



Investigating the Efficiency of the $1/N$ Model in Portfolio Selection

Reza Raei

Prof., Department of Finance and Insurance, Faculty of Management, University of Tehran, Tehran, Iran. E-mail: raei@ut.ac.ir

Saeed Bajalan

Assistant Prof., Department of Finance and Insurance, Faculty of Management, University of Tehran, Tehran, Iran. E-mail: saeedbajalan@ut.ac.ir

Alireza Ajam

*Corresponding Author, Ph.D. Candidate, Department of Finance and Insurance, Faculty of Management, University of Tehran, Tehran, Iran. E-mail: alirezaajam@ut.ac.ir

Abstract

Objective: Since Markowitz's (1952) pioneering work on a single-period investment model, mean-variance portfolio optimization problem has become a cornerstone of investment management in both academic and industrial fields. Despite the presence of various theories and methods, the $1/N$ model continues to be considered in the portfolio selection, because it doesn't need to estimate other parameters in optimization and computes simply. The objective of this study was to investigate the performance of Model $1/N$ in the portfolio.

Methods: In this paper, various models and methods have been used to select the optimal portfolios and to evaluate the performance of the portfolio. At the end of the paper, the ELECTRE multi-criteria decision-making method has been used to rank the portfolio selection models. Portfolio selection models in this paper include $1/N$ model, mean-variance model, minimum-variance model and composition of the minimum-variance model and $1/N$ model. In this paper, various criteria such as Sharpe ratio, Trainer ratio, Modigliani and Modigliani ratio, Sortino ratio, Information ratio have been used to measure portfolio performance.

Results: Relatively, the performance of the $1/N$ model was better in terms of Sharpe ratio and Modigliani and Modigliani ratio, the performance of the mean-

variance model in terms of Trainer ratio, and the performance of the composition of the minimum-variance model and $1/N$ model in terms of Sortino ratio and Information ratio.

Conclusion: Finally, the ELECTRE multi-criteria decision-making method has been used to rank the portfolio selection models. The results indicate that $1/N$ model and minimum-variance model is superior to other models.

Keywords: Portfolio Selection, $1/N$ Model, Mean-Variance Model, Risk & Return Portfolio

Citation: Raei, Reza; Bajalan, Saeed and Ajam, Alireza (2021). Investigating the Efficiency of the $1/N$ Model in Portfolio Selection. *Financial Research Journal*, 23(1), 1-16. (in Persian)

Financial Research Journal, 2021, Vol. 23, No.1, pp. 1-16

DOI: 10.22059/JFR.2018.245590.1006548

Received: November 11, 2017; Accepted: March 01, 2018

Article Type: Research-based

© Faculty of Management, University of Tehran



بررسی کارایی مدل $1/N$ در انتخاب پرتفوی

رضا راعی

استاد، گروه مالی و بیمه، دانشکده مدیریت دانشگاه تهران، تهران، ایران. رایانامه: raei@ut.ac.ir

سعید باجلان

استادیار، گروه مالی و بیمه، دانشکده مدیریت دانشگاه تهران، تهران، ایران. رایانامه: saeedbajalan@ut.ac.ir

علیرضا عجم

* نویسنده مسئول، دانشجوی دکتری، گروه مالی و بیمه، دانشکده مدیریت دانشگاه تهران، تهران، ایران. رایانامه: alirezaajam@ut.ac.ir

چکیده

هدف: از زمانی که ار اولیه مارکویتز، مبنی بر مدل سرمایه‌گذاری تک‌دوره‌ای ارائه شد، مسئله انتخاب پرتفوی در حوزه‌های علمی و صنعتی، به مسئله‌ای بنیادین در مدیریت سرمایه‌گذاری تبدیل شد. علی‌رغم مطرح‌شدن تئوری‌ها و روش‌های مختلف، با توجه به اینکه مدل $1/N$ به برآورد پارامترهای دیگر در بهینه‌سازی بی‌نیاز است و محاسبه‌های ساده‌ای دارد، همچنان در انتخاب پرتفوی در کانون توجه قرار می‌گیرد. هدف از این پژوهش بررسی کارایی مدل $1/N$ در انتخاب پرتفوی است.

روش: در این پژوهش هم برای انتخاب پرتفوی بهینه و هم برای سنجش عملکرد پرتفوی، از روش‌ها و مدل‌های مختلفی استفاده شده است که یکی از این روش‌ها، روش تصمیم‌گیری چندمعیاره ELECTRE برای رتبه‌بندی مدل‌های پژوهش است. روش‌های انتخاب پرتفوی بهینه در این پژوهش مدل $1/N$ ، مدل میانگین - واریانس، مدل حداقل واریانس و مدل ترکیبی حداقل واریانس و $1/N$ است. برای ارزیابی عملکرد پرتفوی نیز، از معیارهایی نظیر معیار شارپ، معیار ترینر، معیار مودیلیانی - مودیلیانی، معیار اطلاعات و معیار سورتینو استفاده شده است.

یافته‌ها: به‌طور نسبی، از لحاظ معیارهای شارپ و مودیلیانی - مودیلیانی، عملکرد مدل $1/N$ ؛ از لحاظ معیار ترینر، عملکرد مدل میانگین - واریانس و از لحاظ معیارهای اطلاعات و سورتینو، عملکرد مدل ترکیبی حداقل واریانس و $1/N$ بهتر بوده است.

نتیجه‌گیری: در نهایت، به‌کمک روش تصمیم‌گیری چندمعیاره ELECTRE مدل‌های پژوهش رتبه‌بندی شدند که نتایج آن، از برتری مدل $1/N$ و مدل حداقل واریانس نسبت به مدل‌های دیگر حکایت می‌کند.

کلیدواژه‌ها: انتخاب پرتفوی، مدل $1/N$ ، مدل میانگین - واریانس، مدل حداقل واریانس

استناد: راعی، رضا؛ باجلان، سعید؛ عجم، علیرضا (۱۴۰۰). بررسی کارایی مدل $1/N$ در انتخاب پرتفوی. *تحقیقات مالی*، ۲۳(۱)، ۱-۱۶.

مقدمه

بازار سرمایه، از نشانه‌های اصلی برای توصیف وضعیت اقتصادی است. وجود بازار سرمایه فعال و پویا، یکی از نشانه‌های توسعه‌یافتگی کشورها در سطح بین‌المللی در نظر گرفته می‌شود؛ زیرا در اغلب کشورهای توسعه‌یافته، بازار سرمایه یکی از بسترهای اقتصادی بسیار مهم برای سرمایه‌گذاری و تأمین مالی شرکت‌ها و بنگاه‌های اقتصادی به‌شمار می‌رود. به همین دلیل، پرداختن به مسائل مربوط به آن بسیار حائز اهمیت است.

