چشم‌انداز مدیریت صنعتی
سال یازدهم، شماره ۴۱، بهار ۱۴۰۰
شاپا چاپی: ۹۸۷۴-۲۲۵۱، شاپا الکترونیکی: ۴۱۶۵-۲۶۴۵
ص ص: ۹- ۳۱

مدل‌سازی ساختار ائتلاف بهینه با استفاده از مفهوم پاسخ هسته

محمدرضا مهرگان*، قهرمان عبدلی، الهام رازقندی*****

چکیده

تشکیل ائتلاف گامی مهم در جهت توسعه رفاه جمعی به‌واسطه بهبود عملکرد است. این مهم در دو رویکرد پژوهشی عمده پیگیری می‌شود: توسعه رویکردهای الگوریتمیک برای دستیابی به ساختار ائتلاف بهینه با هدف حداکثرکردن رفاه جمعی؛ رویکرد نظریه بازی‌های همکارانه جهت توزیع عادلانه و پایدار عایدی ائتلاف. هدف پژوهش حاضر ادغام نقاط قوت دو رویکرد بالا به‌منظور دستیابی به ساختار ائتلافی بهینه و پایدار است. نوآوری پژوهش، مدل‌سازی ریاضی برای گنجاندن شرط پایداری در قالب مفهوم پاسخ هسته در مسئله افراز بهینه و غلبه بر رویه‌های غیرمتمرکز تشکیل ائتلاف و توزیع عایدی است؛ سپس عملکرد مدل ایجاد ساختار ائتلاف‌های بهینه هم‌پوشان و غیرهم‌پوشان توسط مثالی عددی بررسی می‌شود. نتایج نشان می‌دهد که تشکیل ائتلاف به بهبود رفاه جمعی منجر می‌شود. این بهبود با افزایش حد بالای تعداد افراد مجاز برای حضور در ائتلاف به میزانی معین، روندی صعودی با شیب کاهنده دارد و پس از آن تغییر نمی‌کند. این امر ناشی از دلایل متعددی است که مانع ایجاد ائتلاف عظیم میان بازیکنان می‌شود و حاکی از آن است که هنگام تشکیل ائتلاف‌های بزرگ باید منافع حاصل با پیچیدگی‌های مدیریتی و هزینه‌های هماهنگی و ارتباطات میان افراد مقایسه شود.

کلیدواژه‌ها: ائتلاف؛ ساختار ائتلاف بهینه؛ پایداری؛ هسته؛ نظریه بازی‌های همکارانه؛ ساختار ائتلاف همپوشان؛ مدل‌سازی ریاضی.

پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی
پرتال جامع علوم انسانی

تاریخ دریافت مقاله: ۱۳۹۹/۰۶/۱۷، تاریخ پذیرش مقاله: ۱۳۹۹/۰۸/۲۴.

* استاد، دانشگاه تهران (نویسنده مسئول).

Email: mehregan@ut.ac.ir

** استاد، دانشگاه تهران.

*** دانشجوی دکتری، دانشگاه تهران.

۱. مقدمه

تشکیل ائتلاف[۱] از ابعاد مهم و فراگیر تعاملات اجتماعی و از حوزه‌های پژوهشی فعال در زمینه سیستم‌های چندعاملی[۲] است [۴۹]؛ سیستم‌هایی با موجودیت‌هایی خودمختار که هر یک ترجیحات، اهداف، عقاید و توانایی‌های متفاوتی دارند [۵۴]. ائتلاف به‌معنای تصمیم‌گیری برای استفاده مشترک از منابع برای حداکثرکردن منافع است [۲۳]. شکل‌گیری کارتل، لابی‌ها، اتحادیه‌های گمرکی، ارائه کالاهای عمومی، شکل‌گیری احزاب سیاسی و عضویت در انجمن‌های رسمی و غیررسمی، نمونه‌هایی از به‌کارگیری ائتلاف در انواع محیط‌های سیاسی، اجتماعی و اقتصادی است [۴۵]. در مبانی نظری به گستره وسیعی از کاربردهای تشکیل ائتلاف اشاره شده است که عبارت‌اند از: بهبود نظارت بر نواحی معین از طریق ایجاد ائتلاف میان سنسورهای مستقل [۲۶]؛ کاهش عدم‌قطعیت موردانتظار در تولید انرژی نیروگاه‌ها [۸]؛ خریدهای عمده در قیمت‌های پایین‌تر به‌واسطه تشکیل ائتلاف میان خریداران [۳۰]؛ مدیریت بحران [۴۳]؛ تولید [۴۶]؛ هماهنگ‌سازی زنجیره تأمین [۲، ۵۱، ۵۶]. مسئله‌ای که در رابطه با شکل‌گیری ائتلاف وجود دارد این است که اغلب پژوهش‌های صورت‌گرفته در این زمینه بر رویه‌های غیرمتمرکزی تمرکز دارد که در آن عامل‌های خودمختار (بازیکنان) برای ایجاد ائتلاف و تقسیم عایدی[۳] حاصل از آن با یکدیگر به چانه‌زنی می‌پردازند [۴۹]. تشکیل ائتلاف دارای فرایندی متشکل از سه فعالیت اصلی است که این فعالیت‌ها عبارت‌اند از [۴۷]:

۱. تشکیل ساختار ائتلاف[۴]: این فعالیت شامل پیوستن هر بازیکن به یک ائتلاف است. این عمل یا به‌صورت درون‌زا (بازیکنان با استفاده از برخی روش‌های چانه‌زنی به‌گونه‌ای کاملاً خودمختار تصمیم‌گیری می‌کنند) و یا به‌صورت برون‌زا (توسط طراح سیستم) صورت می‌گیرد. مجموعه ائتلاف‌های ایجادشده یک «ساختار ائتلاف[۵]» نامیده می‌شود. معمولاً ساختار ائتلاف‌هایی مطلوب است که «رفاه جمعی[۶]» را حداکثر می‌کنند و یا انگیزه بازیکنان برای نقض ائتلاف را به حداقل می‌رسانند.

۲. حل مسئله بهینه‌سازی در هر ائتلاف: این فعالیت به این اشاره دارد که اعضای یک ائتلاف چگونه باید اقدامات خود را هماهنگ کنند تا عملکرد آن ائتلاف حداکثر شود.

۳. تقسیم عایدی هر ائتلاف میان اعضای آن: اگر عایدی حاصل از همکاری به‌عنوان یک کل به ائتلاف مربوطه تعلق گیرد، آنگاه اعضا باید در مورد چگونگی تقسیم عایدی توافق کنند. قواعدی

---

۱. Coalition
۲. Multi- agent systems
۳. Payoff
۴. Coalition structure generation (CSG)
۵. Coalition structure
۶. Social welfare

که برای توزیع عایدی حاصل برای یک ائتلاف به‌عنوان یک کل، در میان افراد تشکیل‌دهنده آن به‌کار می‌رود، «مفاهیم پاسخ»[۱] نامیده می‌شود [۴۸]. به‌طورکلی این عمل به نحوی صورت می‌گیرد که معیارهای نظیر عدالت[۲] (تناسب پاداش هر عامل با میزان مشارکت آن در بازی) یا پایداری[۳] (به این معنا که انگیزه بازیکنان برای ماندن در ائتلاف از تخطی‌کردن از آن بیشتر باشد)، برآورده شوند.

ناظر به سه فعالیت یادشده، مسئله تشکیل ائتلاف از دیدگاه‌های مختلف و با استفاده از روش‌های متفاوتی توسط پژوهشگران این حوزه بررسی شده است [۳۳، ۳۷، ۳۹، ۵۳]. دو گرایش پژوهشی مهم در این زمینه وجود دارد که یکی بر یافتن الگوریتم‌هایی برای ایجاد ساختار ائتلاف بهینه با کمترین پیچیدگی متمرکز است و دیگری به ارائه مدل‌هایی برای بازی‌های ائتلافی و بررسی شرایط پایداری آن‌ها تحت طرح‌های مختلف توزیع عایدی می‌پردازد که مورد دوم در حوزه نظریه بازی‌های همکارانه[۴] جای می‌گیرد. اهمیت مسئله شناسایی ساختار ائتلاف بهینه که حداکثر کننده رفاه جمعی است، در حوزه همکارانه مشخص است؛ اما درک ضرورت این بحث در شرایط غیرهمکارانه، شاید اندکی دشوار باشد. پایداری یک ائتلاف شرایط مختلفی دارد. یکی از شروط لازم برای پایداربودن هر شیوه توزیع عایدی در میان اعضای یک ائتلاف این است که بازیکنان ساختار ائتلافی را تشکیل داده باشند که حداکثرکننده رفاه جمعی آن‌ها باشد [۱۰]؛ به‌بیان‌دیگر تعیین یک بردار عایدی پایدار مستلزم این است که ابتدا مسئله یافتن ساختار ائتلاف بهینه حل شود. در محیط‌های همکارانه با توجه به برخی ویژگی‌های کلاس‌های مهم بازی‌های ائتلافی همچون فراجمع‌پذیر[۵]بودن بازی، در بیشتر مواقع ائتلاف عظیم[۶] (ائتلاف همه بازیکنان با هم)، حداکثرکننده رفاه جمعی است. بر اساس همین فرض اغلب مفاهیم پاسخ ارائه‌شده در نظریه بازی‌های همکارانه به تقسیم عایدی حاصل برای ائتلاف عظیم می‌پردازند؛ اما در دنیای واقع ازآنجاکه بازیکنان عامل‌هایی منفعت‌طلب و خودخواه هستند، امکان تشکیل ائتلاف عظیم به خاطر دلایلی چون عدم‌سازش برخی بازیکنان با برخی دیگر، نبود اعتماد بین آن‌ها و یا موانع قانونی در عمل وجود ندارد. در چنین شرایطی برای محاسبه مفاهیم پاسخ مختلف به‌طور طبیعی نیاز است که ابتدا بازیکنان به شکلی مناسب افراز شده یا به‌بیان‌دیگر ساختار ائتلاف بهینه ایجاد شود [۴۰].

پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی
پرتال جامع علوم انسانی

۱. Solution concept
۲. Fairness
۳. Stability
۴. Cooperative game theory
۵. Superadditive
۶. Grand coalition

با وجود اینکه توزیع عایدی هر ائتلاف و ایجاد ساختار ائتلاف بهینه، هر یک مسائل مهمی هستند که باید به‌طور مستقل موردبررسی و مطالعه قرار گیرند [۷، ۳۷، ۴۱]، در حوزه عامل‌های منفعت‌طلب انجام مطالعاتی که هر دو فعالیت را به‌طور هم‌زمان در نظر گیرد، بسیار حائز اهمیت است [۳۱]؛ ازاین‌رو در پژوهش حاضر برای درنظرگرفتن توأمان هر دو مسئله ایجاد ساختار ائتلاف بهینه و تخصیص عایدی ناشی از همکاری به بازیکنان حاضر در هر یک از ائتلاف‌ها، یک مدل برنامه‌ریزی عدد صحیح مختلط ارائه شده است که در آن برای برقراری شرط پایداری ساختار ائتلاف از مفهوم پاسخ «هسته»[۱] که یکی از قواعد معروف توزیع عایدی در حوزه بازی‌های همکارانه محسوب می‌شود، استفاده شده است. خروجی این مدل ریاضی مشخص‌کننده این است که از میان ائتلاف‌های ممکن کدام‌یک شکل بگیرد و نحوه توزیع عایدی بین بازیکنان آن ائتلاف‌ها چگونه باشد؛ به‌گونه‌ای که هم رفاه جمعی حداکثر شود و هم هیچ‌یک از بازیکنان موجود انگیزه تخطی از ائتلاف تعیین‌شده به‌واسطه دریافت عایدی بیشتر را نداشته باشند. علاوه بر مورد اشاره‌شده، نوآوری پژوهش حاضر در استفاده از مدل‌سازی ریاضی در مواجهه با یکی از حوزه‌های پرکاربرد و چالش‌برانگیز در زمینه‌های مختلف سیاسی، اجتماعی و اقتصادی، یعنی شکل‌گیری ائتلاف است. مزیت استفاده از مدل ریاضی در این حوزه وضوح بیشتر فرایند انجام کار و غلبه بر مشکل استفاده از رویه‌های غیرمتمرکز و دلخواه برای تشکیل ائتلاف و توزیع عایدی حاصل از آن است. از طرف دیگر به‌واسطه شباهت مسئله ایجاد ساختار ائتلاف بهینه به مسئله «افزار مجموعه» و درنتیجه پیچیدگی محاسباتی موجود در آن، زمینه توسعه و استفاده از روش‌های حل مختلف موجود در حوزه تحقیق در عملیات و تلفیق آن با نظریه بازی‌ها فراهم می‌شود.

۲. مبانی نظری و پیشینه پژوهش

در این بخش ابتدا برخی از اصطلاحات حوزه نظریه بازی‌های همکارانه مرتبط با پژوهش حاضر به‌طور مختصر تشریح و در ادامه، پژوهش‌های مرتبط انجام‌شده در پایگاه‌های علمی معتبر مرور می‌شود.

بازی: در بستر نظریه بازی‌ها، بازی یک مدل ریاضی انتزاعی از سناریویی است که در آن عامل‌های منفعت‌طلب (بازیکنان) با یکدیگر تعامل می‌کنند؛ بنابراین به آن «انتزاع» گفته می‌شود که در آن جزئیات غیرمرتبط حذف شده است. یک بازی تنها مشخصه‌هایی از سناریو را در نظر می‌گیرد که به تصمیماتی که بازیکنان باید در بستر آن بازی اتخاذ کنند، مرتبط باشد. اگر مجموعه $N = \{1, 2, \dots, n\}$ بازیکنان یک بازی را نشان دهد، آنگاه هر زیرمجموعه از N یک

۱. Core

«ائتلاف» نامیده می‌شود. به مجموعه تمام بازیکنان، یعنی مجموعه N نیز «ائتلاف عظیم» گفته می‌شود [۱۲]. باید این نکته را ذکر کرد که در کاربردهای روزمره، اصطلاح ائتلاف بر گروهی از افراد دلالت دارد که دارای نوعی تعهد در رابطه با اقدامی مشترک هستند؛ اما در اینجا این تعریف از ائتلاف مدنظر نیست و ائتلاف به هر زیرمجموعه‌ای از بازیکنان در یک بازی اطلاق می‌شود.

بازی تابع مشخصه[۱]: این بازی یکی از اصلی‌ترین مدل‌هایی است که در حوزه بازی‌های همکارانه به‌طور گسترده موردمطالعه قرار گرفته است. بازی تابع مشخصه G با زوج مرتب (N,v) نشان داده می‌شود که در آن $N=\{1,2,\dots,n\}$ مجموعه‌ای متناهی و غیرتهی از بازیکنان و $v: 2^{|N|}\to\mathbb{R}$ تابع مشخصه بازی است که هر ائتلاف $K\subseteq N$ را به عددی حقیقی مانند v_k نگاشت می‌کند. v_k عایدی یا ارزش[۲] ائتلاف k است [۱۲، ۱۳، ۲۰، ۵۰]. ذکر چند نکته در رابطه با یک بازی در فرم تابع مشخصه اهمیت دارد؛ نخست اینکه در این نوع بازی هیچ اشاره‌ای به نحوه دستیابی به تابع مشخصه v در هر یک از سناریوهای همکاری نمی‌شود. دوم، در این مدل بازی عایدی هر ائتلاف به‌عنوان یک کل به ائتلاف مربوطه تعلق می‌گیرد، نه به تک‌تک افراد؛ به این معنا که در این نوع بازی هیچ شیوه‌ای را برای تقسیم عایدی v_k میان بازیکنان ائتلاف k تحمیل نمی‌کند. درنهایت اینکه فرض ضمنی بازی‌های تابع مشخصه این است که عایدی v_k به هر شیوه‌ای که توسط بازیکنان ائتلاف k انتخاب شود، قابل‌تقسیم است. به این نوع بازی‌ها که در آن عایدی به هر شیوه دلخواه قابل‌توزیع است، بازی با «مطلوبیت انتقال‌پذیر»[۳] گفته می‌شود [۱۲، ۵۵].

خروجی بازی: خروجی[۴] یک بازی همکارانه تابع مشخصه از دو قسمت «ساختار ائتلاف» و «بردار عایدی» تشکیل می‌شود که آن را به‌صورت زوج مرتب (CS,Y) نشان می‌دهند. در ادامه هر یک از این دو بخش دقیق‌تر تشریح می‌شود.

ساختار ائتلاف: با درنظرگرفتن بازی تابع مشخصه $G=(N,v)$، یک ساختار ائتلاف بر روی N، مجموعه‌ای از زیرمجموعه‌های غیرتهی از N به‌صورت $CS=\{k_1,k_2,\dots,k_D\}$ است؛ به‌گونه‌ای که [۱۱، ۳۵، ۵۷]:

$$1.\ \bigcup_{j=1}^{D} k_j = N \qquad (۱)$$

$$2.\ k_j \cap k_{j'} = \emptyset \qquad \forall j,j' \in \{1,2,\dots D\},\ j\neq j' \qquad (۲)$$

پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی
پرتال جامع علوم انسانی

۱. Characteristic function game
۲. Value
۳. Transferable Utility
۴. Outcome

تعریف بالا به رویکرد کلاسیک در ایجاد ساختار ائتلافاشاره دارد [۴] که در آن ائتلاف‌های ایجادشده لزوماً دوبه‌دو متمایز هستند. در رویکرد جدیدتر تشکیل ساختار ائتلاف به بازیکنان اجازه عضویت در بیش از یک ائتلاف به‌طور هم‌زمان و استفاده کاراتر از توانایی‌ها و منابع بازیکنان در انجام چندین فعالیت در یک زمان واحد داده می‌شود [۲۵، ۵۲، ۵۳، ۶۰]؛ به‌بیان‌دیگر امکان ایجاد ائتلاف‌های هم‌پوشان در یک ساختار ائتلاف ایجاد می‌شود. در این صورت به فرایند مربوطه، فرایند «تشکیل ائتلاف همپوشان»[۱] و به ساختار ائتلاف ایجاد شده «ساختار ائتلاف هم‌پوشان»[۲] یا «پیکربندی ائتلاف»[۳] گفته می‌شود [۲۵، ۵۳].

بردار عایدی: بردار $Y = (y_1, \dots, y_n) \in \mathbb{R}^n$ یک بردار عایدی برای ساختار ائتلاف $CS = \{k_1, k_2, \dots, k_D\}$ بر روی $N = \{1, 2, \dots, n\}$ محسوب می‌شود، اگر [۱۲]:

$$1.\ y_i \geq 0 \qquad \forall i \in N \tag{۳}$$

$$2.\ \sum_{i \in k_j} y_i \leq v_{k_j} \qquad \forall j \in \{1, \dots, D\} \tag{۴}$$

شرط اول نشان می‌دهد که هر بازیکن عایدی غیرمنفی دریافت می‌کند. شرط دوم که «شرط کارایی» نامیده می‌شود، به این اشاره دارد که عایدی تخصیص‌داده‌شده اعضای یک ائتلاف نمی‌تواند از ارزش آن ائتلاف بیشتر باشد.

رفاه جمعی: ارزش یک ساختار ائتلاف به‌صورت $v_{CS} = \sum_{k \in CS} v_k$ تعریف می‌شود که برابر با مجموع عایدی حاصل برای کلیه ائتلاف‌های موجود در آن ساختار ائتلاف است. به کمیت v_{CS}، یعنی ارزش ساختار ائتلاف CS، «رفاه جمعی» گفته می‌شود [۴۰، ۵۸].

