

تأثیر روش آموزش هدایت‌شده شناختی بر نرخ خودراهبری در یادگیری و اضطراب ریاضی دانش‌آموزان

■ احمد واشقانی فراهانی*

■ محمدعلی رستمی‌نژاد**

چکیده:

آموزش هدایت‌شده شناختی یک رویکرد مبتنی بر فراشناخت و استفاده از زبان و مکالمات ریاضی با تأکید بر اکتشاف در آموزش ریاضیات است که به نحوه توسعه درک دانش‌آموزان از طریق تعامل با سایرین، داشتن حداقل دانش پیشین در مورد یک مفهوم ریاضی اشاره دارد. پژوهش حاضر کاربردی است و با هدف بررسی تأثیر روش آموزش هدایت‌شده شناختی بر کیفیت خود راهبری در یادگیری ریاضی و به روش پژوهش‌های شبه‌آزمایشی انجام شده است. جامعه آماری این پژوهش دانش‌آموزان پایه چهارم ابتدایی ناحیه یک شهرستان اراک و نمونه موردنظر شامل پنجاه دانش‌آموز است که به روش نمونه‌گیری خوشه‌ای دومرحله‌ای انتخاب و در دو گروه مساوی به‌عنوان گروه گواه و کنترل گروه‌بندی شدند. پس از اجرای پیش‌آزمون اضطراب یادگیری ریاضی در هر دو گروه، برای گروه آزمایش، کلاس به شیوه آموزش هدایت‌شده شناختی، طی پنج جلسه ۴۵ دقیقه‌ای اجرا و کلاس گروه گواه به روش متداول اداره شد. برای بررسی تغییر در مؤلفه خودراهبری در یادگیری ریاضی، از مقایسه توانمندی‌های فراگیران در حل مسئله ریاضی و برای بررسی اضطراب یادگیری ریاضی از پرسش‌نامه اضطراب ریاضی برای کودکان استفاده شد. برای تحلیل نتایج یادگیری از نظرات تحلیلی متخصصان آموزش ریاضی و برای تحلیل داده‌ای پرسش‌نامه اضطراب از آزمون آماری تحلیل کوواریانس استفاده شد. نتایج نشان داد که روش آموزش هدایت‌شده شناختی، خودراهبری در یادگیری را تسهیل کرده است و در کاهش اضطراب ریاضی دانش‌آموزان تأثیر مثبت دارد.

کلید واژه‌ها:

آموزش ریاضی، روش هدایت‌شده شناختی، خودراهبری، اضطراب ریاضی

□ تاریخ دریافت مقاله: ۹۸/۹/۲۴

□ تاریخ شروع بررسی: ۹۹/۵/۱۵

□ تاریخ پذیرش مقاله: ۹۹/۱۰/۷

* دانشجوی دکتری برنامه‌ریزی درسی دانشگاه بیرجند، بیرجند، ایران (نویسنده مسئول) ahmadvasheghani@yahoo.com
** دانشیار دانشکده علوم تربیتی و روان‌شناسی دانشگاه بیرجند، بیرجند، ایران marostami@birjand.ac.ir

مقدمه

در هر نظام آموزشی، یادگیری اهمیت بسزایی دارد و موفقیت دانش‌آموزان در جهت یادگیری نشان‌دهنده کارکرد مثبت آموزش و پرورش است (افضل‌نیا، ۱۳۹۴). هر پیشرفتی در جامعه از نظام کارآمد و صحیح آموزش و پرورش نشئت می‌گیرد و این مهم به عوامل متعددی از جمله تغییر شیوه‌ها، الگوهای تدریس و استفاده از روش‌های نوین و فعال بستگی دارد؛ بنابراین در جهت رسیدن به یادگیری مؤثر و اهداف از پیش تعیین‌شده، لازم است بهترین راهبردها را به کار گرفت و به عواملی که در آن مؤثرند، توجه کرد (حسینی زنگبار و لیوارجانی، ۱۳۹۶). در این میان، اهمیت ریاضیات به قدری است که آن را کلید رشد و توسعه جوامع می‌دانند و موفقیت در ریاضی دروازه موفقیت حرفه‌ای تلقی می‌شود (اندرسون^۱، ۱۹۷۷، غلام‌آزاد، ۱۳۹۱، دواچی، ۱۳۹۴) و سرمایه‌گذاری و برنامه‌ریزی در این حوزه، می‌تواند زمینه‌ساز پیشرفت‌های گسترده در عرصه‌های گوناگون باشد (آبراهام و بیبی^۲، ۱۹۸۸؛ غلام‌آزاد، ۱۳۹۱)، لذا لازم است بیش از پیش مورد توجه برنامه‌ریزان کشور قرار گیرد.

یکی از مسائل و مشکلات اساسی زندگی تحصیلی دانش‌آموزان و نظام آموزشی هر کشور، چالش یادگیری درس ریاضی و پایین بودن سطح عملکرد دانش‌آموزان در ریاضیات است (سلیمان‌نژاد، ۱۳۸۶؛ سلیمانی‌فرد، ۱۳۹۸). مطالعات اخیر در کشور ما افت تحصیلی دانش‌آموزان در درس ریاضی را در مقاطع مختلف تحصیلی نشان داده است (رحیمی، طلایی، ریحانی و فردانش، ۱۳۹۵؛ سلیمانی‌فرد، ۱۳۹۸). شواهدی نظیر نتایج نامطلوب عملکرد دانش‌آموزان ایرانی در مطالعات تیمز ۱۹۹۹ تا ۲۰۱۱ و نیز تیمز پیشرفته ۲۰۰۸ مؤید آن است که اغلب دانش‌آموزان عملکرد مطلوبی در ریاضیات ندارند و این عملکرد نامطلوب تنها به سطح دانش آن‌ها مربوط نمی‌شود (رحیمی و همکاران، ۱۳۹۵). تکرار نتایج ضعیف مشابه درس ریاضی در مطالعات روند پیشرفت تحصیلی در ریاضیات و علوم (تیمز^۳) در سال‌های ۲۰۱۵ و ۲۰۱۹ نیز مؤید این نکته است که باید به آموزش ریاضی نگاه جدی‌تری داشته باشیم. در تیمز ۲۰۱۵ درصد زیادی از دانش‌آموزان، سوالات در سطح نقطه معیار بین‌المللی پایین را نیز نتوانستند جواب دهند و این نتایج نگران‌کننده است (شفیعی و سودخواه محمدی، ۱۳۹۶) و در نتایج تیمز سال ۲۰۱۹ دانش‌آموزان ایرانی از نظر توجه به صورت مسئله و فهم و درک متن سؤال و کیفیت پاسخ، از دامنه توجه و تمرکز پایین‌تری نسبت به سطح میانگین برخوردارند (کریمی، ۱۳۹۸). بنابراین با توجه به اهمیت ریاضی و وجود بیشترین افت تحصیلی در این درس، توجه به عواملی که سبب بهبود کیفیت آموزش در این درس می‌شود، اساسی است (سلیمان‌نژاد و حسینی نسب، ۱۳۹۱).

کریمی (۱۳۹۴) یکی از عوامل مؤثر در افت تحصیلی را نامناسب بودن روش‌های آموزش و استفاده از روش سنتی برای یاددهی این درس معرفی کرد. بوسو^۴ (۲۰۱۱) گزارش می‌دهد هنگامی که دانش‌آموزان ابتدایی با روش‌های سنتی با ریاضیات آشنا می‌شوند، احساس تنفر و یا حتی استرس را نشان می‌دهند. درواقع میزان درک دانش‌آموزان از ریاضی، توانایی‌شان در حل مسائل، اعتمادبه‌نفس و حتی نگرش آن‌ها

نسبت به ریاضی از طریق تدریسی که با آن مواجه می‌شوند، شکل می‌گیرد؛ از این رو بهبود آموزش ریاضی معلمان و عملکرد دانش‌آموزان در گرو تدریس مؤثر است (غلام‌آزاد، ۱۳۹۱).

مسیر خاص و ثابتی در آموزش ریاضیات وجود ندارد و آموزش ریاضی دارای پیچیدگی و دشواری است (جانسون^۵، ۲۰۱۳). در بسیاری از شیوه‌های آموزشی، دانش‌آموزان روش‌ها را حفظ می‌کنند، اما ارتباط بین آن‌ها را درک نمی‌کنند (غلام‌آزاد، ۱۳۹۱). یکی از روش‌های تدریس و آموزش در درس ریاضیات که بر پایه راهبردهای سازنده گراست، آموزش به روش هدایت‌شده شناختی است (کارپنتر، فنما و فرانک^۶، ۱۹۹۶). این روش پاسخ احتمالی به دلیل کاهش نمرات ریاضیات است (سلیمانی‌فرد، ۱۳۹۸) و به‌عنوان نتیجه‌ای از تحقیقات انجام‌شده توسط کارپنتر و موزر^۷ در دهه ۱۹۸۰ و اوایل دهه ۱۹۹۰ در مرکز تحقیقات آموزشی ویسکانسین^۸ برای تحقیقات آموزش و پرورش داده شد. این پژوهشگران دریافتند دانش‌آموزان با سطح قابل توجهی از دانش شهودی و غیررسمی (که پایه‌ای برای درک ریاضیات است) به مدرسه می‌آیند و به‌جای آموزش الگوریتم‌های سنتی و فرمول‌ها و روش‌های ریاضی، از این نوع درک و دانش ضمنی برای آموزش مفاهیم و مسائل ریاضی استفاده می‌کنند (موندی^۹، ۲۰۱۶).

روش آموزش هدایت‌شده شناختی^{۱۰}، یک رویکرد دانش‌آموز محور برای آموزش ریاضی است و هدف این است که بچه‌ها به‌صورت مستقل و بدون آنکه به معلمی نیاز داشته باشند، مشکلات خود را حل کنند؛ زیرا فرایندهای حل مشکلات اغلب شهودی‌اند و کودکان به‌طور طبیعی به دنبال راه‌حل از طریق اکتشاف و پرسشگری هستند. این آموزش با شناخت‌های قبلی دانش‌آموزان شروع می‌شود و بر اساس احساس طبیعی از شمارش و اعداد و رویکرد بصری به حل مسئله می‌انجامد. یک برنامه آموزش ریاضی مبتنی بر شناخت، راهی برای مشارکت دانش‌آموزان در تفکر و گوش دادن به سوالات هوشمندانه آن‌ها با هدف کشف و گسترش درک ریاضی است (کارپنتر و فنما و فرانک و لوی و امپسون^{۱۱}، ۱۹۹۹). موسکاردینی^{۱۲} (۲۰۱۴) از این شیوه آموزش، تحت عنوان تعلیم تعاملی^{۱۳} یاد می‌کند که یک رویکرد مشترک برای تدریس بر اساس این ایده است که همه کودکان می‌توانند با هم یاد بگیرند، و این مشارکت در یادگیری مستلزم پاسخ به تفاوت‌های فردی در میان دانش‌آموزان است که به برچسب زدن نوع توانایی یا گروه‌بندی و یا پشتیبانی یادگیرنده با کلاس اضافی بستگی ندارد و این رویکرد به معلمان کمک می‌کند تا آموزش ریاضی را بر اساس درک دانش‌آموز خود برنامه‌ریزی کرده و آن‌ها را به سمت استدلال ریاضی بیشتر و تسلط بر مفهوم هدایت کنند (موسکاردینی، ۲۰۱۴). بنابراین آموزش هدایت‌شده شناختی یک رویکرد مبتنی بر تحقیق پیشرفت حرفه‌ای برای آموزش ریاضیات در سطح ابتدایی است که بر توسعه تفکر ریاضی دانش‌آموزان تمرکز دارد. در گذشته آموزش مستقیم بهترین راه برای آموزش بخصوص برای دانش‌آموزان دارای ناتوانی یادگیری در ریاضی تلقی می‌شد، اما مطالعات اخیر نشان می‌دهد که دانش‌آموزان کم‌تجربه و دارای ناتوانی‌های یادگیری هم می‌توانند از آموزش هدایت‌شده شناختی بهره ببرند و از این رویکرد به‌عنوان یک رویکرد یادگیری استفاده کنند (موسکاردینی، ۲۰۱۰).

تحقیق درزمینه آموزش‌های مبتنی بر شناخت در اواخر دهه ۱۹۷۰ شروع شد؛ اما آموزش هدایت‌شده شناختی یک مفهوم نسبتاً جدید آموزشی است که در اوایل دهه ۱۹۹۰ معرفی شد (چو^{۱۴}، ۲۰۰۵). این روش آموزش، یک رویکرد به آموزش ریاضیات است که بر اکتشاف تأکید دارد و از زبان و مکالمات ریاضی استفاده می‌کند و تأکید بر این است که دانش‌آموزان در هنگام ورود به مدرسه، اندک اطلاعات مقدماتی در مورد ریاضیات دارند که می‌تواند و باید به‌عنوان پایه‌ای برای درک برنامه‌های درسی رسمی اولیه و استانداردهای آتی قرار بگیرد (کارپنتر و همکاران، ۱۹۹۹). کارپنتر و همکاران (۱۹۹۹) این الگوریتم را به‌عنوان مبنایی برای درک چگونگی توسعه تفکر ریاضی کودکان و کمک به آنان در ایجاد مفاهیم از درون خودشان عنوان می‌کنند و معتقدند که این شیوه، به دنبال ایجاد یک محیط مناسب کلاس درس است که کودکان را تشویق به توسعه استراتژی می‌کند و روش‌های مورد استفاده به‌جای تعیین توسط معلم، بیشتر توسط فراگیران هدایت و جهت‌دهی می‌شوند. انواع مباحث کلاس‌های درس نقش مهمی در درک دانش‌آموزان از مفاهیم ریاضی و در کارآمدی آنان به‌ویژه در رویکردهای دانش‌آموزمحور مانند روش آموزش هدایت‌شده شناختی دارد و اینکه گفت‌وگوها به رهبری دانش‌آموزان و بر محور آنان متمرکز باشد، ارزشمند است؛ زیرا این امر آنان را قادر می‌سازد تا یادگیری خود را گسترش دهند (اشنرود^{۱۵}، ۲۰۱۶؛ به نقل از پورنز^{۱۶}، ۲۰۰۷).