یکی از اهداف مهم افراد برای سرمایه‌گذاری در بازار سرمایه، کسب درآمد و افزایش ثروت است، به همین دلیل شناخت و ارائهٔ مطمئن‌ترین سازوکار که بتواند در امر سرمایه‌گذاری منفعت بیشتری به سرمایه‌گذاران برساند، اهمیت زیادی دارد. در مباحث مالی و سرمایه‌گذاری، یکی از اقدام‌های مناسب برای کسب منفعت اقتصادی همراه با توزیع ریسک، تشکیل پرتفوی یا سبد سرمایه‌گذاری است؛ اما آنچه در این زمینه، در ادبیات مالی به میزان زیادی به بحث و بررسی گذاشته شده است، انتخاب روش ایجاد و تشکیل پرتفوی است. نخستین بار، مارکوویتز^۱، در سال ۱۹۵۲، مسئله بهینه‌سازی پرتفوی میانگین - واریانس را مطرح کرد و به‌دنبال آن کارهای بیشتری در این زمینه صورت گرفت. میچاد^۲ در سال ۱۹۸۹، نشان داد که این روش به‌دلیل فرض‌های در نظر گرفته شده، در عمل جذابیت چندانی ندارد. دی‌میگوئل، گارلاپی و آپل^۳ در سال ۲۰۰۹ و همچنین چاوز، هسو و شاکرنیا^۴ در سال ۲۰۱۱ بیان کردند که وزن‌دهی برابر، اغلب به‌خاطر خطاهای تخمین بازدهی‌های مورد انتظار، در مقایسه با بهینه‌سازی پرتفوی دارای حداقل واریانس، نتایج بهتری دارد. علی‌رغم سادگی این مدل، به دو دلیل همچنان سرمایه‌گذاران از این مدل استفاده می‌کنند: یکی اینکه به برآورد پارامترهای دیگر در بهینه‌سازی نیازی ندارد و دیگر آنکه، علی‌رغم ارائهٔ تئوری‌ها و روش‌های مختلف برای برآورد پارامترهای مدل‌ها طی ۵۰ سال گذشته، سرمایه‌گذاران همچنان به استفاده از روش‌های ساده در انتخاب پرتفوی ادامه داده‌اند. در این میان، آنچه واضح به نظر می‌رسد، این واقعیت است که هنوز، به یقین مشخص نیست که با توجه به مدل‌های موجود، استفاده از کدام شیوه و در چه موقعیتی برای ایجاد بهینه‌ترین پرتفوی مناسب‌تر است. بر همین اساس، این پژوهش تلاش می‌کند که به این سؤال پاسخ دهد: کاراترین مدل برای انتخاب پرتفوی کدام است؟

هدف از این پژوهش، مقایسه عملکرد مدل $1/N$ با مدل‌های دیگر و رتبه‌بندی این مدل‌هاست. این پژوهش، جزء نخستین پژوهش‌هایی است که مدل‌های $1/N$ ، میانگین - واریانس، حداقل واریانس و مدل ترکیبی حداقل واریانس و $1/N$ را مقایسه می‌کند و در این راستا، از معیارهای مختلفی برای ارزیابی عملکرد پرتفوی بهره می‌برد و در نهایت، به رتبه‌بندی این مدل‌ها می‌پردازد. نتایج این پژوهش، می‌تواند سرمایه‌گذاران را در راستای اتخاذ تصمیم‌های سرمایه‌گذاری و انتخاب پرتفوی یاری دهد. ساختار مقاله بدین شرح است: در ادامه، پیشینه پژوهش بررسی می‌شود. بخش بعدی به روش‌شناسی پژوهش اختصاص دارد، سپس یافته‌های پژوهش بیان شده و در بخش پایانی نیز، به نتیجه‌گیری و پیشنهادها پرداخته می‌شود.

1. Markowitz
2. Michaud
3. DeMiguel, Garlappi and Uppal
4. Chaves, Hsu & Shakernia

پیشینه نظری پژوهش

در سال ۱۹۵۲ مارکوویتز، مسئله انتخاب پرتفوی بهینه از یک مجموعه سرمایه‌گذاری را مطرح کرد. هدف از مسئله انتخاب پرتفوی، این است که از بین مجموعه دارایی‌های در دسترس، پرتفوی‌ای انتخاب شود که افزون بر کمینه‌سازی ریسک پرتفوی، سطح حداقلی از بازده پرتفوی را نیز برای سرمایه‌گذاری برآورده کند (قاسمی و نجفی، ۱۳۹۱). مسئله انتخاب پرتفوی، منشأ بروز «تئوری نوین پرتفوی»^۱ قرار گرفت. در رویکرد سنتی نظریه پرتفوی، سرمایه‌گذار می‌بایست در اوراق بهادار با بیشترین بازده مورد انتظار، سرمایه‌گذاری کند؛ اما مارکوویتز مدعی شد چنین تصمیمی، غیرعقلایی به نظر می‌رسد؛ زیرا سرمایه‌گذاران، علاوه بر اینکه خواستار به حداکثر رساندن بازده مورد انتظار هستند، می‌خواهند از کسب این بازده نیز اطمینان داشته باشند، از این رو، سرمایه‌گذاران باید دو پدیده بازده و ریسک را هم‌زمان در نظر بگیرند، یعنی ضمن تلاش برای حداکثر کردن بازده مورد انتظار، در پی به حداقل رساندن ریسک سرمایه‌گذاری‌ها باشند. معمولاً، فرصت‌های سرمایه‌گذاری پر بازده، ریسک‌های زیادی به همراه دارند، از این رو، می‌توان گفت که هر سرمایه‌گذار، دو هدف متضاد را پیش رو دارد که باید میان آن دو تعادل برقرار کند. در همین راستا، سرمایه‌گذاران برای کاهش ریسک سرمایه‌گذاری‌های خود، سبد سرمایه‌گذاری نگهداری می‌کنند و می‌کوشند تا حد امکان، تنوع سبد سرمایه‌گذاری خود را بالا برده و ریسک سرمایه‌گذاری را کنترل کنند (فیوزی، نیو و ژو^۲، ۲۰۱۱).

ضعف اساسی مدل مارکوویتز این است که تخمین دقیقی برای بازده سهام و واریانس (ریسک) آنها در نظر گرفته می‌گیرد. این مدل، فقط به بهینه‌کردن پرتفوی می‌پردازد و چگونگی برآوردها را ارائه نمی‌دهد و احتمال برآوردهای نادقیق را در نظر نمی‌گیرد، در حالی که بازده دارایی‌ها تغییر می‌کند و هر تغییر کوچک در بازه و ریسک، اثر شایان توجهی بر ترکیب میانگین - واریانس می‌گذارد (ابریشمی و یوسفی زوز، ۱۳۹۳). در واقع، خطای برآورد پارامترهای مطرح در این مدل، زمینه‌ساز ارائه مدل‌های دیگر شد؛ به طوری که این مدل‌ها، به دنبال بهبود عملکرد مدل مارکوویتز با فائق آمدن بر خطای برآورد بودند. در این پژوهش، ضمن بررسی کردن مدل حداقل واریانس و مدل ترکیبی حداقل واریانس و $1/N$ که بدین منظور ارائه شده، عملکرد این مدل‌ها با مدل میانگین - واریانس و مدل $1/N$ مقایسه شده است.

پیشینه تجربی

لو، فاف و آس^۳ (۲۰۱۶)، در پژوهشی با عنوان «بهبود انتخاب پرتفوی میانگین - واریانس با استفاده از مدل توزیعی عدم تقارن»، بازده مازاد مورد انتظار را از طریق نمونه‌گیری از یک مدل احتمال چندمتغیری که شامل عدم تقارن توزیع انتظارات است، تخمین زدند. نتایج نشان می‌دهد که اعمال رابطه‌ها با استفاده از مدل حاشیه‌ای که از درآمیختن خصوصیات پویا، مثل خودرگرسیون، دسته‌بندی نوسان‌ها و چولگی انجام می‌شود، خطای تخمین را نسبت به نمونه‌گیری تاریخی کاهش می‌دهد. استفاده از مدل‌های مبتنی بر رابطه چندین قاعده بر اساس مدل‌های میانگین - واریانس، روابط

1. Modern Portfolio Theory
2. Fabozzi, Neave and Zhou
3. Low, Faff and Aas

معنادار بهتری را پس از محاسبه هزینه‌های معاملاتی نشان می‌دهد. اگرچه، عملکرد بهتر استراتژی $1/N$ با وزن دهی برابر پس از محاسبه هزینه‌های معاملاتی، هنوز هم کاری مبهم است.