مفهوم پایداری در حوزه نظریه بازی‌ها: نظریه بازی‌های همکارانه به نحوه توزیع مطلوب عایدی حاصل از همکاری گروهی از عامل‌ها (بازیکنان) در قالب ائتلاف، میان مشارکت‌کنندگان آن می‌پردازد. در این نوع بازی‌ها معیار مطلوب‌بودن شیوه توزیع، عدالت در توزیع منافع و یا پایداری ائتلاف ایجاد شده است. قواعدی که برای توزیع عایدی حاصل برای یک ائتلاف به‌عنوان یک کل در میان افراد تشکیل‌دهنده آن به کار می‌رود، «مفاهیم پاسخ» نامیده می‌شوند [۱۲، ۴۸]. یکی از مفاهیم پاسخ اصلی، «مفهوم پاسخ هسته» نام دارد. مجموعه هسته در بازی همکارانه مجموعه تمامی تخصیص‌های پایدار و عقلایی[۴] است. طبق مفهوم پاسخ هسته شرط پایداری یک ائتلاف این است که هیچ فرد یا گروهی از افراد در آن ائتلاف با خروج از ائتلاف و

---

۱. Overlapping coalition formation (OCF)
۲. Overlapping coalition structure
۳. Coalition configuration
۴. Rational

تشکیل ائتلافی جدید با یکدیگر، اندکی نیز منتفع نشوند. مجموعه پاسخ هسته ائتلافی مانند K شامل تمام بردار عایدی‌هایی است که در شروط زیر صدق می‌کنند [۱۸، ۲۲].

$$1.\ y(K) = v_K \qquad (۵)$$

$$2.\ y(C) \geq v_C, \quad \forall C \subseteq K \qquad (۶)$$

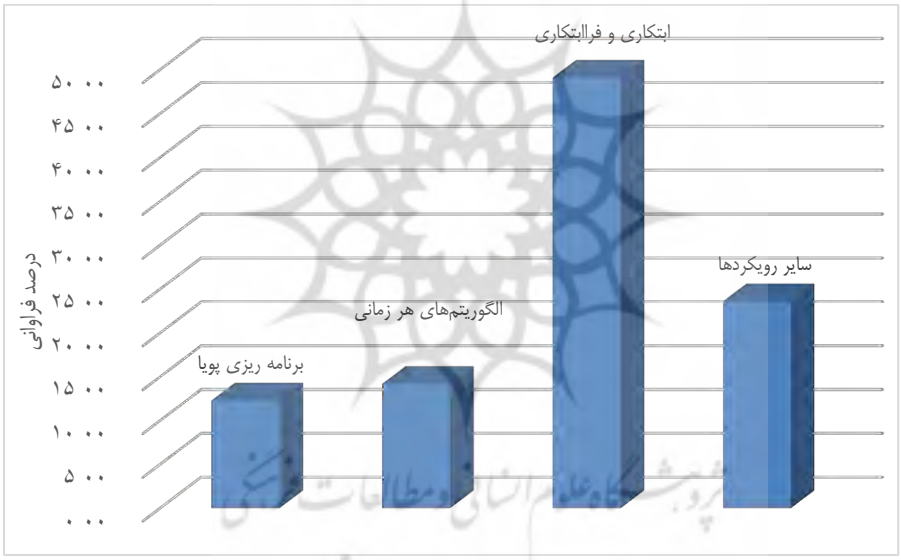
در روابط بالا $y(K) = \sum_{\forall i \in K} y_i$ و $y(C) = \sum_{\forall i \in C} y_i$ به‌ترتیب برابر با مجموع عایدی اختصاص‌داده‌شده به اعضای حاضر در ائتلاف K و اعضای C در ائتلاف K هستند. شرط نخست، شرط کارایی[۱] است و به این اشاره دارد که یک بردار عایدی کارا است؛ اگر تمام عایدی کسب‌شده توسط ائتلاف میان اعضای آن توزیع شود. شرط دوم نیز که «شرط عقلانیت»[۲] نامیده می‌شود، نمایانگر این مفهوم است که آنچه اعضای C در حال حاضر در ائتلاف K کسب می‌کنند، باید حداقل به بزرگی ارزش حاصل برای ائتلاف C، در صورت خروج اعضای آن از K و تشکیل ائتلاف مربوطه باشد.

طی بررسی پژوهش‌های صورت‌گرفته درمجموع ۹۷۷ مقاله از پایگاه اسکوپوس[۳] و ۱۵۲ مقاله از وب‌آوساینس[۴] به‌دست آمد. توزیع مقاله‌های منتشرشده به لحاظ تاریخ انتشار نشان می‌دهد بیش از ۵۰ درصد پژوهش‌های صورت‌گرفته در این حوزه از سال ۲۰۱۲ به بعد است که حکایت از اهمیت روزافزون این حوزه مطالعاتی دارد. از میان مجلات بین‌المللی که بیشترین میزان انتشار مقاله در این حوزه را داشته‌اند، «مجله هوش مصنوعی[۵]» رتبه نخست را دارا است. همان‌طور که پیش‌تر اشاره شد، در حوزه تشکیل ائتلاف دو رویکرد پژوهشی اصلی وجود دارد که یکی رویکرد ایجاد ساختار ائتلاف بهینه است که به دنبال پاسخ به این سؤال است که عامل‌های موجود در یک سیستم چگونه می‌توانند به گروه‌هایی تفکیک شوند تا عملکرد خود را بهبود دهند. به‌طور خاص، مسئله ایجاد ساختار ائتلاف بر روی افراز مجموعه‌ای از عامل‌ها در قالب ائتلاف‌های دوبه‌دو متمایز تأکید دارد؛ به‌گونه‌ای که عایدی کلی حاصل از ائتلاف حداکثر شود [۱۶، ۲۰، ۲۱، ۴۰]. چنین مسئله‌ای حتی با وجود فرض‌های ساده‌انگارانه‌ای که بر آن تحمیل می‌شود، به لحاظ محاسباتی چالش‌برانگیز است. برای این منظور به توسعه رویکردهای الگوریتمی و ابتکاری در این زمینه پرداخته شده است. تلاش‌های اولیه برای بررسی ابعاد الگوریتمیک تشکیل ائتلاف در جمعیت‌های چندعاملی[۶]، توسط شهوری و کراوس[۱] (۱۹۹۳)،

---

۱. Efficiency condition
۲. Rationality condition
۳. Scopus
۴. Web of science
۵. Artificial Intelligence Journal
۶. Multi agent

کچپل[۲] (۱۹۹۳) و زلاکین و رزنشاین[۳] (۱۹۹۴) صورت گرفته است. قبل از این پژوهش‌ها، تأکید اصلی مبانی نظری بیشتر بر تحلیل‌های نظری ویژگی‌های مفاهیم جواب مختلف بود، تا توسعه الگوریتم‌های شکل‌گیری ائتلاف. بعدها چندین الگوریتم ابتکاری برای شرایط مختلف توسط شهوری و کراوس (۱۹۹۵، ۱۹۹۶ و ۱۹۹۸) پیشنهاد شد. در امتداد این خط پژوهشی، مطالعه مشابهی توسط سندهلم[۴] و همکاران (۱۹۹۹) صورت گرفت که در آن ابعاد محاسباتی شناسایی ساختارهای ائتلافی با بدترین حالت تضمین کیفیت جواب مطالعه شد. پس از آن چندین الگوریتم برای فائق‌آمدن بر این نقطه‌ضعف، با استفاده از تکنیک‌های مختلف ارائه شد. رویکردهای عمده موجود برای حل مسئله ایجاد ساختار ائتلاف در پژوهش‌های بررسی‌شده عبارت‌اند از: ۱. برنامه‌ریزی پویا[۵] که به تعیین ساختار ائتلاف بهینه منجر می‌شود [۶، ۹، ۱۴، ۳۷، ۶۱]؛ ۲. الگوریتم‌های دقیق هرزمانی[۶] که کیفیت پاسخ آن‌ها با گذشت زمان به‌طور یکنواخت بهبود می‌یابد [۱۵، ۳۳، ۳۴، ۳۸، ۴۲، ۴۷]؛ ۳. الگوریتم‌های فراابتکاری[۷] که تضمینی برای کیفیت پاسخ‌ها ارائه نمی‌دهند؛ اما توانایی مواجهه با مسائل بزرگ را دارند [۱۷، ۲۱، ۳۶، ۵۹]. توزیع پژوهش‌های بررسی‌شده این سه رویکرد در نمودار ۱، نشان داده شده است.



۱. Shehory & Kraus
۲. Ketchpel
۳. Zlotkin & Rosenschein
۴. Sandholm
۵. Dynamic programming
۶. Exact, anytime algorithms
۷. Metaheuristic algorithms

