

شان هستی‌شناختی تابع موج

مریم انصاری بناب*

علیرضا منصورى**

چکیده

در فیزیک برای نمایش هستی‌شناسی نظریه‌ها از موجودات ریاضی استفاده می‌شود. اما تمایزی میان موجودات ریاضی و هستی‌مندهای فیزیکی که ریاضیات به آن‌ها ارجاع می‌دهد وجود دارد و نادیده گرفتن این تمایز منجر به نتایج عجیب و نادرستی می‌شود. مقاله حاضر به این مسئله می‌پردازد که در یک تفسیر رئالیستی تابع موج به مثابه یک موجود ریاضی، بازنمایی چه چیزی در واقعیت فیزیکی است. تأکید می‌شود که عدم تمایز تابع موج به مثابه موجودی ریاضی با حالت فیزیکی منجر به این نتیجه عجیب می‌شود که ابعاد فضای فیزیکی در تناظر مستقیم با ابعاد ریاضی است یا فضای پیکربندی یک فضای فیزیکی واقعی است. به علاوه این پیشنهاد ارائه می‌شود که برای درک شان هستی‌شناختی تابع موج نیازمند نظریه‌ای هستیم که بین هستارهای موضعی و حالت کوانتومی ارتباط برقرار کند.

کلیدواژه‌ها: تابع موج، واقع‌گرایی، رئالیسم علمی، هستارهای موضعی، فضای پیکربندی

* دانشجوی دکتری گروه فلسفه علم، دانشکده الهیات و علوم سیاسی، دانشگاه علوم و تحقیقات تهران، ایران،
ansariph93@gmail.com

** دانشیار گروه فلسفه علم و فناوری، پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی،
a_mansourius@yahoo.com

تاریخ دریافت: ۱۳۹۹/۰۱/۱۴، تاریخ پذیرش: ۱۳۹۹/۰۴/۱۳

۱. مقدمه

پس از شکل‌گیری و صورت‌بندی نظریه کوانتوم تا مدت‌ها تصور می‌شد که پرسش‌های هستی‌شناسانه در خصوص این نظریه پرسش‌هایی نادرست است. خصوصاً آرایه تعابیر رئالیستی ناممکن تلقی می‌شد. اما کارهای بوهم و بل تا حد زیادی این فضا را تغییر داد و مکانیک بوهمی و نظریه GRW و تعبیر چندجهانی با اتخاذ رویکردی رئالیستی آرایه شد. با وجود این هنوز پرسش‌های مهمی در این رابطه وجود دارد که ذهن فیزیکدانان بنیادی و فلاسفه فیزیک را همچنان به خود مشغول داشته است. برای نمونه این پرسش همچنان مطرح است که با در نظر گرفتن این نظریه‌ها کدام یک از عناصر آن‌ها را باید واقعی در نظر گرفت؟ هر کس تا حدی با مکانیک کوانتوم آشنایی داشته باشد می‌داند که «تابع موج» نقش اساسی و مهمی در این نظریه ایفا می‌کند. به رغم اهمیت و نقش کلیدی این عنصر در مکانیک کوانتومی شأن هستی‌شناختی آن همچنان مبهم است.

سال ۲۰۱۲ در مجله نیچر فیزیک پاسی و برت و رادولف در مقاله‌ای با عنوان «دربارۀ واقعیت حالت کوانتومی» قضیه‌ای آرایه کردند که به قضیه PBR شهرت یافت. ادعای آن‌ها این بود که مدل‌هایی که در آن حالت کوانتومی صرفاً بازنمایی اطلاعاتی درباره حالت فیزیکی سیستم در نظر گرفته شود منجر به پیش‌بینی‌هایی می‌شوند که در تعارض با نتایج نظریه کوانتوم است (Pussy et al, 2012, 475). حتی اگر با نتایج این قضیه موافق باشیم هنوز روشن نیست اگر بخواهیم حالت کوانتومی یا تابع موج را رئالیستی تعبیر کنیم معنای آن چیست. هدف اصلی این مقاله پرداختن به شأن هستی‌شناختی تابع موج است. پرسش از شأن هستی‌شناختی تابع موج را با پرسش از «چیستی»، با صورت‌بندی‌هایی به شکل «x چیستی؟» نباید خلط کرد. پاسخ معمول به پرسش‌هایی که به شکل دوم طرح می‌شود، معمولاً به لفاظی‌ها و تعاریف زبانی یا ذات‌گرایانه منتهی می‌شود که در نهایت به بی‌راهه می‌رود، در حالی که پرسش از شأن هستی‌شناختی تابع موج، نظریه‌ای هستی‌شناسانه درباره واقعیت تابع موج می‌طلبد و این نظریه‌های فلسفی و متافیزیکی هر کدام ممکن است به نظریه فیزیکی متفاوتی منجر شوند و به طور غیر مستقیم به آزمون تجربی گذاشته شوند، زیرا معمولاً وقتی نظریه فیزیکی‌ای از نظر تجربی رد می‌شود، متافیزیک‌های حمایت‌کننده آن‌ها نیز کنار گذاشته می‌شود (Agassi, 1964, 204-205).

نظریه هستی‌شناسانه‌ای که برای تابع موج آرایه می‌شود باید بتواند به مسائلی از این قبیل پاسخ دهد که آیا تابع موج موجودی ذهنی است یا واقعی؟ آیا می‌توان گفت تابع موج

صرفاً واجدِ عنصری معرفتی و ذهنی است؟ اگر تابع موج واقعی باشد، آیا از نوع واقعیتی انضمامی است یا از نوعی دیگر؟ آیا توصیف‌کننده اطلاعات ما از یک سیستم کوانتومی است؟ یا توصیف‌کننده یک واقعیت مستقل از مشاهده است؟

در واقع تعابیر مختلفی که از ساختار ریاضی نظریه کوانتومی ارائه شده است، هستی‌شناسی‌ها یا متافیزیک‌های مختلفی‌اند که پاسخهای متفاوتی به به مسائل فوق می‌دهند. در حال حاضر این قدر می‌دانیم که در مکانیک کوانتومی رایج تابع موج نمی‌تواند صرفاً نقش معرفتی داشته باشد، زیرا صرفاً معرفتی انگاشتن تابع موج متضمن قبول این امر است که در توصیف کمیت‌های فیزیکی چیزی دیگر، که در ادبیات رایج با عنوان «متغیرهای نهان» شناخته می‌شود، دخالت کند؛ در حالی که مکانیک کوانتومی رایج به شدت با وجود چنین متغیرهای نهانی مخالف است. با توجه به این‌که در مکانیک کوانتومی رایج نتایج اندازه‌گیری‌های کوانتومی رایج با کمک تابع موج بدست می‌آید و تابع موج هم بیان‌کننده مجموعه‌ای از روابط آماری میان کمیت‌های ماکروسکوپی معین است، می‌توان تلقی رایج از تابع موج را شبه‌قانونی (quasi-nomological) به شمار آورد.^۱

در روایتی هم که دور (Dur)، زنگی (Zanghi) و گلدشتاین (Goldstein) از مکانیک بوهمی عرضه می‌کنند، همانند تعابیر همدوسی‌زدا (Decoherence) و تاریخچه‌های سازگار (Consistent-histories)، تابع موج یا قانونی است یا شبه قانونی، با این تفاوت که در این نظریه‌ها تابع موج رفتار بخشی یا چیزی دیگر را هدایت می‌کند که از نظر فیزیکی انضمامی‌تر است. اما در روایت دیوید آلبرت (۱۹۹۶) از مکانیک بوهمی فضای پیکربندی است که یک فضای فیزیکی با ابعاد بالا محسوب می‌شود و تابع موج به مثابه یک میدان فیزیکی واقعی در این فضا در نظر گرفته می‌شود؛ بنابراین می‌توان گفت در این دیدگاه جهان متشکل از دو جوهر فیزیکی اساسی است: یکی تابع موجی که روی فضای پیکربندی تعریف شده است (با عنوان تابع موج جهانی) و دیگری ذره جهانی. داستان جهان هم بر اساس تغییر شکل تابع موج جهانی و تغییر مکان ذره جهانی و تحول دینامیکی معادله شرودینگر و شرط راهنما روایت می‌شود (Albert, 1996, p.278-9). تعبیر اورت نیز تابع موج را شبه مادی می‌داند؛ اطلاق شبه‌مادی از این جهت است که در این نظریه‌ها ارتباط میان تابع موج و واقعیت مادی معمول که با آن آشنا هستیم واضح نیست.