فلتچر^۱ (۲۰۱۵)، در پژوهشی با عنوان «واکاوی مزایای استفاده از ویژگی‌های سهام در استراتژی‌های پرتفوی‌های بهینه» به بهینه‌سازی پرتفوی با استفاده از رویکرد برانت و همکاران^۲ (۲۰۰۹) پرداخت. در این پژوهش، از داده‌های ماهانه ۳۵۰ سهام از بزرگ‌ترین سهام بریتانیا، از جولای ۱۹۹۱ تا دسامبر ۲۰۱۲ استفاده شده است. همچنین، برای روش بهینه‌سازی مشخصات، از خصوصیات اندازه، نسبت ارزش دفتری به بازار و مومنتوم استفاده شده است. نتایج نشان می‌دهد که سید سهام با استفاده از رویکرد پارامتریزه‌کردن سید سهام، در مقایسه با سایر استراتژی‌ها، از نظر معیار شارپ عملکرد بهتری دارد. همچنین این روش، از مدل‌های $1/N$ و مدل میانگین - واریانس، از نظر نسبت شارپ بهتر عمل می‌کند. این نتایج، تأییدکننده رویکرد پرتفوی مشخصه‌ای برانت و همکاران (۲۰۰۹) است.

کیربی و استدیگ^۳ (۲۰۱۲) پژوهشی با عنوان «همه چیز در زمان‌بندی: عملکرد بهتر استراتژی‌های ساده و فعال در مقایسه با استراتژی $1/N$ » انجام دادند. دی‌میگوئل و همکارانش (۲۰۰۹) در مقاله‌ای، درباره ارزش بهینه‌سازی میانگین - واریانس، به‌عنوان روشی برای انتخاب پرتفوی، سؤال‌های جدی مطرح کردند و به این نتیجه رسیدند که مدل واحدی وجود ندارد که به‌طور مداوم، نسبت شارپ یا بازده CEQ بالاتر از پرتفوی $1/N$ باشد. در این پژوهش، دیدگاه‌های مختلفی برای عملکرد میانگین - واریانس در مقابل استراتژی $1/N$ مطرح شده است. آنها دو روش جایگزین برای انتخاب پرتفوی میانگین - واریانس پیشنهاد کرده‌اند: یکی زمان‌بندی نوسان‌ها و دیگری، زمان‌بندی پاداش به ریسک که به‌منظور کاهش اثرهای تخمین ریسک طراحی شده‌اند. هر یک از این روش‌ها، به سرمایه‌گذار اجازه می‌دهد که روی حجم معاملات خود کنترل داشته باشد، از این رو، هزینه‌های معاملات با استفاده از یک پارامتر تنظیم، می‌تواند به‌عنوان معیاری از زمان‌بندی تفسیر شود. نتایج این پژوهش عملکرد بهتر استراتژی‌های زمان‌بندی را نسبت به استراتژی $1/N$ نشان می‌دهد.

بهر، گاتلر و تروین بیچ^۴ (۲۰۱۱) در پژوهشی با عنوان «استفاده از مومنتوم برای بهبود عملکرد سید سهام» با پیشنهاد رویکرد پارامتریزه‌کردن پرتفوی اصلاح شده از مدل برانت و همکاران (۲۰۰۹)، عملکرد این رویکرد را با ۱۴ معیار شناخته شده، بررسی کردند و با استفاده از داده‌های ماهانه ۴۸ صنعت، به نتایج شایان توجهی دست یافتند. در این پژوهش، از مدل میانگین - واریانس، حداقل واریانس، $1/N$ و همچنین مدل‌های تک فاکتوری، سه فاکتوری و چهار فاکتوری استفاده شده است که برای مدل تک فاکتوری از بازده بازار، برای مدل سه فاکتوری از SMB، HML و بازده بازار و مدل چهار فاکتوری علاوه بر سه فاکتور گفته شده، عامل مومنتوم نیز در نظر گرفته شده است. نتایج نشان می‌دهد که رویکرد پیشنهاد شده برای پارامتریزه‌کردن سید سهام با استفاده از مدل برانت و همکاران، از نظر معیار شارپ و CER، در مقایسه با استراتژی‌های دیگر عملکرد بهتری دارد. همچنین با توجه به اینکه سبدهای تشکیل شده با استفاده

1. Fletcher

2. Brandt et al

3. Kirby and Ostdiek

4. Behr, Guettler and Truebenbach

از مدل حداقل واریانس، از میانگین چشم‌پوشی کرده و بر کوارینانس‌های بازده دارایی‌ها متمرکزند، این مدل، از مدل میانگین - واریانس عملکرد بهتری دارد. با وجود این نتایج امیدوار کننده، رویکرد حداقل واریانس، موفق نیست که در مقایسه با استراتژی $1/N$ عملکرد بهتری ارائه دهد.

دی‌میگوتل و همکارانش (۲۰۰۹)، در پژوهشی با عنوان «بهینه‌سازی در برابر تنوع‌سازی ساده: چگونه استراتژی پرتفوی $1/N$ ناکارآمد است؟» ۱۴ مدل بهینه‌سازی را با رویکرد معیار $1/N$ مقایسه کردند. این مقایسه با به‌کارگیری ۷ مجموعه داده تجربی مختلف از بازده سهام بازار آمریکا و با استفاده از داده‌های شبیه‌سازی شده صورت گرفته است. برای داده‌های شبیه‌سازی شده، دریافتند که یک پرتفوی با تنها ۲۵ دارایی، به پنجره برآوردی بیش از ۳۰۰۰ ماه و همچنین، پرتفوی با ۵۰ دارایی به بیش از ۶۰۰۰ ماه نیاز دارد، در حالی که به‌طور نمونه، این پارامترها با به‌کارگیری ۶۰ تا ۱۲۰ ماه داده برآورد شده‌اند. در این پژوهش، نسبت شارپ استراتژی میانگین - واریانس خیلی کمتر از استراتژی $1/N$ گزارش شده است. حتی با بسط‌های مختلف مدل میانگین - واریانس مطرح شده در این پژوهش، برای حل مشکل خطای برآورد میانگین - واریانس، هیچ مدلی بهتر از استراتژی $1/N$ برای ۷ مجموعه داده تجربی عمل نکرده است. در این مقاله، مدلی وجود ندارد که به‌طور مداوم، نسبت شارپ، CEQ و حجم معاملات بالاتری از پرتفوی $1/N$ داشته باشد. نتایج پژوهش، در خصوص برآورد روشی که برانت، سانتا و ولکانو (۲۰۰۷) مطرح کرده‌اند، نشان داد که استفاده از اطلاعات خصوصیات قطعی دارایی‌ها، ممکن است مسیر نویدبخشی برای مدل‌های بهینه‌سازی سهام باشد.