اجزای آموزش هدایت‌شده شناختی با نظریه یادگیری مبتنی بر مغز^{۱۷} و اعصاب شناختی^{۱۸} مرتبط است (گوارپرو^{۱۹}، ۲۰۱۴) و تقریباً در حدود ۵۰۰ سال قبل از میلاد مسیح، فیثاغورث^{۲۰} با اعتقاد به سازگاری ذهن با طبیعت عنوان کرد که در ریاضی همه چیز را می‌توان آموزش داد و یاد گرفت (گوارپرو، ۲۰۱۴). در قرن هفدهم، جان لاک^{۲۱} عنوان کرد که ذهن در هنگام تولد مانند لوح سفید است و تا زمانی که تجربه نباشد، ذهن قادر به ایجاد ایده‌های خود نیست. او ادعا کرد که ما بیشتر از طریق حواس خود به دانش می‌رسیم و کودک باید آموزش ببیند تا بتواند با ایده‌های ساده ذهنی ایده‌های پیچیده‌ای را ایجاد کند و روش لاک با آنچه ویگوتسکی^{۲۲} آن را داربست‌سازی^{۲۳} می‌نامد، ارتباط نزدیک دارد (گوارپرو، ۲۰۱۴). حرکت روبه‌جلو و یافته‌های علوم اعصاب در مورد نحوه یادگیری مغز، اعتبار بسیاری از نوآوری‌ها و اصلاحات آموزشی را تأیید کرد؛ اما پیوند دادن تحقیقات مغز به برنامه‌های آموزشی بسیار کند بوده است، این امر احتمالاً به دلیل شکاف قابل ملاحظه بین تحقیقات مغز (بالینی) و کاربردهای آموزشی آن‌ها در عمل است (جنسن^{۲۴}، ۲۰۰۵؛ نقل در گوارپرو، ۲۰۱۴). به گفته هیبرت و کارپنتر^{۲۵} (۱۹۹۲) یک مفهوم ریاضی زمانی درک می‌شود که بازنمایی ذهنی آن قسمتی از شبکه بازنمایی‌ها شود. درجه درک و فهم، به‌وسیله تعداد و قدرت اتصال‌ها تعیین می‌شود. به‌عبارت‌دیگر، یک ایده، روند یا حقیقت ریاضی اگر به‌وسیله اتصال‌های بیشتر و قوی‌تر به شبکه‌های موجود وصل شود کاملاً درک می‌شود. با در نظر گرفتن چنین تصویری از درک و فهم، این سؤال پیش می‌آید که چنین اتصالاتی چگونه شکل می‌گیرند؟ ساختار مغز هر انسان اطلاعات گرفته‌شده را با تشخیص یک الگو

پردازش می‌کند تا قبل از استدلال و اثبات، الگوی تعمیم‌یافته را معرفی کند. این توانمندی عصبی ذهن کمک می‌کند تا یادگیرندگان در فعالیت‌های اکتشافی هدایت‌شده توسط معلم بتوانند آن‌ها را تشخیص داده و با تعمیم ریاضیاتی مطلوب، عملکرد طبیعی مغز خود را ارتقا دهند (بخشی‌زاده و امینی‌فر، ۱۳۹۴). استراتژی‌های یادگیری مبتنی بر مغز و آموزش هدایت‌شده شناختی با فلسفه‌های قرن بیستم انسان‌گرایی و پیشرفت‌گرایی سازگاری دارد (گواریرو، ۲۰۱۴). نظریه ساختارگرایی به ما کمک می‌کند بدانیم که مردم چگونه یاد بگیرند. به این ترتیب، این مدل آموزش مبتنی بر اصول سازنده‌گرایی است (موسکاردینی، ۲۰۱۴). از نظر روان‌شناسی، این اعتقاد با تئوری ساخت و سازگرایی و سازنده‌گرایی مطابقت دارد و استدلال ریاضی را به‌عنوان نوعی از دانش منطقی ریاضی مطرح می‌کند که از روابط ذهنی ایجاد می‌شود و می‌تواند در مقابل دانش اجتماعی از فردی به فرد دیگر منتقل شود (اشنرود، ۲۰۱۶؛ کارپینتر و همکاران، ۱۹۹۶). از یک منظر، آموزش هدایت‌شده شناختی بر پایه فلسفه آموزشی نظریات یادگیری اجتماعی بنا شده است؛ زیرا اگر بتوانیم یک فراگیرنده قوی در ریاضیات در سن جوان‌تر ایجاد کنیم، تجربه‌های آموزشی ما منجر به عزت‌نفس و رسیدن به مشاغل موردعلاقه خواهد شد (اشنرود، ۲۰۱۶). دانش‌آموزان امروز ما حامیان و رهبران ما در آینده خواهند بود و ما می‌توانیم همه دانش‌آموزان را طوری آماده کنیم که افرادی مستقل و آگاه، متعهد و مسئول در جامعه دموکراتیک خود باشند. ما باید در فرزندانمان تعادل استقلال و مسئولیت را تقویت کنیم تا بتوانیم جامعه آینده خود را هدایت کنیم (اشنرود، ۲۰۱۶).

تحقیقات نشان می‌دهد که یادگیری درس ریاضی، نقش مهمی در یادگیری سایر دروس دارد (سلیمان‌نژاد، ۱۳۸۶) و همچنین مقدار و کیفیت دانش ریاضی دانش‌آموزان که موفق به نگهداری آن از سال‌های ابتدایی مدرسه می‌شوند، به‌طور واضح نقش کلیدی در موفقیت آن‌ها در دبیرستان خواهد داشت (چو، ۲۰۰۵). آموزش‌های مناسب ریاضی در دوره کودکی، می‌تواند بسیاری از انواع مشکلات آینده تحصیلی آنان در مواجهه با فرم‌های انتزاعی ریاضی و یا حتی انتخاب یک حرفه متناسب با توانمندی‌هایشان را حل کند (جانسون، ۲۰۱۳ و وودکیند، ۲۰۱۱ و ایروین، ۲۰۱۳). کسانی که در کودکی در ریاضیات موفق نیستند، برای رفع مشکلات ریاضی در بزرگسالی، دچار ریسک بالایی هستند (تال و ونلوییت، ۲۰۱۴). کارپینتر (۱۹۸۵ و ۱۹۹۹) اشاره کرد که برای موفقیت دانش‌آموزان در ریاضیات، نمرات اولیه ریاضی و همچنین درک درست آموزگاران از شیوه‌های حل مشکل توسط کودکان، می‌تواند بسیار مهم باشد. این بدان معنی است که دستورالعمل آموزش ریاضی در این سنین بسیار مهم است و باید برای آموزش مناسب ریاضیات از سنین پایین اهمیت ویژه‌ای قائل شویم و فعالیت‌های مدارس ابتدایی و معلمان این دوره‌ها را برای موفقیت‌های بعدی تنظیم کنیم (به نقل از اشنرود، ۲۰۱۶).

کارپینتر (۱۹۸۵) متوجه شد که کودکان با یک سیستم بصری پیشرفته در زمینه دانش ریاضی شروع

به تحصیل می‌کنند و قبل از دریافت آموزش رسمی، قادر به ارائه راهکارهای منطقی پیچیده برای حل مشکلات کلامی و تفسیری هستند (به نقل از گواریرو، ۲۰۱۴). آموزش هدایت‌شده شناختی در عمل قابل استفاده در مسائل کلامی ریاضی است (موسکاردینی، ۲۰۱۴) و از طریق این لنز، مشکلات کلامی در حل مسائل ریاضی را می‌توان به گروه‌های خاص دسته‌بندی کرد (کارپنتر و همکاران، ۱۹۹۶). ویلسون و سوانسون^{۲۹} (۲۰۰۱؛ به نقل از موندی، ۲۰۱۶) دریافتند که مهارت‌های کلامی به‌طور قابل توجهی توانایی ریاضی دانش‌آموزان را پیش‌بینی می‌کند؛ به این معنا که هرچه دانش‌آموز از نظر مهارت‌های کلامی و درک مفهوم قوی‌تر باشد، عملکرد ریاضی بالاتری را خواهد داشت. به همین دلایل است که آموزش هدایت‌شده شناختی در سنین کودکی ارزشمند است و بر انتزاع و درک سازنده تمرکز می‌کند و به دانش‌آموزان اجازه می‌دهد تا ریاضی را درک کنند و باعث رشد دانش شناختی ریاضی آن‌ها می‌شود (اشنرود، ۲۰۱۶).

در زمینه تأثیرگذاری این روش، کارپنتر و فنما (۱۹۹۲) نشان می‌دهند که آموزش هدایت‌شده شناختی با افزایش دانش و باور معلمان در مورد تفکر دانش‌آموزان باعث موفقیت دانش‌آموزان می‌شود. نتایج تحقیقات دیگری نیز نشان می‌دهد دانش‌آموزانی که در معرض آموزش هدایت‌شده شناختی قرار می‌گیرند، نسبت به دانش‌آموزان دیگر موفقیت بیشتری در ریاضیات کسب می‌کنند و این روش در فرایند آموزش نقش مؤثری داشته و تأثیر مثبتی بر یادگیری دانش‌آموزان دارد و باعث بهبود ادراک آن‌ها شده است (ساهین^{۳۰}، ۲۰۱۵؛ هنریک^{۳۱}، ۲۰۱۳). در سال ۲۰۰۸ مطالعه‌ای توسط لاسن و رمزی^{۳۲} به‌منظور تعیین ادراک معلمان در مورد استفاده از روش آموزش هدایت‌شده شناختی انجام شد و نشان داد که رویکرد آموزش هدایت‌شده شناختی مفید و سودمند بوده و منجر به پیشرفت دانش‌آموزان می‌شود و معلمان برای ادامه استفاده از این رویکرد در کلاس‌های خود ابراز رضایت کردند (لاسن و رمزی، ۲۰۰۸؛ به نقل از هنریک، ۲۰۱۳). تاریخ^{۳۳} (۲۰۰۹، نقل در اشنرود، ۲۰۱۶) متوجه شد که با تسهیل یادگیری تعاونی در کلاس درس، دانش‌آموزان پیش‌دبستانی توانستند توانایی‌های حل مسئله ریاضی خود و همچنین مهارت‌های اجتماعی همکاری، به اشتراک‌گذاری، تکمیل کار گروهی، گوش دادن و راهنمایی‌ها را افزایش دهند. هانتز^{۳۴} و کاظمی (۲۰۱۴) انواع مختلفی از عوامل را که به یادگیری دانش‌آموزان کمک می‌کنند، مورد بررسی قرار دادند. آن‌ها دریافتند که نحوه برخورد معلمان و دانش‌آموزان با یکدیگر برای دانش‌آموزان در مورد ریاضیات و در مورد خودشان به‌عنوان انجام‌دهنده ریاضی بسیار مهم است. کارپنتر و همکاران (۱۹۹۹) اظهار داشتند دانشجویان معلمانی که اطلاعات بیشتری در مورد نحوه تفکر دانش‌آموزان داشتند، سطح بالاتری از موفقیت در حل مسئله را نسبت به دانشجویان معلمانی که دانش اندکی در این خصوص داشتند، نشان دادند. سلیمانی‌فرد (۱۳۹۸) در پژوهش خود نشان داد که استفاده از روش آموزش هدایت‌شده شناختی بر یادگیری و یادداری دانش‌آموزان پایه دوم ابتدایی در درس ریاضی تأثیر مثبت دارد. در این پژوهش هیچ آموزشی از قبل به

دانش‌آموزان ارائه نشد و از آن‌ها خواسته شد خودشان مسائل را به هر روشی و با استفاده از هر وسیله‌ای که می‌خواهند، پاسخ بدهند و در پایان نحوه انجام و راه‌حل را توضیح دهند و بنویسند. او پس از اجرای آزمون یادگیری دریافت که تعداد دانش‌آموزانی که پیشرفت کرده و نسبت به قبل نمرات بهتری گرفته و از روش‌های متنوع‌تری استفاده کرده‌اند، در گروه آزمایش نسبت به گروه کنترل بیشتر است. نتایج این پژوهش در خصوص تداوم ماندگاری نشان داد که دانش‌آموزان پس از گذشتن چهار هفته از اتمام این روش، می‌توانستند به خوبی به سؤالات ریاضی پاسخ دهند. در نهایت، می‌توان چنان نتیجه گرفت که استفاده از این روش در مقایسه با روش متداول، باعث افزایش یادگیری و افزایش ماندگاری یادگیری، یعنی یادداری مطالب یادگرفته‌شده، می‌شود.

محققان روش آموزش هدایت‌شده شناختی، ارتباط بین توسعه شناختی و حل مسئله ریاضی را نیز کشف کرده‌اند (جانسون، ۲۰۱۳). دانشگاه نیژنرود در سال ۱۹۸۷ در تحقیقی پنج مهارت ارتباطی، تحلیل و مدیریت اطلاعات، حل مسئله، تصمیم‌گیری و ارزش‌گذاری، تعامل اجتماعی و رهبری را به‌عنوان مهارت‌های اصلی فراشناختی عنوان کرده است (مهرابی و آقاصالح، ۱۳۸۵). بنابراین، حل مسئله به‌عنوان یکی از مهارت‌های اصلی عنوان‌شده توسط سازمان بهداشت جهانی و مؤسسه‌های مختلف بین‌المللی، شامل مهارت‌های سطح بالای تفکر مانند تجسم ذهنی، انتزاع، درک و فهم، دست‌کاری، استدلال و تجزیه و تحلیل است که باید به خوبی مدیریت شوند و همچنین مهارت حل مسئله یکی از کارکردهای عالی ذهن و یکی از مهارت‌های مؤثر بر موفقیت در دنیای امروز است که اکتساب آن معمولاً به آموزش نیاز دارد (غریبی و جوانمردی و رستمی، ۱۳۹۶). مهارت حل مسئله مهم‌ترین مبحث در ریاضی و همچنین از مهم‌ترین مهارت‌های فراشناختی است (سلیمانی‌فرد، ۱۳۹۸). در این شیوه، از حل مسئله به‌عنوان ابزار اصلی آموزش و درک ریاضیات استفاده می‌شود و از اجزای اصلی آموزش هدایت‌شده شناختی، حل مسئله و اکتشاف اصول ریاضی است و نقش معلم در آموزش هدایت‌شده شناختی، تسهیل یادگیری ریاضی از طریق اکتشاف و بحث با همسالان است. معلمان مشکلات ریاضی را مطرح می‌کنند و متوجه می‌شوند که چگونه دانش‌آموزان آن‌ها را حل می‌کنند (وودکیند، ۲۰۱۱). تفاوت اساسی بین آموزش هدایت‌شده شناختی و فراشناخت این است که فراشناخت را می‌توان در عموم رشته‌ها استفاده کرد در حالی که آموزش هدایت‌شده شناختی عموماً در ریاضی استفاده می‌شود (اشنرود، ۲۰۱۶). در فرایند حل مسئله، کودکان یاد می‌گیرند که با مسائل و مشکلات خود به‌گونه‌ای برخورد کنند که دچار اضطراب نشوند و با شکست‌های احتمالی برخوردی مناسب داشته باشند. حل مسئله یک ویژگی ذاتی یا ژنتیکی نیست، بلکه یک مهارت فراشناختی محسوب می‌شود که در سایه آن مهارت‌های شناختی نیز تا حد ایده‌آل توسعه می‌یابد و باید توسط فرد و در بستر اجتماع یاد گرفته شود (مؤمنی مهمویی و زنگویی و دهقانی، ۱۳۹۳). بنابراین، آموزش هدایت‌شده شناختی مبتنی بر فراشناخت و حل مسئله است و روشی برای توسعه مهارت‌های شناختی حساب می‌شود (اشنرود، ۲۰۱۶). به همین دلیل در این

پژوهش، از میان مهارت‌های فراشناختی، بر مهارت حل مسئله ریاضی تأکید شده است. کارپنتر و همکاران (۱۹۹۹) معتقدند که آموزش هدایت‌شده شناختی، از کودکان خودراهبرانی طراحی می‌کند که قادرند مسیر حل مسائل ریاضی را از درون تجارب خود ردیابی کنند. بسیاری از محققان (فیشر، کینگ و تاگو^{۳۵}، ۱۹۷۳ به نقل از نولز^{۳۶}، ۱۹۷۵) خودراهبری در یادگیری را فرایندی می‌دانند که در آن فراگیرندگان با تکیه بر مهارت‌های ارتباطی با کمک و یا بدون کمک دیگران برای تشخیص نیازهای یادگیری، تنظیم اهداف، شناسایی منابع، انتخاب و اجرای راهبردهای لازم و ارزشیابی پیامدهای یادگیری خود، ابتکار عمل را در دست می‌گیرند (آراسته و محمودی‌راد، ۱۳۸۲، ویلیامسون^{۳۷}، ۲۰۰۷). در این تعریف، توجه به یادگیری خودراهبر به‌عنوان یک فرایند یا شیوه یادگیری و مسئولیت‌پذیری در یادگیری حائز اهمیت است (یوسفی و گردان‌شکن، ۱۳۸۹). بنابراین، افراد دارای سطوح بالای یادگیری خودراهبر، یادگیرندگان فعالی هستند که میل قوی برای یادگیری دارند، از مهارت‌های حل مسئله استفاده می‌کنند، دارای توانمندی‌های لازم برای انجام فعالیت‌های یادگیری مستقل هستند و به‌طور خودمختار یادگیری‌شان را اداره می‌کنند (جباریان گرو و همکاران، ۱۳۹۳).

