

Arc Representation of Syllogism on Venn Diagram: A New Method

koorosh salimi*

Abstract

Abstract: In this article, which is written in the field of Aristotle logic in general and absolute Syllogism in particular, the aim is to present a new method for representing predicative propositions by considering the negative terms on the developed Venn diagram. This method is capable of displaying and inferring all possible results from two premises in all forms with any combination of negative and positive terms. It is also able to infer all the equations of each predicative proposition. This method is easy and decidable and having high expressive power. Conventional diagrammatic methods are either incapable of representing syllogism with negative terms or, if able to work with negative terms, do not have the desired visual representation that is the main purpose of diagrammatic representations. This method uses three-value valuation of lines and surfaces on a Venn diagram, and the representation of each proposition is done by drawing a two-part arc.

Keywords: Venn diagram, absolute syllogism, negative term, diagrammatic representation, arc diagram

پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی
پرتال جامع علوم انسانی

* PhD Student in Logic with the Philosophical Approach of Allameh Tabatabai University,
k.salimi@gmail.com

Date received: 2020/04/06, Date of acceptance: 2020/07/04

Copyright © 2010, IHCS (Institute for Humanities and Cultural Studies). This is an Open Access article. This work is licensed under the Creative Commons Attribution 4.0 International License. To view a copy of this license, visit <http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/> or send a letter to Creative Commons, PO Box 1866, Mountain View, CA 94042, USA.



پروہشگاہ علوم انسانی و مطالعات فرہنگی
پرتال جامع علوم انسانی

بازنمایی کمائی قیاس روی نمودار ون: روش جدید

کوروش سلیمی*

چکیده

در این مقاله که به طور عام در زمینه‌ی منطق ارسطویی و به طور خاص قیاس مطلق نوشته شده است هدف ارائه روشی جدید برای بازنمایی گزاره‌های حملی با لحاظ کردن حدود نامحصل روی نمودار توسعه یافته ون است. این روش قادر به نمایش و استنتاج کلیه نتایج ممکن یا عقیم از دو مقدمه یک قیاس در همه شکل‌ها با هر ترکیبی از حدود محصل و نامحصل است. همچنین قادر به استنتاج همه معادل‌های هر گزاره حملی است. این روش در عین برخورداری از قدرت بیانی بالا، آسان و تصمیم پذیر است. روش‌های نموداری مرسوم یا قادر به بازنمایی قیاس با حدود نامحصل نیستند یا در صورت توانایی کار با حدود نامحصل از نمایش بصری مطلوب که از اهداف اصلی بازنمایی‌های نموداری است برخوردار نیستند. در این روش از ارزش‌گذاری سه ارزشی خطوط و سطوح روی نمودار ون استفاده می‌شود و بازنمایی هر گزاره از طریق ترسیم یک کمان دو قسمتی انجام می‌شود.

کلیدواژه‌ها: نمودار ون - قیاس مطلق - حد نامحصل - بازنمایی نموداری - نمودار کمائی

۱. مقدمه

در این مقاله که به طور عام در زمینه‌ی منطق نموداری و به طور خاص در زمینه‌ی بازنمایی نموداری قیاس محمولی ارسطویی است بناست روشی جدید و احتمالاً کارآمدتر از روش‌های پیشین برای بازنمایی قیاس‌های مطلق روی نمودار ون ارائه شود. این روش قادر

* دانشجوی دکتری منطق با رویکرد فلسفی، دانشگاه علامه طباطبائی، k.salimi@gmail.com

تاریخ دریافت: ۱۳۹۹/۰۱/۱۸، تاریخ پذیرش: ۱۳۹۹/۰۴/۱۴

به بازنمایی قیاس‌ها با حدود محصل (مثبت) و حدود نامحصل (منفی) است و می‌تواند در تمام حالت‌های ممکن محصل و نامحصل همه نتایج را به نمایش بگذارد. برای مثال این روش اجازه می‌دهد قیاس با دو مقدمه «هر غیر S، M است و هیچ غیر P، غیر M نیست» را روی نمودار توسعه‌یافته و بازنمایی کرده و به روشنی تمامی ضروب منتج یا عقیم را مشاهده کنیم. همچنین به‌عنوان یک نتیجه فرعی این روش بازنمایی قادر است همه نسبت‌های ممکن که از یک گزاره حملی حاصل می‌شود را به نمایش بگذارد.

۱.۱ اهمیت موضوع

نمودارها نقش ارزنده‌ای در شناخت انسان از ماهیت استدلال و نحوه عملکرد آن‌ها دارند. اخیراً موج گسترده‌ای از علاقه‌مندی به استفاده از استدلال‌های چندحالت به‌ویژه روش‌های نموداری در میان منطقی‌دانان، فیلسوفان، ریاضیدانان و روانشناسان ایجاد شده است و کاربردهای مهمی در علوم رایانه پیدا کرده است. (Shin & Lemon & Mumma, 2018) شکی نیست که بازنمایی یک استدلال توسط نمودار سهم بسزایی در فراهم آوردن درک شهودی از استدلال و سهولت در تشخیص و بررسی اعتبار آن دارد، اما استفاده از نمودارها توسط منطقدانان عمدتاً به‌عنوان ابزاری مفید برای بازیابی و فهم استدلال‌های از پیش اثبات‌شده توسط روش‌های گزاره‌ای مورد توجه بوده است و نه به‌عنوان بخشی از فرایند اثبات و استنتاج. لذا روش‌هایی مانند استفاده از قواعد استنباط و شرایط انتاج که مبتنی بر متن و صورت گزاره است بیشتر مورد اعتنا بوده‌اند (ذکیانی، ۱۳۸۰: ۴۰).

در جنبش‌های نوین علیه چنین نگرشی بارویس و اتچمنندی اعلام می‌کنند که هیچ تمایز اصولی بین استنتاج صوری از متن و نمودار وجود ندارد. (Barwise & Etchemendy, 1995) برخی از منطقدانان مانند شین (Shin, 1994:93-110) و هامر (Hammer, 1995) نشان داده‌اند که برخی سیستم نموداری مبتنی بر نمودار و همانند سیستم‌های نمادین، می‌توانند از صحت و تمامیت برخوردار باشند و لذا این نمودارها می‌توانند به‌صورت مستقیم در اثبات استدلال کارایی داشته باشند.

در این مقاله روش جدیدی برای بازنمایی نموداری قیاس مطلق ارسطویی در تمام حالت‌های ممکن مشتمل بر حدود محصل و نامحصل ارائه می‌شود. فرضیه مقاله این است که این روش نسبت به روش‌های رایج از جمله پیرس و شین مزیت‌های محسوسی خاصه در افزایش قدرت بیانی در عین حفظ اثر شهودی آن دارد. در ادامه پس از ذکر مقدمه

کوتاهی درباره تاریخچه بحث، روش جدید که از آن به نام روش کمائی ون (و به اختصار روش کمائی) تشریح می‌شود و در ضمن تشریح نقاط قوت و ضعف آن نسبت به نمودارهای رقیب بررسی می‌گردد. قوت و ضعف روش‌های نموداری را می‌توان در میزان موفقیت آن‌ها برای ایجاد درک شهودی، قدرت بیان، تصمیم‌پذیر بودن در مقابل مبهم بودن و البته سادگی دانست.