روش‌شناسی پژوهش

همان‌طور که بیان شد، در این پژوهش، هم برای انتخاب پرتفوی بهینه و هم برای سنجش عملکرد پرتفوی، از روش‌ها و مدل‌های مختلفی استفاده شده است و در پایان به کمک روش تصمیم‌گیری چندمعیاره ELECTRE^۱ مدل‌های پژوهش رتبه‌بندی شده است. پرتفوی و وزن‌های بهینه حاصل از هر مدل برای سال‌های ۱۳۸۸ تا ۱۳۹۵، با استفاده از یک پنجره تخمین چرخشی^۲ سه‌ساله به‌دست می‌آید. در واقع، از این دوره سه‌ساله، برای محاسبه وزن‌های بهینه، بازده و ریسک پرتفوی و در انتها، معیارهای ارزیابی عملکرد استفاده می‌شود. ضرورت انجام این کار زمانی مشخص می‌شود که دوره‌های رکود و رونق رخ دهد، یعنی دارایی‌هایی که در زمان رونق در پرتفوی جای دارند با توجه به گذشت دوره سه‌ساله، می‌توانند بازنگری شوند و ممکن است در زمان رکود وزن کمتری به آن اختصاص یابد. پس از به‌دست‌آوردن وزن‌ها، بازده و ریسک پرتفوی، معیارهای ارزیابی عملکرد محاسبه شده و در پایان نیز، مدل‌ها رتبه‌بندی می‌شوند.

مدل بررسی شده در پژوهش

مدل‌هایی که در پژوهش استفاده شده‌اند، عبارت‌اند از: مدل $1/N$ یا ew، مدل میانگین - واریانس یا mv، مدل حداقل واریانس یا min و مدل ترکیبی حداقل واریانس و $1/N$ که در ادامه به توضیح آنها می‌پردازیم.

جدول ۱. مدل‌های انتخاب پرتفوی

علامت اختصاری	مدل
ew	مدل $1/N$ یا وزن برابر
mv	مدل میانگین - واریانس
min	مدل حداقل واریانس
ew-min	مدل ترکیبی حداقل واریانس و $1/N$

مدل $1/N$ یا مدل با وزن برابر (ew)^۱، به‌سادگی، وزن مشابه را به هر دارایی تخصیص می‌دهد. در این مدل، وزن هر یک از دارایی‌ها، از تقسیم ۱ بر تعداد دارایی‌های موجود در پرتفوی به‌دست می‌آید. اگر N دارایی وجود داشته باشد، وزن هر یک به‌صورت زیر خواهد بود (دی‌میگوئل و همکاران، ۲۰۰۹):

$$W^{ew} = \frac{1}{N} \quad \text{رابطه ۱}$$

در مدل میانگین - واریانس^۲ یا mv مارکوویتز، سرمایه‌گذاران به‌دنبال حداکثرسازی مطلوبیت خود در پایان دوره هستند. به بیان دیگر، سرمایه‌گذاران با در نظر داشتن دو عامل بازده و ریسک، تلاش می‌کنند که بازده خود را با کمترین ریسک حداکثر کنند یا به کمینه‌سازی ریسک با حداکثر بازده بپردازند (مارکوویتز، ۱۹۵۹). دقت داشته باشید که این مدل به‌طور کلی احتمال خطای برآورد را نادیده می‌گیرد (دی‌میگوئل و همکاران، ۲۰۰۹). مسئله حداقل کردن واریانس پرتفوی برای سطح مشخص بازده R^e به‌صورت زیر بیان می‌شود (پرالتا و زارعی، ۲۰۱۶):

$$\min W_t^T \sum_t W_t \quad s. t. W_t^T \mu^e = R^e \quad \text{رابطه ۲}$$

دقت داشته باشید که محدودیت $1^T W_t = 1$ اعمال نشده است، در واقع، فروش استقرایی نیز مجاز فرض شده است. با حل مسئله، رابطه وزن بهینه دارایی‌ها به‌صورت زیر خواهد بود (پرالتا و زارعی، ۲۰۱۶):

$$W^{mv} = \frac{R^e \Sigma_t^{-1} \mu^e}{\mu^{eT} \Sigma_t^{-1} \mu^e} \quad \text{رابطه ۳}$$

که در آن، R^e بازده مورد انتظار هدف برابر با نرخ بازده مورد انتظار هدف منهای نرخ بازده بدون ریسک (بازده شاخص کل بورس اوراق بهادار به‌عنوان بازده مورد انتظار هدف در نظر گرفته شده است)، μ^e بردار بازده مورد انتظار، μ^{eT} ترانهاده بردار بازده مورد انتظار و Σ^{-1} معکوس ماتریس کوواریانس است.

در مدل حداقل واریانس (min) با سرمایه‌گذاری مواجه‌ایم که تنها دغدغه او کمینه‌کردن ریسک و واریانس پرتفوی است. بنابراین رابطه زیر، تابعی است که سرمایه‌گذار به دنبال بهینه‌کردن آن است (دی‌میگوئل و همکاران، ۲۰۰۹):

$$\min_{w_t} w_t^T \sum w_t \quad s.t. \quad 1_N^T w_t = 1 \quad \text{رابطه ۴}$$

برای اجرای این استراتژی، از تخمین ماتریس کوواریانس بازده دارایی‌ها استفاده می‌شود. این مدل بهینه‌سازی با استفاده از روش‌های تحلیلی حل می‌شود. در نهایت، وزن مدل حداقل واریانس از رابطه ۵ به دست می‌آید (دی‌میگوئل و همکاران، ۲۰۰۹):

$$W^{\min} = \frac{\Sigma_t^{-1} 1_N}{1_N^T \Sigma_t^{-1} 1_N} \quad \text{رابطه ۵}$$

که در آن، Σ_t^{-1} معکوس ماتریس کوواریانس، 1_N بردار یک‌ها و 1_N^T ترانپوز بردار یک‌ها. در سال ۲۰۰۹، دی‌میگوئل و همکارانش مدل ترکیبی حداقل واریانس و $1/N$ یا ew-min را ارائه کردند. دلیل اصلی ارائه این مدل آن است که برآورد بازده‌های مورد انتظار نسبت به کوواریانس سخت‌تر است و ممکن است سرمایه‌گذاری بخواهد میانگین بازده‌ها را نادیده بگیرد؛ اما به برآوردهای کوواریانس توجه کند. در این حالت وزن بهینه از رابطه ۶ به دست می‌آید:

$$W^{ew-\min} = c \frac{1}{N} 1_N + d \Sigma^{-1} 1_N \quad s.t. \quad 1_N^T W^{ew-\min} = 1 \quad \text{رابطه ۶}$$

که در آن، c و d به نحوی انتخاب می‌شوند که مطلوبیت مورد انتظار سرمایه‌گذار میانگین - واریانس را حداکثر کنند.

$$c = 1 - d 1_N^T \Sigma^{-1} 1_N \quad \text{رابطه ۷}$$

$$\text{رابطه ۸}$$

$$d = \frac{(M - N - 2)(1_N^T \Sigma 1_N)(1_N^T \Sigma^{-1} 1_N) - N^2 M}{N^2(M - N - 2)k(1_N^T \Sigma^{-1} 1_N) - 2MN^2(1_N^T \Sigma^{-1} 1_N) + (M - N - 2)(1_N^T \Sigma^{-1} 1_N)^2(1_N^T \Sigma 1_N)}$$

در این روابط، N تعداد دارایی‌ها و M طول دوره‌ای است که برای برآورد گشتاورها استفاده می‌شود.