نمودار ۱. توزیع آماری رویکردهای حل مسئله ایجاد ساختار ائتلاف

رویکرد پژوهشی دوم که در حوزه نظریه بازی‌های همکارانه قرار می‌گیرد [۳، ۲۴، ۲۷، ۲۸، ۳۲]، تنها به بررسی نحوه توزیع عایدی میان عامل‌ها می‌پردازد؛ به‌گونه‌ای که ائتلاف شکل‌گرفته پایدار باشد؛ اما توجهی به مسئله ایجاد ساختار ائتلاف بهینه ندارد [۱۹]. پی‌بردن به نقش اساسی و برجسته تشکیل ائتلاف توسط بنیان‌گذاران نظریه بازی‌ها، وان نیومن[۱] و مورگن اشتاین[۲]، صورت گرفت. درواقع بسیاری از کارهای اصلی و اولیه آن‌ها مربوط به تجزیه‌وتحلیل رسمی این مفهوم است [۵۹]. اگرچه نیومن و اشتاین صریحاً به مفهوم ساختارهای ائتلاف اشاره نکردند، اما بحث‌های تفسیری آن‌ها پیرامون «مجموعه‌های پایدار»، بر این مسئله که چه ائتلافی شکل خواهد گرفت، متمرکز بود [۵]. از جمله پژوهش‌های صورت‌گرفته در این زمینه می‌توان به پژوهش خلیل‌زاده و وانگ[۳] (۲۰۱۸)، اشاره کرد که در آن از سه شیوه توزیع عایدی از جمله ارزش شپلی برای تقسیم عایدی حاصل از همکاری میان بازیکنان کلیدی ارائه‌دهنده خدمات در مکان‌های گردشگری استفاده شده است. گو[۴] و همکاران (۲۰۱۷)، نیز از مفهوم پاسخ ارزش شپلی غیرقطعی برای تحلیل تخصیص سود در مسئله هماهنگی زنجیره تأمین استفاده کردند. از دیگر پژوهش‌های صورت‌گرفته در این زمینه می‌توان به مقاله لوزانو[۵] و همکاران (۲۰۱۳)، اشاره کرد که در آن از مفاهیم پاسخی چون هسته، حداقل هسته و ارزش شپلی برای توزیع عایدی تشکیل ائتلاف در حوزه حمل‌ونقل استفاده کرده‌اند. پس از بررسی پژوهش‌های صورت‌گرفته در زمینه تشکیل ائتلاف به‌عنوان جمع‌بندی این بخش می‌توان گفت که در رویکرد نظریه بازی‌های همکارانه بر توزیع منافع حاصل از همکاری تمرکز می‌شود؛ درحالی‌که در مسئله ایجاد ساختار ائتلاف بر حداکثرکردن این منافع تأکید می‌شود. برخلاف رویکرد نخست در زمینه شکل‌گیری ائتلاف که به تعیین ساختار ائتلاف بهینه میان عامل‌ها می‌پردازد، نظریه بازی‌ها صرفاً تحلیل‌هایی را در رابطه با ائتلاف‌های شدنی که به‌عنوان نتیجه فرایند تشکیل ائتلاف باید شکل گیرند و نحوه پرداخت عایدی حاصل از همکاری میان عامل‌ها ارائه می‌دهد. به‌بیان‌دیگر، در این رویکرد تأکید بر رویه‌های غیرمتمرکزی است که اجازه می‌دهد عامل‌های خودخواه هم در مورد تشکیل ائتلاف و هم تقسیم منافع حاصل از آن به چانه‌زنی بپردازند. نظریه بازی‌ها، الگوریتمی که عامل‌ها با استفاده از آن ائتلاف شکل دهند، ارائه نمی‌دهد؛ بلکه در اینجا با داشتن یک ترکیب ائتلاف از قبل مشخص‌شده (ساختار ائتلاف/ افرازی از بازیکنان به زیرمجموعه‌ها) به

۱. Von Neumann
۲. Morgenstern
۳.Wang
۴. Gao
۵. Lozano

بررسی مفاهیمی چون پایداری و عدالت در آن ائتلاف و محاسبه عایدی مربوطه تأکید می‌شود و بر خلاف رویکرد اول سازوکاری برای شکل‌گیری ائتلاف پیشنهاد نمی‌دهد؛ بنابراین به نظر می‌آید توجه به ابعاد مسئله تشکیل ائتلاف هم‌زمان از منظر هر دو رویکرد می‌تواند به‌عنوان یک شکاف پژوهشی مهم درنظرگرفته شود.

۳. روش‌شناسی پژوهش

سؤال اصلی پژوهش حاضر عبارت است از اینکه برای دستیابی به یک ساختار ائتلاف پایدار و حداکثرکننده رفاه جمعی، از میان مجموعه ائتلاف‌های ممکن برای شکل‌گیری چه ائتلاف‌هایی باید شکل بگیرد و نحوه توزیع عایدی هر ائتلاف میان بازیکنان آن چگونه باشد. در پژوهش حاضر برای پاسخ‌دهی به سؤال موردنظر به‌طورکلی از رویکرد مدل‌سازی ریاضی و به‌طور خاص از یک مدل برنامه‌ریزی عدد صحیح مختلط[۱] استفاده شده است. در ادامه ابتدا به بیان مفروضات مدل‌سازی، سپس تعریف بازی و متغیرهای پژوهش و درنهایت ارائه مدل برنامه‌ریزی عدد صحیح مختلط برای پاسخگویی به سؤال پژوهش پرداخته می‌شود.

مفروضات مدل‌سازی: مفروضات مدل ریاضی به شرح زیر است.

۱. ائتلاف در عرف بر گروهی از افراد دلالت دارد که نوعی تعهد (زبانی، نوشتاری و یا موارد دیگر) برای انجام اقدامی مشترک دارند؛ اما در این پژوهش از این معنای ائتلاف استفاده نمی‌شود. در پژوهش حاضر به هر زیرمجموعه‌ای از بازیکنان یک ائتلاف گفته می‌شود.

۲. در مدل‌سازی پیش رو به تبعیت از بازی‌های همکارانه که در آن تأکید بر عایدی است که گروهی از افراد (در قالب ائتلاف) قادر به کسب آن هستند نه تک‌تک بازیکنان، دو مورد زیر موردبررسی قرار نمی‌گیرد:

ـ هر یک از بازیکنان درون یک ائتلاف چگونه تصمیمات فردی خود را اتخاذ می‌کنند؛

ـ نحوه هماهنگ‌سازی افراد درون یک ائتلاف به چه صورت انجام می‌گیرد.

ازاین‌رو عایدی کسب‌شده توسط یک ائتلاف به ائتلاف مربوطه به‌عنوان یک کل اختصاص داده می‌شود.

۳. فرض مطلوبیت انتقال‌پذیر که در بازی‌های ائتلافی حاکم است در این مدل‌سازی نیز مفروض واقع شده است. طبق این فرض یک ائتلاف می‌تواند عایدی کسب‌شده را به هر شیوه دلخواهی

---

۱. Mixed integer programming (MIP)

میان اعضای خود توزیع کند و یا این شیوه توزیع را تغییر دهد. برای مثال، اگر عایدی کسب‌شده پول باشد، این میزان پول می‌تواند به هر شیوه‌ای میان افراد تقسیم شود.

۴. مدل‌سازی پیش‌رو برای یک بازی ائتلافی با مطلوبیت انتقال‌پذیر از نوع تابع مشخصه ارائه شده است. به این معنا که در این شیوه از مدل‌سازی مسئله تشکیل ائتلاف، فرض بر این است که عدد حقیقی که توسط تابع مشخصه به هر ائتلاف به‌عنوان عایدی آن ائتلاف اختصاص داده می‌شود، تنها به هویت اعضای شرکت‌کننده در آن ائتلاف بستگی دارد و این مقدار هیچ ارتباطی به نحوه تشکیل ائتلاف باقی افراد شرکت‌کننده در بازی ندارد.

تعریف بازی و متغیرهای پژوهش: فرض کنید $I = \{1, 2, \dots, n\}$ مجموعه بازیکنان باشد. هر زیرمجموعه از I یک ائتلاف محسوب می‌شود. تابع مشخصه (تابع ارزش[۱])، تابع حقیقی v تعریف شده بر روی هر ائتلاف است؛ به‌طوری‌که:

$$v(\emptyset) = 0 \qquad (۷)$$

خروجی این بازی به‌صورت زوج (CS, Y) نشان داده می‌شود که در آن $CS = \{k_1, k_2, \dots, k_D\}$ یک ساختار ائتلاف با D ائتلاف و Y بردار عایدی است که میزان عایدی اختصاص‌داده‌شده به بازیکن iام را در ائتلاف jام در قالب مؤلفه y_i^j نشان می‌دهد. نمادهای استفاده‌شده در مدل‌سازی بازی در جدول ۱، معرفی شده‌اند.

جدول ۱. نمادگذاری

مجموعه‌ها		
$I = \{1, 2, \dots, n\}$	بازیکنان	
$J = \{1, 2, \dots, m\}$	ائتلاف‌های ممکن	
پارامترها		نوع
v_j	عایدی (ارزش) کل ائتلاف k_j	عدد حقیقی
D	حداکثر تعداد ائتلاف مجاز در یک ساختار ائتلاف	عدد صحیح
U	حداکثر تعداد بازیکن مجاز در هر ائتلاف	عدد صحیح
F	حداکثر تعداد ائتلافی که بازیکن می‌تواند در آن مشارکت کند	عدد صحیح
$\beta_i^j = \begin{cases} 1; & \text{اگر بازیکن } i \text{ عضو ائتلاف } k_j \text{ باشد} \\ 0; & \text{اگر بازیکن } i \text{ عضو ائتلاف } k_j \text{ نباشد} \end{cases}$	عضویت یا عدم‌عضویت یک بازیکن در ائتلاف	صفر و یک
متغیر تصمیم		نوع
$x_j = \begin{cases} 1; & \text{اگر ائتلاف } k_j \text{ شکل بگیرد} \\ 0; & \text{اگر ائتلاف } k_j \text{ شکل نگیرد} \end{cases}$	شکل‌گیری یا عدم‌شکل‌گیری یک ائتلاف	صفر و یک

۱. Worth function; value function

y_i^j	عایدی (ارزش) اختصاص داده شده به بازیکن i در ائتلاف k_j	پیوسته

مدل ریاضی: در این بخش، مسئله ایجاد ساختار ائتلاف پایدار و حداکثرکننده رفاه جمعی در قالب مدل برنامه‌ریزی عدد صحیح مختلط فرموله شده است. در این مدل برای پایدارکردن ساختار هر ائتلاف و به‌تبع آن ساختار ائتلاف ایجادشده، قاعده توزیع هسته به‌کار رفته است. مدل ریاضی ارائه شده به شرح زیر است:

$$Max\, Z_0 = \sum_{i\in k_j} y_i^j \quad \forall j \in J \tag{۸}$$

$s.t$:

$$\sum_{j\in J} \beta_i^j . x_j = 1 \qquad \forall\, i \in I \tag{۹}$$

$$\sum_{i\in I} \beta_i^j . y_i^j = v_j . x_j \qquad \forall\, j \in J \tag{۱۰}$$

$$\sum_{i\in I} \beta_i^{j'} . y_i^j \geq v_{j'} . x_j \qquad \forall\, j, j' \in J,\ \ k_{j'} \subseteq k_j \tag{۱۱}$$

$$x_j . \sum_{i\in I} \beta_i^j \leq U \qquad \forall\, j \in J \tag{۱۲}$$

$$y_i^j \geq 0 \quad \forall\, i \in I, \forall\, j \in J \tag{۱۳}$$

$$x_j \in \{0,1\} \quad \forall\ j \in J \tag{۱۴}$$

تابع هدف (رابطه ۸): طبق تابع هدف مدل، مجموع عایدی تخصیص‌داده‌شده به بازیکنان در ساختار ائتلاف تعیین‌شده یا به‌بیان‌دیگر رفاه جمعی ساختار ائتلاف حداکثر می‌شود.