یادگیری خودراهبر دربردارنده سه بعد انگیزش، فراشناخت و خودتنظیمی است و بر این اساس، برخی از ویژگی‌های افراد خودراهبر، خودکنترلی و خودمدیریتی، انگیزه و اشتیاق به یادگیری، حل مسئله به‌منظور نیل به بهترین نتایج یادگیری است (یوسفی و گردان‌شکن، ۱۳۸۹). به عقیده زیمرمن^{۳۸}، از دیدگاه فراشناختی و انگیزشی، شرکت فعال در یادگیری از ویژگی‌های دانش‌آموزان خودتنظیم است که دانش‌آموزان خودراهبر، با استفاده از راهبردهای یادگیری مناسب، به‌منظور کنترل فرایند یادگیری به تبادل اطلاعات ارزشمند و تعامل و ارتباط با دیگران می‌پردازند. متخصصان آموزش ریاضی از قبیل شوونفیلد^{۳۹} (۱۹۸۵)، کای^{۴۰} (۱۹۹۸) و مونتاگو^{۴۱} (۱۹۹۲)، مونتاگو (۲۰۰۷)، در آسیب‌شناسی ضعف حل مسئله ریاضی یادگیرندگان در همه سطوح، از ابتدایی تا دانشگاه، دریافتند که لازمه موفقیت در حل مسائل ریاضی، علاوه بر اکتساب اصول مفاهیم ریاضی، مجهز بودن به راهبردهای خودتنظیمی و خودراهبری است (نقل شده در گیلک و گویا، ۱۳۸۵؛ ابوالقاسمی و برزگر و رستم اوغلی، ۱۳۹۳). هرچند داشتن دانش و منابع نقش مهمی در حل موفق مسئله ایفا می‌کند، اما شوونفیلد (۱۹۸۵) ضمن مشاهده رفتار مسئله‌حل‌کن‌های تازه‌کار، گزارش کرده است که چنین دانش‌آموزانی، اغلب دانش واقعی موردنیاز و راهبرد مناسب را برای حل مسئله دارند، اما به دلیل اتخاذ تصمیم‌های اجرایی ضعیف از عهده حل مسئله بر نمی‌آیند، مسیرهای نامناسبی را پیگیری می‌نمایند و نمی‌توانند روی مسیرهای مناسب سرمایه‌گذاری کنند و عموماً به صحت فرایندهای انتخابی و عملکردها و نتایج خود اطمینانی ندارند. در این مواقع معلم در پاسخ به کمک‌طلبی^{۴۲}‌های دانش‌آموزان، با دادن مشاوره‌های مناسب می‌تواند فراگیرنده را به مسیر درست هدایت کند (خدایاری، ۱۳۹۲).

اضطراب ریاضی اثر نیرومندی بر عملکرد دانش‌آموزان دارد و یکی از مهم‌ترین موانع خودراهبری در

حل مسئله ریاضی است که معلمان باید برای رفع آن تلاش کنند (حسینی زنگبار و لیوارجانی، ۱۳۹۶). بسیاری از دانش‌آموزان در فهم، ادراک و کاربرد ریاضی مشکلات زیادی را تجربه می‌کنند و نسبت به کلاس‌های ریاضی ترس و تجارب بدی را بیان می‌کنند، بخصوص اینکه ریاضیات دارای ماهیت دوگانه است که می‌تواند احساسات متضادی از دو جنس نفرت یا لذت شدید در نهاد دانش‌آموزان برانگیزاند و عملکرد تحصیلی آنان را تحت تأثیر قرار دهد (رحیمی و همکاران، ۱۳۹۵). یکی از عوامل محدودکننده توانایی‌های ریاضی دانش‌آموزان در گرو باورهای دانش‌آموزان است و نگرش‌های مثبت، موفقیت و نگرش‌های منفی، احتمال شکست در ریاضیات را به دنبال دارد (موندی، ۲۰۱۶). از آنجاکه درس ریاضی در تمام طول مدت تحصیل مدرسه‌ای مورد توجه اولیا و دانش‌آموزان بوده و بخش جدانشدنی برنامه درسی است و بسیاری از معلمان و دانش‌آموزان آن را جزو دروس سخت می‌دانند و والدین نیز نسبت به کیفیت درک ریاضی فرزندان حساسیت زیاد نشان می‌دهند؛ عدم موفقیت در این درس ضمن ایجاد شکست تحصیلی، ذهنیتی منفی در دانش‌آموزان ایجاد می‌کند و اضطراب امتحان نیز از جمله پیامدهای این عدم موفقیت است (غلام‌آزاد، ۱۳۹۱؛ اسدی گرمارودی، ۱۳۸۹). عدم بهبود یادگیری در دانش‌آموزان در بلندمدت موجب ایجاد هراس و اضطراب^{۴۳} می‌شود.

واکنش‌های منفی که دانش‌آموزان در هنگام فکر کردن به ریاضی تجربه می‌کنند، ترس، نگرانی و اضطراب است و از این میان، اضطراب رایج‌ترین مشکل روانی و عاطفی در دوران نوجوانی دانش‌آموزان است (الیور، مورفی، فرلند و رز^{۴۴}، به نقل از آقابزرگ، ۱۳۹۱). اضطراب به یک وضعیت ناخوشایند و نگرانی اطلاق می‌شود که معمولاً منبع و منشأ آن نامشخص و یکی از علل عمده بیماری و اختلالات روانی است که بر عملکرد تحصیلی، اجتماعی، خانوادگی دانش‌آموزان تأثیر می‌گذارد (خلیلی، ۱۳۹۳). علائم زیستی - رفتاری اضطراب عبارت‌اند از: فزون‌کنشی، هراس، گوشه‌گیری، تپش قلب، درد سینه، احساس خفگی، سرگیجه، احساس غیرواقعی بودن، عرق کردن، لرزیدن و تنگی نفس (پورنقاش تهرانی، ۱۳۸۳؛ نقل‌شده در حسینی زنگبار و لیوارجانی، ۱۳۹۶). گذشته از اثراتی از این دست، اضطراب بر تفکر، ادراک و یادگیری دانش‌آموزان هم اثر می‌گذارد و باعث کاهش توانایی آن‌ها در درک زمان، مکان، معنا و اهمیت رویدادها و نیز کاهش تمرکز و قدرت یادآوری می‌شود (حمزه لوثیان، ۱۳۸۷؛ به نقل از حسینی زنگبار و لیوارجانی، ۱۳۹۶). شیوع اضطراب در جامعه ایران نیز همانند افسردگی است (کاویانی، جواهری و بحیرایی، ۱۳۸۴). اختلالات اضطرابی شایع‌ترین اختلال روان‌پزشکی در میان دانش‌آموزان است که تا بزرگسالی در آن‌ها باقی می‌ماند (سادات محجوب، ۱۳۹۲). مطالعات انجام‌شده در رابطه با شیوع اختلالات اضطرابی نشان داده است که ۵ تا ۱۰ درصد نوجوانان با یکی از معیارهای تشخیصی اختلال اضطرابی مواجه‌اند (موسویان و همکاران، ۱۳۸۹؛ به نقل از حسینی زنگبار و لیوارجانی، ۱۳۹۶). همچنین اضطراب و استرس توأم با افسردگی را ۳۰ تا ۷۵ درصد در دوره پیش‌نوجوانی و بین ۲۵ تا ۵۰ درصد در دوره نوجوانی گزارش کرده‌اند (ریبعی، اسلامی، مسعودی و سلحشوری، ۱۳۹۱).

دستیابی به راهکارهایی در جهت بهبود یادگیری درس ریاضی و کاهش اضطراب ریاضی دانش‌آموزان سال هاست که مورد توجه مسئولین مدارس و معلمان قرار گرفته است (حسینی زنگبار و لیوارجانی، ۱۳۹۶) و پژوهشگران معتقدند دانش‌آموزانی که اضطراب ریاضی بالاتری را تجربه کرده‌اند، کمتر از استراتژی‌های پیشرفته در حل مسائل ریاضی استفاده می‌کنند و یکی از راه‌های کاهش اضطراب تغییر در روش‌های آموزش ریاضی است (رامیرز، چانگ، مالونی، لوین و بابلوک^۴، ۲۰۱۶). لذا، آموزشی موفق خواهد بود که این ذهنیت منفی و اضطراب را از دانش‌آموزان دور کند و با ایجاد فرصت‌های یادگیری، آن‌ها را به موفقیت رهنمون سازد. با اندکی خوشایند نمودن آموزش درس ریاضی می‌توان فرصت موفقیت و دستیابی به افتخارات علمی و شغلی را برای فراگیران فراهم کرد (اسدی گرمارودی، ۱۳۸۹). از این رو باید به دانش‌آموزان اجازه داده شود تا روش‌های مختلفی برای حل مشکلات مختلف استفاده کنند و آن را به اشتراک بگذارند و بیاموزند که یک راه میانبر برای حل مسائل وجود ندارد. همین عامل سبب می‌شود تا در نتیجه کاهش اضطراب و افزایش اعتماد به نفس، یادگیری آن‌ها بهبود یابد (رامیرز و همکاران، ۲۰۱۶). با توجه به اینکه یادگیری درس ریاضی و کاهش اضطراب دانش‌آموزان نه تنها باعث پیشرفت تحصیلی آنان در مدرسه می‌شود، بلکه در طول زندگی افراد اثرگذار و مهم است (حسینی زنگبار و لیوارجانی، ۱۳۹۶) و همچنین اضطراب ریاضی و فشار روانی ناشی از آن در تعامل با یادگیری ریاضی جایگاه ویژه‌ای را در امر آموزش مدرسه‌ای به خود اختصاص داده است؛ و علی‌رغم این اهمیت، در محافل علمی و آموزشی کشور ما کمتر به آن توجه شده است (کاظمی و طاهریان مقدم، ۱۳۸۹). بنابراین در این پژوهش، سازه اضطراب ریاضی مورد توجه قرار گرفته است.

ارزیابی‌های تیمز، دانش و مهارت دانش‌آموزان در ریاضیات و توانایی آن‌ها در به‌کارگیری این دانش در حل مسئله را می‌سنجد و این ارزیابی‌ها عموماً در هر دو پایه‌های چهارم و هشتم، در گستره‌ای از فرآیندها و مهارت‌های شناختی دانش ریاضی و به‌کارگیری آن و استدلال ریاضی را اندازه‌گیری می‌کند (دانایی زارچی و کیان، ۱۳۹۶؛ شفیعی و سودخواه محمدی، ۱۳۹۶). نتایج روند عملکرد دانش‌آموزان ایران در آزمون‌های تیمز از سال ۲۰۰۷ تا سال ۲۰۱۱ در ریاضی چهارم ابتدایی یک روند افزایشی ۲۹ نمره‌ای (از نمره ۴۰۲ در سال ۲۰۰۷ به نمره ۴۳۱ در سال ۲۰۱۱) داشته است؛ اما نتایج سال ۲۰۱۵ نشان داد که ایران در پایه چهارم ابتدایی در طی سال‌های ۲۰۱۱ تا ۲۰۱۵ با وجود تغییرات کتاب‌های درسی در این پایه، با افزایش نمره مواجه نبوده و پیشرفتی نداشته است (دانایی زارچی و کیان، ۱۳۹۶). به دلایل عنوان شده که نشان از اهمیت آموزش مؤثر ریاضی در سنین پایین و همچنین شرایط برگزاری و نتایج مسابقات تیمز علی‌الخصوص در پایه چهارم ابتدایی، و همچنین اهمیت این پایه تحصیلی در پژوهش‌های پیشین مانند پژوهش زارعی زوارکی و غربی (۱۳۹۱) و سعادت‌مند و نادری و طاهرزاده بروجنی (۱۳۹۰) مبنی بر اهمیت آموزش‌های نوین در پایه چهارم ابتدایی، در این پژوهش هم پایه چهارم ابتدایی مدنظر قرار گرفت.

با توجه به آنچه ذکر شد، آموزش هدایت‌شده شناختی در منابع گوناگون، رویکرد مناسبی برای آموزش ریاضیات محسوب می‌شود و این روش در پژوهش‌های مختلف اثربخشی آموزش ریاضی را تا حد زیادی تضمین می‌کند (کارپنتر و همکاران، ۱۹۹۹؛ کارپنتر و همکاران؛ ۱۹۹۶؛ کارپنتر و فنا، ۱۹۹۲؛ بلک^{۴۶}، ۲۰۱۵؛ سلیمانی‌فرد، ۱۳۹۸) و نیز نظر به اینکه با جست‌وجوی محقق در پایگاه‌های مختلف از قبیل سیویلیکا، اس آی دی، ایران داک و پورتال جامع علوم انسانی و... به جز یک پایان‌نامه کارشناسی ارشد در سال ۱۳۹۸ در دانشگاه بیرجند، گزارش‌های پژوهشی قابل توجهی مبنی بر اثربخشی این روش در ایران مشاهده نشد و از آنجاکه اضطراب و یادگیری ریاضیات شاخص‌های مطلوبی برای بررسی اثربخشی یک مداخله آموزش ریاضی است و در پیشرفت ریاضی مؤثر است (حسینی زنگبار و لیوارجانی، ۱۳۹۶)؛ لذا این پژوهش درصدد پاسخ به سؤالات زیر است:

۱. آیا آموزش هدایت‌شده شناختی بر نرخ خودراهبری در یادگیری ریاضی دانش‌آموزان پایه چهارم ابتدایی مؤثر است؟

۲. آیا آموزش هدایت‌شده شناختی بر کاهش اضطراب ریاضی دانش‌آموزان پایه چهارم ابتدایی مؤثر است؟

روش تحقیق

پژوهش حاضر، از نظر هدف کاربردی و در دسته پژوهش‌های شبه‌آزمایشی قرار می‌گیرد. جامعه آماری این پژوهش از بین دانش‌آموزان پایه چهارم ابتدایی مدارس خاص (نمونه و شاهد) ناحیه یک شهرستان اراک در سال تحصیلی ۹۸-۹۷ است. مطابق تجربیات چندین ساله محقق که خود از آموزشگران ریاضی است، دانش‌آموزان این نوع مدارس به خاطر توقعات والدین و معلمان و اطرافیان و همچنین سایه سنگین رقابت‌های ناسالم، اضطراب ریاضی قابل توجهی دارند. روش نمونه‌گیری خوشه‌ای دومرحله‌ای است. بدین صورت که جغرافیای ناحیه یک آموزشی اراک به چهار ناحیه شرق، غرب، شمال و جنوب تقسیم و سپس از درون این خوشه‌های همگن به انتخاب شرکت‌کنندگان اقدام شد. نمونه موردنظر ۵۰ دانش‌آموز پایه چهارم است که در دو گروه ۲۵ نفری به‌عنوان گروه گواه و گروه آزمایش به شیوه تصادفی گروه‌بندی شده‌اند. این حجم نمونه نسبت تقریباً معقول حدود ۲۵ درصد حجم جامعه آماری در نظر گرفته و با فرمول مقابل محاسبه شده است:

$$n = \frac{s^2 \times z^2}{d^2} = \frac{4/56^2 \times 1/96^2}{1/26^2} \approx 50$$

معیارهای شمول در پژوهش عبارت‌اند از: پایه کلاس چهارم، دارای نمره ریاضی بسیار خوب در پایه‌های قبل، پسر و هم‌سن (۱۰ ساله بودن) و معیارهای عدم شمول عبارت‌اند از: دانش‌آموزانی که

شرایط بالا را نداشته باشند، دانش‌آموزان دارای اختلالات یادگیری، دانش‌آموزان دارای بیماری‌های روان‌شناختی که دارو مصرف می‌کنند. البته ملاحظات اخلاقی مانند تمایل دانش‌آموزان و رضایت والدین آن‌ها برای شرکت در پژوهش، حفظ اطلاعات فعالیت‌ها در طول پژوهش و عدم انتشار آن‌ها و همچنین رعایت اجرای کلاس‌ها در زمان‌های مورد توافق تمام دانش‌آموزان در این پژوهش مدنظر قرار گرفته است. در مورد انتخاب متغیر اضطراب ریاضی، دلیل محقق با توجه به مبانی نظری این است که علت قابل توجه افت عملکرد دانش‌آموزان در درس ریاضی، نشئت گرفته از اضطراب ریاضی است.