معیارهای ارزیابی عملکرد بررسی شده در پژوهش

پس از به دست آوردن وزن‌ها، بازده و ریسک پرتفوی، معیارهای ارزیابی عملکرد محاسبه می‌شود. معیارهای استفاده شده در این پژوهش عبارت‌اند از: معیار شارپ، معیار ترینر، معیار مودیلیانی - مودیلیانی، معیار اطلاعات و معیار سورتینو. در ادامه، نحوه محاسبه این معیارها بیان می‌شود.

جدول ۲. معیارهای ارزیابی عملکرد پرتفوی

معیار	علامت اختصاری
شارپ	SR_p
ترینر	T_p
مودیلیانی - مودیلیانی یا M^2	M_p^2
اطلاعات	IR_p
سورتینو	S_p

معیار شارپ^۱ یا نسبت بازده به تغییرپذیری^۲، بازده را نسبت به ریسک کل پرتفوی (انحراف معیار بازدهی) اندازه‌گیری می‌کند. SR_p از تقسیم متوسط بازده اضافی پرتفوی بر انحراف معیار به دست می‌آید (راعی و پویان‌فر، ۱۳۹۰).

$$SR_p = \frac{\bar{r}_p - \bar{r}_f}{\sigma_p} \quad \text{رابطه ۹}$$

معیار ترینر^۳ یا نسبت بازدهی به نوسان‌پذیری^۴ با نماد T_p برای یک پرتفوی، از تقسیم بازده اضافی بر ریسک سیستماتیک پرتفوی به دست می‌آید (راعی و پویان‌فر، ۱۳۹۰).

$$T_p = \frac{\bar{r}_p - \bar{r}_f}{\beta_p} \quad \text{رابطه ۱۰}$$

فرانکو مودیلیانی و لیا مودیلیانی^۵ معیار M^2 را ارائه کردند. این معیار، مشخص می‌سازد که اگر پرتفوی، درجه مشابهی از ریسک کل پرتفوی بازار را داشته باشد، متوسط بازده چقدر خواهد بود. M_p^2 از طریق رابطه ۱۱ به دست می‌آید (راعی و پویان‌فر، ۱۳۹۰):

$$M_p^2 = \bar{r}_f + \left(\frac{\bar{r}_p - \bar{r}_f}{\sigma_p} \right) \sigma_m \quad \text{رابطه ۱۱}$$

1. The Sharpe Ratio
2. The Reward-to-Variability Ratio
3. Treynor
4. The Reward-to-Volatility Ratio
5. Franco Modigliani and Liyah Modigliani

معیار دیگر، معیار اطلاعات^۱ است. این معیار از تقسیم بازده غیرمعمول بر ریسک غیرسیستماتیک به دست می آید. بازده غیرمعمول، بازده مازاد پرتفوی نسبت به پرتفوی مبنا (در این پژوهش شاخص کل بازار) است. از طرفی، ریسک غیرسیستماتیک نیز برابر با انحراف معیار تفاوت بین بازده پرتفوی مورد نظر و بازده پرتفوی مبنا است. رابطه این معیار به صورت زیر است (لی سورد، ۲۰۰۷):

$$IR_p = \frac{\bar{r}_p - \bar{r}_{bp}}{\sigma(r_p - r_{bp})} \quad \text{رابطه ۱۲}$$

سورتینو و پرایس^۲ (۱۹۹۴) معیار جدیدی را برای ارزیابی عملکرد پرتفوی ارائه کردند. در معیار سورتینو^۳ چنین استدلال می شود که سرمایه گذار، معمولاً به اثر نامطلوب ریسک (نوسان) بر دارایی توجه می کند، از این رو از ریسک نامطلوب به جای ریسک کل در مدل خود استفاده می کند. همچنین، در این معیار به جای استفاده از نرخ بدون ریسک، از حداقل نرخ بازده قابل قبول برای سرمایه گذاری استفاده می شود. رابطه مربوط به معیار سورتینو به صورت زیر است:

$$S_p = \frac{\bar{r}_p - MAR}{DR} \quad \text{رابطه ۱۳}$$

در این رابطه، \bar{r}_p بازده متوسط پرتفوی در طول دوره بررسی، MAR حداقل نرخ بازده قابل قبول^۴ (در این پژوهش بازده شاخص کل بازار) و DR ریسک نامطلوب^۵ است که از رابطه ۱۴ به دست می آید:

$$DR = \sqrt{\frac{1}{T} \sum_{\substack{t=0 \\ r_{pt} < MAR}}^T (r_{pt} - MAR)^2} \quad \text{رابطه ۱۴}$$

در این پژوهش، برای پرتفوی بازار از شاخص کل بورس اوراق بهادار تهران استفاده شده است. همچنین، نرخ بازده اوراق مشارکت، به عنوان نرخ بازده بدون ریسک در نظر گرفته شده است. در پایان با استفاده از روش ELECTRE به رتبه بندی مدل های مورد استفاده در این پژوهش می پردازیم. روش ELECTRE در اواخر دهه ۱۹۸۰ مطرح شد و به عنوان یکی از فنون برتر تصمیم گیری چندمعیاره، در کانون توجه قرار گرفت (موسیو و اسلوینسکی، ۱۹۹۸). این روش، یکی از روش های بسیار جدید و توانمند برای تصمیم گیری چندمعیاره است و به مقایسه جفتی گزینه های تصمیم می پردازد و برتری نسبی هر مدل بر مدل دیگر را بررسی کرده و در نهایت، رتبه بندی کامل گزینه ها را ارائه می کند (محقر و یونسفر، ۱۳۹۵)، از این رو، در پژوهش حاضر برای رتبه بندی کامل مدل های پژوهش، از این روش استفاده شده است. کلیه مراحل اجرای این روش، بر مبنای یک مجموعه هماهنگ و یک

1. Informational Ratio
2. Sortino and Price
3. Sortino Ratio
4. Minimum Acceptable Return
5. Downside Risk
6. Mousseau & Slowinski

مجموعه ناهماهنگ پایه‌ریزی می‌شود که به این دلیل، به روش آنالیز هم‌هنگی نیز مشهور است. مراحل اجرای آن به صورت زیر است (اصغریور، ۱۳۸۵):

۱. تشکیل ماتریس تصمیم‌گیری؛
 ۲. بی‌مقیاس کردن ماتریس تصمیم‌گیری؛
 ۳. محاسبه ماتریس تصمیم‌گیری بی‌مقیاس شده موزون؛
 ۴. تعریف مجموعه هم‌هنگ و ناهماهنگ؛
 ۵. محاسبه ماتریس هم‌هنگ نسبی؛
 ۶. محاسبه ماتریس ناهماهنگ نسبی؛
 ۷. محاسبه ماتریس هم‌هنگ مطلق؛
 ۸. محاسبه ماتریس ناهماهنگ مطلق؛
 ۹. تعیین ماتریس ارجحیت نهایی و رتبه‌بندی مدل‌ها بر اساس این ماتریس.
- در بخش یافته‌های پژوهش نتایج مربوطه به روش ELECTRE برای رتبه‌بندی پژوهش ارائه شده است.

جامعه و نمونه آماری

در این پژوهش، برای انتخاب جامعه آماری، از شاخص‌های صنایع بورس اوراق بهادار تهران استفاده شده است. نمونه پژوهش، شاخص‌های صناعی را شامل می‌شود که مجموع ارزش بازار آنها ۸۰ درصد ارزش کل بازار را تشکیل می‌دهد. بدین ترتیب، از بین شاخص‌های صنایع بورس اوراق بهادار ۱۰ شاخص در نظر گرفته شده است. داده‌های مربوط به این شاخص‌ها برای سال‌های ۱۳۸۸ تا ۱۳۹۵ بررسی شده است. در جدول ۳، شاخص صنایع مورد مطالعه در پژوهش ارائه شده است.