محدودیت اول (رابطه ۹): مسئله ایجاد ساختار ائتلاف بهینه با رویکرد کلاسیک شبیه یک مسئله «افراز مجموعه»[۱] است [۱۷، ۲۵، ۲۹، ۳۳، ۴۴] که طبق آن هر بازیکن تنها اجازه پیوستن به یک ائتلاف را دارد. بر اساس این محدودیت، تنها x_j مربوط به یکی از ائتلاف‌هایی که بازیکن i متعلق به آن است، می‌تواند مقدار یک را اتخاذ کند. علاوه بر این، ایجاد ساختار ائتلاف همپوشان نیز به مانند مسئله «پوشش مجموعه»[۲] است. در یک ساختار ائتلاف همپوشان امکان عضویت یک بازیکن در بیش از یک ائتلاف و به‌تبع آن استفاده کارآمدتر از منابع در اختیار او با مشارکت

۱. Set partitioning
۲. Set covering

در حوزه‌های مختلف فراهم می‌شود. برای اینکه خروجی مدل ساختار ائتلافی هم‌پوشان باشد، کافی است معادله ۹ را به نامعادله زیر تبدیل کرد:

$$1 \le \sum_{j \in J} \beta_i^j . x_j \le F, \quad \forall i \in I \qquad (۱۵)$$

طبق این محدودیت، بازیکن i باید حداقل جزو یک و حداکثر F ائتلاف در یک ساختار ائتلاف باشد.

محدودیت دوم (رابطه ۱۰): این محدودیت که مرتبط با توزیع عایدی ائتلاف بر مبنای معیار پایداری است، بر اساس شرط کارایی در توزیع عایدی به شیوه مفهوم پاسخ هسته نوشته شده است. طبق این شرط توزیع کارای عایدی در یک ائتلاف زمانی رخ می‌دهد که مجموع عایدی تخصیص‌داده‌شده به اعضای یک ائتلاف دقیقاً برابر با ارزش بهینه موردانتظار آن ائتلاف، یعنی v_j باشد. این قید متضمن برقراری هر دو قید شدنی‌بودن[۱] (مجموع عایدی که نصیب یک ائتلاف می‌شود نمی‌تواند چیزی بیشتر از ارزش حاصل برای کل آن ائتلاف باشد) و بهینگی پاره‌تو[۲] (آنچه اعضای شرکت‌کننده در ائتلاف کسب می‌کنند، حداقل به بزرگی عایدی حاصل برای آن ائتلاف به‌عنوان یک کل است) است. طبق این شرط اگر ائتلاف j تشکیل شود ($x_j = 1$)، کل مقدار v_j بین اعضای ائتلاف j توزیع خواهد شد.

محدودیت سوم (رابطه ۱۱): این محدودیت نیز مانند محدودیت دوم مرتبط با توزیع پایدار عایدی ائتلاف است و شرط عقلانیت در توزیع عایدی بر اساس مفهوم پاسخ هسته را نشان می‌دهد. همان‌طور که قبلاً اشاره شد در یک ائتلاف مفروض مانند j، زمانی ماندن در ائتلاف برای هر زیرمجموعه j' از ائتلاف j عقلایی است که با جداشدن از j و تشکیل ائتلافی جداگانه قادر به کسب عایدی بیشتر نباشند. این شرط برای مجموعه‌های تک‌عضوی j «شرط عقلانیت فردی»[۳] نامیده می‌شود [۱۲] و نشان‌دهنده این است که عایدی تخصیص‌داده‌شده به هر یک از بازیکنان در ائتلاف مربوطه باید حداقل به بزرگی تنهایی عمل‌کردن آن‌ها باشد. حال طبق محدودیت سوم، شرط عقلانیت برای تک‌تک ائتلاف‌های ممکن در ساختار ائتلاف تعیین می‌شود؛ یعنی به‌ازای هر j (ائتلاف ممکن) درصورتی‌که $x_j = 1$ باشد، در این صورت برای پایدارماندن آن ائتلاف باید شرط عقلانیت به‌ازای تمامی زیرمجموعه‌های j (j'ها) برقرار باشد. به‌بیان‌دیگر محدودیت سوم به این اشاره دارد که در ساختار ائتلاف نتیجه‌شده هیچ زیرمجموعه‌ای از هیچ‌یک از ائتلاف‌ها وجود ندارد که با تخطی از ائتلاف مربوطه و تشکیل ائتلافی جدید منتفع شود.

---

۱. Feasibility
۲. Pareto optimal
۳. Individual rationality

محدودیت چهارم (رابطه ۱۲): ازآنجاکه با افزایش تعداد افراد حاضر در ائتلاف، هزینه‌های لازم به‌منظور ایجاد هماهنگی و ارتباطات و نیز حل تعارض میان افراد افزایش می‌یابد و به‌تبع آن مدیریت آن دشوارتر می‌شود، برای مدیریت بهتر ائتلاف و تحلیل تأثیر تعداد افراد حاضر بر رفاه جمعی ساختار ائتلاف بهینه، محدودیت حداکثر تعداد افراد مجاز در ائتلاف در قالب رابطه ۱۲، وارد مدل شده است.

محدودیت‌های پنجم و ششم (رابطه ۱۳ و ۱۴): رابطه ۱۳، قید علامتی است که نشان می‌دهد عایدی بازیکنان نمی‌تواند مقداری منفی باشد. رابطه ۱۴ نیز نشان‌دهنده این است که متغیر مربوط به تشکیل یا عدم تشکیل یک ائتلاف از نوع صفر و یک است.

۴. تحلیل داده‌ها و یافته‌های پژوهش

در این بخش مدل و عملکرد آن در یافتن ساختار ائتلاف حداکثرکننده رفاه جمعی و پایدار با ارائه مثالی عددی تشریح و تحلیل می‌شود.

مثال عددی: بازی تابع مشخصه زیر با ۴ بازیکن را در نظر بگیرید. مقادیر عایدی اختصاص‌یافته به هر ائتلاف در جدول ۲، نشان‌دهنده سود حاصل از همکاری میان اعضای آن ائتلاف است. همان‌طور که قبلاً اشاره شد، این مقادیر جزو ورودی‌های مدل محسوب می‌شوند و در اینجا به نحوه همکاری اعضای هر ائتلاف برای حداکثرکردن عایدی آن ائتلاف اشاره‌ای نمی‌شود و مقادیر ارائه‌شده در جدول به‌عنوان مقدار بهینه عایدی ناشی از همکاری اعضای هر ائتلاف محسوب می‌شوند. این مقدار می‌تواند ناظر به حوزه واقعی به‌کارگیری مدل، به شیوه‌ای خاص محاسبه شود.

جدول ۲. عایدی حاصل برای هر ائتلاف

j	ائتلاف (k_j)	v_j
۱	$k_1 = \{۱\}$	$v_1 = v_{\{1\}} = ۵۰$
۲	$k_2 = \{۲\}$	$v_2 = v_{\{2\}} = ۴۵$
۳	$k_3 = \{۳\}$	$v_3 = v_{\{3\}} = ۶۰$
۴	$k_4 = \{۴\}$	$v_4 = v_{\{4\}} = ۵۵$
۵	$k_5 = \{۱, ۲\}$	$v_5 = v_{\{1,2\}} = ۱۰۰$
۶	$k_6 = \{۱, ۳\}$	$v_6 = v_{\{1,3\}} = ۱۱۰$
۷	$k_7 = \{۱, ۴\}$	$v_7 = v_{\{1,4\}} = ۱۱۵$
۸	$k_8 = \{۲, ۳\}$	$v_8 = v_{\{2,3\}} = ۱۱۰$
۹	$k_9 = \{۲, ۴\}$	$v_9 = v_{\{2,4\}} = ۹۵$
۱۰	$k_{10} = \{۳, ۴\}$	$v_{10} = v_{\{3,4\}} = ۱۲۰$
۱۱	$k_{11} = \{۱, ۲, ۳\}$	$v_{11} = v_{\{1,2,3\}} = ۱۸۰$
۱۲	$k_{12} = \{۱, ۲, ۴\}$	$v_{12} = v_{\{1,2,4\}} = ۱۶۰$

۱۳	$k_{13} = \{۱, ۳, ۴\}$	$v_{13} = v_{\{1,3,4\}} =$۱۷۰
۱۴	$k_{14} = \{۲, ۳, ۴\}$	$v_{14} = v_{\{2,3,4\}} =$۱۷۰
۱۵	$k_{15} = \{۱, ۲, ۳, ۴\}$	$v_{15} = v_{\{1,2,3,4\}} =$۲۰۰

تذکر: n بازیکن می‌توانند به $2^n - 1$ شیوه ائتلاف کنند؛ بنابراین در بازی با ۴ بازیکن امکان ایجاد $2^4 - 1 = 15$ ائتلاف وجود خواهد داشت.

ابتدا مدل بدون درنظرگرفتن محدودیت حداکثر تعداد افراد مجاز درون یک ائتلاف حل شده و سپس محدودیت اشاره‌شده اضافه می‌شود و اثر آن بر جواب بررسی و تحلیل خواهد شد.