۲.۱ قراردادهای

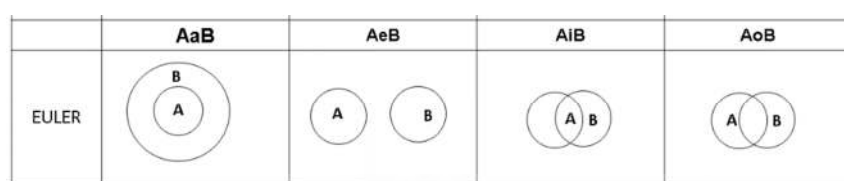
در این مقاله از X و Y برای بیان کردن حدود به‌طور کلی و به شکل خاص A ، A' و B ، B' و در صورت بندی قیاس از S (یا S') و P (یا P') و M (یا M') برای بیان کردن به ترتیب: حد پیشین (صغری)، حد پسین (کبری) و حد وسط استفاده می‌شود. گزاره « X ، Y است»، فارغ از نسبت آن‌ها به صورت XY نشان داده می‌شود. گزاره همه X ، Y است را به صورت XaY ، هیچ X ، Y نیست را به صورت XeY و برخی X ، Y است را به صورت XiY ، برخی X ، Y نیست به صورت XoY نشان داده می‌شود. در صورت بندی قیاس ابتدا مقدمه اصغر آورده می‌شود و سپس مقدمه اکبر. A نماد حد محصل است و منظور از حد نامحصل یا منفی، «غیر A » است که به صورت A' آورده می‌شود. برای مثال SeP' خوانده می‌شود هیچ S غیر P نیست. حد وسط حدی است که در هر یک از دو مقدمه به صورت M و یا M' ظاهر می‌شود و در نتیجه حضور ندارد.

۳.۱ ادبیات موضوع

اگرچه استفاده از روش‌های بازنمایی نموداری در منطق سابقه بسیار طولانی‌تری از آنچه امروزه تحت عنوان نمودارهای ون و اولیور می‌شناسیم دارد تردیدی نیست که این نمودارهای اولیور و ون بودند که استفاده از نمودار در منطق را باب کردند (Ruskey, Weston, 2005).

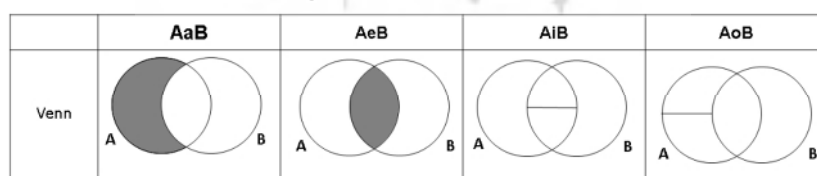
لئونارد اولیور، ریاضیدان قرن هجدهم، در ۱۷۶۸ از دو دایره برای نشان دادن محصورات اربعه (شکل) استفاده کرد و با استفاده از آن‌ها بازنمایی برخی از استدلال‌های محمولی و قضایای منطق مجموعه‌ها امکان‌پذیر شد (kneale W&M, 1962:349). به نقل از ذکیانی، (۱۳۸۶). اما این نمودارها در حالت‌هایی که دوایر متقاطع می‌شوند داری ابهام هستند و

معلوم نیست که آن‌ها را چگونه باید خواند. اگرچه خود اولیر این ابهام را قبول نداشت اما هامر و شین (Hammer & Shin 1998) می‌توانند نشان دهند که چنین ابهام ویرانگری وجود دارد. این نمودار همچنین به علت عدم توانایی بازنمایی عطف دو گزاره حملی در برخی از ضروب در یک نمودار واحد، برای بازنمایی همه شکل‌های قیاس مناسب نیست. اشکالی که منطق دان انگلیسی جان ون در نمودارهای مشهور خود اصلاحات مهمی را در آن ایجاد کرد.



شکل ۱- نمودار اولیر

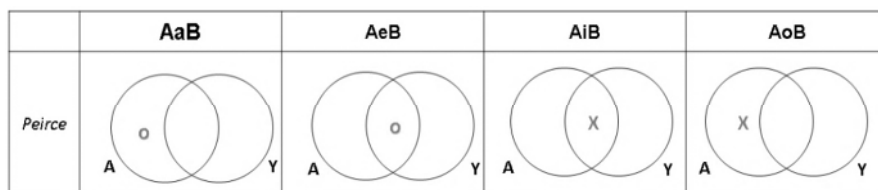
ون (Venn, 1881)، برای بازنمایی یک گزاره حملی از دو دایره متقاطع استفاده کرد که بعدها به نمودار ون مشهور شد (شکل). برای بازنمایی دو گزاره در یک نمودار نیز از سه دایره متقاطع استفاده می‌شود. این نمودار در بازنمایی اشتراک و اجتماع مجموعه‌ها در ریاضیات کاربرد فراوانی یافت. نمودار ون برای بازنمایی فضای تهی از سایه استفاده می‌کند و به این ترتیب نسب کلی سلبی و ایجابی را با وضوح بالایی نشان می‌دهد. اگرچه ون برای بازنمایی تعهد وجودی در نسبت‌های جزئی روش‌های متنوعی را آزموده است اما به نظر می‌رسد هیچ‌کدام برای او راضی‌کننده نبوده است (Moktefi, Pietarinen, 2015:361-367). در شکل یکی از پیشنهادها ناموفق ون برای نمایش وجودی‌ها را می‌بینیم (Ibid:364). این در حالی است که شین می‌گوید ون درباره تعهد وجودی به شکل عجیبی سکوت کرده است (Shin, Lemon, Mumma, 2018). به هر حال نمودار ون با همه کارایش قادر به بازنمایی کامل قیاس ارسطویی نبود. مشکلی که پیرس درصدد رفع آن برآمد.