جدول ۳. شاخص صنایع مورد مطالعه در پژوهش

شاخص صنایع	شاخص صنایع	شاخص صنایع	شاخص صنایع
۱	محصولات شیمیایی	۶	شرکت‌های چندرشته‌ای صنعتی
۲	فلزات اساسی	۷	خودرو و ساخت قطعات
۳	بانک‌ها و مؤسسه‌های اعتباری	۸	استخراج کانه‌های فلزی
۴	مخابرات	۹	مواد و محصولات دارویی
۵	فراورده‌هایی نفتی، کک و سوخت هسته‌ای	۱۰	رایانه و فعالیت‌های وابسته به آن

یافته‌های پژوهش

در این بخش، ابتدا نتایج مربوط به بازده و ریسک پرتفوی‌های حاصل از هر مدل ارائه شده است، سپس نتایج حاصل از

محاسبه معیارهای ارزیابی عملکرد، به تفکیک بررسی می‌شود. در انتهای این بخش نیز، نتایج مربوط به روش ELECTRE ارائه خواهد شد.

جدول ۴. بازده پرتفوی حاصل از مدل‌های پژوهش

مدل‌های پژوهش	۱۳۹۱	۱۳۹۲	۱۳۹۳	۱۳۹۴	۱۳۹۵	میانگین
مدل $1/N$	۲۸٪	۷۴٪	-۱۴٪	۲۲٪	-۲٪	۲۳/۶٪
مدل میانگین - واریانس	۲۲٪	۹۶٪	-۲۲٪	۱۶٪	-۹٪	۲۰/۶٪
مدل حداقل واریانس	۲۳٪	۱۱۷٪	-۲۷٪	۵۳٪	۲۸٪	۳۸/۸٪
مدل ترکیبی حداقل واریانس و $1/N$	۱٪	۷٪	۳٪	۶٪	۰٪	۳/۴٪

همان‌طور که مشاهده می‌شود، برخلاف انتظار، مدل $1/N$ بازده مناسبی را ایجاد نکرده است و در عین حال، مدل حداقل واریانس بازده نسبتاً خوبی ایجاد کرده است که با توجه به ماهیت رکودی دوره بررسی، چندان عجیب به نظر نمی‌رسد. در خصوص مدل ترکیبی حداقل واریانس و $1/N$ نیز مشاهده می‌شود که این مدل بازده مناسبی ایجاد نکرده است.

جدول ۵. ریسک پرتفوی حاصل از مدل‌های پژوهش

مدل‌های پژوهش	۱۳۹۱	۱۳۹۲	۱۳۹۳	۱۳۹۴	۱۳۹۵	میانگین
مدل $1/N$	۶٪	۶٪	۴٪	۷٪	۳٪	۵/۲٪
مدل میانگین - واریانس	۷٪	۱۲٪	۳٪	۵٪	۲٪	۵/۸٪
مدل حداقل واریانس	۶٪	۱۲٪	۵٪	۷٪	۴٪	۶/۸٪
مدل ترکیبی حداقل واریانس و $1/N$	۵٪	۸٪	۴٪	۷٪	۴٪	۵/۶٪

مطابق نتایج ارائه شده در جدول ۵، مدل $1/N$ از نظر ریسک پرتفوی، در مقایسه با مدل‌های دیگر، نسبتاً وضعیت قابل قبول و بهتری دارد؛ اما همان‌طور که مشاهده می‌شود، مدل حداقل واریانس، همواره دارای کمترین واریانس طی دوره نبوده است که دلیل آن، اتکای بیش از حد این مدل به دارایی‌های خاص پرتفوی است که در صورت نزول بیش از حد این دارایی‌ها، این مدل چندان مناسب عمل نخواهد کرد.

در ادامه نتایج مربوط به محاسبه هر یک از معیارهای ارزیابی عملکرد پرتفوی ارائه شده است. همان‌طور که در جدول ۶ مشاهده می‌شود، اگرچه بر حسب فراوانی نمی‌توان در خصوص برتری مدلی قضاوت کرد؛ اما مدل $1/N$ نسبتاً معیار شارپ بهتری دارد که این موضوع، از بازده متعادل دارایی و ریسک آن نشئت می‌گیرد. این مدل، بازده بالاتر و ریسک کمتر محسوسی نسبت به سایر مدل‌ها ندارد؛ اما تلفیق دو عامل فوق به‌خوبی محسوس بوده و در نتیجه، معمولاً معیار شارپ بالاتری ایجاد می‌کند. در واقع، می‌توان گفت مدل $1/N$ از نظر بازده حاصل شده، به ازای ریسک متحمل شده، قابل قبول‌تر بوده است. در عین حال عملکرد مدل ترکیبی حداقل واریانس و $1/N$ چندان قابل قبول نیست.

جدول ۶. معیار شارپ مدل‌های پژوهش

میانگین	۱۳۹۵	۱۳۹۴	۱۳۹۳	۱۳۹۲	۱۳۹۱	مدل‌های پژوهش
-۰/۰۵۵	-۰/۵۱۰	۰/۰۹۸	-۰/۷۰۳	۰/۶۰۷	-۰/۲۳۵	مدل $1/N$
-۰/۱۳۳	-۰/۹۵۲	۰/۱۴۴	-۰/۲۴۹	۰/۳۹۵	-۰/۴۲۸	مدل میانگین - واریانس
-۰/۲۱۸	۰/۱۷۸	-۰/۱۳۳	-۰/۵۱۹	۰/۳۹۹	-۰/۵۹۲	مدل حداقل واریانس
-۰/۰۹۹	-۰/۲۸۳	۰/۰۷۲	-۰/۷۰۴	۰/۵۰۸	-۰/۰۸۸	مدل ترکیبی حداقل واریانس و $1/N$

جدول ۷. معیار ترینر مدل‌های پژوهش

میانگین	۱۳۹۵	۱۳۹۴	۱۳۹۳	۱۳۹۲	۱۳۹۱	مدل‌های پژوهش
۰/۰۰۴	-۰/۰۱۴	۰/۰۰۶	-۰/۰۲۹	۰/۰۴۲	۰/۰۱۴	مدل $1/N$
-۰/۰۰۹	-۰/۰۴۴	۰/۰۱۱	-۰/۰۱۵	۰/۰۴۷	-۰/۰۳۴	مدل میانگین - واریانس
-۰/۰۰۷	۰/۰۰۶	-۰/۰۱۰	-۰/۰۲۳	۰/۰۴۴	-۰/۰۶۳	مدل حداقل واریانس
۰/۰۰۱	-۰/۰۰۸	۰/۰۰۴	-۰/۰۲۹	۰/۰۴۳	-۰/۰۰۶	مدل ترکیبی حداقل واریانس و $1/N$

بر اساس این معیار، مدل $1/N$ در مواقعی عملکرد مناسبی نداشته و مدل میانگین - واریانس در بیشتر مواقع بهتر عمل کرده است؛ اما با این حال، مدل $1/N$ به‌طور متوسط معیار ترینر بیشتری دارد. در واقع، نسبت بازده اضافی به ریسک سیستماتیک پرتفوی، به‌طور متوسط در این مدل بیشتر است. عملکرد مدل ترکیبی حداقل واریانس و $1/N$ نیز چندان قابل قبول نیست.