مدل‌سازی مسئله بالا به‌صورت زیر خواهد بود:

$$Max\, Z = \sum_{i \in k_j} y_i^j \quad \forall j \in \{1, 2, 3, \dots, 15\} \qquad (۱۶)$$

$s.t$:

$$\sum_{j \in J} \beta_i^j . x_j = 1 \qquad \forall\, i \in \{1, 2, 3, 4\} \qquad (۱۷)$$

$$\sum_{i \in I} \beta_i^j . y_i^j = v_j . x_j \qquad \forall\, j \in \{1, 2, 3, \dots, 15\} \qquad (۱۸)$$

$$\sum_{i \in I} \beta_i^{j'} . y_i^j \geq v_{j'} . x_j \qquad \forall\, j, j' \in \{1, 2, 3, \dots, 15\},\ \ k_{j'} \subseteq k_j \qquad (۱۹)$$

$$y_i^j \geq 0 \quad \forall\, i \in \{1, 2, 3, 4\}, \forall\, j \in \{1, 2, 3, \dots, 15\} \qquad (۲۰)$$

$$x_j \in \{0, 1\} \quad \forall\ j \in \{1, 2, 3, \dots, 15\} \qquad (۲۱)$$

ازآنجاکه بازی بالا ۴ بازیکن دارد، مدل ارائه‌شده دارای ۱۵ ائتلاف و درنتیجه ۱۵ متغیر صفر و یک x_j و ۶۰ متغیر پیوسته y_i^j است. به‌علاوه مدل بالا دارای ۸۴ محدودیت کارکردی، شامل ۶۵ قید مرتبط با عقلانیت و ۱۵ قید مرتبط با کارایی توزیع عایدی ائتلاف به‌منظور پایدارکردن آن است. پس از حل مدل با نرم‌افزار گمز[۱] و روش CPLEX، خروجی (CS^*, Y^*) برای حالت غیرهم‌پوشان به‌صورت زیر به‌دست‌آمده است.

$$(CS^*, Y^*) = (\{k_4, k_{11}\} = \{\{4\}, \{1, 2, 3\}\}, y_4^4 = 55, y_1^{11} = 70, y_2^{11} = 45, y_3^{11} = 65)$$

عایدی حاصل برای کل ساختار ائتلاف نیز برابر است با:

$$Z_{CSG}{}^* = v(CS^*) = 235$$

۱. GAMS

طبق این شیوه از تقسیم، آنچه هر یک از بازیکن با همکاری یکدیگر در قالب ائتلاف کسب می‌کند حداقل به بزرگی عایدی حاصل از تنهایی عمل‌کردن آن‌ها و یا تشکیل ائتلافی جدید با بازیکنان درون این ائتلاف است. در ادامه این مورد بررسی می‌شود.

طبق روابط زیر شیوه توزیع عایدی میان چهار بازیکن به‌گونه‌ای است که هیچ‌یک انگیزه‌ای برای خروج از آن و تنهایی عمل‌کردن نخواهند داشت.

$$y_1^{11} = 70 > y_1^1 = 50;\ y_2^{11} = y_2^2 = 45;\ \ y_3^{11} = 65 > y_3^3 = 60; y_4^4 = 55$$

طبق روابط زیر تخطی‌ها در قالب گروه‌های دو نفره از ائتلاف k_{11} منتفی می‌گردد.

$$y_1^{11} + y_2^{11} = 115 > v_{\{1,2\}} = 100$$
$$y_1^{11} + y_3^{11} = 135 > v_{\{1,3\}} = 110$$
$$y_2^{11} + y_3^{11} = v_{\{2,3\}} = 110$$

با فرض اینکه به‌منظور استفاده کاراتر از توانایی‌ها و منابع دردسترس بازیکنان امکان حضور هر بازیکن در بیش از یک ائتلاف، برای مثال تا ۲ ائتلاف فراهم شود، در این صورت محدودیت زیر جایگزین محدودیت اول می‌شود:

$$1 \le \sum_{j \in J} \beta_i^j . x_j \le 2 \qquad \forall\, i \in \{1,2,3,4\} \qquad (۲۲)$$

نتایج حاصل از حل مدل به شرح زیر خواهد بود:

$$(OCS^*, Y^*) = (\{k_7, k_{11}, k_{14}\} = \{\{1,4\},\{1,2,3\},\{2,3,4\}\}, y_1^7 = 60, y_4^7 = 55, y_1^{11} = 70, y_2^{11} = 45, y_3^{11} = 65, y_2^{14} = 50, y_3^{14} = 60, y_4^{14} = 60)$$
$$Z_{OCSG}{}^* = v(OCS^*) = 465$$

حال محدودیت حداکثر تعداد بازیکن مجاز در یک ائتلاف (محدودیت ۱۲) و نیز حداکثر ائتلاف موجود در یک ساختار ائتلاف (محدودیت ۱۳) به مدل اضافه شده و تأثیر مقادیر مختلف پارامترهای U و D بر رفاه جمعی ساختار ائتلاف هم‌پوشان و غیرهم‌پوشان در جدول ۳، نشان داده شده است.

جدول ۳. رفاه جمعی ساختار ائتلاف بهینه و نرخ رشد رفاه جمعی به‌ازای مقادیر مختلف تعداد بازیکن مجاز در یک ائتلاف

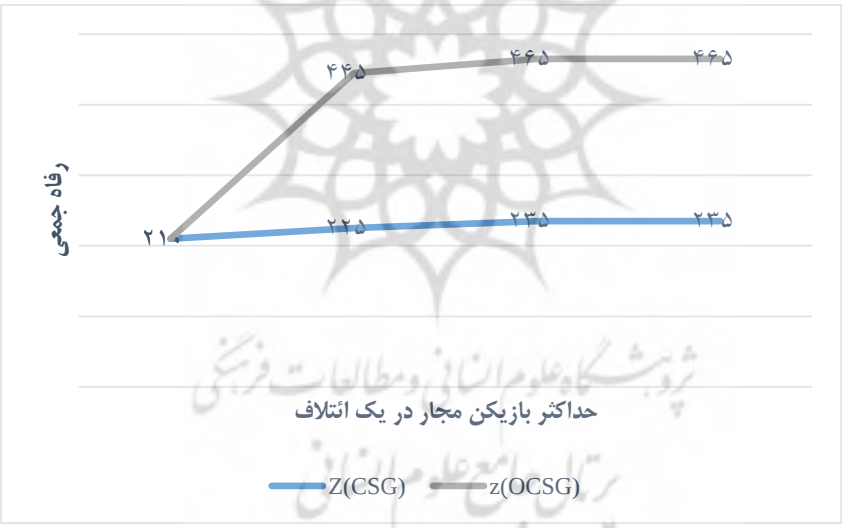
حداکثر بازیکن مجاز در ائتلاف (U)	$Z_{CSG}{}^*$	$Z_{OCSG}{}^*$	نرخ رشد $Z_{CSG}{}^*$	نرخ رشد $Z_{OCSG}{}^*$
۱	۲۱۰	۲۱۰	-	-

۲	۲۲۵	۴۴۵	۷/۱۴	۱۱۱/۹۰
۳	۲۳۵	۴۶۵	۴/۴۴	۴/۴۴
۴	۲۳۵	۴۶۵	۰/۰۰	۰/۰۰

جدول ۴. ساختار ائتلاف‌های بهینه به‌ازای مقادیر مختلف تعداد بازیکن مجاز در یک ائتلاف

حداکثر بازیکن مجاز در ائتلاف (U)	CS^*	OCS^*
۱	{{1},{2},{3},{4}}	{{1},{2},{3},{4}}
۲	{{1,4},{2,3}}	{{1,2},{1,4},{2,3},{3,4}}
۳	{{1,2,3},{4}}	$\{\{1,4\},\{1,2,3\},\{2,3,4\}\}$
۴	{{1,2,3},{4}}	$\{\{1,4\},\{1,2,3\},\{2,3,4\}\}$

طبق جدول ۳، با افزایش تعداد بازیکنان مجاز در یک ائتلاف، مقدار بهینه رفاه جمعی چه در ساختار ائتلاف کلاسیک و چه ساختار ائتلاف هم‌پوشان افزایش می‌یابد. این روند اکیداً صعودی تا $U = 3$ برقرار است؛ اما با تغییر این مقدار از ۳ به ۴، میزان رفاه جمعی ساختار ائتلاف بهینه مشخص‌شده تغییر نمی‌کند. این موضوع در نمودار ۲، نیز قابل‌مشاهده است؛ درنتیجه طبق بازی یادشده تا رسیدن به $U = 3$، هر چه امکان مشارکت تعداد بیشتری بازیکن در یک ائتلاف داده شود، عایدی حاصل افزایش می‌یابد و همواره یک ائتلاف دارای حداکثر تعداد بازیکن مجاز در ساختار ائتلاف بهینه تعیین شده وجود دارد (جدول ۴).



نمودار ۲. روند تغییر رفاه جمعی ساختار ائتلاف با تغییر حداکثر بازیکن مجاز در یک ائتلاف

با توجه به نتایج به‌دست‌آمده ذکر چندین نکته حائز اهمیت است: نخست اینکه عدم‌افزایش رفاه جمعی ساختار ائتلاف با تغییر U از ۳ به ۴ و ثابت‌ماندن این مقدار نشان‌دهنده فراجمع‌پذیر

نبودن بازی ائتلافی یادشده است؛ زیرا در یک بازی همکارانه فراجمع‌پذیر مانند $G(N,v)$ برای هر جفت ائتلاف متمایز $C,D \subseteq N$ قاعده $v_{CUD} \geq v_C + v_D$ برقرار است و به این معنا است که به‌هم‌پیوستن دو گروه از بازیکنان همواره سودمند است؛ درنتیجه خروجی بهینه در این بازی همواره تشکیل ائتلاف عظیم است؛ اما در دنیای واقع مواردی همچون نبود اعتماد بین تمامی بازیکنان و یا وجود تعارض میان آن‌ها مانع از همکاری تمامی آن‌ها با هم در قالب ائتلاف عظیم می‌شود. درصورتی‌که اگر در این بازی ائتلاف عظیم بین بازیکنان رخ دهد، رفاه جمعی آن برابر با $v_{\{1,2,3,4\}} = 200 < Z_{CSG}{}^{*} = 235$ خواهد بود که برای توزیع این مقدار عایدی بر اساس مفهوم پاسخ هسته میان اعضا، باید دستگاه زیر حل شود (طبق دو شرط کارایی و عقلانیت):

$$\sum_{i=1}^{4} y_i^{15} = v_{15} \qquad (۲۳)$$

$$\sum_{i \in k_{j'}} y_i^{15} \geq v_{j'} \qquad \forall\, j' \in \{1,2,3,\dots,15\},\ \ k_{j'} \subseteq k_{15} \qquad (۲۴)$$

اما در بازی ذکرشده مجموعه هسته برای ائتلاف عظیم تهی است؛ به این معنا که هیچ شیوه‌ای برای توزیع عایدی بر اساس مفهوم پاسخ هسته و پایدارکردن ائتلاف عظیم در بازی بالا وجود ندارد و عایدی ائتلاف عظیم به هر نحوی که میان اعضا آن توزیع شود باز هم انگیزه تخطی از ائتلاف برای برخی اعضا وجود خواهد داشت.