در نظریه GRW (گیراردی، ریمینی و وبر ۱۹۸۶) که «جایگزینی خودبخودی پیوسته» (continuous spontaneous localization) (گیراردی، پرل، ریمینی ۱۹۹۰) نیز تابع موج تنها

جوهر فیزیکی اصلی جهان است و هر چه را رخ می‌توان می‌توان با تغییر شکل این تابع موج و معادله دینامیکی حاکم بر آن توضیح داد. زیرا در نظریه اطلاعات کوانتومی تابع موج شبه‌ذهنی (Quasi- subjective) در نظر گرفته می‌شود—از این جهت می‌گوییم «شبه‌ذهنی» که در آراء طرفداران این نظریه منظور از «ذهنی‌بودن» دقیقاً روشن نیست!

چنان‌که پوپر بارها تأکید کرده است، مفاهیم مهم نیستند، بلکه نظریه‌ها مهم‌اند و مفاهیم ابزاری در خدمت نظریه‌ها محسوب می‌شوند (Popper 1963, 18-20). در این‌جا نیز می‌تواند دید که تعابیر مختلفی که از نظریه کوانتوم ارابه می‌شود، هستی‌شناسی متفاوتی را از تابع موج برای ما ترسیم می‌کند.. (Goldstein Zanghi 2013, 108)

هدف مقاله حاضر که سعی دارد در مسیری رئالیستی پیش رود این است که تا جای ممکن مشخص کند اتخاذ رویکرد رئالیستی در خصوص تابع موج با چه مشکلاتی روبروست و به طور مشخص نشان دهد نمی‌توان آن‌چنانکه دیوید آلبرت می‌گوید ماهیت هستی‌شناختی تابع موج را می‌توان مستقیماً از ساختار ریاضی مکانیک کوانتوم نتیجه گرفت. مقاله حاضر بیشتر جانب رویکردی را می‌گیرد که رایئه یک تعبیر رئالیستی از مکانیک کوانتوم را مستلزم در نظر گرفتن مقوله هستی‌شناسانه بنیادی و جدیدی می‌داند. تلاش می‌شود تا حد امکان مشخص شود این مقوله هستی‌شناسانه جدید باید دارای چه ویژگی‌هایی باشد. .

۲. نگاهی تاریخی به نسبت واقعیت و ساختار ریاضی

نمونه‌های تاریخی متعددی وجود دارد که نشان می‌دهد پل زدن از ریاضیات به واقعیت فیزیکی چندان سر راست و ساده نیست. برای مثال تلاش‌های فوریه در بسط ترمودینامیک به جای طرح مسئله در خصوص ماهیت گرما و رایئه نظریه‌ای درباره ساختار آن، جستجوی معادله دیفرانسیلی برای انتقال گرما بر اساس توزیع دما بود. او معادله‌ای مشابه معادله پیوستگی که اوایل برای یک سیال در مکانیک به دست آورده بود برای جریان گرما پیشنهاد کرد. اما این معادله دینامیکی گرما چنان‌که گفته شد کاری با ماهیت گرما نداشت. درباره ساختار گرما یکی نظریه کالریک بود که گرما را سیالی فرض می‌کرد از ذراتی به نام «کالریک». این نظریه سؤالاتی را ایجاد می‌کرد، مانند این که اگر گرما نوعی سیال است آیا سرما هم نوع دیگری از سیال است، یا اینکه سرما فقدان کالری است؟ در مقابل نظریه کالری، نظریه جنبشی گرما بود که گرما را حرکت میکروسکوپی اتمها و مولکولها

می‌دانست که با کارهای رامفورد و ژول و تامسون و ماکسول منجر به این دیدگاه شد که گرما نوعی انرژی است^۱. مطابق نظریهٔ اخیر، سرما چیزی نیست جز درجات آزادی پایین برای حرکت ذرات. به این ترتیب پاسخ به یک مسأله بنیادی در هستی‌شناختی می‌تواند با طرح مسائلی جدید برنامه پژوهشی جدیدی در فیزیک ایجاد کند.

نکته‌ای که در مثال فوق باید در نظر داشت این است که دو نظریه رقیب گرما را در مقولات از قبل موجود قرار دادند: گرما و حرکت. اما در برخی موارد با وضعیتی مواجه می‌شویم که برای حل مسائل پیش رو نیازمند مقولات و مفاهیم جدیدی هستیم. برای مثال نظریه الکترومغناطیس منجر به معرفی مفهوم میدان و نظریه‌ای دربارهٔ میدان شد. فارادی برای توضیح پدیده‌های الکتریکی و مغناطیسی خطوطی در فضای اطراف اجسام باردار یا مغناطیده در نظر می‌گرفت که به اعتقاد او نمایش نیروهای الکتریکی یا مغناطیسی بود. او در برابر این پرسش که آیا فضای اطراف این اجسام، فضایی شامل یک موجود فیزیکی است یا خیر، معتقد بود که محمل یا محیط حامل این خطوط را باید واقعی در نظر گرفت، نه صرفاً ریاضیاتی. او همچنین آنها را با خطوط نیروی گرانشی مقایسه کرد که از سوی خورشید به زمین ساطع و باعث درخشندگی یا گرمادهی می‌شوند.

در اینجا نیز فرض اینکه خطوط نیروی الکتریکی یا مغناطیسی فراتر از موجودی ریاضی، واقعی فیزیکی نیز دارند، مسائل جدیدی قابل طرح است: آیا این خطوط چیزی مانند اتر الکترومغناطیسی هستند که در دسته بندی ماده قرار می‌گیرند؟ یا اینکه آیا این خطوط مسیر برخی ذرات است؟ یا اینکه آیا این خطوط ناحیه‌ای است که زنجیره‌ای از مولکولهای قطبی در آن ناحیه به خط شده اند؟ یا اصلاً چیز دیگری است؟

درست مشابه حالتی که جزئیات معادله فوریه برای گرما نمی‌تواند طبیعت بنیادی آن را مشخص کند، در اینجا هم معادلاتی که میدان الکترومغناطیسی را توصیف می‌کند نمی‌تواند طبیعت بنیادی آن را مشخص کند، بلکه هر پیشنهادی منجر به مجموعه‌ای مجزا از سوالات بیشتر و آزمایش‌های بعدی می‌شود. مثلاً اگر خطوط نیرو را مسیرهای ذرات در نظر بگیریم، می‌توان پرسید جرم و سرعت آنها چقدر است؟ یا اگر خطوط نیرو را به خط شدن مولکولهای دو قطبی تلقی کنیم، این پرسش پیش می‌آید که قدرت قطبیدگی آنها چقدر است؟ یا اگر اتری هست، می‌شود پرسید خواص مکانیکی آن چیست؟ هر یک از این پرسش‌ها برنامه‌های پژوهشی جدیدی ایجاد می‌کند که تلاش برای پاسخ به آنها ممکن است نظریه‌ای جدید بیانجامد.