جدول ۸. معیار مودیلیانی - مودیلیانی مدل‌های پژوهش

میانگین	۱۳۹۵	۱۳۹۴	۱۳۹۳	۱۳۹۲	۱۳۹۱	مدل‌های پژوهش
۰/۱۸۶	۰/۱۳۶	۰/۲۰۶	۰/۱۹۳	۰/۲۰۹	۰/۱۸۴	مدل $1/N$
۰/۱۷۶	۰/۱۲۵	۰/۲۰۸	۰/۲۱۰	۰/۱۹۶	۰/۱۴۵	مدل میانگین - واریانس
۰/۱۷۷	۰/۱۵۵	۰/۱۹۲	۰/۲۰۰	۰/۱۹۶	۰/۱۳۵	مدل حداقل واریانس
۰/۱۸۱	۰/۱۴۲	۰/۲۰۴	۰/۱۹۳	۰/۲۰۳	۰/۱۶۵	مدل ترکیبی حداقل واریانس و $1/N$

همان‌طور که در جدول ۸ مشاهده می‌شود، معیار مودیلیانی - مودیلیانی برای مدل‌های پژوهش بسیار نزدیک به یکدیگر است. با این حال، مدل $1/N$ بر اساس این معیار برتری نسبی دارد. به بیان دیگر، با توجه به نتایج این معیار می‌توان گفت که اگر پرتفوی، درجه مشابهی از ریسک کل پرتفوی بازار را داشته باشد، متوسط بازده آن بر اساس مدل $1/N$ بیشتر خواهد بود.

جدول ۹. معیار اطلاعات مدل‌های پژوهش

میانگین	۱۳۹۵	۱۳۹۴	۱۳۹۳	۱۳۹۲	۱۳۹۱	مدل‌های پژوهش
۰/۱۰۷	۰/۲۰۹	-۰/۰۳۲	۰/۶۸۱	-۰/۲۲۳	-۰/۱۰۳	مدل ۱/N
۰/۰۳۳	-۰/۰۶۸	-۰/۰۱۱	۰/۸۹۳	۰/۰۴۶	-۰/۹۲۷	مدل میانگین - واریانس
-۰/۰۱۴	۱/۰۸۲	-۰/۳۸۵	۰/۳۱۷	۰/۰۴۶	-۰/۸۹۷	مدل حداقل واریانس
۰/۱۲۳	۰/۸۴۴	-۰/۱۲۰	۰/۶۸۳	۰/۰۰۲	-۰/۷۹۱	مدل ترکیبی حداقل واریانس و ۱/N

همان‌طور که در جدول ۹ مشاهده می‌شود، بر اساس فراوانی برتری معیار عملکرد، نمی‌توان در خصوص برتری مدلی قضاوت کرد، با این حال نتایج حاصل برای مدل ترکیبی حداقل واریانس و ۱/N به نسبت بهتر است. در واقع، بازده غیرمعمول این مدل، نسبت به ریسک غیرسیستماتیک قابل قبول‌تر است. عملکرد مدل ۱/N نیز، به‌طور متوسط بهتر از دو مدل دیگر است.

جدول ۱۰. معیار سورتینو مدل‌های پژوهش

میانگین	۱۳۹۵	۱۳۹۴	۱۳۹۳	۱۳۹۲	۱۳۹۱	مدل‌های پژوهش
۰/۷۳۲	۰/۹۱۵	-۰/۰۸۷	۳/۲۴۵	-۰/۲۷۹	-۰/۱۳۷	مدل ۱/N
۰/۷۸۶	-۰/۳۵۷	۰/۳۷۵	۵/۳۰۶	۰/۰۶۸	-۰/۷۱۱	مدل میانگین - واریانس
۰/۹۳۶	۴/۵۷۵	-۰/۴۲۳	۰/۴۱۰	۰/۰۷۰	-۰/۷۰۴	مدل حداقل واریانس
۱/۹۶۴	۷/۴۶۰	-۰/۲۱۸	۳/۲۳۵	۰/۰۰۳	-۰/۶۵۷	مدل ترکیبی حداقل واریانس و ۱/N

همان‌طور که در جدول ۱۰ مشاهده می‌شود، بر اساس فراوانی برتری معیار نمی‌توان قضاوتی انجام داد؛ اما در مجموع، مدل ترکیبی حداقل واریانس و ۱/N به‌طور نسبی معیارهای سورتینو بهتری را ارائه کرده است. می‌توان گفت که این مدل، نسبت به بازده مازاد از حداقل بازده قابل قبول به ریسک نامطلوب بهتری ارائه داده است. عملکرد مدل ۱/N بر اساس این معیار، چندان قابل قبول نیست.

جدول ۱۱. رتبه‌بندی مدل‌ها با استفاده از روش ELECTRE

Rank	Difference	Loss	Win	مدل‌های پژوهش
۱	۲	۰	۲	مدل ۱/N
۴	-۳	۳	۰	مدل میانگین - واریانس
۱	۲	۰	۲	مدل حداقل واریانس
۳	-۱	۲	۱	مدل ترکیبی حداقل واریانس و ۱/N

در جدول ۱۱ نتایج نهایی مربوط به روش ELECTRE ارائه شده است. Win نشان‌دهنده دفعات برتری مدل در مقایسه دو به دو با مدل‌های دیگر، Loss نشان‌دهنده دفعات عدم برتری مدل در مقایسه دو به دو با مدل‌های دیگر و

Difference نشان‌دهنده تفاوت Win و Loss است. در ستون آخر رتبه مربوط به هر مدل ارائه شده که بیانگر برتری مدل $1/N$ و حداقل واریانس است.

نتایج و پیشنهادها

در این پژوهش با هدف شناسایی مدلی کارا برای انتخاب پرتفوی، از مدل‌ها و معیارهای ارزیابی عملکرد متفاوتی استفاده شد و در انتها نیز، همه این مدل‌ها بررسی و رتبه‌بندی شدند. مدل‌های استفاده شده در این پژوهش عبارت بودند از: مدل $1/N$ ، مدل میانگین - واریانس، مدل حداقل واریانس و مدل ترکیبی حداقل واریانس و $1/N$. همچنین، معیارهای ارزیابی عملکرد پرتفوی در این پژوهش، معیار شارپ، معیار ترینر، معیار مودیلیانی - مودیلیانی، معیار اطلاعات و معیار سورتینو بود. از لحاظ بازده عملکرد، مدل $1/N$ چندان قابل قبول نیست، در حالی که عملکرد مدل حداقل واریانس مناسب بوده است. با این حال مدل $1/N$ از نظر ریسک، در مقایسه با مدل‌های دیگر، به‌طور نسبی عملکرد بهتری داشته است. در مجموع، بین مدل‌های بررسی شده، مدل $1/N$ از نظر معیار شارپ، ترینر و مودیلیانی - مودیلیانی، به نسبت عملکرد بهتری داشته است. از نظر دو معیار اطلاعات و سورتینو نیز، عملکرد مدل ترکیبی حداقل واریانس و $1/N$ به‌طور نسبی بهتر بوده است. کیربی و استدیک (۲۰۱۲) به این نتیجه رسیدند که مدل واحدی وجود ندارد که به‌طور مداوم، نسبت شارپ یا بازده CEQ بالاتری از پرتفوی $1/N$ داشته باشد. دی‌میگوتل و همکارانش (۲۰۰۹) ۱۴ مدل بهینه‌سازی را نسبت به رویکرد معیار $1/N$ بررسی کردند و به این نتیجه رسیدند که مدلی وجود ندارد که به‌طور مداوم، نسبت شارپ، CEQ و حجم معاملات بالاتری از پرتفوی $1/N$ داشته باشد. در پایان، رتبه‌بندی مدل‌های پژوهش با روش ELECTRE رتبه یکسانی به مدل‌های $1/N$ و مدل حداقل واریانس اختصاص داد و بعد از این دو مدل، به‌ترتیب مدل ترکیبی حداقل واریانس و $1/N$ و مدل میانگین - واریانس جای گرفتند.