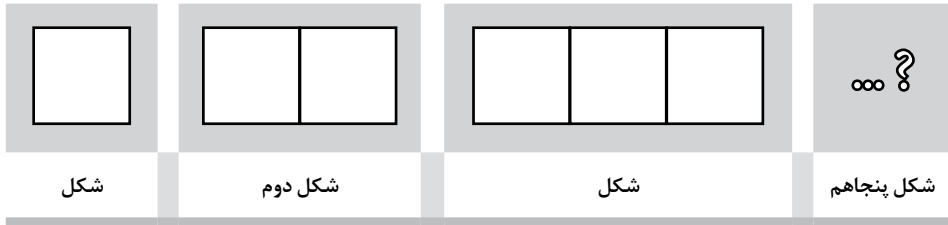
به دلیل اهمیت مفهوم الگویابی به‌عنوان یکی از استانداردهای محتوایی و اساسی ریاضیات ابتدایی (انجمن معلمان ریاضی آمریکا، ۲۰۰۰ به نقل از بخشعلی زاده، ۱۳۹۶)، برای هر دو گروه حل مسئله مربوط به این درس انتخاب شد. پس از اجرای پیش‌آزمون اضطراب ریاضی، یادگیری در هر دو گروه، برای گروه آزمایش، کلاس به شیوه آموزش هدایت‌شده شناختی و برای گروه گواه به روش متداول اجرا و اداره شد. با توجه به تحقیقات پیشین مانند سلیمانی‌فرد (۱۳۹۸) و موندی (۲۰۱۶) که در هر یک از آن‌ها ۴ هفته آموزش مهارت‌های فراشناختی (مجموعاً بین ۴ تا ۸ جلسه آموزشی ۴۵ دقیقه‌ای) در نظر گرفته شده است، در این پژوهش هم به جهت رعایت ملاحظات فنی و ملاحظات اخلاقی و برخی محدودیت‌های مربوط به محل برگزاری کلاس‌های آموزشی، ابتدا هر دو گروه آزمایش و گواه در طی ۵ جلسه ۴۵ دقیقه‌ای متناوب در معرض آموزش‌های فراشناختی یکسان مربوط به حل مسئله ریاضی قرار گرفتند. سپس هر دو گروه در جلسه ششم با چالش حل مسئله ریاضی الگویابی و آزمون اضطراب روبه‌رو شدند (مجموعاً شش جلسه آموزشی). البته عدم امکان برگزاری تعداد جلسات بیشتر از شش جلسه برای اجرای تدریس‌ها را می‌توان به‌نوعی از محدودیت‌های این پژوهش عنوان کرد. به جهت حذف اثر متغیرهای مزاحم، دانش‌آموزان هر دو گروه در تمام جلسات تحت تعلیم آموزشگر مشترک و محتوای یکسانی قرار گرفتند. در جلسه ششم هر دو گروه مفاهیم درس استاندارد الگویابی از ریاضی پایه چهارم را به روش‌های متفاوت آموزش دیدند و با مسئله ریاضی زیر مواجه شدند و تفاوت آن‌ها در این بود که در این جلسه کلاس گروه گواه به روش متداول یا سنتی و کلاس گروه آزمایش به شیوه هدایت‌شده شناختی اداره شد.

مسئله داده‌شده به جهت فعالیت دانش‌آموز سه بند مجزا دارد که به تفکیک عبارت‌اند از: حل مسئله داده‌شده، طرح یک مسئله مرتبط با مفهوم مسئله داده‌شده، حل مسئله‌ای که توسط خود دانش‌آموز طرح شده است.

*** سؤال:** اگر برای ساختن هر ضلع مربع از یک چوب‌کبریت استفاده کنیم، آنگاه برای ساختن

شکل شماره پنجاهم به چند چوب‌کبریت نیاز داریم؟ مسئله‌ای مرتبط با مفهوم مسئله

داده‌شده طرح کنید و سپس مسئله طرح‌شده خود را حل کنید.



علت انتخاب تعداد ۵۰ مربع در مسئله خواسته‌شده این است که در تعداد محدود (مثلاً ده مربع یا کمتر) دانش‌آموز به یک جدول نظام‌دار ساده و یا رسم شکل و تکیه بر شمارش می‌تواند تعداد چوب کبریت‌های لازم را بیان کند؛ اما در تعداد بالا مثلاً پنجاه یا صد مربع و در زمان محدود کلاسی، رسم شکل‌های ساده به‌طور کامل تقریباً غیرممکن و یا حوصله‌بر و وقت‌گیر و پراشتباه است و در این گونه موارد دانش‌آموز نیازمند و مجبور به الگویابی یا تعمیم سطح بالاتر است. گروه گواه به شیوه متداول در معرض تدریس همان درس و همان مسئله که به گروه قبلی ارائه شد، قرار گرفتند و در پایان جلسه حل مسئله، آزمون اضطراب برای هر دو گروه اجرا شد. دلیل چنین آموزشی این است که در جلسه ششم پایانی، تمایز آموزش هدایت‌شده شناختی و روش سنتی در فعالیت حل مسئله و کاهش اضطراب ریاضی برای پژوهشگر روشن شود و ضمناً این نکته نیز بررسی شود که آیا صرفاً دانستن مهارت‌های فراشناختی حل مسئله، بدون بهره‌مندی از آموزش به شیوه هدایت‌شده شناختی، می‌تواند در خودراهبری حل مسئله ریاضی و کاهش اضطراب ریاضی مؤثر باشد یا خیر؟ برای بررسی تغییر در نرخ خودراهبری، توانمندی‌های فراگیران دو گروه در حل مسئله ریاضی، با توجه به کیفیت فعالیت‌های انجام‌شده توسط آن‌ها، مقایسه شد. به‌منظور برآورد کیفیت فعالیت‌های انجام‌شده و راه‌حل‌های اجراشده در فرایند حل مسئله توسط دو گروه، می‌توان از ویژگی‌های خاصی از قبیل صحت و درستی^{۴۸}، غنای ریاضی یا پرباری و پرحاصلی محتوای ریاضی^{۴۹}، سادگی دسترس‌ی یا در دسترس بودن^{۵۰}، فراوری یا زاینده‌گی یا قابلیت تعمیم‌پذیری^{۵۱} و مشکلات و پیچیدگی‌های تولید و اجرای راهبردها^{۵۲} استفاده کرد (زاسلاوسکی و پلد^{۵۳}، ۱۹۹۶؛ زازکیس و لیکین^{۵۴}، ۲۰۰۸؛ به نقل از ریحانی، بخشعلی زاده و واشقانی فراهانی، ۱۳۹۲). بنابراین از نظر متخصصان آموزش ریاضی و با در نظر گرفتن ویژگی‌های بیان‌شده، سه نفر از متخصصان به‌طور مجزا با لیست کردن راهبردهای مورد استفاده در حل مسئله دانش‌آموزان و ردیابی نحوه تفکر آنان، کیفیت اجرای فرایند حل مسئله در دو گروه را برآورد کردند. برای بررسی اضطراب از پرسش‌نامه اضطراب ریاضی برای کودکان^{۵۵}، چپو و هنری^{۵۶} (۱۹۹۰) استفاده شد. این مقیاس، اضطراب ریاضی را در ۴ بعد اضطراب یادگیری ریاضی^{۵۷}، اضطراب حل مسئله ریاضی^{۵۸}، اضطراب معلم ریاضی^{۵۹} و اضطراب ارزیابی ریاضی^{۶۰} اندازه می‌گیرد. در این پرسش‌نامه حداقل امتیاز ممکن ۲۲ و حداکثر ۸۸ و متوسط ۴۴ خواهد بود. نمره بین ۲۲ تا ۲۹ میزان اضطراب ریاضی در حد پایینی است؛ نمره بین ۲۹ تا ۵۸ میزان

اضطراب ریاضی در حد متوسط است؛ نمره بالاتر از ۵۸ میزان اضطراب ریاضی در حد بالایی است. بر اساس نظر چیو و هنری می‌توان این مقیاس را برای کودکان پایه‌های چهارم تا هشتم مورد استفاده قرار داد (وحیدی، منظری توکلی، سلطانی نژاد، ۱۳۹۹). مقیاس متشکل بر ۲۲ عبارت کوتاه است که فعالیت‌های مرتبط با ریاضی را تشریح می‌کند. از آزمودنی‌ها خواسته می‌شود تا میزان اضطراب خود را در هریک از موقعیت‌ها بر اساس مقیاس لیکرت چهارقسمتی (۱: هیچ ۲: کم ۳: زیاد ۴: بسیار زیاد) علامت بزنند. ضریب پایایی این آزمون در خارج از کشور ۰/۹ تا ۰/۹۳ / ۰ متغیر است (وحیدی و همکاران، ۱۳۹۹). چیو و هنری (۱۹۹۰) برای برآورد پایایی این ابزار برای پایه‌های چهارم تا هشتم و کل نمونه، از روش ضرایب آلفای کرونباخ برای پایه چهارم و هشتم ۰/۹۰ و برای پایه پنجم و ششم ۰/۹۲ و برای پایه هفتم ۰/۹۳ و پایایی کل ۰/۹۲ گزارش کردند. در پژوهش وحیدی و همکاران (به نقل از امیری، ۱۳۹۳) و احمدی (۱۳۹۰) ضریب پایایی کل پرسش‌نامه از طریق ضریب آلفای کرونباخ ۰/۸۴ و در پژوهش مراد پور و همکاران (۲۰۱۵) از طریق آلفای کرونباخ ۰/۸۷ / ۰ گزارش شده است. شیوندی چلیچه (۱۳۸۹)، به نقل از حسینی، (۱۳۸۴) برای برآورد پایایی کل و زیر مقیاس‌های این مقیاس از روش ضرایب آلفای کرونباخ برای بعد اضطراب یادگیری ریاضی عدد ۰/۶۲ و برای اضطراب حل مسئله ریاضی عدد ۰/۵۷ و برای اضطراب معلم ریاضی عدد ۰/۵۸ و برای اضطراب ارزیابی ریاضی عدد ۰/۷۵ و برای پایایی کل عدد ۰/۸۴ را گزارش کرد. چیو و هنری برای سنجش روایی این مقیاس، همبستگی آن را با ابزارهای مختلفی محاسبه کردند. این مقیاس همبستگی زیادی (حدود ۰/۹۷) با مقیاس درجه‌بندی اضطراب ریاضی مارس^{۶۱} دارد و علاوه بر آن، بین نمرات این مقیاس و مقیاس اضطراب ریاضی^{۶۲} ساراسون^{۶۳} همبستگی مثبت زیادی (۰/۷۱) به دست آمده است. چیو و هنری شواهد مربوط به روایی سازه را به وسیله محاسبه ضریب همبستگی، میان نمرات این مقیاس و نمره‌های ریاضی نیمسال تحصیلی به دست آوردند و این ضرایب که برای پایه‌های چهارم و پنجم و ششم برآورده شد همه منفی و معنادار بود (چیو و هنری، ۱۹۹۰). در این پژوهش، مقایسه کمی نرخ خودراهبری در یادگیری و حل مسئله ریاضی در دو گروه آزمایش و گواه از حاصل نسبت متوسط زمان صرف شده برای تفکر و حل و بیان نتیجه بر تعداد راهنمایی‌های درخواست شده از معلم توسط دانش‌آموز به دست آمده است (کتاب درسی ریاضی یک، دهم فنی و حرفه‌ای و کاردانش^{۶۴}، ۱۳۹۶، ص ۱۶).

متوسط زمان مصرف‌شده برای تفکر حل و بیان نتیجه

تعداد راهنمایی در خواست‌های شده از معلم توسط دانش‌آموز = $\frac{\text{نرخ خودراهبری در حل مسئله}}{\text{متوسط زمان مصرف‌شده برای تفکر حل و بیان نتیجه}}$

فرایند روش آموزش هدایت‌شده شناختی که در جلسه پایانی (جلسه ششم) به اجرا درآمد، در جدول ۱ خلاصه شده است. روایی مداخله از طریق اجرای آزمایشی آن بر یک گروه مجزا از شرکت‌کنندگان این پژوهش در متغیرهای موردنظر بررسی شده است.

جدول ۱. فرایند و مراحل اجرای روش آموزش هدایت‌شده شناختی. با اقتباس از موندی (۲۰۱۶) و کاربنتر و همکاران (۱۹۹۹)

مرحله	محتوا	هدف	فعالیت معلم	فعالیت فراگیر
۱	مسئله چوب کبریت‌ها	انگیزش و کنجکاوی	طرح مسئله (یک سؤال چالشی در کلاس)	خواندن مسئله و تلاش برای فهم آن
۲	یادآوری تجارب قبلی	به‌کارگیری تجارب قبلی در موقعیت‌های جدید	هدایت فراگیرنده به تجارب قبلی با اشارات جزئی	درگیری با مسئله و استفاده از استراتژی خاص خود بدون ارائه دستورالعمل یا راهبردی از سوی معلم
۳	طرح حدس‌های معقولانه و مفید فراگیران	ایجاد بحث و تبادل نظر و انتخاب راهبردهای مناسب	نظارت بر بحث‌های بین فراگیران	شرکت دسته‌جمعی در به اشتراک‌گذاری راهبردهای حل در کلاس
۴	تقویت حدس‌های معقول دانش‌آموزان	تقویت خودراهبری	مشاهده و نظارت بر عملکرد فراگیران	درگیری بیشتر با مسئله و تبادل نظر دسته‌جمعی
۵	اهمیت بدفهمی‌ها و تلاش برای رفع آن‌ها	فهم درست مسئله و شرایط آن	تشخیص بدفهمی‌ها و زمان مناسب برای مداخله و هدایت فراگیران	شرکت دسته‌جمعی در بحث‌ها به‌خاطر رفع بدفهمی‌ها و فهم صحیح مسئله
۶	مرور راهبردهای حل مسئله	اجرای راهبرد انتخابی	دادن زمان برای فراگیران برای حل مسئله	حل مسئله بدون دخالت معلم
۷	اجرای گام کنترل در فرایند حل مسئله پولیا	کنترل و بازنگری	سؤالات هدایتگر: چگونه و با چه فرضیاتی به این جواب رسیدید؟ و...	شرکت دسته‌جمعی در کنترل پاسخ‌ها و تشخیص پاسخ‌های درست و نادرست
۸	اصلاح پاسخ‌های نادرست	جمع‌بندی فرایند حل	نظارت بر فرایند بازنگری و اصلاح حل	شرکت در اصلاح پاسخ‌های نادرست و درک زمینه‌ها و دلایل بروز خطا

برخی از موضوعات مورد بحث در زمینه مهارت‌های حل مسئله و فراشناخت با دانش‌آموزان گروه آزمایش و گروه گواه به صورت مداخله‌ای و به‌طور خلاصه در طی جلسات اول تا پنجم آموزش داده شد؛ در جدول ۲ آورده شده است.

جدول ۲. موضوعات مورد بحث در جلسات اول تا پنجم	
شماره جلسه	موضوع و محتوای تدریس شده در جلسات
جلسه اول:	معرفی مفهوم و ماهیت و چیستی مسئله، معرفی فراشناخت و مهارت‌های شناختی و فراشناختی ریاضی
جلسه دوم:	فرایند حل مسئله ریاضی از منظر پولیا، راهبردهای حل مسئله، انواع مسئله (بسته پاسخ و باز پاسخ، کلامی و غیر کلامی، فرایند باز)
جلسه سوم:	تفاوت بین حل مسئله و طرح مسئله، نظام‌های باوری فراگیران، حل مسئله به روش چندگانه، بازنمایی متعدد از یک مسئله ریاضی
جلسه چهارم:	تشریح رفتار حل مسئله متخصصان و مبتدیان، ارزشیابی مبتنی بر حل مسئله (کنترل پاسخ و تشریح مسائل حل شده)
جلسه پنجم:	سبک‌های یادگیری و آشنایی با روش‌های مطالعه ریاضیات، سازمان‌دهی مفاهیم در ذهن و فراخوانی مطالب
جلسه ششم:	برگزاری کلاس حل مسئله به‌طور مجزا (اجرای روش آموزش هدایت‌شده شناختی و روش سنتی) و اجرای آزمون اضطراب

یافته‌ها

در خصوص سؤال اول پژوهش، یافته‌های محقق از رفتار حل مسئله دانش‌آموزان دو گروه و نوع و کیفیت پاسخ‌های آنان در جداول ۳ تا ۶ خلاصه شده است. مقایسه کمی فعالیت‌های دو گروه گواه و آزمایش در جلسه ششم و کلاس حل مسئله در جدول ۵ آورده شده است. به جهت مقایسه، برخی از مهم‌ترین مسائل طرح‌شده این دو گروه در جدول شش آورده شده است. در این جداول متوسط زمان صرف شده برای پاسخ‌ها از تقسیم مجموع زمان‌های تمامی دانش‌آموزان بر تعداد آن‌ها به دست آمده است.

