می‌کند (در نمودار دو نقطه‌ی C) تمام نقاط موجود روی این پاره‌خط، ترکیبی محدب از S_i و S_{i+1} است. با در نظرگرفتن فرض اولیه‌ی تحدب محدوده‌ی موجه، هیچ نقطه‌ی غیر مرجحی پایین‌تر از پاره خط C قرار نمی‌گیرد.

رابطه‌ی ۴) $$Max_{Bi,i+1} = [Z_2(S_i) - Z_2(S_{i+1})]\, Z_1(\bar{x}) + [Z_1(S_{i+1}) - Z_1(S_i)] Z_2(\bar{x})$$

$$\bar{X} \in \bar{f}d$$

الگوریتم NISE تا زمانی ادامه می‌یابد که حداکثر خطای مجاز در تمام نقاط، از حداکثر خطای ممکن در مرحله‌ی اول کمتر باشد. حداکثر خطای ممکن، حداکثر فاصله‌ی موجود بین نقطه‌ی ایده‌آل و تقریب مرز کارا در اولین مرحله است (Booij & et al., 2003).

ترسیم مرز کارای میانگین ــ واریانس بااستفاده از روش تخمین مجموعه‌ی غیر مرجح

با استفاده از داده‌های مربوط به ریسک و بازده سهام منتخب، ماتریس کوواریانس بازده تهیه شد. با استفاده از اطلاعات به‌دست آمده از این ماتریس، می‌توان ریسک کل پرتفوی را به‌سادگی محاسبه کرد. برای محاسبه‌ی این ماتریس، کواریانس بین تمام سهام منتخب به‌طور جداگانه محاسبه شد.

مطالعه‌ی موردی

مطالعه‌ی موردی این پژوهش، تعدادی از شرکت‌های سرمایه‌گذاری پذیرفته‌شده در بورس اوراق بهادار تهران هستند که اطلاعات این شرکت‌ها از ابتدای فروردین ۱۳۸۰ ثبت شده است. اطلاعات مربوط به بازده این شرکت‌ها در بازه‌ی زمانی ۸۳-۱۳۸۰ مورد بررسی قرار گرفته است. درنهایت تعداد نوزده شرکت انتخاب شدند. در شروع کار مدل اساسی انتخاب پرتفوی در رابطه‌ی شماره‌ی ۵ در نظر گرفته می‌شود:

S.t

رابطه‌ی ۵)

$$\sum_{i=1}^{19} y_i = 1$$

$$E = 2/91y_1 + 2/6y_2 + 2/29y_3 + ... + 2/93y_{19}$$

$$V = 3y_1^2 + 2/46y_2^2 + ... + 0/015y_{19}^2 + 2\times 0/011987\, y_1 y_2 + ... +$$
$$2\times 0/001852\, y_{18}y_{19}$$

در مرحله‌ی اول به‌ترتیب W_1 و W_2 را برابر صفر قرار می‌دهیم و هریک از توابع E وV را به‌طور جداگانه بهینه می‌کنیم. نتایج حاصل نشان‌دهنده‌ی مختصات نقطه‌ی ایده‌آل در فضای میانگین ـ واریانس است. نتایج عبارتند از:

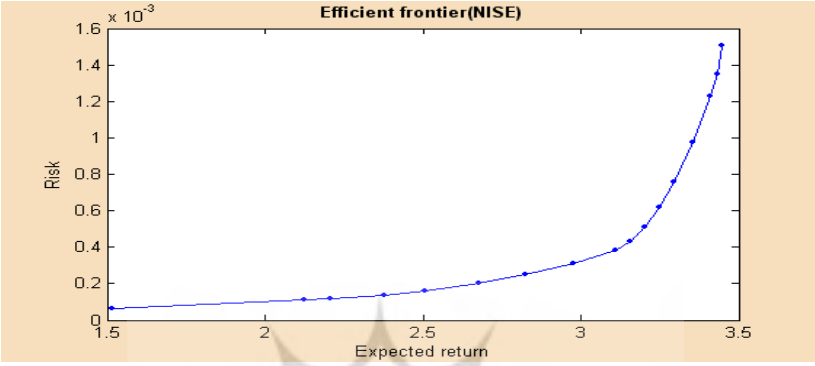
$E^* =$ ۳/۴۴۷

$V^* =$ ۰/۰۰۶۶

در مرحله‌ی دوم، برای ترسیم مرز کارا از الگوریتم تخمین مجموعه‌ی غیر مرجح استفاده شد و با استفاده از برنامه‌ی تهیه شده در نرم‌افزار مطلب، مرز کارا ترسیم شد.

با حل مدل به‌روش NISE متغیرهای تصمیم که همان وزن‌های سرمایه‌گذاری‌شده در هر یک از سهام یا به‌بیان بهتر X_j ها هستند، به دست می‌آید. در اینجا به‌سادگی با استفاده از روش NISE و با استفاده از هفده نقطه‌ی فرضی مرز کارای میانگین ـ واریانس ـ که به‌صورت منقطع

و متشکل از پاره‌خط‌هایی است ـ ترسیم شد و برای تعیین وزن‌های مربوط به ریسک و بازده از روش مذکور استفاده شد. به‌ازای هر نقطه‌ی موجود روی مرز کارای NISE که نشان‌دهنده‌ی وزن‌های خاصی از سهام هستند، ریسک و بازده پرتفوی محاسبه شد.