مثال خطوط نیروی الکترومغناطیسی نتیجه آموزنده ای دارد؛ پیشنهادات داده شده برای این خطوط در دسته بندی مقوله‌های فیزیکی از قبل موجود قرار می‌گیرند، در حالیکه در پایان طبیعت خطوط نیروی الکترومغناطیسی با وارد کردن یک نوع جدید از هستومند فیزیکی تعیین شده است: میدان. معرفی میدان منجر به طرح این مسئله می‌شود که چه نظریه هستی‌شناسانه‌ای می‌توان برای میدان ارایه داد، یعنی میدان به چه نوع یا دسته‌ای از موجودات (Being) تعلق دارد؟

امروزه ما با مفهوم میدان آشنا هستیم و صریحاً پاسخ می‌دهیم ضرورتی ندارد که میدان الکترومغناطیسی در یک طرح هستی‌شناختی از قبل موجود قرار بگیرد و این قدم اول برای شناخت و فهم میدان الکترومغناطیسی و خطوط فارادی است. منابعی که بتوانیم مفهوم میدان را در مورد میدان الکترومغناطیسی بفهمیم مختلف است. در قدم اول با نمایش ریاضی میدان شروع می‌کنیم؛ نمایش ریاضی می‌تواند شکل‌های مختلفی به خود بگیرد: یک جفت از میدانهای برداری، یک تانسور منفرد، یا مانند فارادی یک مجموعه خطوط در فضا. نمی‌توان مستقیماً از نمایش ریاضیاتی، ویژگی‌های فیزیکی یک هستومند فیزیکی را نتیجه گرفت. مثلاً فارادی نمی‌گفت خطوط ریاضیاتی که نیوتن برای نمایش نیروی گرانشی بین اجسام استفاده می‌کرد نمایش خطوط فیزیکی یا مستقل نیرو باشد بلکه تنها خطوط ایده‌آلی هستند که نمایش دهنده جهتی است که نیرو خارج می‌شود.

بنابراین می‌توان گفت فارادی شکاف میان استفاده از یک موجود ریاضیاتی در نظریه و وجود یک هستومند فیزیکی را که به طریقی با آن موجود ریاضیاتی نمایش داده شده مطابقت می‌کند، تشخیص داد و به این نتیجه رسید که تنها تحت شرایطی می‌توان از نمایش ریاضیاتی فراتر رفت و وجود هستومندی فیزیکی را در هستی‌شناسی فرض کرد. با توجه به آن چه گفته شد یک ایده یا مفهوم فیزیکی ممکن است نمایش‌های ریاضی مختلفی داشته باشد و این طور نیست که همه این نمایش‌ها را بتوان متناظر با واقعیت دانست زیرا هستی‌شناسی‌های متفاوتی را نتیجه می‌دهند که باهم قابل جمع نیستند، بنابراین در این زمینه باید محتاط بود. همچنین از یک فرمالیسم ریاضی ممکن است تعبیر هستی‌شناسانه متفاوتی ارایه شود و نمی‌توان از فرمالیسم الزاماً تعبیر خاصی را نتیجه گرفت.

ما از ریاضیات به مثابه ابزار برای نمایش و صورت‌بندی نظریه‌ها استفاده می‌کنیم؛ به عبارتی ریاضیات در اینجا به مثابه یک تکنولوژی به‌کار گرفته می‌شود؛ یک تکنولوژی برای بازنمایی نظریه. این کارکرد ریاضیات امر سر راستی نیست و ممکن است انواع ابزارهای

ریاضی را بتوان برای نمایش به کار گرفت. ارزیابی اینکه این که کدام یک ابزار مناسب‌تری است تا بتوان از آن صورت‌بندی و نمایش نتایجی برای واقعیت فیزیکی استخراج کرد نیازمند سعی و خطاست. همان‌طور که لاکاتوش در اثر خود اثبات و ابطال‌ها توضیح می‌دهد بین صورت‌بندی صوری و ریاضیاتی از مفاهیم غیر صوری رابطه‌ای دوسویه برقرار است. این رابطه دوسویه یا تعامل دیالکتیکی نشان می‌دهد که رابطه نمایش ریاضی یک نظریه و واقعیت سر راست نیست و انتخاب صورت‌بندی مناسب برای نظریه و استنتاج واقعیت فیزیکی در فرایند حدس و ابطال و اصلاح صورت می‌گیرد. برای مثال مطابق به طور متعارف فضای اقلیدسی سه بعدی یک فضای هندسی است و R^3 (مجموعه سه تایی‌های مرتب) نیز یک فضای استعاری است. درست است که دومی را می‌توان به عنوان نمایش ریاضی اولی به کار برد، اما کسی نمی‌تواند بگوید فضایی واقعی‌ای که در آن زندگی می‌کنیم شامل سه‌تایی‌هایی از اعداد حقیقی است. (Maudlin, 2014, 8).

۳. نسبت هستی‌شناسی و نمایش ریاضی در نظریه کوانتوم

در نظریه کوانتومی نیز باید این آموزه روش‌شناختی را به کار بست و بین نمایش ریاضیاتی و هستومند فیزیکی تمایز قائل شد. همان‌طور که فارادی میان خطوط فیزیکی و خطوط ایده آل صرفاً ریاضی تمایزی در نظر گرفت و از این طریق نتایج هستی‌شناختی گرفت در نظریه کوانتومی نیز باید این تمایز میان هستومندهای فیزیکی و ریاضیاتی را محترم داشت، زیرا ریاضیات صرفاً ابزاری برای نمایش و توصیف واقعیت فیزیکی است، نه خود آن.

در خصوص "شأن هستی‌شناختی تابع موج" نیز این نکته حائز اهمیت است که تابع موج در وهله اول یک "تابع" است و «تابع» موجودی ریاضی است؛ این تابع در فرمالیسم ریاضی مکانیک کوانتومی غیرنسبیتی وجود دارد؛ روی فضای پیکربندی تعریف می‌شود و دامنه آن اعداد مختلط است؛ دینامیک نظریه کوانتومی، یعنی معادله شرودینگر، توصیفی است از تحول چنین موجود ریاضی. به این ترتیب، اگر تابع موج موجودی ریاضی باشد، سؤال از شأن هستی‌شناختی آن بی‌نفسه و لزوماً ربطی به واقعیت فیزیکی ندارد. برای ایجاد ارتباط با واقعیت فیزیکی با این مسئله اصلی روبه‌رو هستیم که این موجود ریاضی در تناظر یا تطابق با چه هستومند فیزیکی است و این تطابق را باید چگونه تفسیر کرد؟

به این نکته باید توجه کرد که در مقولات هستی‌شناسانه معمول و رایج خود هستومندی متناظر با تابع موج سراغ نداریم، و به همین دلیل اغلب اوقات تعبیر "تابع موج

سیستم' را به کار می‌بریم که گمراه کننده است. در این مقاله به اقتضای مادلین از لفظ 'حالت کوانتومی' (Quantum state) برای ارجاع به این هستومند فیزیکی استفاده می‌کنیم و مسئله این است که شأن هستی‌شناختی این "حالت کوانتومی" را روشن کنیم. با توجه به این که تابع موج نمایش ریاضیاتی "حالت کوانتومی" است، یکی از اصلی‌ترین مسائل پیش‌رو مشخص کردن نوع این نمایش است.