شکل ۲- نمودار ون

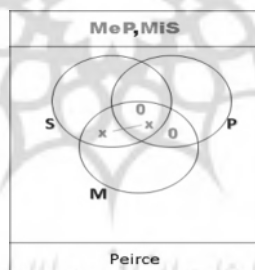
بازنمایی کمائی قیاس روی نمودار ون: روش جدید (کوروش سلیمی) ۹۱

چارلز پیرس (Peirce, 1933) با ابداع نماد x برای نشان دادن تعهد وجودی، توانایی بازنمایی نسبت‌های جزئی را به نمودار ون بخشید و به جای سایه‌های ون برای نمایش ناحیه تهی از نماد O استفاده کرد. (شکل)



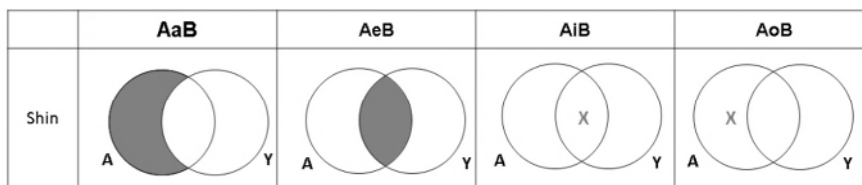
شکل ۳- نمودار پیرس

علاوه بر آن با وضع نماد خط فاصله میان نمادها بیان رابطه فصلی را ممکن کرد به این ترتیب امکان بازنمایی چند گزاره منفصله در نمودار فراهم شد. پیرس قدرت بیانی نمودارهای اولیر را افزایش داد اما به گفته شین (Shin & Lemon & Mumma, 2018) وضوح بصری نمودار را کاهش داد که در حالت‌هایی پیچیدگی زیادی ایجاد می‌کند. در شکل نمونه‌ای از قیاس با مقدمه جزئی را می‌بینیم که نمودار ون نمی‌توانست آن را نشان دهد.



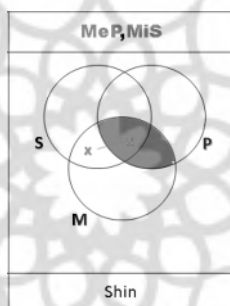
شکل ۴

سون-جو شین در نمودار پیرس تغییری ایجاد می‌کند تا در ضمن حفظ قدرت بیانی نمودار وضوح بصری نمودار ون را هم احیا کند. او از نمودار پیرس نماد x برای نشان دادن تعهد وجودی و خط فاصله برای نشان دادن رابطه فصلی را حفظ می‌کند ولی برای نشان دادن فضای تهی، بجای نماد O از همان سایه‌های ون استفاده می‌کند. (شکل)



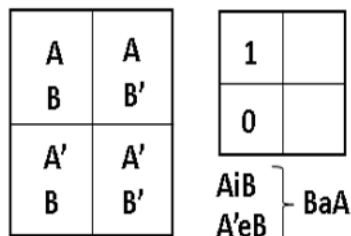
شکل ۵- نمودار شین

شین این نمودار را Venn-I نامید (Shin, 1994:41-110). همچنین شین برای نشان دادن دو گزاره حملی فصلی، برخلاف پیرس که هر دو گزاره را در یک نمودار بازنمایی می‌کرد، برای هر یک نموداری مستقل رسم می‌کند و آن‌ها را با خط رابط پیرس به هم متصل می‌کند. این نمودار را Venn-II نامید که از نظر بازنمایی قیاس همان Venn-I است (Shin, 1994:111-140).

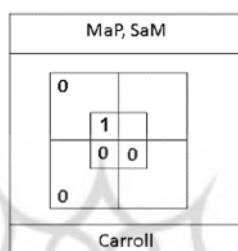


شکل ۶

نمایش دو مقدمه قیاس هم در همان سه دایره متقاطع ون مانند شکل انجام می‌شود. نمودارهای پیرس و شین، یک محدودیت بیانی مهم دارند: آن‌ها قادر به بازنمایی قیاس با حدهای منفی (نامحصل) نیستند. ریاضی‌دان انگلیسی لوئیس کارول که نام رسمی او چارلز لوتویچ دو جسون است سال ۱۸۸۶ در کتاب بازی منطق (Carroll, 1886)، روشی برای بازنمایی گزاره‌های حملی معرفی می‌کند. او با استفاده از چهار مربع مانند فصل مشترک میان حدود XY را در تمامی حالت محصل و نامحصل نمایش می‌دهد و با استفاده از اعداد صفر و یک تهی یا ناتهی بودن هر فصل مشترک را بازنمایی می‌کند. (نگاه کنید به شکل ۷). به همین ترتیب برای بازنمایی سه حد قیاس باهم از دو مربع تودرتو استفاده می‌کند نمونه‌ای از این نمودار را در شکل ۷- نمودار کارول می‌بینید.



شکل ۷- نمودار کارول



شکل ۸

این روش قدرت بیانی کاملی دارد و می‌تواند همه حالت‌های ممکن با حدود مثبت و منفی را بازنمایی کند؛ اما مربع‌های لويس درک شهودی از قیاس را فراهم نمی‌کند چراکه رابطه بین مربع‌ها با حدها و جانمایی نمادها در مربع‌ها به گونه‌ای است که از تصویری روشنی سه دایره وین برای بازنمایی سه حد قیاس ایجاد می‌کند بسیار دور است؛ اما قدرت بیانی کامل این نمودار آن را مناسب طراحی الگوریتم‌های نرم‌افزاری می‌کند که نیازی به فراهم آوردن ادراک شهودی ندارند. نظیر آنچه میرزاپور و کریستین (Mirzapour&Christian,2018) در الگوریتم پیشنهادی خود، البته مستقل ولی سازگار با کارول، به انجام رسانند. روش کارول بیشتر به عنان یک بازی ریاضی شناخته می‌شود تا نموداری برای بازنمایی شهودی یک استدلال.

در این مقاله نمودار کمانی پیشنهاد می‌شود که هم قدرت بیانی نمودار کارول و هم ادراک شهودی و دید بصری نمودار ون را دارد. البته دید بصری آن به خوبی نمودار شین نیست؛ اما در حدی هست که درک لازم برای فهم استدلال را فراهم کند. این نمودار تمام ضرب‌های ممکن معدوله و غیر معدوله را بازنمایی می‌کند. کاری که نمودار شین و پیرس در بازنمایی قیاس انجام نمی‌دهند و نکته جالب این است که تصمیم‌گیری در مورد عقیم و

منتج بودن و تعداد نتایج را به قدری آسان می‌کند که فاقد هیچ‌گونه ابهام و خطر پنهان ماندن از دید هستند. در این روش برای بازنمایی قیاس و استخراج تمام حالت‌های ممکن از نشانه‌گذاری کمان‌ها و سطوح دایره با نمادهای (O و 1) در سه گام استفاده می‌کنیم.

۲. اصول بازنمایی کمانی

بازنمایی قیاس در این روش به صورت کلی از سه گام تشکیل شده است: ۱- بازنمایی گزاره‌های داده شده روی کمان ۲- انتقال ارزش‌ها از روی کمان به سطوح ۳- ارزش‌گذاری کردن کمان نتیجه از روی سطوح.