بر حسب نتایج و یافته‌های حاصل از پژوهش، به فعالان بازار سرمایه پیشنهاد می‌شود که با توجه به نتایج پژوهش و همچنین سهولت و عملکرد مدل $1/N$ ، استفاده از این مدل را هنگام انتخاب پرتفوی در کانون توجه قرار دهند. همچنین، سرمایه‌گذارانی که به دنبال حداقل کردن ریسک خود هستند، می‌توانند در کنار مدل $1/N$ ، به مدل حداقل واریانس، به‌خصوص در دوران رکود توجه کنند. نتایج حاصل از معیارهای ارزیابی عملکرد، بیانگر برتری نسبی مدل $1/N$ است؛ اما روش ELECTRE رتبه‌بندی یکسانی را برای این دو مدل ارائه می‌دهد.

پیشنهادهایی که می‌توان برای پژوهش‌های آتی مطرح کرد، به شرح زیر ارائه می‌شود:

۱. برای مقایسه بهتر بین روش‌های انتخاب پرتفوی، پیشنهاد می‌شود مدل‌های این پژوهش در کنار سایر روش‌های بهینه‌سازی، مانند شبکه‌های عصبی، شبکه‌های عصبی ترکیبی، شبکه فازی عصبی، الگوریتم‌های فراابتکاری^۱ بررسی شود.

۲. در این پژوهش، فقط دو معیار ریسک و بازده در نظر گرفته شده است؛ بنابراین پیشنهاد می‌شود که معیارهای دیگری نیز نظیر نقدشوندگی، برای تشکیل پرتفوی در نظر گرفته شود.
۳. پیشنهاد می‌شود که علاوه بر محاسبه ماتریس کوواریانس به روش کلاسیک آماری، از روش‌هایی همچون میانگین موزون متحرک نمایی^۱، شرینکیج^۲، و... نیز بدین منظور استفاده شود.
۴. در این پژوهش، از بعضی معیارهای ارزیابی عملکرد استفاده شد، در پژوهش‌های آتی می‌توان از معیارهایی نظیر شارپ تعمیم‌یافته^۳، شارپ مضاعف^۴، پتانسیل مطلوب^۵، امگا^۶، کرنل^۷ و... بهره برد.

منابع

- ابریشمی، آذین؛ یونسی زنوز، رضا (۱۳۹۳). انتخاب سبد سهام با استفاده از بهینه‌سازی استوار. *تحقیقات مالی*، ۱۶(۲)، ۲۰۱-۲۱۸.
- اصغریپور، محمدجواد (۱۳۸۴). *تصمیم‌گیری‌های چندمعیاره*. تهران: انتشارات دانشگاه تهران.
- راعی، رضا؛ پویان‌فر، احمد (۱۳۸۸). *مدیریت سرمایه‌گذاری پیشرفته*. تهران: سمت.
- قاسمی، حمیدرضا؛ نجفی، امیرعباس (۱۳۹۱). بهینه‌سازی پرتفوی سهام در شرایط مجاز بودن فروش استقراسی و برخی محدودیت‌های کاربردی بازار سرمایه. *تحقیقات مالی*، ۱۴(۲)، ۱۱۷-۱۳۲.
- محقر، علی؛ یونسی‌فر، سید عزیز (۱۳۹۵). *تکنیک‌های تصمیم‌گیری در MADM*. تهران: انتشارات دانشگاه تهران.

References

- Abrishami, A. and Yousefi Zenouz, R. (2016). Portfolio Selection by Robust Optimization. *Journal of Financial Researches*, 16(2), 201-218. (in Persian)
- Asgharpoor, M. J. (2006). *Multiple Criteria Decision Analysis*. Tehran: University of Tehran Publication. (in Persian)
- Behr, P., Guettler, A. & Truebenbach, F. (2011). Using industry momentum to improve portfolio performance. *Journal of Banking & Finance*, 36(5), 1414-1423.
- Chaves, D. B., Hsu, J. C. & Shakernia, O. (2011). Efficient Algorithms for Computing Risk Parity Portfolio Weights. *Journal of Investing*, 3, 150-163.
- DeMiguel, V., Garlappi L., & Uppal, R. (2009). Optimal versus naive diversification: How inefficient is the 1/N portfolio strategy? *Review of Financial Studies*, 22(5), 1915-1953.
- Fabozzi, F. J., Neave, E. H. and Zhou, G. (2011). *Financial Economics*. Wiley.

1. Exponentially-weighted Moving Average
2. Shrinkage Method
3. Generalised Sharpe Ratio
4. Double Sharpe Ratio
5. Upside Potential Ratio
6. Omega Measure
7. Cornell Measure

- Fletcher, J. (2015). Exploring the benefits of using stock characteristics in optimal portfolio strategies. *European Journal of Finance*, 19, 192-210.
- Ghasemi, H. and Najafi, A. (2014). Portfolio Optimization in terms of Justifiability Short Selling and Some Market Practical Constraints. *Journal of Financial Researches*, 14(2), 117-132. (in Persian)
- Kirby, C. & Ostdiek, B. (2012). It's All in the Timing: Simple Active Portfolio Strategies that Outperform Naïve Diversification. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 47(2), 437-467.
- Le Sourd, V. (2007). *Performance Measurement for Traditional Investment*. Literature Survey, London: EDHEC Risk and Asset Management Research Centre.
- Low, R., Faff, R. & Aas, K. (2016). Enhancing Mean-Variance Portfolio Selection by Modeling Distributional Asymmetries. *Journal of Economics and Business*, 85, 49-72.
- Markowitz, H. (1952). Portfolio selection. *Journal of Finance*, 7(1), 77-91.
- Markowitz, H. (1959). *Portfolio allocation: Efficient diversification of investments*. New York: John Wiley & Sons.
- Michaud, R. O. (1989). The Markowitz Optimization Enigma: is Optimized Optimal? *Financial Analysts Journal*, 45(1), 31-42.
- Mohaghar, A. & Yonesifar, S. (2016). *Decision Making Techniques in MADM*. Tehran: University of Tehran Press. (in Persian)
- Mousseau, V. & Slowinski, R. (1998). Inferring an ELECTRE TRI model from Assignment Examples. *Journal of Global Optimization*, 12, 157-174.
- Pertalta, G., & Zareei, A. (2016). A Network Approach to Portfolio Selection. *Journal of Empirical Finance*, 38(1), 157-180.
- Raei, R., & Pooyanfar, A. (2010). *Advanced Investment Management*. Tehran, Samt. (in Persian)
- Sortino, F. A., & Price, L. N. (1994). Performance measurement in a downside risk framework. *The Journal of Investing*, 3(3), 59-64.