ساده ترین حالت ممکن برای این نمایش رابطه یک به یک (One to one relation) است؛ به این معنی که هر عنصر ریاضی یک امکان فیزیکی مشخص و منحصر به فردی را نمایش دهد. یا به عبارت دیگر هر امکان فیزیکی دقیقاً با یک موجود ریاضیاتی نمایش داده می‌شود (Maudlin 2013, 129:4). آلبرت در مقاله "متافیزیک بنیادی کوانتوم" همین رویکرد را در پیش می‌گیرد. او متناظر با هر نمایش ریاضی واقعی فیزیکی در نظر می‌گیرد، و در نتیجه تابع موج را نمایش نوعی میدان به شمار می‌آورد. از آن‌جا که هر میدان را می‌توان با دو عدد (یکی دامنه و دیگری فاز) در جهانی که میدان در آن وجود دارد مشخص کرد، پس به اعتقاد آلبرت می‌توان گفت هر تابع موجی با دامنه و فازی در فضای پیکربندی مشخص می‌شود. در واقع ادعای او این است که مقادیر دامنه و فاز خصوصیت ذاتی نقاطی در فضای پیکربندی هستند و اینکه انتگرال توان دوم دامنه تابع موج روی کل فضای پیکربندی یک می‌شود یک قانون فیزیکی یا شرط اولیه است (Albert 1996, p.278). بل قبلاً به ایده واقعیت تابع موج اشاره کرده بود و در عین حال تذکر داده بود که اگر تابع موج را صرفاً دامنه احتمال ندانیم و برای آن واقعیاتی قائل شویم باید توجه داشته باشیم که این موجود (میدان) نه در فضای سه بعدی، بلکه در فضای ۳N بعدی منتشر می‌شود (Bell, 1987, p.128, 204).

اما چنین ایده‌ای (یعنی فرض وجود چنین رابطه یک به یکی بین فرمالیسم و واقعیت فیزیکی) نتیجه‌اش این است که هر تفاوت در نمایش ریاضیاتی به معنی تفاوت در اعداد مختلط منتسب به آن نقطه در فضای پیکربندی تلقی شود که ناگزیر به معنای تفاوت در خواص فیزیکی ذاتی آن نقطه است. با این اوصاف باید بپذیریم که متناظر با همه این اعداد مختلط متفاوت حالت‌های کوانتومی مجزای فراوانی وجود داشته باشد، در حالی که چنین چیزی در مکانیک کوانتوم استاندارد که حالت کوانتومی با برداری در فضای هیلبرت نمایش داده می‌شود، قابل قبول نیست. (Maudlin 2013, 129). زیرا اگر رویکرد آلبرت را بپذیریم، نتیجه‌اش این است که به عنوان مثال اگر به فاز تابع موج ریاضیاتی مقداری ثابت اضافه کنیم،

این تغییر ریاضیاتی به معنی پیدایش حالت کوانتومی جدیدی باشد، در حالی که بر اساس مکانیک کوانتوم استاندارد این نمایش ریاضیاتی جدید، متناظر با همان تابع حالت قبلی است و حالت کوانتومی جدیدی را مشخص نمی‌کند. به عبارتی، آلبرت متناظر با هر تغییر فازی در نمایش ریاضیاتی، درجات آزادی فیزیکی مشاهده‌ناپذیر جدیدی در نظر می‌گیرد. همچنین آلبرت (Albert 1996, p.278) این واقعیت را که انتگرال مربع دامنه تابع موج جهانی (یعنی تابع موجی که روی فضای پیکربندی تعریف می‌شود) بر روی کل فضای پیکربندی برابر یک است، یک قانون فیزیکی یا یک شرط اولیه محسوب می‌کند. به ترتیب او نه تنها فاز بلکه قدرمطلق دامنه تابع موج را متناظر با عنصری از واقعیت فیزیکی حالت کوانتومی می‌داند. به عبارتی اصل فیزیکی جدیدی را فرض می‌کند، در حالی که در چارچوب استاندارد تنها برای بردارهای بهنجار (normalized) استفاده می‌شود.

علاوه بر اینها بحث برانگیزترین مسئله‌ای که آلبرت بیان می‌کند این است که او فضای ریاضیاتی را که تابع موج در آن تعریف شده است نمایش یک فضای فیزیکی بنیادی می‌داند. به این معنی که این نمایش ریاضیاتی دقیقاً نمایش یک فضای فیزیکی با ابعاد بالا است و به زعم او فضا - زمان با ابعاد پایین که در زندگی روزمره از آن صحبت می‌کنیم یک "توهم" است (Albert 1996, p.277). شاید واقعیت‌های کوانتومی مانند درهم‌تنیدگی و جدایی‌ناپذیری را بتوان به نوعی مقوم چنین رویکردی دانست زیرا در این واقعیت‌ها خواص فیزیکی N ذره درهم‌تنیده را نمی‌توان جمع خواص N زیرسیستم در فضای سه بعدی در نظر گرفت. با این حال در این جا با این مسئله (که آن را «مسئله ادراک» نامیده‌اند) مواجه می‌شویم که این «توهم» چگونه ایجاد می‌شود؟ یک پیشنهاد این بوده است که این توهم را نوعی تصویر سه‌بعدی از تابع موج در فضای N بعدی تلقی کنیم (Lewis, 2004, 717-719). اما این پیشنهاد خوبی به نظر نمی‌رسد زیرا با این مشکل مواجه است که این تصویر مستلزم یک وجود یک مختصات ارجح است که یک تصویر به دست دهد. (Gao, 2017 p.72)

پیشنهاد بعدی که از جانب خود آلبرت ارایه شد این است که زبان معمول چند ذره‌ای در فضای سه بعدی به نحوی مبتنی بر زبان بنیادی فضای پیکربندی فیزیکی و واقعی است و می‌توان با استفاده از دینامیک نظریه کوانتوم توضیح داد که به رغم اینکه فضای فیزیکی واقعی فضای پیکربندی است، چگونه ما به غلط تصور می‌کنیم یک فضای سه بعدی است. می‌توان توضیح او را به این شکل خلاصه کرد: فرض کنید یک تک ذره جهانی در فضای

پیکربندی کلاسیکی N بعدی شناور است این ذره جهانی با یک هامیلتونی آزاد هدایت می‌شود که مسیر آن یک خط مستقیم در فضای پیکربندی است و سرعت حرکت آن نیز ثابت است. به اعتقاد آلبرت توهم فضایی با ابعاد پایین برای ما احتمالاً باید ناشی از وجود چیزی غیر از هامیلتونی آزاد باشد - یعنی وجود یک مؤلفه برهم‌کنشی اضافه در هامیلتونی است که به صورت یک انرژی پتانسیل وابسته مختصه مکانی در هامیلتونی ذره ظاهر می‌شود. این مؤلفه اضافه می‌تواند نقش فیزیکی معناداری ایفا کند؛ وجود این مؤلفه اضافی در هامیلتونی باعث می‌شود که فضای فیزیکی سه بعدی به نظر برسد. (Albert 1996, p 280) او تلاش می‌کند که این هامیلتونی را تعیین کند و آنچه در تعیین این هامیلتونی برای او مهم است این است که بتوان نمود دنیای سه بعدی معمولی را از آن استخراج کرد. در واقع از نظر آلبرت اگر ساکنان فضای پیکربندی خیلی از نزدیک امور را مشاهده نکنند، آنها را کلاسیکی می‌بینند، زیرا در تقریب‌های روزمره تحول تابع موج در فضای پیکربندی در مکانیک کوانتوم با تحول یک نقطه در فضای پیکربندی کلاسیکی مطابقت دارد. بنابراین با این‌که تابع موج واقعیت دارد و جهان $3N$ بعدی است، بر ما به صورت سه‌بعدی ظاهر می‌شود.