۱.۲ مقدمات روش

گزاره حملی «هر/هیچ/برخی X، Y است/نیست» را به صورت XY نماد می‌کنیم و X حد موضوع خواهد بود و Y حد محمول. حال اگر به بازنمایی XY طبق نمودار پیرس (شکل) دقت کنیم متوجه نکته جالبی می‌شویم: محیط دایره Y، مساحت دایره X (حد موضوع) را به دو فضای اختصاصی X1 و اشتراکی X2 تقسیم می‌کند و برای معین شدن نسبت حملی XY، تنها چیزی که لازم داریم این است که تهی یا ناتهی بودن یکی از این دو فضا دانسته شده باشد؛ یعنی ضرورتی برای دانستن ارزش هر دو ناحیه نداریم و همچنین نیازی به دانستن وضعیت فضای اختصاصی Y (حد محمول) هم نداریم.^۱

روی نمودار تهی بودن با عدد 0 و ناتهی بودن با عدد 1 نشان داده می‌شود و اما ارزش نامعین که با نماد U مشخص می‌شود، روی نمودار از طریق عدم ارزش‌گذاری بازنمایی می‌شود.

نسبت	XaY	XeY	XiY	XoY
Venn-Peirce				
ارزش X1:X2	0 U	U 0	U 1	1 U

شکل ۹- فضای اختصاصی و اشتراکی حد موضوع

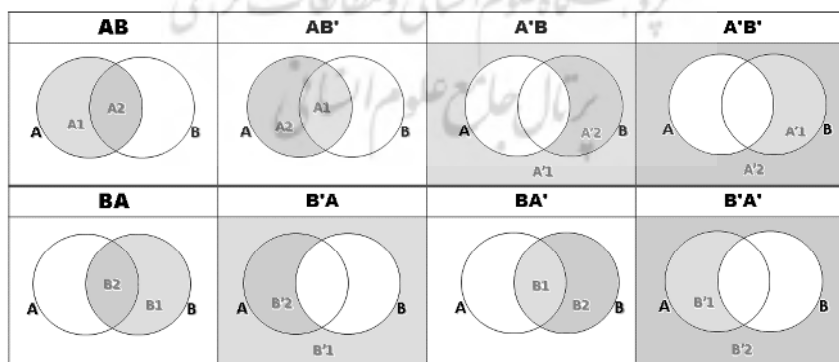
بازنمایی کمائی همین ایده ساده را دنبال می‌کند: ارزش‌گذاری یکی از دو فضای اختصاصی و اشتراکی حد موضوع.

رنگ آمیزی سطح، بخشی از روش بازنمایی کمائی نیست اما در این مرحله برای بررسی واضح‌تر از سایه استفاده می‌کنیم. فضای اختصاصی با سایه کمرنگ و فضای اشتراکی را با سایه پررنگ نشان داده شده است. در شکل می‌بینیم که اگر یکی از دو فضای X_1 و X_2 ارزش معین 0 یا 1 داشته باشد یکی از نسب اربعه را به صورت متمایز و قطعی بازنمایی می‌کند. این وضعیت را در جدول ۱ می‌بینیم.

جدول ۱- ارزش فضای اختصاصی و اشتراکی X

ردیف	نسبت	ارزش $X_1:X_2$	دید بصری
۱	XaY	0 U	فضای اختصاصی X تهی است
۲	XeY	U 0	فضای اشتراکی X تهی است
۳	XiY	U 1	فضای اشتراکی X ناتهی است
۴	XoY	1 U	فضای اختصاصی X ناتهی است

چیزی که در این مرحله نیاز داریم بررسی این موضوع است که آیا وقتی از حدهای نامحصل استفاده می‌کنیم ارزش‌گذاری دو فضای اختصاصی و اشتراکی حد موضوع با همین قاعده، نسب اربعه را به همین ترتیب نشان می‌دهند یا خیر. چون در شکل XY فقط با حدهای محصل به نمایش درآمد. پس در شکل می‌بینیم که در همه حالات ممکن برای XY اگر X_1 و X_2 مانند جدول ۱ ارزش‌گذاری شوند دقیقاً همان نسبت‌های جدول ۱ را نتیجه می‌دهند.

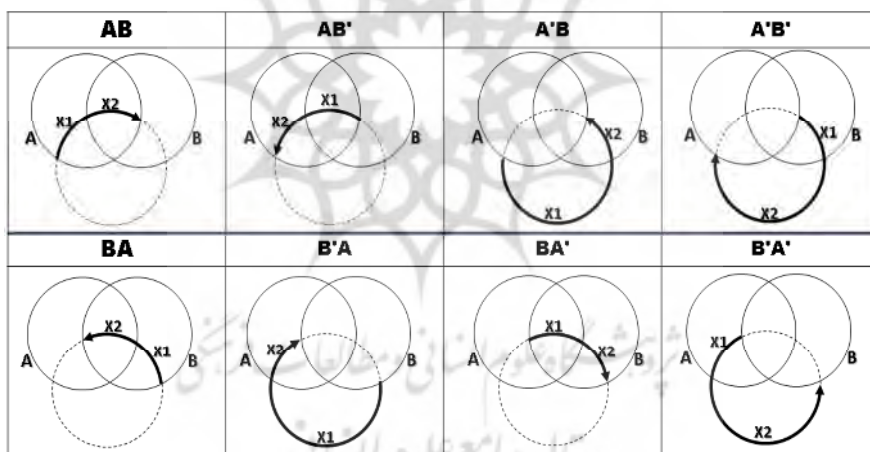


شکل ۱۰- فضای اختصاصی و اشتراکی X در همه حالات XY

اکنون لازم است راهی پیدا کنیم که فضای X_1 و X_2 را نشانه‌گذاری کند. برای این منظور از کمان استفاده می‌کنیم.

۲.۲ تعریف کمان

کمان XY در واقع بخشی از دایره سوم است. دایره سوم همان دایره‌ای است که در بازنمایی قیاس (که شامل سه حد است) با نمودار ون، نشان‌دهنده حد سوم است. محیط این دایره توسط دایره‌های X و Y به چهار قسمت تقسیم می‌شود که برای نشانه‌گذاری $X_1:X_2$ به دو قسمت آن نیاز داریم. این دو قسمت که ابتدا X_1 را و سپس X_2 را نشان می‌دهد را «کمان نسبت XY » می‌نامیم. واضح است که برای رعایت ترتیب این کمان باید جهت داشته باشد. در شکل این کمان را برای همه‌ی حالت‌های شکل می‌بینیم که با رنگ آبی مشخص شده است. مشاهده می‌شود که در همه‌ی حالات قسمت اول کمان، X_1 و قسمت دوم آن X_2 را نشانه‌گذاری کرده است.



شکل ۱۱- کمان XY در همه حالات ممکن

حال برای اینکه این روش قابل استفاده باشد به قاعده‌ای نیاز داریم که بتوانیم بر اساس آن کمان XY را در هر حالتی ترسیم یا کشف کنیم.

۱.۲.۲ قاعده ترسیم کمان

برای ترسیم هر کمانی از قاعده کلی جدول ۲ استفاده می‌کنیم.