جدول ۳. خلاصه فعالیت‌های حل مسئله و طرح مسئله گروه گواه (تدریس به روش متداول یا سنتی)

متوسط زمان صرف‌شده	راهبردهای مورد استفاده	نوع پاسخ و مسئله طرح‌شده	بخش‌های سؤال داده‌شده
۱۰ دقیقه	رسم شکل (۱۵ نفر)، جدول نظام‌دار (۷ نفر)، الگویابی (۳ نفر)	۲۵ پاسخ: ۱۵ درست و ۱۰ نادرست	قسمت اول سؤال (حل سؤال موردنظر)
۴ دقیقه	طرح مسئله ساختار یافته	۱۵ پاسخ و بدون پاسخ (۱۰ نفر) بسته پاسخ (۱۳ نفر) باز پاسخ (۲ نفر)	قسمت دوم سؤال (طرح سؤال مرتبط)
۴ دقیقه	رسم شکل (۶ نفر)، جدول نظام‌دار (۸ نفر)، رسم شکل و جدول نظام‌دار (۲ نفر)	۱۲ پاسخ: ۸ درست و ۴ نادرست، حل درست مسائل بسته پاسخ طرح‌شده (۷ نفر) حل درست مسئله باز پاسخ طرح‌شده (۱ نفر)	قسمت سوم سؤال (حل سؤال طرح‌شده)
۱۸ دقیقه	♦ متوسط زمان صرف شده برای پاسخ به کل قسمت‌های مسئله داده‌شده (برحسب دقیقه)		
۱۹ مورد	♦ تعداد راهنمایی‌های خواسته‌شده از معلم در کل فرایند جلسه ششم توسط تمام دانش‌آموزان گروه گواه		

دانش‌آموزان گروه گواه که به روش متداول سنتی آموزش دیدند، هر کدام به‌تنهایی شروع به حل مسئله کرده و عمده آن‌ها ظرف مدت کوتاهی پاسخنامه تشریحی خود را تحویل معلم دادند. در پاسخنامه‌های افراد این گروه سه راهبرد جدول نظام‌دار و رسم شکل و الگویابی مشاهده شد که تقریباً تمامی دانش‌آموزان صرفاً با یکی از این سه راهبرد مسئله را حل کردند. لازم به ذکر است که برخی از دانش‌آموزان این گروه سعی کردند که با رسم شکل پنجاه مربع کنار هم و تکیه بر شمردن، تعداد چوب‌کبریت‌های لازم را محاسبه کنند. در این گروه از بین ۲۵ دانش‌آموز فقط سه نفر آن‌ها با دو راهبرد مسئله بیان‌شده را حل کردند. در این گروه هرگاه دانش‌آموزان در فرایند حل مسئله به مشکلی برمی‌خوردند بلافاصله به‌صورت انفرادی از معلم درخواست کمک می‌کردند و مهم‌تر اینکه تقریباً عموم آن‌ها صحت و سقم روش حل و نتایج به‌دست‌آمده را از معلم درخواست می‌کردند و نوشته‌های آن‌ها در پاسخنامه‌هایشان در موارد قابل توجهی آشفته و بدون نظام بود. از این گروه در مورد قسمت دوم سؤال که

طرح مسئله بود، با کنار گذاشتن مسئله‌های طرح‌شده مشابه در مجموع ۵ مسئله بسته پاسخ و ۲ مسئله باز پاسخ دریافت شد. در مورد قسمت سوم سؤال در این گروه ۱۲ نفر مسئله طرح‌شده خود را حل کردند که در این میان ۸ نفر به مسئله طرح‌شده خود پاسخ درست داده بودند. پاسخ‌های نادرست سه نفر ناشی از یک تعمیم نادرست بود که مثلاً برای ساخت یک‌صد مربع کنار هم به صورت خطی تعداد چوب‌کبریت لازم برای ساخت پنج مربع را در بیست ضرب کرده بودند ($20 \times 16 = 320$) که پاسخ اشتباه است.

جدول ۴. خلاصه فعالیت‌های حل و طرح مسئله گروه آزمایش (تدریس به روش آموزش هدایت‌شده شناختی)

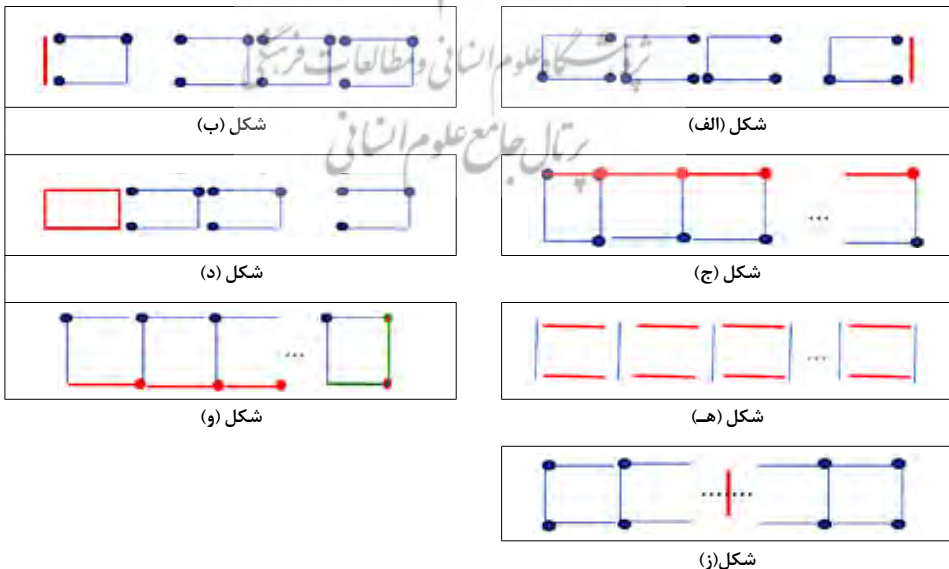
متوسط زمان صرف‌شده	راهبردهای مورد استفاده	نوع پاسخ و مسئله طرح‌شده	بخش‌های سؤال داده‌شده
۳۰ دقیقه	رسم شکل (۲۰ نفر)، جدول نظام‌دار (۲۱ نفر)، دنباله اعداد (۱۲ نفر)، تبدیل به زیر مسئله (۹ نفر)، حدس و آزمایش (۴ نفر)، استفاده از تعمیم (۲ نفر)، الگویابی (۵ نفر)	۲۵ پاسخ: ۲۲ درست و ۳ نادرست	قسمت اول سؤال (حل سؤال موردنظر)
۲۴ دقیقه	طرح مسئله نیمه‌ساختاریافته، ساختاریافته و آزاد	۲۵ پاسخ: بسته پاسخ (۴ نفر) باز پاسخ (۲۱ نفر)	قسمت دوم سؤال (طرح سؤال مرتبط)
۲۱ دقیقه	رسم شکل (۱۲ نفر)، جدول نظام‌دار (۱۵ نفر)، دنباله اعداد (۴ نفر)، تبدیل به زیر مسئله (۵ نفر)، حدس و آزمایش (۵ نفر)، استفاده از تعمیم (۳ نفر)، الگویابی (۱۰ نفر)، استفاده از تقارن (۵ نفر)	۲۰ پاسخ: ۱۸ درست و ۲ نادرست، حل درست مسائل بسته پاسخ طرح‌شده (۴ نفر) حل درست مسئله باز پاسخ طرح‌شده (۱۴ نفر) تعداد حل نادرست در مسائل بسته پاسخ (صفر) و تعداد حل نادرست در مسائل باز پاسخ (۲ نفر)	قسمت سوم سؤال (حل سؤال طرح‌شده)
۷۵ دقیقه	♦ متوسط زمان صرف شده برای پاسخ به کل قسمت‌های مسئله داده‌شده (برحسب دقیقه)		
۱۲ مورد	♦ تعداد راهنمایی‌های خواسته‌شده از معلم در کل فرایند جلسه ششم توسط تمام دانش‌آموزان گروه گواه آزمایش		

دانش‌آموزان گروه آزمایش که در روش آموزش هدایت‌شده شناختی در معرض حل مسئله، با مدیریت خودشان به گروه‌های چند نفره کوچک تقسیم شدند و شروع به بحث در مورد شرایط مسئله کردند. دریافت خود از مفهوم مسئله را با سایر گروه‌ها در میان گذاشته و بدفهمی‌های احتمالی خود را از درک داده و خواسته مسئله اصلاح نمودند. سپس با همفکری و مشارکت گروهی شروع به حل مسئله کرده و عمده آن‌ها ظرف مدت نسبتاً طولانی‌تر نسبت به گروه گواه پاسخنامه تشریحی خود را تحویل معلم دادند. در پاسخنامه‌های این گروه هشت راهبرد حدس و آزمایش، جدول نظام‌دار، رسم شکل، دنباله عددی، تبدیل به زیرمسئله، الگویابی، استفاده از تعمیم و کاربست تقارن مشاهده شد که بیشتر دانش‌آموزان (۱۷ نفر از ۲۵ نفر) با بیش از این یک راهبرد مسئله را حل کردند. لازم به ذکر است که راهبرد رسم شکل به چند صورت متفاوت اجرا شده است که بسیار جذاب به نظر می‌رسد و همچنین در تمامی راهبردهای فوق ایده الگویابی و تعمیم مسئله استفاده شده است. نمونه‌هایی از راهبردهای فوق که توسط دانش‌آموزان به کار گرفته شده است، ارائه می‌شود.

الف) راهبرد جدول نظام‌دار و الگویابی:

شماره شکل	۱	۲	۳	۴	۵	...	۴۸	۴۹	۵۰
تعداد چوب‌کبریت	۴	۷	۱۰	۱۳	۱۶	...	۱۴۵	۱۴۸	۱۵۱

ب) راهبرد رسم شکل و الگویابی: برخی از الگوهای بصری زیر در راهبرد رسم شکل استفاده شده‌اند:



- الگوی بصری در شکل‌های (الف) و (ب) نشان‌دهنده پنجاه‌تا سه‌تایی و یکی یک‌تایی یعنی ۱۵۱ چوب‌کبریت لازم است؛ $۱۵۱ = ۱ + (۳ \times ۵۰)$ اما از لحاظ بصری دو گونه متفاوت دیدن و تفکر را در ذهن دانش‌آموزان نشان می‌دهند.
- الگوی بصری در شکل (ج) نشان‌دهنده یکی سه‌تایی و چهل‌ونه تا دو تایی و پنجاه‌تا یکی یعنی ۱۵۱ چوب‌کبریت لازم است $۱۵۱ = ۵۰ + (۲ \times ۴۹) + ۳$.
- الگوی بصری در شکل (د) نشان‌دهنده یکی چهار تایی و چهل و نه تا سه‌تایی $۱۵۱ = (۳ \times ۴۹) + ۴$ یعنی ۱۵۱ چوب‌کبریت لازم است.
- الگوی بصری در شکل (ه) نشان‌دهنده دو دسته پنجاه‌تایی (چوب‌کبریت‌های افقی) و پنجاه و یکی چوب‌کبریت عمودی یعنی $۱۵۱ = ۵۱ + (۲ \times ۵۰)$ یعنی ۱۵۱ چوب‌کبریت لازم است.
- الگوی بصری در شکل (و) نشان‌دهنده پنجاه و یکی دو تایی و چهل و نه تا یکی $۱۵۱ = ۴۹ + (۲ \times ۵۱)$ یعنی ۱۵۱ چوب‌کبریت لازم است.
- الگوی بصری در شکل (ز) نشان‌دهنده کاربست تقارن است که $۱۵۱ = ۱ + ۲ \times (۳ \times ۲۵)$ برای ۲۵ خانه محاسبه شده است. البته این الگوی تقارنی را در شکل (هـ) هم می‌توان دید که دانش‌آموزان به‌درستی آن را بیان کرده‌اند.

ج) راهبرد دنباله اعداد و الگویابی:

در این راهبرد دانش‌آموزان با شمارش تعداد چوب‌کبریت‌ها دنباله‌ای به‌صورت زیر نوشته و با دقت در جملات دنباله و بحث و نتیجه‌گیری گروهی به پاسخ درست دست یافتند. و ۴۷ و ۱۰ و ۱۳ و ۱۷ و ... الگوی کشف‌شده این بود که تعداد جملات دنباله سه‌تا سه‌تا اضافه می‌شود. مثلاً در هر پنج جمله متوالی، چهار تا سه‌تایی به جمله اول اضافه می‌شود. برای ده جمله متوالی اولیه، نه تا سه‌تایی به جمله اول اضافه می‌شود؛ با ادامه الگو در پنجاه جمله متوالی چهل‌ونه تا سه‌تایی به جمله اول اضافه می‌شود. پس تعداد چوب‌کبریت‌های لازم برای ساخت پنجاه مربع برابر است با $۱۵۱ = (۳ \times ۴۹) + ۴$ در واقع این گروه از دانش‌آموزان با اینکه اطلاعی از ماهیت دنباله حسابی نداشتند، به‌طور تجربی و غیرمستقیم به فرمول آن دست یافتند که این نکته یعنی رسیدن به یک تعمیم سطح بالا بسیار اهمیت دارد.

د) تبدیل به زیرمسئله و الگویابی:

در این راهبرد دانش‌آموزان ابتدا تعداد چوب‌کبریت لازم برای ۵ مربع را به دست آوردند (۱۶ چوب‌کبریت). سپس برای ده مربع تعداد لازم را به دست آوردند (۳۱ چوب‌کبریت) و سپس برای پانزده چوب‌کبریت محاسبه کردند (۴۶ چوب‌کبریت). در خلال فرایندهای حل زیر مسئله‌ها از رسم شکل استفاده کردند و با دقت در مقایسه فرایندها به الگوی مناسب (سه برابر تعداد مربع‌ها به علاوه یک) و پاسخ درست مسئله (۱۵۱) چوب‌کبریت دست یافتند.

جدول ۵. مقایسه فعالیت‌های دو گروه گواه و آزمایش در کلاس حل مسئله

گروه آزمایش	گروه گواه	موارد مورد مقایسه	قسمت‌های مختلف فعالیت
۲۵	۲۵	♦ تعداد کل پاسخ‌ها	قسمت اول مسئله
۲۲	۱۵	♦ تعداد پاسخ‌های درست	
۳	۱۰	♦ تعداد پاسخ‌های نادرست	
۰	۰	♦ تعداد بدون پاسخ	
۷	۳	♦ تعداد راهبردهای استفاده شده	
۳۰	۱۰	♦ متوسط زمان صرف شده (برحسب دقیقه)	
۲۵	۱۵	♦ تعداد کل پاسخ‌ها	قسمت دوم مسئله
۰	۱۰	♦ تعداد بدون پاسخ	
۲۱	۲	♦ تعداد مسئله‌های باز پاسخ طرح شده	
۴	۱۳	♦ تعداد مسئله‌های بسته پاسخ طرح شده	
۲۴	۴	♦ متوسط زمان صرف شده (برحسب دقیقه)	
۲۰	۱۲	♦ تعداد کل پاسخ‌ها	قسمت سوم مسئله
۱۴	۱	♦ تعداد پاسخ‌های درست مسائل باز پاسخ	
۴	۷	♦ تعداد پاسخ‌های درست مسائل بسته پاسخ	
۲	۴	♦ تعداد پاسخ نادرست	
۵	۱۳	♦ تعداد بدون پاسخ	
۸	۲	♦ تعداد راهبردهای استفاده شده	
۲۱	۴	♦ متوسط زمان صرف شده (برحسب دقیقه)	
۷۵	۱۸	♦ متوسط زمان صرف شده برای پاسخ به کل قسمت‌های سؤال داده شده (برحسب دقیقه)	
۱۲	۱۹	♦ تعداد راهنمایی‌های خواسته شده از معلم در کل فرایند جلسه ششم توسط تمام دانش‌آموزان	