اما راه حل آلبرت، چنان‌که لوئیس می‌گوید، نه ممکن است و نه لازم (Lewis, 2004): از این جهت ممکن نیست که قوانین دینامیکی در فضای پیکربندی $3N$ بعدی ناوردا نیست، در حالی که تحت تبدیلات مختصات فضای سه بعدی ناورداست. این نشان می‌دهد که فضای پیکربندی دارای ساختاری سه بعدی است. به عبارت دیگر گرچه تابع موج تابعی است با $3N$ پارامتر مستقل ولی این ویژگی‌های تبدیلی که ذکر آن رفت مستلزم این است که این پارامترها تنها به سه جهت مختلف فضایی ارجاع دهند. لذا در فضای سه بعدی هامیلتونی تحت هر مختصاتی یک شکل دارد و بنابراین انتخابی وجود ندارد که بگوییم انتخابی ساده‌تر است. راه حل آلبرت ضروری و لازم هم نیست، زیرا این نتیجه اینکه مختصات سه‌تایی دسته‌بندی شوند به صورت طبیعی در ساختار فضای پیکربندی تعبیه شده است و نیاز نیست بگوییم که سه‌بعدی دیدن محصول فرایندی است مبتنی بر سادگی دینامیکی.

مسئله دیگری که واقعی در نظر گرفتن فضای پیکربندی $3N$ بعدی دارد این است که این فضا ظرفیت لازم برای نمایش ویژگی‌هایی مانند بار و جرم را به نحوی متمایز برای ذرات یک سیستم چند ذره‌ای ندارد. اگر سیستم فیزیکی مورد نظر ما شامل دو ذره باشد به

جرم‌های m_1 و m_2 ، نمایش این سیستم دو ذره‌ای در فضای پیکربندی ۶ بعدی یک نقطه است. در فضای سه بعدی این دو ذره با دو نقطه مجزا نمایش داده می‌شوند و نسبت دادن جرم m_1 و m_2 به آن‌ها مشکلی ایجاد نمی‌کند، در حالی که در فضای ۶ بعدی نمی‌توانیم مستقیماً به یک نقطه دو جرم نسبت دهیم. این امر نشان می‌دهد که این فضای انتزاعی را نمی‌توان واقعی در نظر گرفت مگر این‌که بگوییم هر گروه‌بندی سه‌تایی آن متناظر با نمایش ذره در یک فضای سه‌بعدی معمول است. (Gao, 2017, p.76-77)

یک مسئله دیگر این است که با واقعی دانستن تابع موج یا حالت کوانتومی با آن دست به گریبانیم نحوه ارتباط این موجود با تجربه است. همان‌طور که مادلین می‌گوید حالت کوانتومی را نمی‌توان در شمار مشاهده‌پذیرهای اولیه نظریه آورد، زیرا حالت کوانتومی را نمی‌توان مستقیماً مشاهده یا تجربه کرد. آنچه قابل مشاهده است چیزی است که با استفاده از نمایش ریاضی تحول حالت کوانتومی در فضای پیکربندی پیش‌بینی می‌شود. در مکانیک کلاسیک تحول یک سیستم با پیکربندی و مشتقات اولیه آن و مجموعه‌ای از مشخصه‌های فیزیکی دیگری چون جرم و بار که آن‌ها را حالت کلاسیکی می‌نامیم مشخص می‌شود. بنابراین در مکانیک کلاسیک دینامیک سیستم را می‌توان با تابعی در فضای فاز آن سیستم نشان داد. به این ترتیب اگر حالت کلاسیکی را با یک تابع اسکالر در فضای فاز نمایش دهیم در آن صورت این تابع اسکالر می‌تواند تعیین‌کننده یک میدان سرعت در فضای فاز باشد. در واقع در مکانیک کلاسیک این تابع اسکالر تابع هامیلتونی است: هر تابع هامیلتونی تعریف شده بر روی فضای فاز یک سیستم باعث ایجاد میدان برداری هامیلتونی و جریان هامیلتونی می‌شود که تحول سیستم در زمان را نشان می‌دهد. ایده کلی وجود چنین تابعی قابل درک است، اگرچه ممکن است ریاضیات آن پیچیده باشد. تابع هامیلتونی تمام حقایق مربوط به دینامیک سیستم را در خود دارد و مکان و تکانه ذرات را ذخیره می‌کند، بنابراین با مشخص کردن مکان و تکانه برای سیستم مسیری که توسط مسیر در فضای فاز نمایش داده می‌شود، مشخص می‌شود

در مکانیک کوانتومی نیز با در نظر گرفتن پیکربندی در زمان حال به‌مراه برخی ویژگی‌های فیزیکی دیگر تحول سیستم معین می‌شود؛ مجموعه‌ای از ویژگی‌های فیزیکی اضافی یک میدان برداری را روی فضای پیکربندی مشخص می‌کنند. راحت‌ترین روش برای نشان دادن یک میدان برداری بر روی فضای ریاضیاتی قرار دادن یک میدان اسکالر بر روی فضا و گرفتن گرادیان است. پس ساده‌ترین نمایش ریاضی‌ای که برای حالت

کوانتومی می توان پیشنهاد کرد یک میدان برداری است که روی فضای پیکربندی تعریف می شود؛ چنین میدانی هم معمولاً با گرادیان یک تابع اسکالر روی آن فضا مشخص می شود. بنابراین اگر «حالت کوانتومی» تنها هستومند فیزیکی ای است که تحول پیکربندی یک سیستم را معین می کند می توان انتظار داشت که یک تابع اسکالر روی فضای پیکربندی یک سیستم بتواند نمایش ریاضیاتی مناسبی برای حالت کوانتومی باشد.

همانطور که در مکانیک کلاسیک نمایش واقعت فیزیکی سیستم با تابع هامیلتونی روی فضای فاز چیزی درباره طبیعت متافیزیکی آن واقعت فیزیکی نمی گوید و تنها نسخه ای کلی به دست می دهد که بر اساس آن، با کمک مکان و تکانه و سایر ویژگی های فیزیکی مربوطه بتوانیم نحوه تحول سیستم را مشخص کنیم. به همین ترتیب می توان گفت نمایش حالت کوانتومی با یک میدان اسکالر روی فضای پیکربندی چیزی بیش از این نمی گوید که دینامیک نظریه، یعنی معادله شرودینگر که معادله ای درجه اول بر حسب زمان است، تنها نمایشی از تحول حالت کوانتومی به دست می دهد و بس، و چیزی بیش از این درباره هستی شناسی حالت کوانتومی نمی گوید. همچنین از این که درجات آزادی میدان برداری ای که برای نمایش ریاضیاتی حالت کوانتومی استفاده می شود پیمانانه ای است نمی توان نتیجه گرفت که درجات آزادی فیزیکی حالت کوانتومی نیز لزوماً متناظر با آن باشد. زیرا مثلاً روشن است که اگر از یک تابع اسکالر گرادیان بگیریم تا میدانی برداری بدست آید، با اضافه کردن یک میدان اسکالر ثابت، میدان برداری تغییری نمی کند و چنین افزودنی تنها یک تغییر پیمانانه است.

آن چه گفته شد را می توان به این شکل جمع بندی کرد که فرمالیسم ریاضی می تواند راهنمایی برای شناخت ساختار فیزیکی باشد، ولی این امری سراسر است و ساده نیست، و در این راهنمایی گرفتن باید محتاط بود؛ زیرا چگونگی استفاده از نمایش ریاضی و قراردادهایی که با استفاده از موجودات جبری و ریاضی برای نمایش هستومندهای فیزیکی به کار گرفته می شود اهمیت دارد؛ در یک نمایش ریاضیاتی ممکن است از قراردادها یا عملیات جبری ای استفاده شود که استنتاج مستقیم هستی شناسانه از آن ها برای یک هستومند فیزیکی درست نباشد.