جدول ۲-قاعده ترسیم کمان

قاعده تعیین کمان A^2B^2
کمان A^2B^2 دو قسمت متوالی از محیط دایره سوم است که تماماً درون A (اگر A) / بیرون A (اگر A') است و به درون B (اگر B) / بیرون B (اگر B') حرکت می‌کند.

اگر این قاعده را در مورد هریک از حالات XY در شکل بکار ببریم متوجه موفقیت کامل آن در تمام حالات ممکن می‌شویم. برای مثال کمان $A'B$ بخشی از محیط دایره سوم است که تماماً بیرون A است و به درون B حرکت می‌کند. یا $B'A'$ بخشی از دایره سوم است که تماماً بیرون B است و به بیرون A حرکت می‌کند.

۲.۲.۲ ارزش کمان

وقتی نسبت XY را می‌دانیم ارزش دو قسمت کمان XY بر اساس جدول ۱ مشخص است که همان ارزش $x_1:x_2$ است. به این ترتیب که کلیه موجهه، صفر در ابتدای کمان، کلیه سالبه، صفر در انتهای کمان، جزئیه موجهه، یک در انتهای کمان و جزئیه سالبه، یک در ابتدای کمان را مشخص می‌کند و برعکس. در شکل می‌توانیم بازنمایی کامل کمان چهار گزاره متفاوت را برای نمونه ببینیم.

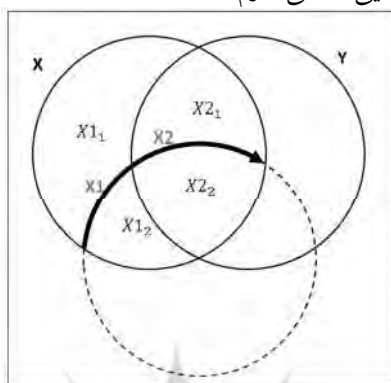
گزاره	AaB'	$B'eA'$	$B'iA$	$A'oB$
قاعده ترسیم کمان	کمان تماماً درون A ، حرکت به بیرون B	کمان تماماً بیرون B ، حرکت به بیرون A	کمان تماماً بیرون B ، حرکت به درون A	کمان تماماً بیرون A ، حرکت به درون B
ارزش کمان	$0 U$	$U 0$	$U 1$	$1 U$
بازنمایی				

شکل ۱۲- گام یک: بازنمایی گزاره روی کمان

۳.۲ تعیین ارزش سطوح از روی کمان و برعکس

حال اگر به شکل ۱۳۱ نگاه کنیم می‌بینیم که کمان فضای X_1 را به دو فضای X_{1_1} و X_{1_2} و فضای X_2 را به دو فضای X_{2_1} و X_{2_2} تقسیم کرده است. در جدول ۳ رابطه دوسویه‌ی ارزش هر قسمت از کمان با دو فضای مربوط به آن، بیان شده است. البته این

جدول چیز جدیدی را بیان نمی‌کند، اما از آن می‌توان اصول ارزش گذاری سطوح از روی کمان و برعکس را صورت بندی کرد. همان طور که در ابتدا گفته شد این کار برای اجرای گام دوم و سوم روش بازنمایی کمانی لازم است.



شکل ۱۳۱

جدول ۳- رابطه ارزش کمان با سطح

۱	$X_i=0 \leftrightarrow X_{i_1}=0 \wedge X_{i_2}=0$
۲	$X_i=1 \leftrightarrow X_{i_1}=1 \vee X_{i_2}=1$

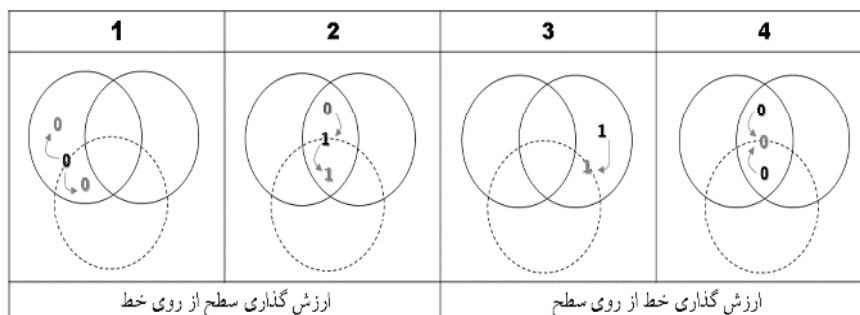
از سمت چپ روابط می‌توانیم قواعد لازم برای ارزش گذاری سطوح از روی کمان را استخراج کنیم:

۱. هر دو سطح مجاور خط 0، ارزش 0 می‌گیرند (شکل ۱:۱۴۲).
۲. تنها اگر یکی از دو سطح مجاور خط 1 ارزش 0 داشت سطح دیگر ارزش 1 می‌گیرد (شکل ۲:۱۴۲).

از سمت راست روابط می‌توانیم قواعد لازم برای ارزش گذاری کمان از روی سطح را استخراج کنیم:

۳. کافی است یکی از سطوح مجاور خط ارزش 1 داشته باشد تا خط ارزش 1 بگیرد (شکل ۳:۱۴۲).

۴. تنها اگر هر دو سطح مجاور خط ارزش 0 داشته باشند، خط ارزش 0 می‌گیرد (شکل ۴:۱۴۲).



شکل ۱۴۲- مثال‌هایی از ارزش گذاری خط و سطح از روی هم

حتماً توجه داریم که این ۴ قاعده همان تعریف اولیه ارزش کمان در بخش ۰ هستند و به فراگیری بیشتری نیاز ندارند.

۳. بازنمایی قیاس با روش کمانی

اکنون با داشتن این مقدمات روش بازنمایی کمانی قیاس حملی را در سه گام می‌توان به انجام رساند:

۱. در گام نخست کمان هر یک از مقدمه‌های قیاس را روی نمودار ون به همراه ارزش آن بازنمایی می‌کنیم.
۲. در گام دوم ارزش‌های ظاهر شده روی دو کمان را به سطوح منتقل می‌کنیم.
۳. در گام آخر با کمک سطوح ارزش دار شده هر قطاع از محیط دایره سوم را که ممکن است ارزش گذاری می‌کنیم و کمان نتیجه را می‌خوانیم. در ادامه این سه گام تشریح خواهند شد.

۱.۳ بازنمایی کمان گزاره: گام یک

ابتدا کمان گزاره را تعیین می‌کنیم (نگاه کنید به جدول ۲-قاعده ترسیم کمان) سپس ارزش گزاره را روی کمان وارد می‌کنیم (نگاه کنید به جدول ۱- ارزش فضای اختصاصی و اشتراکی X). وقتی این کار را برای هر دو مقدمه یک قیاس انجام دهیم گام نخست بازنمایی قیاس به انجام رسیده است.