جدول ۶. برخی از مسائل طرح‌شده توسط دانش‌آموزان دو گروه

نوع مسئله	گروه گواه (آموزش سنتی و متداول)	گروه آزمایش (آموزش هدایت‌شده شناختی)
<p>باز پاسخ</p>	<p>♦ با ۲۰ چوب کبریت چند تا مربع می‌توانیم بسازیم؟</p> <p>♦ برای ساختن پانصد مربع که هر پنجاه عدد از مربع‌ها به هم وصل شده‌اند؛ چند چوب کبریت لازم داریم؟</p>	<p>♦ با ۲۰ چوب کبریت چند مدل نردبان می‌توانیم بسازیم؟</p> <p>♦ با ۲۰ چوب کبریت چند تا مستطیل می‌توان ساخت؟</p> <p>♦ با ۲۰ چوب کبریت چه تعداد مربع می‌توانیم بسازیم؟ بزرگ‌ترین مستطیل در شکل پنجم را معلوم کنید.</p> <p>♦ با ۳۰ چوب کبریت چند تا مثلث متساوی‌الاضلاع می‌توانیم بسازیم؟</p> <p>♦ در پنج مربع مانند مسئله داده‌شده، با حذف کدام چوب کبریت‌ها به بزرگ‌ترین مستطیل‌ها خواهیم رسید؟ با همین فرض چند مستطیل با عرض یکسان داریم؟</p> <p>♦ برای یک اتصال دلخواه شش تایی از مربع‌ها به چند چوب کبریت نیازمندیم؟</p>
	<p>♦ اگر الگوی مسئله داده‌شده را تکرار کنیم، شکل صدم چند چوب کبریت خواهد داشت؟ با تکرار همین روند شکل پانصدم چند چوب کبریت خواهد داشت؟</p> <p>♦ مساحت کل در شکل پنجاهم چقدر است؟</p> <p>♦ در شکل پنجم چند مستطیل داریم؟</p> <p>♦ با ۳۰ عدد چوب کبریت چند تا مکعب می‌توان ساخت؟</p>	<p>بسته پاسخ</p>
<p>♦ مساحت بزرگ‌ترین مربعی که با ۲۰ چوب کبریت می‌توان ساخت چقدر است؟</p> <p>♦ اختلاف تعداد مربع‌ها و مستطیل‌هایی که با ۲۰ چوب کبریت می‌سازیم چند تا است؟</p> <p>♦ الگوی ثابتی که با آن بتوانیم اعداد دنباله‌ای مسئله داده‌شده را تولید کنیم چیست؟</p> <p>♦ اگر طول هر چوب کبریت یک واحد باشد، آنگاه در شکل پنجم مسئله داده‌شده مجموع مساحت‌های مربع‌ها چقدر است؟ با همین فرض در شکل پنجم مسئله داده‌شده مجموع مساحت مستطیل‌های ساخته‌شده چند برابر مجموع مساحت‌های مربع‌های ساخته‌شده است؟</p> <p>♦ اگر به هر ضلع یک مربع اولیه یک چوب کبریت اضافه کنیم و این کار را تا ده مرحله تکرار کنیم، شکل نهایی چند چوب کبریت خواهد داشت؟ مساحت و محیط شکل نهایی چقدر خواهد شد؟</p>	<p>♦ مساحت بزرگ‌ترین مربعی که با ۲۰ چوب کبریت می‌توان ساخت چقدر است؟</p> <p>♦ اختلاف تعداد مربع‌ها و مستطیل‌هایی که با ۲۰ چوب کبریت می‌سازیم چند تا است؟</p> <p>♦ الگوی ثابتی که با آن بتوانیم اعداد دنباله‌ای مسئله داده‌شده را تولید کنیم چیست؟</p> <p>♦ اگر طول هر چوب کبریت یک واحد باشد، آنگاه در شکل پنجم مسئله داده‌شده مجموع مساحت‌های مربع‌ها چقدر است؟ با همین فرض در شکل پنجم مسئله داده‌شده مجموع مساحت مستطیل‌های ساخته‌شده چند برابر مجموع مساحت‌های مربع‌های ساخته‌شده است؟</p> <p>♦ اگر به هر ضلع یک مربع اولیه یک چوب کبریت اضافه کنیم و این کار را تا ده مرحله تکرار کنیم، شکل نهایی چند چوب کبریت خواهد داشت؟ مساحت و محیط شکل نهایی چقدر خواهد شد؟</p>	<p>♦ مساحت بزرگ‌ترین مربعی که با ۲۰ چوب کبریت می‌توان ساخت چقدر است؟</p> <p>♦ اختلاف تعداد مربع‌ها و مستطیل‌هایی که با ۲۰ چوب کبریت می‌سازیم چند تا است؟</p> <p>♦ الگوی ثابتی که با آن بتوانیم اعداد دنباله‌ای مسئله داده‌شده را تولید کنیم چیست؟</p> <p>♦ اگر طول هر چوب کبریت یک واحد باشد، آنگاه در شکل پنجم مسئله داده‌شده مجموع مساحت‌های مربع‌ها چقدر است؟ با همین فرض در شکل پنجم مسئله داده‌شده مجموع مساحت مستطیل‌های ساخته‌شده چند برابر مجموع مساحت‌های مربع‌های ساخته‌شده است؟</p> <p>♦ اگر به هر ضلع یک مربع اولیه یک چوب کبریت اضافه کنیم و این کار را تا ده مرحله تکرار کنیم، شکل نهایی چند چوب کبریت خواهد داشت؟ مساحت و محیط شکل نهایی چقدر خواهد شد؟</p>

یافته‌های جداول یک تا شش نشان می‌دهد که کیفیت فهم مسئله، نوع و تعداد و کیفیت راهبردها و استراتژی‌های به کاررفته در حل مسئله، طرح مسئله در قالب‌های متنوع، درک تعمیم‌های ساختاری و سطح الگویابی‌ها از تفاوت‌های متمایزکننده و مشهود و قابل لمس در بین دانش‌آموزان دو گروه است. در روش‌های حل و مسائل طرح‌شده گروه آزمایش، الگویابی‌ها و تعمیم‌های سطح بالاتر و فراتر از یک الگویابی صرف، نسبت به گروه گواه دیده شد. اشاره به موضوعات سطح و حجم در مربع و مستطیل و مکعبات آن‌ها، شمارش و جایگشت در شمردن تعداد حالات ممکن، یافتن حالت‌های بهینه، ایده فرمول دنباله حسابی، توجه به ویژگی‌های مختلف چندضلعی‌ها از قبیل محیط و مساحت، ارتباطات بین چندضلعی‌ها برخی از این تعمیم‌ها و درک‌های خاص در گروه آزمایش هستند؛ که در گروه گواه چیزی در این خصوص مشاهده نشد. در گروه آزمایش از راهبردهای متنوع‌تر و بازنمایی‌های بصری بیشتری استفاده شده است. در گروه گواه که به روش متداول آموزش دیدند، مسائل طرح‌شده عموماً بسته پاسخ، شامل الگویابی‌های مقدماتی و فاقد تعمیم الگوها بودند. در حالی که تنوع مسائل طرح‌شده در گروه آزمایش بیشتر بوده و مسائل باز پاسخ بیشتری نسبت به گروه گواه طرح شده است. همچنین گروه گواه عموماً از طرح مسئله در قالب ساختاریافته و نیمه ساختاریافته استفاده کردند، در حالی که گروه آزمایش از طرح مسئله در قالب‌های ساختاریافته و نیمه ساختاریافته و تا حدودی قالب آزاد استفاده کردند. دانش‌آموزان گروه گواه عموماً به صحت روش حل و یا نتایج به‌دست‌آمده خود مشکوک بودند و عموماً تأیید صحت راهبرد انتخابی و روش حل و نتایج خود را از معلم مربوطه می‌خواستند و در بازنگری و اصلاح فرایندها متکی به معلم بودند و این در حالی است که مطابق اطلاعات جداول قبل، گروه آزمایش در درک و فهم مسئله و طراحی راهبرد و اجرای و اصلاح فرایند حل و کنترل نتایج و جمع‌بندی تقریباً کمکی از معلم دریافت نکردند (صرفاً در دو مورد محدود در مورد شرایط نوشتن پاسخ) و تمامی موارد چالشی را با بحث‌های گروهی مرتفع نمودند. زمان تمرکز و درگیری با مسئله از ۱۸ دقیقه به ۷۵ دقیقه افزایش یافته است. نرخ خودراهبری با فرمول بیان‌شده برای گروه گواه عدد $\frac{18}{19} = 0.9473$ و برای گروه آزمایش عدد $\frac{75}{5} = 37/5$ به دست می‌آید.

در پاسخ به سؤال دوم تحقیق از پرسش‌نامه اضطراب ریاضی کودکان^{۶۵} استفاده شد و داده‌های به‌دست‌آمده با نرم‌افزار SPSS و آزمون آماری تحلیل کوواریانس^{۶۶} تحلیل شد. قبل از تحلیل داده‌های پژوهش، مفروضه‌های زیربنایی تحلیل موردبررسی قرار گرفت. مفروضات لازم برای اجرای تحلیل کوواریانس، بررسی نرمال بودن داده‌ها و همگنی واریانس‌ها و یکسانی شیب رگرسیونی است که نرمال بودن داده‌ها با آزمون کلموگروف اسمیرنوف (K-S) و همگنی واریانس‌ها با آزمون لوین بررسی شد. آماره کلموگروف-اسمیرنوف برای پس‌آزمون متغیر محاسبه شد که مقدار آن غیر معنی‌دار بود، به عبارتی متغیر نرمال بود.

جدول ۷. اطلاعات توصیفی دو گروه آزمایش و گواه در متغیرهای پژوهش قبل و بعد از مداخله

متغیر	آزمون	گروه	تعداد	میانگین	انحراف استاندارد	واریانس
خودراهبری	پس‌آزمون	گواه	۲۵	۰/۹۴۷۳	۱/۲۳۴۱	۱/۵۲۳۰
	آزمایش	گواه	۲۵	۳۷/۵	۲/۳۴۵۶	۵/۵۰۱۸
اضطراب ریاضی	پیش‌آزمون	گواه	۲۵	۷۷/۱۲	۱/۶۱۵۵۵	۲/۶۱
		آزمایش	۲۵	۷۵/۶۸	۱/۸۱۹۳۴	۳/۳۱
	پس‌آزمون	گواه	۲۵	۷۰/۱۶	۷/۶۰۳۰۷	۵۷/۸۰۷
		آزمایش	۲۵	۶۱/۷۶	۶/۳۹۱۹۲	۴۰/۸۵۷

اطلاعات جدول ۷ نشان می‌دهد که میزان تغییر میانگین اضطراب ریاضی در پیش‌آزمون و پس‌آزمون برای گروه‌های گواه و آزمایش به ترتیب ۶/۶۹ و ۱۳/۸۸ واحد است.

جدول ۸. بررسی مفروضه نرمال بودن متغیر پژوهش در پس‌آزمون

متغیر	آزمون کلموگروف-اسمیرنف برای نرمال بودن
اضطراب پس‌آزمون	۰/۱۱
	سطح معنی‌داری
	۰/۱۹

نتایج بررسی پیش‌فرض‌های آماری نشان داد که آزمون یکسانی شیب خط رگرسیون و پیش‌شرط تساوی واریانس‌ها (با استفاده از آزمون لوین) برای گروه‌های آزمایش و گواه یکسان است (تعامل بین شرایط آزمایشی و متغیر همپراش معنی‌دار نیست) و استفاده از تحلیل کوواریانس بلا مانع است ($P < 0/05$).

جدول ۹. آزمون یکسانی شیب خط رگرسیون برای گروه‌های آزمایش و گواه

منبع تغییرات	مجموع مجذورات	درجات آزادی	F	سطح معنی‌داری
اثر تعاملی گروه و پیش‌آزمون	۳۳۳/۱۶	۲	۳/۰۲	۰/۰۵۸

جدول ۱۰. پیش شرط تساوی واریانس‌ها (با استفاده از آزمون لوین)

F	df1	df2	سطح معنی‌داری
۱/۰۸	۱	۴۸	۰/۳۰

در جدول ۱۱ نتایج آنالیز کوواریانس شامل مجموع مجذورات (SS)، میانگین مجذورات (MS)، مقدار F، درجات آزادی (df)، سطح معنی‌داری (p) و اندازه اثر D^2 جهت تعیین اثر آموزش روش هدایت‌شده شناختی بر اضطراب ارائه شده است.

جدول ۱۱. خلاصه آنالیز کوواریانس برای تعیین اثربخشی آموزش روش هدایت‌شده شناختی بر اضطراب

منابع تغییرات	SS	df	MS	F	p	D^2
اضطراب پیش‌آزمون	۵/۹۸	۱	۵/۹۸	۰/۱۰	۰/۷۴	۰/۰۰۲
اثر اصلی (آموزش)	۲۴۱/۹۹	۱	۲۴۱/۹۹	۴/۳۸	۰/۰۴	۰/۰۸
خطای باقی‌مانده	۲۵۹۳/۲۱	۴۷	۵۵/۱۷			

نتایج آنالیز کوواریانس نشان می‌دهد که با حذف اثر نمره‌های اضطراب پیش‌آزمون به‌عنوان متغیر همپراش اثر اصلی آموزش روش هدایت‌شده شناختی بر اضطراب در پس‌آزمون معنی‌دار است. به‌عبارت‌دیگر، جدول نشان می‌دهد که تفاوت مشاهده‌شده بین میانگین‌های نمرات اضطراب شرکت‌کنندگان گروه هدایت‌شده شناختی و متداول سنتی بر حسب عضویت گروهی در مرحله پس‌آزمون با ۹۵ درصد اطمینان معنی‌دار است ($P < ۰/۰۵$). میزان تأثیر این مداخله ۰/۰۸ است. در جدول ۱۱ میانگین‌های تعدیل‌شده نشان می‌دهد که اثر متغیر پیش‌آزمون به‌صورت آماری حذف شده است.

جدول ۱۲. جدول میانگین‌های تعدیل‌شده اضطراب

انحراف استاندارد	میانگین	گروه
۱/۵۵	۶۱/۲۲	هدایت‌شده شناختی
۱/۵۵	۶۶/۰۱	متداول سنتی

میانگین‌های تعدیل‌شده نشان می‌دهد که میانگین نمره اضطراب گروه هدایت‌شده شناختی در مقایسه با گروه متداول سنتی کاهش بیشتری دارد. بنابراین فرض صفر مبنی بر برابری میانگین اضطراب دانش‌آموزان در دو روش تدریس رد می‌شود و به نظر می‌رسد که اثربخشی روش هدایت‌شده شناختی بر کاهش اضطراب ریاضی تأیید می‌شود...

■ بحث و نتیجه‌گیری ■

جایگاه ریاضی در اقتصاد و تنظیم معادلات بازارهای جهانی بر همگان واضح است و به اذعان سیاست‌گذاران کلان آموزشی، ریاضی و علوم کلید رشد و توسعه انسانی در جوامع پیشرفته هستند؛ بنابراین، سرمایه‌گذاری و برنامه‌ریزی مناسب در این حوزه می‌تواند زمینه‌ساز پیشرفت‌های وسیع در عرصه‌های مختلف باشد (غلام‌آزاد، ۱۳۹۱). در مدارس، شاهد آن هستیم که بسیاری از دانش‌آموزان و معلمان، ریاضی را جزو دروس سخت می‌دانند و والدین نیز نسبت به آن، حساسیت زیاد نشان داده و پیشرفت فرزندان خود را در این حوزه با دقت دنبال می‌کنند؛ اما نتایج به‌دست‌آمده از آزمون‌های بین‌المللی تیمز و مطالعات انجام‌شده بر اساس آن‌ها نشان‌دهنده آن است که باوجود آن که کودکان ایرانی عموماً در مدرسه و خانه پرکارند، عملکرد قابل قبولی در آزمون‌های به‌عمل‌آمده ندارند. در واقع، مشاهده می‌شود که آموزش بر اساس برنامه‌های جاری، قابلیت‌هایی چون انتخاب‌گری، نقادی، حل مسئله، خلاقیت، خودنظمی، استقلال فکری و یادگیری در طول عمر را که نیاز هر شهروند هزاره سوم است، برآورده نمی‌کند (غلام‌آزاد، ۱۳۹۱).