۴. نسبت هستی‌شناسی تابع موج و نمایش ریاضی

آنچه در خصوص نسبت هستی‌شناسی و ریاضیات در مکانیک کوانتوم گفته شد، به طور مشخص دربارهٔ تابع موج نیز می‌توان گفت. هر تابع موجی با دامنه و فاز در فضای پیکربندی مشخص می‌شود. در نمایش ریاضی تابع موج فاکتور فاز به صورت $e^{i\theta}$ است؛ حال اگر فاز تابع موج را با افزودن مقداری ثابت تغییر دهیم باعث تغییر در نمایش ریاضی تابع موج شده‌ایم و قاعدتاً مطابق دیدگاه آلبرت باید بگوییم که حالت کوانتومی جدیدی را به نمایش گذارده‌ایم، در حالی که هر مکانیک کوانتوم استاندارد بر این امر تاکید دارد که این نمایش ریاضیاتی جدید، همان تابع حالت قبلی را نمایش می‌دهد. در دیدگاه استاندارد حالت کوانتومی از طریق اپراتورها با پدیده‌های مشاهده‌پذیر و شواهد تجربی پیوند برقرار می‌کند و این ارتباط و پیوند از طریق اندازه‌گیری است. در این طرح تابع موج به همراه اپراتورها برای بدست آوردن احتمالات نتایج ممکن مختلف اندازه‌گیری استفاده می‌شود و از نظر ریاضی تغییر فاز کل تابع موج، احتمالات را تغییر نمی‌دهد؛ بنابراین اگر نتایج قابل آزمون تجربی نظریه به وسیله این احتمالات بررسی شود، هر تغییر فیزیکی متناظر با تغییر فاز کلی (اگر اصلاً وجود داشته باشد) کاملاً مشاهده‌ناپذیر است. پس به صورت خلاصه و صریح می‌توان گفت آنچه در مکانیک کوانتومی مشاهده‌پذیر یا دقیقتر قابل آزمون تجربی است احتمالات است و تغییر فاز کلی تابع موج منجر به تغییری در احتمالات قابل اندازه‌گیری نمی‌شود. بنابراین در عین حال که تغییر فاز کل که به نوعی تغییری در نمایش ریاضیاتی محسوب می‌شود، ولی در نظر گرفتن یک حالت جدید کوانتومی ادعایی قابل آزمون تجربی نیست. این وضعیت مختص مکانیک کوانتومی استاندارد نیست؛ در نظریه GRW و مکانیک بوهمی هم تغییر فاز کلی (Global phase) تابع موج منجر به تغییراتی در پیش‌بینی‌های تجربی نمی‌شود بنابراین از دیدگاه تجربی تغییرات کلی فاکتور فاز تابع موج امکان‌های فیزیکی متفاوت و در نتیجه حالت‌های کوانتومی متفاوتی را نشان نمی‌دهد.

مشاهده‌ناپذیری فاز کلی باعث بوجود آمدن سوال دیگری می‌شود اول اینکه چرا اصلاً فاز کلی باید نمایش یک درجه آزادی فیزیکی واقعی در نظر گرفته شود. در واقع چنین درجه آزادی فیزیکی مشاهده‌ناپذیر را می‌توان حذف کرد و هستی‌شناسی نظریه را تقلیل داد و در عین حال همان نتایج تجربی را حفظ کرد. اما اگر بخواهیم فاز کلی را کلاً حذف کنیم این کار را چگونه انجام دهیم که نظریهٔ جدید از نظر تجربی با نظریهٔ قدیمی مطابقت داشته

باشد؟ برای این کار دو راه حل وجود دارد که یکی از آنها سطحی و بدیهی (trivial) است و دیگری عمیق و سخت.

در روش اول اصلاً روی ابزار ریاضی تغییری انجام نمی‌دهیم: می‌دانیم که حالت کوانتومی $|\psi\rangle$ توسط یک بردار در فضای هیلبرت نمایش داده می‌شود. آنچه در این نمایش مهم است جهت بردار است و طول این بردار اهمیتی ندارد. زیرا اگر بردار را در یک عدد مختلط اختیاری مانند c ضرب کنیم حالت نتیجه شده همان حالت قبلی اصلی است و در واقع می‌توان گفت که حالت‌های کوانتومی در فضای هیلبرت با جهات (Rayes) مشخص می‌شوند، نه بردارها. البته در این روش هنوز حالت‌های کوانتومی با بردارهایی در فضای هیلبرت نمایش داده می‌شوند، اما یک اصل موضوعه به فرمالیسم ریاضی وارد می‌شود دایر بر اینکه بردارهای متعلق به یک جهت حالت‌های کوانتومی یکسانی را نمایش می‌دهند. در واقع در این رویکرد شأن ریاضیات چنان است که تغییری نکنند و تنها تعبیر فیزیکی (Physical significance) آن تغییر می‌کند.

با این حال اتخاذ این موضع که تمام توابع موجی که جهت یکسانی دارند در فضای هیلبرت نمایش‌دهنده حالت‌های فیزیکی یکسانی اند قیودی را به ریاضیات تحمیل می‌کند. بخصوص دینامیک نظریه نیز باید واجد این ویژگی باشد که تابع موج مربوط به جهت، بعد از گذشت زمانی مشخص، به تابع موجی در یک جهت مشخص دیگر تحول یابد؛ اگر این‌طور نباشد، و توابع موجی که دارای جهت یکسان اند به توابع موجی تحول یابند که مربوط به جهت‌های مختلفی باشند، در این صورت دیگر حالات فیزیکی‌ای نمی‌توان به آن جهات نسبت داد. خطی بودن دینامیک (معادله شرودینگر) که به جای جهت بر حسب بردار بیان می‌شود این خصوصیت را تضمین می‌کند.

بنابراین یک شرط ضروری داریم دایر بر این که برخی ویژگی‌های نمایش ریاضی صرفاً درجه آزادی پیمانه‌ای اند و متناظر با هیچ ویژگی فیزیکی‌ای نیستند. اگر می‌شد این شرط لازم را به صورت شرط کافی نیز داشته باشیم، آن‌گاه می‌شد با تحلیل ریاضیاتی محض بین درجات آزادی پیمانه‌ای و ساختارهای ریاضیاتی که نمایش ویژگی‌های فیزیکی واقعی‌اند، تمایز گذاشت. اما مسئله به این سادگی نیست، چون ممکن است فضای حالت ریاضی را به کلاس‌های هم‌ارزی دسته‌بندی کرد که هر عضو یک کلاس هم‌ارزی با دینامیکی تحول یابد که عضوی از یک کلاس هم‌ارزی دیگر شود؛ این در حالیست که اعضاء هر یک از کلاس‌های هم‌ارزی امکان‌های فیزیکی متفاوتی را نمایش می‌دهند. این کار را هم

نمی‌خواهیم بکنیم که همه فضای ریاضی را متعلق به یک کلاس هم‌ارزی تلقی کنیم؛ درست است که در این صورت شرط لازم احراز می‌شود، ولی نمی‌خواهیم به این نتیجه منتهی شود که فقط یک حالت فیزیکی ممکن وجود دارد. ما مجدداً به موضوع تمایز در نظر گرفتن بین آن قسمت از ریاضیات که نمایش ویژگی‌های فیزیکی است، و قسمتی که نیست، بازمی‌گردیم.