۱.۱.۳ اعمال پیش فرض حد ناتهی در سیستم

همان طور که دیده می شود این بازنمایی همسو با بازنمایی پیرس و شین و به منظور کارایی نمودار در نظریه مجموعه ها که با مجموعه های تهی کار می کنند، به تهی نبودن دایره ها محدود نیست؛ اما اگر بخواهیم این پیش فرض ارسطویی را که هیچ حد تهی وجود ندارد در سیستم نمایش دهیم که دو راه برای آن وجود دارد: راه نخست اینکه ارزش گذاری نمادین را سه جایگاهی کرده و برای مثال داشته باشیم $AeB=101$ و راه بهتر این است که بدون تغییر دادن سیستم ارزش گذاری این پیش فرض را به شکل «قاعده ممنوعت توالی صفرها» تنها در هنگام ارزش گذاری کمان نشان دهیم: هیچ دو قطاع متوالی از محیط یک دایره نمی تواند صفر باشند. پس اگر 0 در هر جای محیط ظاهر شده، دو خط مجاور آن 1 خواهد شد. در این مقاله از همین روش برای اعمال پیش فرض وجودی استفاده شده است. اعمال قاعده ممنوعیت توالی صفر را می توان هم در این گام و هم در گام سوم انجام داد. با اعمال یا عدم اعمال قاعده ممنوعیت توالی صفر، می توان به راحتی تفاوتی را که وجود یا عدم وجود این اصل موضوع در سیستم منطقی می گذارد مشاهده و بررسی کرد. این کار را در یک مورد انجام خواهیم داد.

۲.۳ انتقال ارزش از کمان به سطح: گام ۲

در این مرحله با توجه به اینکه ارزش ظاهر شده روی هر قسمت کمان در واقع برگرفته از ارزش دو سطح مجاور آن بوده است به شکلی بسیار ساده و شهودی ارزش دو سطح مجاور را مشخص می کنیم. (نگاه کنید به ۰)

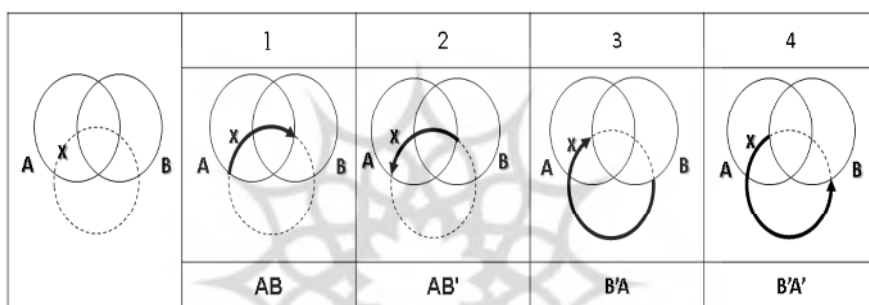
۳.۳ انتقال ارزش از سطح به کمان: گام ۳

در گام پایانی باید کمانی که می خواهیم نتیجه آن را بدانیم ارزش گذاری کنیم (نگاه کنید به ۰) و آن را بخوانیم. یا اگر می خواهیم کل حالت های ممکن را استخراج کنیم ارزش هر قطاعی از دایره سوم را که ممکن است مشخص می کنیم و هر دو برش مجاور را از هر دو جهت به عنوان یک کمان می خوانیم.

۱.۳.۳ تعداد نتایج

اگر روی کمان نتیجه دست کم یک عدد ظاهر شده باشد، کمان، منتج است. و به طور کلی اگر روی دایره سوم (دایره نتیجه) حداقل یک عدد (صفر یا یک) ظاهر شده باشد قیاس منتج است و تنها در صورتی قیاس فاقد نتیجه است که \bar{A} قطعه محیط دایره سوم بلا تکلیف (معادل رزش نمادین U) مانده باشند.

درازای هر عدد، روی دایره، قیاس چهار جواب معتبر خواهد داشت چراکه با هر عدد می توان \bar{A} کمان را از دو جهت درگیر کرد و خواند. در شکل نمونه ای از درگیر شدن \bar{A} کمان با یک عدد دیده می شود.



شکل ۱۵- مثالی از درگیر شدن \bar{A} کمان با هر عدد

۲.۳.۳ اعمال قاعده حد ناتهی

اگر بخواهیم قاعده ممنوعیت توالی صفرها را که اجازه نمی دهد هیچ حدی تهی باشد را اعمال کنیم هم در گام یک و هم در گام سه باید لحاظ شود؛ اما به نظر می رسد اعمال آن تنها در گام سوم کفایت می کند و نیازی به شلوغ کردن نمودار از همان گام نخست نیست.^۲ در هر صورت، با اعمال قاعده ممنوعیت توالی صفرها، با وضعیتی مواجه می شویم که روی یک کمان دو عدد را مشاهده کنیم که لازم است درباره خواندن چنین کمائی هم توضیحی داده شود.

۳.۳.۳ خوانش کمان دو ارزشی

اگر روی هر دو قسمت کمان عدد ظاهر شود، در هر خوانش یک عدد را نادیده می‌گیریم و عدد دیگر را مطابق معمول می‌خوانیم. طبیعی است که برای هر کمان دو نتیجه قابل خواندن خواهد بود (جدول ۴).

جدول ۴ خواندن کمان‌های دو ارزشی

ردیف	دو ارزش روی کمان XY	هربار یک ارزش را در نظر می‌گیریم	نتیجه
۱	01	0 U, U 1	XaY, XiY
۲	10	1 U, U 0	XoY, XeY
۳	11	1 U, U 1	XoY, XiY
۴	00	0 U, U 0	X=∅

۴.۳ یک مثال کامل

اکنون برای مثال دو مقدمه «هیچ M، P نیست» و «هر M، S است» را در نظر می‌گیریم و نخست نسبت SP را می‌خواهیم. همه نسبت‌های ممکن بدون در اعمال اصل موضوعه حد ناتهی و سپس با در نظر داشتن آن را بررسی می‌کنیم.

قیاس	گام ۱	گام ۲*	گام ۳	نتیجه				
مقدمه (داده)								
<table border="1"> <tr> <td>SaM</td> <td>OU</td> </tr> <tr> <td>MeP</td> <td>UO</td> </tr> </table>	SaM	OU	MeP	UO				$\frac{UO}{SP} = SeP$
SaM	OU							
MeP	UO							
خواسته								
SP								

شکل ۱۶- بازنمایی ضرب CeLarent

در گام سوم روی کمان SP عددی نمایان شده است بلافاصله می‌دانیم که قیاس منتج است و نتیجه کلی هم دارد. و چون صفر روی قسمت دوم کمان است سالبه، کلی است. (اگر لازم است از Error! Reference source not found. استفاده کنید) اما اگر کلیه حالت منتج را بخواهیم کافی است توجه کنیم که برای هر عدد ظاهر شده روی دایره سوم، ۴ کمان

بازنمایی کمانی قیاس روی نمودار ون: روش جدید (کوروش سلیمی) ۱۰۳

درگیر شونده قابل رسم است. در شکل زیر همه کمان‌های ممکن برای قیاس قبلی ترسیم شده‌اند. البته فعلاً بدون پیش‌فرض ناتهی بودن حدها.