در آموزش هدایت‌شده شناختی، فراشناخت یک عنصر ذاتی است و یک کلاس با این شیوه، دنباله‌ای از فعالیت‌ها است که در آن معلم مشکلی را برای دانش‌آموزان مطرح می‌کند و به آن‌ها اجازه می‌دهد که با استفاده از اولویت‌بندی انواع مختلف راهبردها آن را حل کنند و سپس فراگیران راهبردهای خود را برای هم‌کلاسی‌های خود ارائه می‌دهند. سپس معلم سؤالاتی را برای استنباط استراتژی‌ها برای اطمینان از اینکه هر استراتژی برای همه در کلاس واضح است، می‌پرسد و فراگیران استراتژی‌ها و روش‌های اجرا و پاسخ‌های خود را با یکدیگر مقایسه می‌کنند (کارپنتر و همکاران، ۱۹۹۹). این رویکرد آموزش استراتژیک به‌نوعی برنامه‌ریزی شده است که

نحوه تفکر و باورهای دانش‌آموزان و معلمان را تحت تأثیر قرار می‌دهد و همچنین عوامل مؤثر بر دانش، باورها و شیوه‌های معلمان و درک آن‌ها از تفکر ریاضی دانش‌آموزان را مورد تأکید قرار می‌دهد (کارینتر و همکاران، ۱۹۹۹). در کلاس ریاضیات، فراگیران می‌توانند فرایند تفکر را مرور و مورد بحث قرار دهند و به یک نتیجه‌گیری مشترک برسند که همان شیوه هدایت‌شده شناختی است و در این محیط معلمان می‌توانند از بحث‌های کلاس درس به‌عنوان راهی برای ارزیابی خودراهبری دانش‌آموزان استفاده کنند (اشنرود، ۲۰۱۶).

این پژوهش در راستای تأثیر روش آموزش هدایت‌شده شناختی بر نرخ خودراهبری در یادگیری ریاضی و اضطراب ریاضی انجام شد. نکته حائز اهمیت مطابق یافته‌های این پژوهش، مقایسه و درک تفاوت‌های مهم دو گروه در برخورد با چالش حل مسئله است و در این مقایسه نکات قابل تأملی وجود دارد که در زیر به برخی از آن‌ها اشاره می‌کنیم:

الف) نوع رفتار حل مسئله در دو گروه متفاوت است. در گروه آزمایش مباحثه‌ای و مشارکتی است و در گروه گواه عموماً انفرادی است. تلاش برای فهم کامل مسئله و توجه به تمام بندهای مسئله و تلاش برای پاسخ به تمام آن‌ها در دو گروه متفاوت است و در گروه آزمایش بسیار قوی‌تر و بیشتر است. در گروه آزمایش دانش‌آموزان به بیشتر سؤالات طرح‌شده خود پاسخ دادند و خود را ملزم و متعهد به پاسخگویی می‌دانستند در حالی که در گروه گواه تعداد پاسخ‌های سفید زیاد، قابل توجه و تأمل است. وفور تعداد پاسخ‌های نادرست و پاسخنامه‌های سفید در گروه گواه نسبت به گروه آزمایش، بیانگر دو نکته مهم است: اول اینکه دانش‌آموزان این گروه توانایی محدودی در فهم شرایط مسئله و کنترل نتایج به‌دست‌آمده داشتند و دوم اینکه آن‌ها در سازمان‌دهی مطالب در ذهن و ایجاد ارتباط بین بخش‌های مختلف مسئله و جمع‌بندی و تلخیص و نتیجه‌گیری ضعف قابل ملاحظه‌ای داشتند. این موضوعات با نتایج تحقیقات موندی (۲۰۱۶) و گواریرو (۲۰۱۴) همسو است.

ب) در مسائل طرح‌شده توسط دانش‌آموزان دو گروه تفاوت عمده‌ای وجود دارد. طرح مسئله فعالیتی بالاتر از حل مسئله است و مستلزم و نشان‌دهنده کیفیت درک دانش‌آموز از مفهوم ارائه‌شده و نیز درک ارتباطات و اتصالات بین مفاهیم است (اسکندری و ریحانی، ۱۳۹۳). در این پژوهش

نکته حائز اهمیت، درجه تعمیمی است که در حل و طرح مسائل در دو گروه دیده می‌شود. باز پاسخ بودن مسئله‌های طرح‌شده گروه گواه به این دلیل است که نوع اتصال مربع‌ها بیان‌نشده و یا دلخواه فرض شده است. بنابراین در حالت‌های گوناگون اتصال مربع‌ها، مسئله می‌تواند پاسخ‌های درست متعددی داشته باشد. اما هر دو مسئله باز پاسخ این گروه از بابت عامل باز پاسخی بر یک موضوع تکیه دارند که آن هم نوع اتصال مربع‌ها به یکدیگر است. مسئله‌های بسته پاسخ آن‌ها همان مسئله داده‌شده برای حل، صرفاً با تغییر تعداد مربع‌های ساخته‌شده و افزایش این تعداد به ۱۰۰ و ۲۰۰ و... بود. مطابق نظر متخصصان و با توجه به پاسخ‌های دریافت‌شده، دانش‌آموزان گروه گواه نسبت به گروه آزمایش، در تعمیم مسئله داده‌شده ناتوان‌تر ظاهر شدند. این یافته‌ها با نتایج پژوهش‌های سلیمان‌نژاد و حسینی نسب (۱۳۹۱) و سلیمانی‌فرد (۱۳۹۸) و سعادت‌مند و همکاران (۱۳۹۰) و ساهین (۲۰۱۵) همسو و مؤید آنان است.

ج) موضوع کنترل نتایج و سازمان‌دهی مطالب نیز تفاوت مهم دیگر در عملکرد دو گروه بود. عدم اطمینان دانش‌آموزان گروه گواه به صحت عملکردهایشان و عدم توانمندی آنان در ارزیابی فعالیت‌های انجام‌شده و نگاه تشکیکی آنان به نتایج به‌دست‌آمده در مقابل اعتماد نسبی دانش‌آموزان گروه آزمایش به نحوه عملکرد خود از نکات قابل تأمل در این خصوص است. این نتایج با پژوهش‌های رامیرز و همکاران، (۲۰۱۶) و کارپنتر و فنما (۱۹۹۲) و گیلک و همکاران (۱۳۸۵) و خدایاری (۱۳۹۲) هم‌راستا است.

د) تفاوت فاحش دیگر، زمان تمرکز بر مسئله در دو گروه است که تأمل و ویژه‌های را می‌طلبد. معمولاً طیف قابل‌توجهی از دانش‌آموزان حوصله تمرکز و صرف زمان در مسائل تحلیلی ریاضی را ندارند و یا اینکه اگر مسئله را از یک روش حل کردند، آن را تمام‌شده فرض می‌کنند. درحالی‌که در بسیاری از کشورهای پیشرفته آموزشی نظیر ژاپن و سنگاپور وقتی یک مسئله حل می‌شود، تازه بحث در مورد فرایند تعدیل و اصلاح راه‌حل و یا راه‌حل‌های چندگانه و بازنمایی‌های متعدد و انواع ارتباطات آن با سایر مفاهیم شروع می‌شود و این دقیقاً نقطه عطفی است که بسیاری از دانش‌آموزان ایرانی تمایلی به ادامه مسیر نداشته و یا حوصله پیگیری مطلب را ندارند و بسیاری از فرصت‌های یادگیری را از دست می‌دهند و مهم‌تر از همه فرصت درک

ساختارهای کلی و انواع ارتباطات مفاهیم و یادگیری شبکه‌ای از آن‌ها گرفته می‌شود (ریحانی، احمدی، کرمی زرنندی، ۱۳۹۰). افزایش زمان تمرکز و درگیری با مسئله از ۱۸ دقیقه به ۷۵ دقیقه از تأثیرات مهم روش آموزش هدایت‌شده شناختی در آموزش ریاضی است. تفاوت‌هایی از قبیل جرئت درگیر شدن با مسئله و اصرار برای حل آن و حوصله داشتن برای درگیر شدن با شرایط مختلف مسئله در مدت‌زمان صرف شده برای حل مسئله توسط دانش‌آموزان دو گروه مستتر است. تفسیر پژوهشگر از تفاوت نرخ خودراهبری در دو گروه این است که دانش‌آموزان گروه گواه به‌طور متوسط در هر ۰/۹ دقیقه یک بار نیاز به راهنمایی معلم دارند و این امر برای دانش‌آموزان گروه آزمایش در هر سی‌وهفت و نیم دقیقه یک‌بار اتفاق می‌افتد. تفاوت زمان در کمک‌طلبی از معلم نشان می‌دهد که نرخ خودراهبری در دانش‌آموزان گروه آزمایش بسیار بالاتر از دانش‌آموزان گروه گواه است و این نکته بسیار قابل‌تأمل و نکته کلیدی این پژوهش است که تأثیر آموزش هدایت‌شده شناختی بر افزایش زمان خودراهبری حل مسئله ریاضی دانش‌آموزان را نشان می‌دهد. این نتایج با نتایج پژوهش‌های هنریک (۲۰۱۳) و اشنرود (۲۰۱۶) هم‌راستا و مؤید آنان است.

میزان تغییر میانگین اضطراب ریاضی در پیش‌آزمون و پس‌آزمون برای گروه‌های گواه و آزمایش به ترتیب ۶/۶۹ و ۱۳/۸۸ واحد است که نشان می‌دهد روش هدایت‌شده شناختی بر کاهش اضطراب ریاضی مؤثر است. در گروه گواه که به روش متداول تدریس شدند، نمره اضطراب بیشتر از حد متوسط و بالاست. اما میانگین نمره اضطراب در گروه آزمایش که به روش هدایت‌شده شناختی آموزش دیدند، در حد متوسط است. در مجموع مطابق تفاوت‌های مشاهده‌شده، یافته‌های این پژوهش نشان داد که روش آموزش هدایت‌شده شناختی مبتنی بر فراشناخت، بر ارتقاء کیفیت خودراهبری در یادگیری ریاضی و همچنین کاهش اضطراب ریاضی تأثیر مثبت دارد و یافته‌های این پژوهش با تحقیقات ساهین (۲۰۱۵) و موسکاردینی (۲۰۱۴) و اشنرود (۲۰۱۶)، موندی (۲۰۱۶) و گواریرو (۲۰۱۴) و سلیمانی‌فرد (۱۳۹۸) مبنی بر مؤثر بودن روش هدایت‌شده شناختی بر افزایش قابلیت‌های خودراهبری در حل مسئله دانش‌آموزان همسو و مؤید تحقیقات بیان شده است و همچنین اطلاعات جداول قبل نشان می‌دهد که صرفاً آموزش مهارت‌های فراشناختی

بدون تأکید بر روش‌های نوین تدریس مانند روش آموزش هدایت‌شده شناختی نمی‌تواند تأثیر قانع‌کننده‌ای بر ارتقاء توانمندی حل مسئله ریاضی دانش‌آموزان داشته باشد و این موضوع وجه تمایز یافته‌های این پژوهش با پژوهش‌های قبلی است. از محدودیت‌های این پژوهش عدم امکان برگزاری تعداد جلسات بیشتر از شش جلسه برای انجام تدریس‌ها بود که انتظار می‌رود در پژوهش‌های آینده اعتبار این نتایج با برگزاری تعداد جلسات بیشتر مورد بررسی قرار گیرد و همچنین در این پژوهش جلسات پیگیری جهت بررسی پایداری مهارت‌های آموخته‌شده وجود نداشت و این امر نیز می‌تواند در پژوهش‌های آینده مورد نظر باشد.



منابع

- آقابزرگ، مریم. (۱۳۹۱). بررسی تأثیر بهزیستی درمانی در کاهش میزان اضطراب، افسردگی و بهبود نگرش‌های ناکارآمد (پایان‌نامه منتشر نشده کارشناسی ارشد). دانشکده علوم تربیتی و روان‌شناسی، دانشگاه الزهرا (س). تهران.
- آراسته، حمیدرضا و محمودی‌راد، مریم. (۱۳۸۲). آموزش اثربخش: رویکردی بر اساس ارزیابی تدریس توسط دانشجویان. مجله دانشگاه علوم پزشکی سمنان (ویژه‌نامه آموزش پزشکی)، ۵(۲)، ۷-۱.
- ابوالقاسمی، عباس، برزگر، سبحان و رستم اوغلی، زهرا. (۱۳۹۳). اثربخشی آموزش یادگیری خودتنظیمی بر خودکارآمدی و رضایت از زندگی در دانش‌آموزان دارای اختلال ریاضی. فصلنامه دوره ناتوانی‌های یادگیری، ۴(۲)، ۴-۶.
- احمدی، سعید و احمدی، مجید. (۱۳۹۰). رابطه میان اضطراب ریاضی و سبک‌های یادگیری دانش‌آموزان. پژوهش در برنامه‌ریزی درسی، ۸(۳۱)، ۸۹-۱۰۲.
- اسدی گرمرووی، جعفر. (۱۳۸۹). مسئله پولیا. رشد آموزش ریاضی، ۲(۱۰۲)، ۸-۴.
- افضل‌نیا، محمدرضا. (۱۳۹۴). تکنولوژی یادگیری. تهران: سازمان مطالعه و تدوین کتب علوم انسانی دانشگاه‌ها (سمت).
- بخشعلی‌زاده، شهرناز و بروجردیان، ناصر. (۱۳۹۶). شناسایی بدفهمی‌های رایج دانش‌آموزان پایه چهارم ابتدایی در حوزه محتوایی هندسه و اندازه‌گیری و مقایسه عملکرد آن‌ها با میانگین عملکرد در سطح بین‌المللی. فصلنامه نوآوری‌های آموزشی، ۱۶(۴)، ۱۲۶-۱۰۱.
- بخشعلی‌زاده، محمدامین و امینی، فری‌الهی. (۱۳۹۴). بررسی اثربخشی آموزش بر مبنای الگوی تعمیمی علوم عصبی بر پیشرفت و نگرش ریاضی دانش‌آموزان. مقاله ارائه‌شده در اولین کنفرانس علمی پژوهشی راهکارهای توسعه و ترویج آموزش علوم در ایران، دانشگاه پیام نور گله‌دار.
- جباریان‌گروه، مرتضی، خسروی، معصومه و محمدی‌فر، محمدعلی. (۱۳۹۳). اثربخشی بازخورد نوشتاری و شفاهی معلم بر یادگیری خودتنظیمی و پیشرفت تحصیلی در درس ریاضی. فصلنامه پژوهش در برنامه‌ریزی درسی، ۲۲(۴۹)، ۵۹۱-۵۱۵.
- حسنی زنگبار، طاهره و لیوارجانی، شعله. (۱۳۹۶). بررسی تأثیر آموزش راهبردهای یادگیری خودتنظیمی بر یادگیری درس ریاضی و اضطراب دانش‌آموزان دختر دوره اول متوسطه شهرستان بستان‌آباد در سال تحصیلی ۹۵-۱۳۹۴. فصلنامه آموزش و ارزشیابی، ۱۰(۳۹)، ۹۳-۶۹.
- خدایاری، مهسا. (۱۳۹۲). مقوله‌های حل مسئله ریاضی چیست؟ بازنگری بر فرآیند حل مسئله. رشد آموزش ریاضی، ۳۰(۴)، ۱۵-۱۰.
- خلیلی، سحر. (۱۳۹۳). بررسی رابطه تعلل با درگیری و اضطراب پیشرفت (پایان‌نامه منتشر نشده کارشناسی ارشد). دانشگاه شهید چمران، اهواز.
- دانایی زارچی، ریحانه و کبان، مریم. (۱۳۹۶). آسیب‌شناسی جایگاه ایران در پیشرفت ریاضی در آزمون بین‌المللی تیمز ۲۰۱۵. مقاله ارائه‌شده اولین همایش استانی آموزش ریاضی، بندرعباس، دانشگاه فرهنگیان هرمزگان.
- داوچی، رفعت. (۱۳۹۴). ضرورت آموزش ریاضی در دوره ابتدایی. مقاله ارائه‌شده اولین کنفرانس بین‌المللی روان‌شناسی و علوم تربیتی، مؤسسه عالی علوم و فناوری خوارزمی، شیراز.
- ربیعی، لیلیا، اسلامی، احمدعلی، مسعودی، رضا و سلحشوری، آرش. (۱۳۹۱). ارزیابی اثربخشی برنامه جرئت‌ورزی بر میزان استرس، اضطراب و افسردگی دانش‌آموزان دبیرستانی. فصلنامه تحقیقات نظام سلامت، ۸(۵)، ۸۵۶-۸۴۴.
- رحیمی، زهرا، طلائی، ابراهیم، ریحانی، ابراهیم و فردانش، هاشم. (۱۳۹۵). بررسی اثربخشی آموزش با تأکید بر راه‌حل‌های چندگانه در نگرش دانش‌آموزان نسبت به درس ریاضی. دومانه‌نامه راهبردهای نوین در آموزش علوم پزشکی، ۳(۹)، ۲۲۴-۲۳۳.
- ریاضی یک، سال دهم فنی و حرفه‌ای و کاردانش. (۱۳۹۶). وزارت آموزش و پرورش، سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی، تهران.
- ریحانی، ابراهیم، احمدی، غلامعلی و کرمی زرندی، زهرا. (۱۳۹۰). بررسی تطبیقی آموزش فرایند حل مسئله در برنامه درسی آموزشی ریاضی دوره متوسطه کشورهای آمریکا، استرالیا، ژاپن، سنگاپور و ایران. فصلنامه تعلیم و تربیت، ۱۰۵(۱۴۲-۱۱۵).
- ریحانی، ابراهیم، بخشعلی‌زاده، شهرناز و واشقانی فراهانی، احمد. (۱۳۹۲). بررسی شناخت معلمان ریاضی دوره متوسطه از مثال ریاضی و نحوه به‌کارگیری آن در معرفی یک مفهوم. فصلنامه نوآوری‌های آموزشی، ۱۲(۴۶)، ۱۵۶-۱۲۵.
- زارعی زوارکی، اسماعیل و غریبی، فرزانه. (۱۳۹۱). تأثیر آموزشی چندرسانه‌ای بر میزان یادگیری و یادداری ریاضی دانش‌آموزان