نکته قابل‌توجه دیگر در رابطه با نرخ رشد رفاه جمعی با افزایش تعداد بازیکنان یک ائتلاف است. طبق جدول ۳، با اینکه رفاه جمعی با افزایش U در حال افزایش است، اما نرخ رشد آن حالت نزولی دارد. به این معنا که با افزایش حد بالای مجاز برای تعداد افراد داخل یک ائتلاف، رفاه جمعی ساختار ائتلاف‌های به‌دست‌آمده با شیب کاهنده افزایش می‌یابد؛ بنابراین افزایشی که در عایدی به‌دست‌آمده با تغییر U از ۱ به ۲ ایجاد می‌شود، بیشتر از افزایشی است که با تغییر U از ۲ به ۳ ایجاد می‌شود. ازآنجاکه با افزایش تعداد افراد هزینه ارتباطات و هماهنگی ائتلاف افزایش می‌یابد، باید به هنگام افزایش تعداد افراد بررسی کرد که آیا عایدی افزوده‌شده قادر به پوشش‌دادن پیچیدگی‌های مدیریت ائتلاف بزرگ خواهد بود یا خیر؟

۵. نتیجه‌گیری و پیشنهادها

پس از مطالعه جامع پژوهش‌های صورت‌گرفته در حوزه تشکیل ائتلاف و شناخت دو رویکرد عمده پژوهشی موجود شامل رویکرد الگوریتمیک با تمرکز بر چگونگی تفکیک بازیکنان در قالب ائتلاف‌های مختلف با هدف حداکثرکردن مجموع عایدی حاصل برای ساختار ائتلاف ایجادشده و نیز رویکرد نظریه بازی‌های همکارانه با تأکید بر نحوه توزیع عایدی حاصل از همکاری بر مبنای معیارهایی چون عدالت و پایداری، در پژوهش حاضر مدلی ریاضی برای دستیابی به ساختار

ائتلافی که هم‌زمان هم رفاه جمعی را حداکثر کند و هم معیار پایداری را در توزیع عایدی در نظر بگیرد، ارائه شده است.

کاربرد و اجرای مدل ارائه‌شده در هر حوزه‌ای که همکاری میان افراد به بهبود رفاه جمعی (افزایش سود، کاهش هزینه) منجر شود، امکان‌پذیر است. از جمله کاربردهای آن می‌توان به حوزه‌هایی چون حمل‌ونقل، مدیریت موجودی (استفاده از سیستم سفارش دهی مشترک) و حوزه‌های مختلف سرمایه‌گذاری اشاره کرد. نوآوری اصلی پژوهش حاضر مدل ریاضی ارائه‌شده در آن است که علاوه بر قاعده‌مندکردن فرایند تشکیل ائتلاف و توزیع عایدی حاصل از آن، زمینه را برای توسعه روش‌های حل موجود در حوزه تحقیق در عملیات و استفاده کاراتر از آن در حوزه‌های کاربردی موجود فراهم می‌کند. مسئله ایجاد ساختار ائتلاف بهینه دارای پیچیدگی نمایی نسبت به اندازه ورودی مسئله (تعداد بازیکنان) است؛ یعنی تعداد ائتلاف‌هایی که برای ایجاد یک ساختار ائتلاف بهینه باید بررسی شود با افزایش تعداد بازیکنان به‌طور نمایی افزایش می‌یابد و این امر به این منجر می‌شود که تعداد محدودیت‌های مدل نیز با افزایش تعداد بازیکنان به‌طور نمایی افزایش یابد. در این میان بخش اصلی رشد تعداد محدودیت‌ها به‌واسطه افزایش محدودیت‌های مربوط به رعایت شرط عقلانیت در توزیع عایدی است. این مسئله محدودیتی برای کارایی استفاده از برنامه‌ریزی عدد صحیح در حل مسئله یادشده محسوب می‌شود و می‌توان غلبه بر آن را به‌عنوان ایده‌ای برای پژوهش‌های آتی در این زمینه در نظر گرفت. علاوه بر این، پیش‌فرض اساسی رویکردهای پژوهشی سابق معین‌بودن ارزش ائتلاف‌های موجود است؛ درحالی‌که در دنیای واقع این پیش‌فرض عقلایی نیست و ارزش تمامی ائتلاف‌ها را نمی‌توان با قطعیت تعیین کرد. این امر به ورود بحث عدم‌قطعیت در فضای تشکیل ائتلاف منجر می‌شود. از جمله منابع عدم‌قطعیت در حوزه تشکیل ائتلاف می‌توان به مواردی چون عدم‌اطمینان فرد نسبت به توانایی سایر افراد شرکت‌کننده در ائتلاف مربوطه، عدم‌اطمینان در منابع دردسترس، عدم قطعیت در میزان اشتیاق و تمایل شرکای مختلف حاضر در ائتلاف به‌منظور استفاده از مهارت‌ها و منابع دردسترس خود و نیز امکان ایجاد موانع و شکست‌های پیش‌بینی‌نشده در جریان تشکیل ائتلاف اشاره کرد؛ بنابراین واردکردن عدم‌قطعیت در ارزش ائتلاف نیز می‌تواند به‌عنوان پیشنهادی برای پژوهش‌های آتی در نظر گرفته شود. به‌عنوان پیشنهاد آخر برای پژوهش‌های آتی مرتبط با این حوزه می‌توان به واردکردن بحث ریسک‌گریزی افراد در موقعیت تصمیم‌گیری اشاره کرد. بدین‌صورت که خروجی مدل ارائه‌شده برای توزیع عایدی بدون درنظرگرفتن عدم-قطعیت در شرایط تصمیم‌گیری و درنتیجه ریسک خنثی درنظرگرفتن فرد تصمیم‌گیرنده برای مشارکت در ائتلاف است. درصورتی‌که در دنیای واقعی افراد هر یک دارای درجه‌ای از ریسک-گریزی به هنگام تصمیم‌گیری هستند؛ بنابراین می‌توان پایداری ائتلاف را با توجه به نوع فرد

شرکت‌کننده در ائتلاف به لحاظ شدت ریسک‌گریزی و درنتیجه میزان مطلوبیت عایدی حاصل برای وی بررسی کرد.

منابع

1. Alberola, J. M., Del Val, E., Costa, A., Novais, P., & Julian, V. (2018). A genetic algorithm for group formation in elderly communities. *AI Communications, 31(5),* 409–425.
2. Amoozad Mahdiraji, H., Jafarnezhad, A., Mohaghar, A., Moddares Yazdi, M. (2013). Coalition or independence? Determining the appropriate decision for different levels of three- tier supply chain. *Journal of Industrial Management Perspective, 3(9),* 9-34. (In Persian)
3. Ansink, E., Weikard, H. P., & Withagen, C. (2019). International environmental agreements with support. *Journal of Environmental Economics and Management, 97,* 241–252.
4. Aumann, R. J., & Dreze, J. H. (1974). Cooperative games with coalition structures. *International Journal of Game Theory, 3(4),* 217–237.
5. Aumann, R. J., & Myerson, R. B. (2003). Endogenous formation of links between players and of coalitions: An application of the Shapley value. *In Networks and Groups, Springer,* 207-220.
6. Aziz, H., & De Keijzer, B. (2011). Complexity of coalition structure generation. *In 10th International Conference on Autonomous Agents and Multiagent Systems, 1,* 191–197.
7. Bartholdi, J., & Kemahlioglu-Ziya, E. (2005). Using Shapley value to allocate savings in a supply chain. *In Supply chain optimization, Springer,* 169-208.
8. Bitar, E. Y., Baeyens, E., Khargonekar, P., Poolla, K., & Varaiya, P. (2012). Optimal sharing of quantity risk for a coalition of wind power producers facing nodal prices. *IEEE American Control Conference,* 4438–4445.
9. Björklund, A., Husfeldt, T., Koivisto, M., Lin, F., Xu, L., & Zhang, P. (2009). Set partitioning via inclusion- exclusion. *SIAM Journal on Computing, 39(2),* 546–563.
10. Chalkiadakis, G., & Boutilier, C. (2012). Sequentially optimal repeated coalition formation under uncertainty, Autonomous Agents and Multi-Agent Systems, *24(3),* 441–484.
11. Chalkiadakis, G., Elkind, E., Markakis, E., Polukarov, M., & Jennings, N. R. (2010). Cooperative games with overlapping coalitions. *Journal of Artificial Intelligence Research, 39,* 179–216.
12. Chalkiadakis, G., Elkind, E., & Wooldridge, M. (2011). Computational aspects of cooperative game theory. *Synthesis Lectures on Artificial Intelligence and Machine Learning, 5(6),* 1–168.