1	2	3	4
$U0/SP = SeP$	$0U/SP' = SaP'$	$0U/PS' = PaS'$	$U0/PS = PeS$

شکل ۱۷- همه نتایج ضرب Celarent با فرض امکان وجود حد تهی

برای مثال نتیجه ۳ این‌گونه خوانده می‌شود: کمانی که تماماً در P است و از S خارج می‌شود کمان PS' است (جدول ۲) و فضای اختصاصی P خالی است (OU) که بیانگر نسبت موجبه کلی است (جدول ۱).

اکنون برای اعمال پیش‌فرض ناتهی بودن حدها، قاعده‌ی ممنوعیت توالی صفرهای را اعمال می‌کنیم؛ یعنی روی دایره نتیجه (دایره M) در دو طرف صفر ظاهر شده ارزش 1 را وارد می‌کنیم. در این صورت روی محیط دایره سه عدد خواهیم داشت و از آنجاکه برای هر عدد ۴ جواب وجود دارد باید انتظار ۱۲ جواب را داشته باشیم؛ که همین نتیجه را در شکل مشاهده می‌کنیم.

پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی
پرتال جامع علوم انسانی

5	6	7	8
$SP/1U = SoP'$	$SP'/1U = SiP'$	$P'S/1U = P'iS$	$P'S'/1U = P'oS'$
9	10	11	12
$PS'/1U = PiS'$	$PS/1U = PoS$	$S'P'/1U = S'oP'$	$S'P/1U = S'iP$

شکل ۱۸- همه نتایج ضرب Celarent با فرض عدم امکان وجود حد تهی

که برای مثال شماره ۱۱ چنین خوانده می‌شود: کمانی که تماماً بیرون S است و از P بیرون می‌رود کمان $S'P'$ است و فضای اختصاصی S' ناتهی است که بیانگر وجود فرد خارج از حد دوم است یعنی سالبه جزئی $S'OP'$.
به این ترتیب ملاحظه می‌شود برای دو مقدمه $\{SaM$ و MeP با پذیرش حد تهی، ۴ ضرب و بدون پذیرش آن ۱۲ ضرب منتج خواهیم داشت. مشاهده می‌کنیم نمودار کمانی می‌تواند ابزار مناسبی برای مطالعه اثر پیش فرض وجودی بر سیستم منطقی ارسطو باشد.

۵.۳ معادل‌یابی برای گزاره‌ی حملی

با استفاده از نمودار کمانی می‌توانیم بدانیم از یک گزاره حملی چه گزاره‌های دیگری را می‌توان نتیجه گرفت. برای مثال می‌خواهیم بدانیم از گزاره «هیچ غیر A، B نیست» چه گزاره‌های دیگری منتج می‌شود؟ برای این منظور کافی است که کمان گزاره داده‌شده را رسم کنیم و برای عدد ظاهر شده روی کمان همه دیگر کمان‌های درگیر با آن را بخوانیم. در شکل مشاهده می‌کنیم که از هر گزاره، بدون پیش فرض حد ناتهی، سه گزاره حملی دیگر نتیجه می‌شود چراکه هر عدد ۴ کمان را درگیر می‌کند.

هیچ غیر A, B نیست	1	2	3
$A'eB = U0$	$0U/AB' = B'aA'$	$0U/BA = BaA$	$U0/BA' = BeA'$

شکل ۱۹- نتایج حاصل از $A'eB$ با امکان حد تهی

حال اگر پیش فرض حد ناتهی را اعمال کنیم در مورد گزاره‌های جزئی تفاوتی در مورد تعداد نتایج حاصل نمی‌شود؛ چراکه این اصل با ظهور 1 روی کمان، عدد دیگری را ایجاب نمی‌کند؛ اما اگر گزاره‌ی پایه، کلی باشد با توجه به ظهور ارزش صفر و ممنوعیت دو صفر متوالی، دو عدد 1 نیز به محیط دایره سوم اضافه می‌شود و حال برای سه عدد، ۱۲ کمان درگیر قابل رسم خواهد بود که این یعنی در مجموع ۱۱ معادل؛ مثلاً برای گزاره‌ی فوق ۸ نتیجه دیگر هم حاصل می‌شود که در شکل مشاهده می‌شوند.

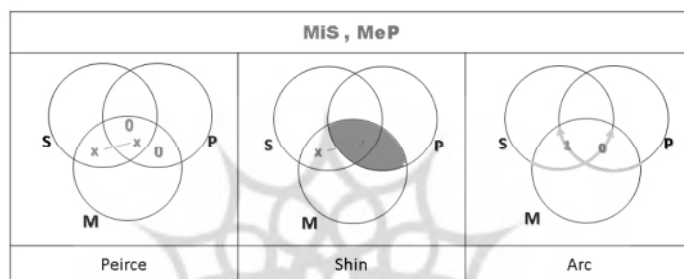
4	5	6	7
$AB'/1U = AoB'$	$AB/U1 = AiB'$	$BA'/1U = BoA'$	$BA/U1 = BiA$
8	9	10	11
$A'B'/U1 = A'iB'$	$A'B/1U = A'oB$	$B'A/1U = B'oA$	$B'A'/U1 = B'iA'$

شکل ۲۰- دیگر نتایج حاصل از $A'eB$ با لحاظ حد ناتهی

۴. نتیجه گیری

در این مقاله روشی جدید برای بازنمایی جمله‌های حملی روی نمودار ون معرفی شد که از قدرت بیانی و تصمیم پذیری خوبی برخوردار است. می‌تواند قیاس با حدهای محصل و نامحصل را در تمام حالات ممکن بازنمایی کند و مشاهده تعداد نتایج ممکن در یک نگاه میسر می‌شود.

اما مهم‌ترین ضعفی که روش کمانی نسبت به روش‌های شین و پیرس دارد در تعداد مراحل آن است.



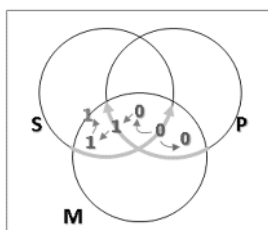
شکل ۲۱۳ - مقایسه سه روش بازنمایی

روش کمانی برای بازنمایی نتیجه، بعد از بازنمایی مقدمات به دو مرحله‌ی دیگر نیاز دارد. این در حالی است که در روش‌های شین و پیرس بعد از بازنمایی مقدمات کار دیگری غیر از خواندن نمودار برای رسیدن به نتیجه لازم نیست. برای مثال در شکل ۲۱۳ دو مقدمه «برخی M ، S است و هیچ P, M نیست» به هر سه روش بازنمایی شده است؛ اما نتیجه‌ی محصل آن که گزاره‌ی «برخی S ، P نیست» است، برخلاف روش کمانی در روش شین و پیرس در همین مرحله قابل مشاهده است. برای مشاهده نتیجه در روش کمانی ارزش‌ها یک‌بار باید روی سطوح منتشر شوند و بعد روی دایره سوم جمع‌آوری شوند.