نمودار ۲. نمایش مرز کارای میانگین ـ واریانس به‌روش NISE

بر اساس اطلاعات حاصل، چنانچه در نقطه‌ی اول در نمودار ۲ با مختصات ۱۵۱/۵۶ و ۰/۰۱، توجه شود این نقطه نشان‌دهنده‌ی پرتفویی با ریسکی برابر یک درصد و بازدهی برابر ۱۵۱ درصد است و برای رسیدن به چنین ریسک و بازدهی، می‌بایست سرمایه‌گذاری به شرح جدول شماره‌ی ۲ انجام شود.

جدول ۲. یکی از هفده حالت ممکن از وزن‌های حاصل از اجرای روش NISE

										y
۰	۱۱/۱۱	۳/۷۵	۰/۴۳	۰	۰/۹۹	۴/۴۲	۰/۴۰	۰/۴۰	۰	۱۶/۸۱
	ریسک پرتفوی	بازده پرتفوی	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8
	۰/۰۱	۱۵۱/۵۶	۰/۵۶	۴/۴۷	۱	۱۵/۰۸	۱۷/۲۳	۱/۳۸	۰/۶۳	۲۱/۳۴

نتیجه‌گیری و پیشنهادها

ازجمله مشکلات موجود در انتخاب بهینه‌ی سرمایه‌گذاران، می‌توان به تعیین وزن‌های مرتبط با شاخص سودآوری و شاخص ایمنی اشاره کرد. این وزن‌ها برای مشخص‌کردن میزان تمایل سرمایه‌گذار به هر یک از شاخص‌ها به‌کار می‌روند. برای غلبه بر مشکلات مربوط به تعیین

وزن‌های مرتبط به هر یک از شاخص‌ها، روش تخمین مجموعه‌ی غیر مرجح به‌کار گرفته شد. در این روش، شیب پاره‌خط بین دو نقطه‌ی مجاور به‌عنوان وزن‌های تابع هدف اصلی در مسئله‌ی جدید محسوب می‌شود. با توجه به مراحل خاص روش ترسیم مزر کارای پاراتویی، دو معیار میانگین ـ واریانس با فرض حداکثر خطای مجاز (۱۰٪) و با استفاده از هفده نقطه بدون در نظر گرفتن ترجیحات سرمایه‌گذاران، در مورد این دو شاخص ترسیم شد.

هر کدام از این نقاط پرتفویی با ریسک و بازده منحصربه‌فرد است. با به‌کارگیری روش تخمین مجموعه‌ی غیر مرجح از بین بی‌نهایت نقطه‌ی (پرتفوی) موجود در مرز کارا با در نظر گرفتن شیب پاره‌خط‌ها، به‌عنوان وزن‌های مورد نظر سرمایه‌گذار برای شاخص ریسک و بازدهی، به تعداد محدودی پرتفوی رسیدیم. در این پژوهش، پس از هفده مرحله مدل مربوطه به‌طور کامل اجرا شد. به‌طور مسلم پژوهشگر قادر خواهد بود با افزایش در سطح خطای قابل قبول، مرزکارایی با تعداد نقاط کمتر به‌دست آورد.

با توجه به ویژگی‌ها و توانمندی‌های این روش، پیشنهاد می‌شود در مطالعات بعدی، ترکیبی از این روش و روش برنامه‌ریزی توافقی برای معرفی مجموعه‌ی محدودتری از پرتفوهای بهینه‌ی مرز کارا به‌کار گرفته شود. به‌علاوه، پیشنهاد می‌شود مرز کارایی برای سرمایه‌گذار با استفاده از مدل مارکویتز حل شود و نتیجه‌ی حاصل با مرز کارای ترسیم‌شده‌ی به‌روش NISE مقایسه شود.

منابع

1. Ballestero, E. and Pla-Santamaria, D. (2003). Portfolio Selection on the Madrid Exchange: A Compromise Programming Model. *International Transactions in Operational Research*, 10 (1): 33-51.
2. Ballestero, E. and Romero, C. (1991). A Theorem Connecting Utiliy Function Optimization and Compromise Programming. *Operations Research letter*, 10 (7): 421-427.
3. Ballestero, E. and Romero, C. (1996). Compromise programming Applied to the portfolio Problem. *Journal of the Operational Research Society*. 41: 1378-1386.
4. Booij, A.S. and Van Praag B.M.S. (2003). Risk Aversion and the Subjective Time Discount Rate: A Joint Approach. *CESIFO working Paper*. 932: 1-24.
5. Cohon, J.L., Church, L. R. (1979). Generating Multiobjective Trade-Offs: An Algorithm for Bicriterion Problems. *Water Resources Research*, 15 (5): 1001-1010.

6. Costa, F. and Tahir, R. (2004). Unravelling the Rational of Overgrazing and Stocking Rates in the Beef Production Systems of Central Brazil Using a Bi- criteria Compromise.

7. Ehrgott, M. and Klamorth, K. and Schwehm, Ch. (2004). An MCDM Approach to portfolio Optimization. *European Journal of Operational Research.* 155 (3): 752-770.

8. Hwang-Lai-Ching. (1995). *Fuzzy Multiple Decision Making*, Springer press.

9. Mendez, M., Alonso, R. and Teresa, M. (1988). Cattle production systems by multiobjective programming for the tenth region of Chile, *Agricultural systems*, 28 (2): 141-157.

10. Mitra, Gautam and kyriakis. Triphas and Lucas, cormac (2001). *A Review of portfolio planning models and systems*. Center for the Analysis Risk and optimization Modeling Applications. Heinemann: Oxford.

پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی
پرتال جامع علوم انسانی