روش دوم همانطور که گفتیم روش بنیادی‌تر ولی مسیر دشوارتری است. فرض کنید به هر دلیلی تصمیم بگیریم که برخی ویژگی‌های ریاضی که صرفاً پیمانه‌ای‌اند را نیز به حساب آوریم؛ در این صورت، نتیجه این می‌شود که موجودات ریاضی مجزای فراوانی، وضعیت فیزیکی یکسانی را نمایش دهند. آنچه روش دوم در این وضعیت پیشنهاد می‌دهد این است که ریاضیات را تغییر دهید. بجای استفاده از بردارها در فضای هیلبرت به عنوان نمایش ریاضیاتی حالت کوانتومی و دسته‌بندی آنها به کلاسهای هم‌ارزی که متناظر با وضعیت فیزیکی یکسانی است چرا فرمالیسم ریاضی را مستقیماً و از همان ابتدا بر حسب مجموعه متمایزی از موجودات ریاضی متناظر با خود کلاس‌های هم‌ارزی صورت‌بندی نکنیم؟ نتیجه چنین اصلاحی از ریاضیات کنار گذاشتن مشخصه ساختاری فضای هیلبرت است. بویژه، از آنجا که فضای هیلبرت فضای برداری مختلط است، هر برداری را می‌توان در عدد مختلطی ضرب کرد یا یک جفت بردار را می‌توان با هم جمع کرد که منجر به بردار جدیدی شود. اما فضای هیلبرت پروجکتیو (Projective Hilbert space) اصلاً فضای برداری نیست. برای مثال در فضای هیلبرت پروجکتیو بی‌معنی است که بپرسیم مجموع دو عنصر از این فضا چیست.

حال نگاه جزئی‌تری به این مسأله می‌اندازیم: ساده‌ترین حالت ممکن یعنی حالت اسپین ذره‌ای با اسپین $1/2$ را در نظر می‌گیریم. برای نمایش حالت‌های ممکن اسپین در فضای هیلبرت استاندارد از ماتریسهای مختلط $\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}$ استفاده می‌شود که در آن a و b اعداد مختلطی هستند. جهات سه‌گانه عمود بر هم در فضا انتخاب می‌کنیم و آنها را جهات x ، y و z می‌نامیم. با انتخاب محورها می‌توانیم دستگاه اشتراک‌گراخی که در جهت z جهت‌دار است بسازیم. در این صورت حالت کوانتومی " $z - up$ " حالتی از اسپین است که در آن ذره‌ای با اسپین $1/2$ آماده شده است که اگر از دستگاه اشتراک‌گراخ عبور کند، در جهت z مثبت منحرف شود. (Maudlin 2013, 132-4)

با این تعریف نمی توان به سادگی از وجود حالت کوانتومی صحبت کرد. اینکه آیا می توان ذرات با اسپین $1/2$ را طوری آرایش داد تا به دستگاه اشترن گراخ به این صورت پاسخ دهند، سؤال بازی است. آنچه تعیین کننده جواب برای این سؤال است آزمایش است چرا که ما قادر به آماده کردن باریکه‌ای با آرایش مربوطه هستیم. پس در این مورد وجود چنین حالتی به صورت آزمایشگاهی معین می‌شود. (Maudlin 2013, 133:2)

از طرف دیگر یکتایی این حالت‌های اسپینی هم موضوع متفاوتی است. آیا تنها یک حالت فیزیکی اسپین است که باعث انحراف در جهت بخصوصی می‌شود یا ممکن است تعداد بیشتری باشد؟ پیشنهاد آلبرت برای فهم متفاوتی حالت کوانتومی (که از ریاضیات استاندارد شروع می‌کند تا واقعیت‌های آزمایشگاهی) این است که بی‌نهایت حالت کوانتومی ممکن وجود دارد که این وضعیت‌ها را ایجاد می‌کنند. تفاوت این حالتها نتیجه تفاوت در فاز کلی تابع موج خواهد بود. اما از آنجاکه این تفاوت‌های فیزیکی فرض شده هیچ رفتار مشاهده‌پذیر متفاوتی ایجاد نمی‌کنند فرض استاندارد بر این است که هر یک از این حالت‌های اسپینی یکسان است: به عنوان مثال تنها یک حالت " $z - up$ " به صورتی که تعریف کردیم وجود دارد اگر بپذیریم که فاز کلی نمایش ریاضی حالات کوانتومی معنای فیزیکی ندارد، در این صورت انتخاب ماتریس $\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$ برای نمایش $[z - up]$ اختیاری است؛ به همین ترتیب می‌توانیم بگوییم که:

$$[z - up] = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad [z - down] = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad [x - up] = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad [x - down] = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$$

$$[y - up] = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ i \end{bmatrix} \quad [y - down] = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ -i \end{bmatrix}$$

هر کدام از این جفت بردارها، پایه‌های متعامد برای فضای برداری ماتریسهای مختلط 2×1 را تشکیل می‌دهند.

برای مثال یک ماتریس اختیاری $\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}$ را می‌توان به صورت $a \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} + b \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ نوشت حتی

می‌توانیم به این صورت بنویسیم:

$$[x - up] = \frac{1}{\sqrt{2}} [z - up] + \frac{1}{\sqrt{2}} [z - down]$$

در اینجا می‌بینیم که نمایش ریاضیاتی حالت $[x - up]$ را می‌توان به صورت برهم نهی نمایش ریاضیاتی دو حالت اسپینی دیگر نوشت. با این حال می‌دانیم که عمل فیزیکی متناظری برای جمع خود حالتها وجود ندارد. به طور خلاصه می‌توان گفت اگرچه یک عمل خوش تعریفی برای جمع نمایش ریاضیاتی حالت‌های کوانتومی و ضرب آنها با اعداد مختلط وجود دارد، ولی هیچ عمل فیزیکی متناظری برای «جمع» خود حالتها وجود ندارد، لذا برخلاف نمایش‌های ریاضیاتی که فضای برداری تشکیل می‌دهند، خود حالت‌های فیزیکی نمایش داده شده یک فضای برداری تشکیل نمی‌دهند.

این وضعیت که خود حالت‌های کوانتومی (برخلاف نمایش ریاضیاتی‌شان) یک فضای برداری، و به طریق اولی فضای هیلبرت، تشکیل نمی‌دهند اهمیت چندانی ندارد، زیرا در مکانیک کلاسیک هم حالت‌های فیزیکی سیستم‌ها فضای برداری تشکیل نمی‌دهند. آنچه که مهم است و شلینگ (Schilling) و آشتکار (Ashtekar) هم تاکید کرده‌اند ساختار خطی فضای هیلبرت است که نقش حیاتی در نمایش استاندارد نظریه کوانتومی بازی می‌کند؛ در واقع نمی‌توان بدون ارجاع به خطی بودن فضای هیلبرت مکانیک کوانتومی را صورتبندی کرد. اما باید به این مسئله دقت کرد که اگرچه بردارها در فضای هیلبرت مختلط می‌توانند جمع شوند، یا اعداد مختلط را می‌توان در آنها ضرب کرد، اما جهت‌ها این ویژگی را ندارند. بنابراین اگر در نظریه کوانتومی به جای فضای هیلبرت با فضای هیلبرت پروجکتیو (Projective Hilbert Space) کار کنیم پیشنهادات هستی‌شناختی آلبرت در مورد حالت کوانتومی بی معنی می‌شود. برای اکثر فیزیکدانان در این مورد که آیا در فضای هیلبرت کار می‌کنیم یا در فضای هیلبرت پروجکتیو، اهمیتی ندارد، زیرا برای آنها وضوح هستی‌شناسانه اهمیت چندانی ندارد. اما اگر هستی‌شناسی و وضوح آن برای ما اهمیت داشته باشد باید نسبت به این مسئله که از چه ریاضیاتی استفاده می‌کنیم و اینکه آیا جایگزینی برای آن وجود دارد یا خیر حساس‌تر باشیم.