البته معلوم نیست که این اضافه‌کاری را باید ضعف محسوب کرد یا قوت؟ چون بعد از طی شدن دو گام دیگر و نمایان شدن (یا نشدن) عدد روی دایره سوم با نمایی تصمیم پذیرتر و واضح‌تر مواجه می‌شویم (شکل). خصوصاً در مواردی که قیاس منتج نیست، استنباط اینکه هیچ نتیجه‌ای از نمودار شین و پیرس حاصل نمی‌شود نیاز به دقت مضاعف دارد اما در نمودار کمانی نمایش دایره فاقد ارزش، بی‌هیچ زحمتی منتج نبودن را اعلام می‌کند. یا در مثال فوق ظهور عدد 1 نشان می‌دهد که مقدمه‌ها نتیجه وجودی (جزئی) دارند.

بازنمایی کمائی قیاس روی نمودار ون: روش جدید (کوروش سلیمی) ۱۰۷

(بدون پیش فرض حدناهی، ۴ نتیجه جزئی و با آن پیش فرض ۱۲ نتیجه کلی دیگر هم داریم.)



شکل ۲۲

اما ضعف دیگری که نمودار صرفاً نسبت به نمودار شین دارد در وجود قاعده رسم کمان است که باید فرا گرفته شود (نگاه کنید به جدول ۲-قاعده ترسیم کمان) چیزی که نمودار شین از آن بی نیاز است. البته نمودار پیرس به فراگیری ۶ قاعده غیر شهودی نیاز دارد و از این لحاظ نمی تواند مدعی باشد (Peirce, 1933).

از سویی شین، برگرداندن سایه به نمودار ون در روش شین را یک مزیت نسبت به روش پیرس می داند که در اینصورت باید پذیرفت روش شین همین مزیت را نسبت به روش کمائی هم حفظ می کند.

در نهایت با توجه به ناتوانی روش شین و پیرس در بازنمایی حدود منفی، تصور می شود قدرت بیانی روش کمائی ضعف های آن را پوشش می دهد.

آنچه که در ادامه این تحقیق می تواند قرار بگیرد اثبات صحت و تمامیت این روش است. با توجه به اینکه شین موفق شده صحت و تمامیت نمودار پیشرفته ون را اثبات کند هم برای نمودارهای ون-۱ (Shin, 1994:93-110) و هم برای ون-۲ (Shin, 1994:125-140) به نظر می رسد راه برای نمودار کمائی هم با توجه به سازگاری در همه مفاهیم پایه، باز باشد.

تقدیر

برای کنترل و راستی آزمایی نتایج روش کمائی از الگوریتم بررسی قیاس که توسط میرزاپور و کریستن طراحی و پیاده سازی شده و راهنمایی های دکتر میرزاپور بهره برده

شد. این پیاده سازی در وبگاه <https://sites.google.com/view/mehdimirzapour/publications> در دسترس است.

پی‌نوشت‌ها

۱. در اینجا منظور این نیست که این چهار نسبت اطلاعات بیشتری به ما نمی‌دهند؛ بلکه «فعلا» به اطلاعات بیشتر نیاز نداریم. روابط صوری در منطق ارسطو به روشنی نشان می‌دهد که سیستم منطقی ارسطو تهی نبودن حدها را پیش فرض گرفته است. با این پیش فرض فضای اختصاصی حد محمول Y وقتی XY سالبه کلی یا جزئی باشد حتما ناتهی است. اما در ادامه خواهیم دید که چگونه می‌توان این پیش فرض را در نمودار کمانی بازنمایی کرد بدون اینکه در مبنای روش یا آنچه گفته شد تغییری لازم باشد. بنابراین سخن این است که برای بازنمایی قطعی نسبت‌ها به اطلاعات بیشتری نیاز نداریم؛ مثلا وقتی فضای اشتراکی X تهی است قطعا نسبت XeY را داریم. اگرچه از همانجا می‌دانیم فضای اختصاصی هم X و هم Y ناتهی است، ولی به این اطلاعات برای رسیدن به XeY نیاز نداشتیم.
۲. اعمال قاعده در آخرین گام علاوه بر جلوگیری از شلوغی، این مزیت را دارد که در یابیم ضرب مورد نظر با پیش فرض حدناتهی منتج است یا مستقل از آن هم منتج است.

کتاب‌نامه

- ذکیانی، غلامرضا، ۱۳۸۰، نمودار ون روش‌های جدید برای تشخیص ضروب منتج قیاس ۲، رشد آموزش معارف اسلامی ۴۶
- ذکیانی، غلامرضا، ۱۳۸۶، هنر استدلال: روشی نو در آموزش منطق، رویش نو،
- Barwise, J. and A. Shimojima, 1995, "Surrogate Reasoning", Cognitive Studies: Bulletin of Japanese Cognitive Science Society, 4(2): 7-27.
- Carroll, L. 1886. The game of logic. London: Macmillan.
- Hammer, E. 1995, "Reasoning with Sentences and Diagrams", Notre Dame Journal of Formal Logic, 35(1): 73-87.
- Hammer, E.M. Shin, S.J. 1998. Euler's visual logic. Hist. Philos. Log. 19(1), 1-29.
- Kneale W. & kneale M. 1962. The Development of Logic, Clarendon press. Oxford. P 349.
- Mirzapour, M, and Christian,R. 2018. Venn Diagram and Evaluation of Syllogisms with Negative Terms: A New Algorithm. International Conference on Theory and Application of Diagrams. Springer, Cham.

بازنمایی کمائی قیاس روی نمودار ون: روش جدید (کوروش سلیمی) ۱۰۹

Moktefi, A. & Pietarinen, A.V. 2015. On the Diagrammatic Representation of Existential Statements with Venn Diagrams. *Journal of Logic, Language and Information*, 24(4), 361–374

Peirce, C.S. 1933, *Collected Papers*, Cambridge, MA: Harvard University Press.

Ruskey, F. Weston, M. 2005. "A Survey of Venn Diagrams". *The Electronic Journal of Combinatorics*.

Shin, S. 1994, *The Logical Status of Diagrams*, Cambridge: Cambridge University Press.

Shin, S. Lemon, O. Mumma, J. 2018, *Diagrams*, *Stanford Encyclopedia of Philosophy*

Venn, J. 1881, *Symbolic Logic*, London: Macmillan.