13. Chalkiadakis, G., Greco, G., & Markakis, E. (2016). Characteristic function games with restricted agent interactions: Core-stability and coalition structures. *Artificial Intelligence, 232,* 76–113.
14. Cruz, F., Espinosa, A., Moure, J. C., Cerquides, J., Rodriguez-Aguilar, J. A., Svensson, K., & Ramchurn, S. D. (2017). Coalition structure generation problems: optimization and parallelization of the IDP algorithm in multicore systems. *Concurrency and Computation: Practice and Experience, 29(5),* e3969.
15. Dang, V. D., & Jennings, N. R. (2006). Coalition structure generation in task-based settings. *In Proceedings of 17th European Conference on Artificial Intelligence, 141,* 210–214.
16. Dicheva, D., & Dochev, D. (2010). Artificial intelligence: methodology, systems, and applications. *Springer.*
17. Di Mauro, N., Basile, T. M., Ferilli, S., & Esposito, F. (2010). Coalition structure generation with GRASP. *In International Conference on Artificial Intelligence: Methodology, Systems, and Applications,* 111–120.
18. Drechsel, J., & Kimms, A. (2010). Computing core allocations in cooperative games with an application to cooperative procurement. *International Journal of Production Economics, 128(1),* 310–321.
19. Elkind, E., Rahwan, T., Jennings, N. R. (2013). *Computational coalition formation. Multiagent systems.* MIT press, 329–380.
20. Farinelli, A., Bicego, M., Bistaffa, F., & Ramchurn, S. D. (2017). A hierarchical clustering approach to large- scale near-optimal coalition formation with quality guarantees. *Engineering Applications of Artificial Intelligence, 59,* 170–185.
21. Farinelli, A., Bicego, M., Ramchurn, S., & Zucchelli, M. (2013). C-Link: A hierarchical clustering approach to large-scale near-optimal coalition formation. *In 23th International Joint Conference on Artificial Intelligence,* 106–112.
22. Frisk, M., Göthe-Lundgren, M., Jörnsten, K., & Rönnqvist, M., (2010). Cost allocation in collaborative forest transportation. *European Journal of Operational Research, 205(2),* 448–458.
23. Gamson, W. A. (1964). Experimental studies of coalition formation. *Advances in Experimental Social Psychology, 1,* 81–110.
24. Gao, J., Yang, X., & Liu, D. (2017). Uncertain shapley value of coalitional game with application to supply chain alliance. *Applied Soft Computing, 56,* 551-556.
25. Guajardo, M., Rönnqvist, M., Flisberg, P., & Frisk, M. (2018). Collaborative transportation with overlapping coalitions. *European Journal of Operational Research, 271(1),* 238–249.
26. Han, Z., & Poor, H.V. (2009). Coalition games with cooperative transmission: a cure for the curse of boundary nodes in selfish packet-forwarding wireless networks. *IEEE Transactions on Communications, 57(1),* 203–213.
27. Jonnalagadda, A., & Kuppusamy, L. (2018). A cooperative game framework for detecting overlapping communities in social networks. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications, 491,* 498–515.
28. Khalilzadeh, J., & Wang, Y. (2018). The economics of attitudes: A different approach to utility functions of players in tourism marketing coalitional networks. *Tourism Management, 65,* 14–25.
29. Lamarche-Perrin, R., Demazeau, Y., & Vincent, J. M. (2014). A generic algorithmic framework to solve special versions of the set partitioning problem. *In the 26th International Conference on Tools with Artificial Intelligence,* 891–897.

30. Li, C., Sycara, K., & Scheller-Wolf, A. (2010). Combinatorial Coalition Formation for multi-item group-buying with heterogeneous customers. *Decision Support Systems, 49(1),* 1–13.
31. Liao, S. S., Zhang, J.D., Lau, R., & Wu, T. (2014). Coalition formation based on marginal contributions and the Markov process. *Decision Support Systems, 57,* 355–363.
32. Lozano, S., Moreno, P., Adenso-Díaz, B., & Algaba, E. (2013). Cooperative game theory approach to allocating benefits of horizontal cooperation. *European Journal of Operational Research, 229(2),* 444–452.
33. Michalak, T. P., Rahwan, T., Elkind, E., Wooldridge, M., & Jennings, N. R. (2016). A hybrid exact algorithm for complete set partitioning. *Artificial Intelligence, 230,* 14–50.
34. Michalak, T. P., Sroka, J., Rahwan, T., Wooldridge, M., McBurney, P., & Jennings, N. R. (2010). A distributed algorithm for anytime coalition structure generation. *In Proceedings of the 9th International Conference on Autonomous Agents and Multiagent Systems, 1,* 1007–1014.
35. Nomoto, K., Sakurai, Y., & Yokoo, M. (2017). Coalition structure generation utilizing graphical representation of partition function games. *In Proceedings of the 31th AAAI Conference on Artificial Intelligence.*
36. Rahwan, T., & Jennings, N. R. (2007). An algorithm for distributing coalitional value calculations among cooperating agents. *Artificial Intelligence, 171(8–9),* 535–567.
37. Rahwan, T., & Jennings, N. R. (2008). An improved dynamic programming algorithm for coalition structure generation. *In Proceedings of the 7th international joint conference on Autonomous agents and multiagent systems, 3,* 1417–1420.
38. Rahwan, T., Michalak, T., & Jennings, N. R. (2011). Minimum search to establish worst-case guarantees in coalition structure generation. *In 22th International Joint Conference on Artificial Intelligence*, 338–342.
39. Rahwan, T., Michalak, T. P., Wooldridge, M., & Jennings, N. R. (2012). Anytime coalition structure generation in multi-agent systems with positive or negative externalities. *Artificial Intelligence, 186,* 95–122.
40. Rahwan, T., Michalak, T. P., Wooldridge, M., & Jennings, N. R. (2015). Coalition structure generation: A survey. *Artificial Intelligence, 229,* 139–174.
41. Rahwan, T., Ramchurn, S. D., Dang, V. D., Giovannucci, A., & Jennings, N. R. (2007). Anytime optimal coalition struture generation. *In the Proceeding of 22th National Conference on Artificial Intelligence, 1184*–1190.
42. Rahwan, T., Ramchurn, S. D., Jennings, N. R., & Giovannucci, A. (2009). An anytime algorithm for optimal coalition structure generation. *Journal of Artificial Intelligence Research, 34,* 521–567.
43. Ramchurn, S.D., Polukarov, M., Farinelli, A., Truong, C., & Jennings, N.R. (2010). Coalition formation with spatial and temporal constraints. *In Proceedings of AAMAS,* 1181–1188.
44. Ramos, G. D., Rial, J. C. B., & Bazzan, A. L. (2013). Self-adapting coalition formation among electric vehicles in smart grids. *In the 7th International Conference on Self-Adaptive and Self-Organizing Systems,* 11–20.
45. Ray, D. (2007). A game-theoretic perspective on coalition formation. Oxford University Press.

46. Sabar, M., Montreuil, B., & Frayret, J. M. (2009). A multi-agent-based approach for personnel scheduling in assembly centers. *Engineering Applications of Artificial Intelligence, 22(7),* 1080–1088.
47. Sandholm, T., Larson, K., Andersson, M., Shehory, O., & Tohmé, F. (1999). Coalition structure generation with worst case guarantees. Artificial Intelligence, 111 (1), 209–238.
48. Schulz, A. S., & Uhan, N. A. (2013). Approximating the least core value and least core of cooperative games with supermodular costs. Discrete Optimization, 10 (2), 163–180.
49. Sen, S., & Dutta, P. S. (2000). Searching for optimal coalition structures. *In Proceedings of the 4th International Conference on Multi Agent Systems,* 287–292.
50. Service, T., & Adams, J. (2011). Randomized coalition structure generation. *Artificial Intelligence, 175 (16–17),* 2061–2074.
51. Shahriari Nia, A., Olfat, L., Amiri, M., Kazazi, A. (2020). A combined approach to develop a structural model of factors affecting cooperation in the supply chain of the home appliance industry. *Journal of Industrial Management Perspective, 10(1), 89-119. (In Persian)*
52. Sharma, S., & Singh, B. (2019). Overlapping coalition-based resource and power allocation for enhanced performance of underlaying D2D communication. *Arabian Journal for Science and Engineering, 44(3),* 2379–2388.
53. Shehory, O., & Kraus, S. (1998). Methods for task allocation via agent coalition formation. *Artificial Intelligence, 101(1–2),* 165–200.
54. Shoham, Y., & Leyton-Brown, K. (2008). *Multiagent systems: Algorithmic, game-theoretic, and logical foundations.* Cambridge University Press.
55. Sless, L., Hazon, N., Kraus, S., & Wooldridge, M. (2018). Forming k coalitions and facilitating relationships in social networks. *Artificial Intelligence, 259,* 217–245.
56. Taleizadeh, A., Samadi, R. (2015). Optimization of sale price and advertising cost in a two-level supply chain includes one manufacturer and two retailers. *Journal of Industrial Management Perspective, 5(2),* 107-127. (In Persian)
57. Ueda, S., Hasegawa, T., Hashimoto, N., Ohta, N., Iwasaki, A., & Yokoo, M. (2012). Handling negative value rules in MC-net-based coalition structure generation. *In Proceedings of the 11th International Conference on Autonomous Agents and Multiagent Systems, 12,* 795–804.
58. Ueda, S., Iwasaki, A., Conitzer, V., Ohta, N., Sakurai, Y., & Yokoo, M. (2018). Coalition structure generation in cooperative games with compact representations. *Autonomous Agents and Multi-Agent Systems, 32(4),* 503–533.
59. Von Neumann, J., & Morgenstern, O. (1944). *Theory of games and economic behavior.* Princeton University Press.
60. Xu, S., Xia, C., & Kwak, K. S. (2016). Overlapping coalition formation games based interference coordination for D2D underlaying LTE-A networks. *AEU - International Journal of Electronics and Communications, 70(2),* 204–209.
61. Yeh, D., & Yun Yeh, D. (1986). A dynamic programming approach to the complete set partitioning problem. *BIT Computer Science and Numerical Mathematics, 26(4),* 467–474.

Modeling the Optimal Coalition Structure Using the Core Solution Concept

Mohammadreza Mehregan[*], Ghahreman Abdoli[**], Elham Razghandi[***]

Abstract

Coalition formation is an important step towards developing the social welfare by improving the performance. This is pursued in two main research streams: (i) algorithmic approaches to achieve the optimal coalition structure and (ii) cooperative game theory to distribute the coalition payoff based on fairness and stability criteria. The aim of this paper is to integrate the strengths of the two approaches in order to achieve an optimal and stable coalition structure. The main innovation of the paper is using mathematical modeling to incorporates stability condition in a set partitioning problem through core solution concept to overcome decentralized procedures of coalition formation and payoff distribution. A numerical example is used to investigate the performance of overlapping and non-overlapping optimal coalition structure models. The results show that cooperation leads to improve social welfare. This improvement has an ascending trend with a decreasing slope and does not change after increasing the upper limit of players allowed to join the coalition to the certain extent. This is due to several reasons which prevent players to form grand coalition and suggests that, to form large coalitions, one should compare achieved gains with the managerial complexities and the increased costs of coordination and communication between players.

Keywords: Coalition; Optimal Coalition Structure; Stability; Core; Cooperative Game Theory; Overlapping Coalition Structure; Mathematical Modeling.

پرتال جامع علوم انسانی

Received: Sep. 07, 2020; Accepted: Oct. 28, 2020.

* Professor, University of Tehran (Corresponding Author).
Email: mehregan@ut.ac.ir
** Professor, University of Tehran
*** Ph.D Student, University of Tehran.