- دختر کم‌توان ذهنی پایه چهارم شهر اراک. روان‌شناسی افراد استثنایی، ۲(۵۰)، ۱۹-۱.
- سادات محجوب، مرجان. (۱۳۹۲). اثربخشی درمان شناختی-رفتاری بر کاهش رفتارهای وسواسی و اضطرابی نوجوانان (پایان‌نامه منتشر نشده کارشناسی ارشد). دانشکده علوم تربیتی و روان‌شناسی، دانشگاه فردوسی مشهد.
- سعادت‌مند، زهره، نادى، محمدعلی و طاهرزاده بروجنی، نسترن. (۱۳۹۰). تأثیر آموزش درس ریاضی به روش حل مسئله بر پیشرفت تحصیلی درس ریاضی دانش‌آموزان کلاس چهارم ابتدایی شهر بروجن. فصلنامه پژوهشنامه تربیت، ۶(۲۸)، ۱۴۴-۱۲۱.
- سلیمان‌نژاد، اکبر و حسینی نسب، سید داوود. (۱۳۹۱). تأثیر تعاملی آموزش راهبردهای خودتنظیمی و سبک‌های شناختی دانش‌آموزان بر عملکرد حل مسئله ریاضی. دوفصلنامه مطالعات آموزش و یادگیری، ۲(۶۳)، ۱۱۵-۸۲.
- سلیمان‌نژاد، اکبر. (۱۳۸۶). تأثیر آموزش راهبردهای یادگیری خودتنظیمی بر عملکرد حل مسئله ریاضی با توجه به سبک‌های شناختی دانش‌آموزان سال سوم دبیرستان رشته ریاضی فیزیک (پایان‌نامه منتشر نشده دکتری). دانشکده علوم تربیتی دانشگاه تبریز.
- سلیمانی‌فرد، سعیده. (۱۳۹۸). تأثیر روش هدایت‌شده شناختی بر یادگیری و یادداری ریاضی دانش‌آموزان پایه دوم ابتدایی (پایان‌نامه منتشر نشده کارشناسی ارشد). دانشگاه بیرجند.
- شفیعی، بتول و سودخواه محمدی، رضیه. (۱۳۹۶). نگاهی به آزمون تیمز و تغییرات کتاب ریاضی هفتم برای بهبود نتایج آن در تیمز ۲۰۱۵. وبلاگ دبیران ریاضی متوسطه دوره اول کرمان، دسترسی از: <http://kmc.blogfa.com>
- شیوندی چلیچه، کامران. (۱۳۸۹). بررسی تأثیر عوامل سازنده پل‌های یادگیری آموزش ریاضی بر کاهش اضطراب و پیشرفت تحصیلی دانش‌آموزان پسر پایه پنجم ابتدایی مدارس آموزش و پرورش شهرستان فارس (پایان‌نامه منتشر نشده کارشناسی ارشد). دانشگاه علامه طباطبایی، تهران.
- غلام‌آزاد، سهیلا. (۱۳۹۱). رویکرد شناختی به آموزش ریاضی در دوره ابتدایی. فصلنامه مطالعات برنامه درسی ایران، ۶(۲۴)، ۳۲-۷.
- غریبی، حسن، جوانمردی، سارا و رستمی، چنگیز. (۱۳۹۶). اثربخشی آموزش حل مسئله بر نگرش‌های ناکارآمد و باورهای غیرمنطقی دانش‌آموزان دختر دبیرستانی شهر سمنان. فصلنامه آموزش و ارزشیابی، ۱۰(۳۸)، ۱۳۴-۱۱۵.
- کاظمی، فاطمه و طاهریان مقدم، هادی. (۱۳۸۹). از اضطراب ریاضی چه می‌دانید؟ مقاله ارائه‌شده در یازدهمین کنفرانس آموزش ریاضی، مازندران.
- کلوپانی، حسین، جواهری، فروزان و بحیرایی، هادی. (۱۳۸۴). اثربخشی شناخت درمانی مبتنی بر ذهن آگاهی در کاهش افکار خودآیند منفی، نگرش ناکارآمد، افسردگی و اضطراب، پیگیری ۶۰ روزه. فصلنامه تازه‌های علوم شناختی، ۱۷(۱)، ۴۹-۵۹.
- کریمی، مجید. (۱۳۹۴). بررسی علل افت تحصیلی دانش‌آموزان پایه اول متوسطه استان چهارمحال و بختیاری در درس ریاضی. مقاله ارائه‌شده در سومین کنفرانس بین‌المللی روان‌شناسی و علوم اجتماعی، تهران، مؤسسه همایشگران مهر اشراق.
- کریمی، عبدالعظیم. (۱۳۹۸). گزارش مختصری از نتایج مرحله مقدماتی تیمز ۱۹۲۰: پژوهشگاه مطالعات آموزش و پرورش، واحد اشاعه و کاربست یافته‌های پژوهشی، تهران.
- گیلک، زهرا و گویا، زهرا. (۱۳۸۵). آموزش حل مسئله ریاضی: تحقق یک چشم‌انداز، مروری بر ادبیات تحقیق. مجله رشد آموزش ریاضی، ۲(۸۶)، ۲۱-۴.
- مهربانی، امید، آقاصالح، روح‌الله. (۱۳۸۵). تأثیر آموزش بر توسعه مهارت‌ها و نگرش‌های حل مسئله. مقاله ارائه‌شده در کنفرانس بین‌المللی استراتژی‌ها و تکنیک‌های حل مسئله، تهران.
- مؤمنی مهمویی، حسین، زنگویی، اسدالله و دهقانی، محمدرضا. (۱۳۹۳). تأثیر آموزش راهبردهای حل مسئله جورج پولیا بر خودپنداره و پیشرفت تحصیلی ریاضی دانش‌آموزان پسر پایه پنجم ابتدایی. پژوهش در برنامه‌ریزی درسی، ۱۶(۴۳)، ۵۷-۴۶.
- وحیدی، سولماز، منظری توکلی، علیرضا، منظری توکلی، حمدالله و سلطانی‌نژاد، امان‌الله. (۱۳۹۹). نقش کارکردهای اجرایی (حافظه کاری، استدلال، سازمان‌دهی) در پیش‌بینی اضطراب ریاضی دانش‌آموزان دارای اختلال یادگیری ریاضی. مجله مطالعات ناتوانی، ۱۰(۵۱)، ۷-۱.
- یارمحمدیان، احمد و اصلی آزاد، مسلم. (۱۳۹۱). اثربخشی آزمون فراشناخت بر بهبود عملکرد ریاضی کودکان با ناتوانی یادگیری ریاضی. تازه‌های علوم شناختی، ۱۴(۱)، ۵۲-۴۱.
- یوسفی، علیرضا. گردان‌شکن، مریم. (۱۳۸۹). مروری بر توسعه یادگیری خودراهبر. مجله ایرانی آموزش در علوم پزشکی (ویژه‌نامه توسعه آموزش)، ۱۰(۵)، ۷۷۶-۷۸۳.

- Abraham, J., & Bibby, N. (1988). Mathematics and society: Ethnomathematics and a public educator curriculum. *For the Learning of Mathematics*, 8(2), 2-11.
- Anderson, O. D. (1977). The role of mathematics in today's society. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 8(4), 389-392. DOI: 10.1080/0020739770080403.
- Boso, A. (2011). *Math Fact Strategies Research Project*. Retrieved from <https://eric.ed.gov/?id=ED521773>.
- Black, F. (2015). *Discovering Effective Strategies for the Implementation of Cognitively Guided Instruction* (Unpublished doctoral Dissertation, Piedmont Colleg). Retrieved from: <https://search.proquest.com/openview/f05b3c5785e0c9f2cebfb85d1f987c854/1?pqorigsite=gscholar&cbl=18750&diss=y>.
- Carpenter, T. P., & Fennema, E. (1992). Cognitively guided instruction: Building on the knowledge of students and teachers. *International Journal of Educational Research*, 17(5), 457 - 470.
- Carpenter, T. P., Fennema, E., & Franke, M. L. (1996). Cognitively guided instruction: A knowledge base for reform in primary mathematics instruction. *The Elementary School Journal*, 97(1), 3-20.
- Carpenter, T. P. Fennema, E. Franke, M. Levi, L. & Empson, S. (1999). *Children's mathematics*. Portsmouth, NH: Heinemann. Retrieved from <https://www.heinemann.com/products/e05287.aspx>.
- Carpenter, T. P., & Fennema, E. (1992). Cognitively guided instruction: Building on the knowledge of students and teachers. *International Journal of Educational Research*, 17(5), 457-470.
- Chiu L, Henry LL. (1990). Development and validation of the Mathematics Anxiety Scale for Children. *Measurement and Evaluation in Counseling and Development*, 23(3), 121-7.
- Cho, H. (2005). *Cognitively guided instruction (CGI) for mathematics at the elementary school level* (Master's Thesis, Hamline University, 360). Retrieved from https://digitalcommons.csumb.edu/caps_thes/360
- Eckenrode, C. F.w. (2016). *Teaching Problem Solving In Mathematics: Cognitively Guided Instruction in Kindergarten* (Masters Thesis, School of Education, Hamline University, 4177). Retrieved from https://digitalcommons.hamline.edu/hse_all/4177.
- Guerrero, J. E. (2014). *Cognitively guided instruction, A Professional Development Approach to Teaching Elementary Mathematics: A Case Study of Adoption and Implementation in Three Rural Elementary Schools* (Unpublished Doctoral Dissertation, University of California State University). Retrieved from: <http://scholarworks.csustan.edu/handle/011235813/688>.
- Hendricks, C. (2013). *The effects of cognitively guided instruction on mathematics achievement of second grade children*. Walden University.
- Hiebert, J., & Carpenter, T. P. (1992). Learning and teaching with understanding. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning: A project of the National Council of Teachers of Mathematics* (pp. 65-97). Macmillan Publishing Co, Inc.
- Hintz, A & Kazemi, E. (2014). Talking about math. *Educational Leadership*, 72(3), 36-40.
- Irwin, C. M. (2013). *Relations among executive function, number sense, and mathematics achievement in kindergartners* (Unpublished Doctoral Dissertation, University of Delaware). Retrieved from: <https://www.proquest.com/docview/1443863329>.
- Johnson, N. O. (2013). *Kindergarten students solving mathematical word problems* (Unpublished Doctoral Dissertation, The Florida State University). Retrieved from: <https://www.proquest.com/docview/1448265011>.
- Knowles MS. (1975). *Self-directed learning: A guide for learners and teachers*. New York, NY: Association press.
- Moradpour, S., Rostamy-Malkhalifeh, M., Behzadi, M. H., & Shahvarani, A. (2015). The study of the relationship between mothers' anxiety with the mathematical performance and students' anxiety. *Mathematics Education Trends and Research*, 2015(1), 1-6. doi:10.5899/2015/metr-00068.
- Moscardini, L. (2010). 'I like it instead of maths: how pupils with moderate learning difficulties in Scottish primary special schools intuitively solved mathematical word problems. *British Journal of Special Education*, 37(3), 130-138.
- Moscardini, L. (2014). Developing equitable elementary mathematics classrooms through teachers learning about children's mathematical thinking: Cognitively Guided Instruction as an inclusive pedagogy. *Teaching and teacher education*, 43, 69-79. doi:10.1016/j.tate.2014.06.003.
- Munday, K. S. (2016). *Effectiveness of Cognitively guided instruction Practices in Below Gradelevel Elementary Students*. School of Education Student Capstone Theses and Dissertations, 4249, Hamline University, Retrieved from: https://digitalcommons.hamline.edu/hse_all/4249.
- Ramirez, G., Chang, H., Maloney, E. A., Levine, S. C., & Beilock, S. L. (2016). On the relationship between math anxiety and math achievement in early elementary school: The role of problem solving strategies. *Journal of experimental child psychology*, 141, 83-100.

- Sahin, N. (2015). *The Effect of Cognitively Guided Instruction on Students' Problem Solving Strategies and the Effect of Students' Use of Strategies on their Mathematics Achievement* (Unpublished Doctoral Dissertation, University of Central Florida Orlando). Retrieved from: <https://stars.library.ucf.edu/etd/1303>.
- Sun, Z. Xie, K. & Anderman, L. H. (2018). The role of self-regulated learning in students' success in flipped undergraduate math courses. *The Internet and Higher Education*, 36, 41-53.
- Tarim, K. (2009). The effects of cooperative learning on preschoolers' mathematics problem-solving ability. *Educational Studies in Mathematics*, 72(3), 325-340. doi:10.1007/s10649-009-9197-x
- Toll, S. W. M. & Van Luit, Johannes E. H. (2014). The developmental relationship between language and low early numeracy skills throughout kindergarten. *Exceptional Children*, 81(1), 64-78. doi:10.1177/0014402914532233.
- Wedekind, K. O. (2011). *Math exchanges guiding young mathematicians in small-group meetings*. Portland, Maine: Stenhouse Publishers.
- Williamson, S. N. (2007). Development of a self-rating scale of self-directed learning. *Nursing Research*, 14(2), 66-83. doi: 10.7748/nr2007.01.14.2.66.c6022.

پی‌نوشت‌ها

1. Anderson
2. John Abraham and Neil Bibby
3. Trends in International Mathematics and Science Study (TIMSS)
4. Boso
5. Johnson
6. Carpenter, Fennema, & Franke
7. Moser
8. Wisconsin Center for Education Research
9. Munday
10. Cognitively Guided Instruction (CGI)
11. Carpenter, Fennema, Franke, Levi & Empson
12. Moscardini
13. Interactive teaching
14. Cho
15. Eckenrode
16. Burns
17. Brain-based Learning theory (BBL)
18. Cognitive nerves
19. Guerrero
20. Pythagoras
21. John Locke
22. Vygotsky
23. scaffolding
24. Jensen
25. Hiebert & Carpenter
26. Wedekind
27. Irwin
28. Toll & VanLuit
29. Wilson & Swanson
30. Sahin
31. Hendricks
32. Lawson & Ramsey
33. Tarim
34. Hintz & Kazemi
35. Fisher, King & Tague
36. Knowles
37. Williamson
38. Zimmerman
39. Schoenfeld
40. Chi
41. Montague
42. help-seeking
43. Anxiety
44. Oliver, Murphy, Ferland & Ross
45. Ramirez, Chang, Maloney, Levine & Beilock
46. Black
47. National Council of Teachers of Mathematics (NCTM)
48. Correctness
49. Mathematical Content Richness
50. Accesibility
51. Generality & Productiveness
52. difficulties and complexities of producing and implementing strategies
53. Zaslavsky & Peled
54. Zazkis & Leikin
55. The Mathematics Anxiety Scale for Children (MASC)
56. Chiu & Henry
57. Mathematics Learning Anxiety
58. Mathematics Problem Solving Anxiety
59. Mathematics Teacher Anxiety
60. Mathematics Evaluation Anxiety
61. MARS
62. Test Anxiety Scale For Children (TASC)
63. Sarason
64. نسبت دو کمیت متناسب با واحدهای اندازه گیری مختلف را نرخ نامیم.
65. MASC
66. Analysis of covariance (ANCOVA)