راهنمای ما برای انتخاب ریاضیاتی که هستی‌شناسی آن واضح و شفاف باشد، معرفتی است: قبول فضای هیلبرت آنطوری که آلبرت توضیح می‌دهد ما را به وجود فیزیکی درجات آزادی ریاضیاتی متعهد می‌کند که صرفاً پیمان‌های است و در دسترس تجربه هم نیست و لذا دلیلی وجود ندارد که این درجات آزادی را فیزیکی در نظر بگیریم و به خود حالت نسبت دهیم، مثلاً اگر از یک تابع اسکالر گرادیان ساده گرفته شود تا میدان برداری بدست آید که برای نمایش ریاضی حالت کوانتومی استفاده می‌شود، با اضافه کردن یک

میدان اسکالر ثابت، میدان برداری تغییری نخواهد کرد و چنین جمله اضافی ای تنها نوعی تغییر پیمانه است. بخاطر اینکه روشی که میدان برداری در مکانیک بوهمی از نمایش ریاضیاتی حالت کوانتومی استخراج شده بسیار پیچیده تر است؛ در اینجا استفاده از درجات آزادی پیمانه ای در ریاضیات بسیار گسترده است. اگر یک سیستم فیزیکی دارای حالت Ψ باشد معادله راهنما به صورت زیر خواهد بود:

$$\frac{dQ_j}{dt} = \frac{\hbar}{m_j} \text{Im} \frac{\psi^* \nabla_j \psi}{\psi^* \psi} (Q_1, \dots, Q_N)$$

واضح است که ضرب حالت کوانتومی Ψ در یک ثابت، $\frac{dQ_j}{dt}$ را تغییر نخواهد داد بنابراین هم فاز کلی و هم مقیاس کلی Ψ درجات آزادی پیمانه ای هستند. برخلاف ادعای آلبرت که استفاده از توابع موج نرمالیزه نشان دهند یک قانون فیزیکی یا یک شرط اولیه بخصوص است می بینیم که تغییر مقیاس دامنه تابع موج تفاوت فیزیکی بر روی هستی شناسی اولیه و مشاهده پذیرهای اولیه ایجاد نمی کند. بنابراین هیچ دلیل تجربی برای اینکه فکر کنیم فاز کلی و مقیاس تابع موج مطابق با یک واقعیت فیزیکی است، نداریم (Maudlin, 2013, 149:2,3).

۵. نتیجه گیری

مشاهده ناپذیری تجربی ثابت نمی کند که چیزی واقعیت فیزیکی ندارد، با این حال از نظر روش شناختی هر چه فرضیات و حدس های نظری ما از نظر تجربی نقدپذیرتر باشد بهتر است. اگر بتوان، بدون آسیب به شأن تبیینی و نتایج تجربی نظریه یک هستی شناسی متورم را تقلیل داد قاعدتاً بهتر است. در خصوص فاز کلی تابع موج دیدیم که در نظر گرفتن نقدپذیری تجربی آن چه نمایش ریاضی به آن ارجاع دارد نقش مهمی در توصیف واقعیت حالت فیزیکی بازی می کند. بی تردید شأن راهنمونی و پیشنهاددهندگی نمایش ریاضی برای هستی شناسی و متافیزیک مهم است، اما احتیاط و حساسیت در خصوص این که برای یک سیستم کدام ویژگی های پیشنهاد شده را باید واقعی دانست، لازم است و گرنه استنتاج مستقیم و سراسر هستی شناسی از نمایش ریاضی می تواند به یک هستی شناسی متورم و غیرضروری منجر شود که ارزیابی تجربی آن ممکن نیست.

گویا آلبرت (۱۹۹۶) معتقد است که ساختار متافیزیکی را می‌توان مستقیماً و به صورتی سراسر و شفاف از نمایش ریاضیاتی حالت کوانتومی نتیجه بگیریم. اما هزینه‌ای که با این توصیه باید پردازیم این است که برای فضای پیکربندی واقعیتی در هستی‌شناسی فیزیکی قائل شویم و برای درجات آزادی صرفاً ریاضی که مستقیماً قابل ارزیابی تجربی نیست اهمیت فیزیکی قائل شویم. آلبرت فرمالیسم ریاضی را قبول می‌کند و هستی‌شناسی که می‌سازد طوری است تا بازتاب این فرمالیسم ریاضی باشد. اما او تحلیلی از این‌که این فرمالیسم از کجا آمده است ارایه نمی‌کند. اگر این کار را می‌کرد شاید مشخص می‌شد که کدام ویژگی ریاضیاتی باید جدی در نظر گرفته شود. او یک فضای فیزیکی با ساختار هندسی ایزومورفیک با فضای پیکربندی و یکدسته خواص فیزیکی ایزومورفیک با دامنه و فاز تابع موج فرض می‌گیرد. اما اگر به این مسئله دقت کنیم که فرمالیسم ریاضی از کجا آمده و همچنین بخشهایی از آن به این دلیل توسعه یافته است تا برای آزمودن رفتار مشاهده‌پذیرهای نظریه استفاده شود، دیگر عجلانه یک ساختار فیزیکی را از فرمالیسم ریاضی نتیجه نمی‌گیریم.

نکته اصلی که باید در ذهن داشت این است که ریاضیاتی که نظریه بر آن بنا شده است برای فهم هستی‌شناسی نظریه کافی نیست زیرا روش‌های مختلفی برای ساخت فرمالیسم ریاضی وجود دارد، ولی تنها یکی از این روشها منجر به ساختار ریاضی نمایش‌دهنده هستی‌شناسی فیزیکی است. در چنین موردی ممکن است نمایش ریاضی در یک معنی مناسب، با اشیاء فیزیکی که آن را نمایش می‌دهد ایزومورفیک باشد، ولی اغلب نمایشهای ریاضی به این صورت نیست و صرفاً نمایش‌دهنده درجات آزادی پیمانه‌ای‌اند؛ موجودات ریاضی خواص عددی و جبری را بدست می‌دهند که اشیاء فیزیکی فاقد آن‌اند.

برای درک هستی‌شناسی مکانیک کوانتوم استنتاج سراسر از فرمالیسم رویکرد درستی نیست. برای آزمون نظریه‌ها از جمله مکانیک کوانتوم، به مشاهده‌پذیرها نیازمندیم، اما چنان‌که بل نیز تأکید داشت مشاهده‌پذیرهایی که مکانیک کوانتوم معرفی می‌کند، هر چند از نظر ریاضیاتی دقیق‌اند و آن‌ها را با عملگرهای خودالحاقی (Self-adjoint operator) نمایش می‌دهیم، با چیزی که در واقعیت با آن مواجهیم تفاوت دارد؛ همه آنها مقادیر ویژه همزمانی ندارند و جابجانا پذیرند. به همین دلیل بود که بور می‌گفت زبانی که در مکانیک کوانتوم به کار می‌بریم با زبان کلاسیکی تفاوت دارد ولی در نهایت برای توضیح مشاهدات خود مجبوریم زبان کلاسیکی را به کار ببریم. به نظر می‌رسد این راهبرد بل درست باشد که در

مورد مکانیک کوانتوم باید به دنبال نظریه‌ای باشیم که این زبان کلاسیکی را به جای اینکه به گفت‌وگوهای حاشیه‌ای واگذار کند، آن را وارد معادلات کند - نظریه‌ای که او با نام «نظریه هستارهای موضعی» از آن یاد می‌کرد. مشاهده‌پذیرهای اصلی و اساسی باید تابعی از «هستارهای موضعی» (Local beables) باشند؛ این هستارها باید موضعی و در فضای سه‌بعدی باشند تا بتوان نظریه‌ها را به کمک آن‌ها آزمون تجربی گذاشت و مفهوم علیت را در آن‌ها صورتبندی کرد؛ مشاهده‌پذیرهای اصلی یا اولیه در نظریه از این هستارهای موضعی ساخته می‌شوند (Bell, 1987, pp.175, 52-53). بنابراین آنچه را فرمالیسم کنونی مکانیک کوانتومی معرفی می‌کند، یعنی «حالت کوانتومی»، نمی‌توان در شمار این هستارهای موضعی قرار داد، چون این ناموضعی است. توضیح بل ما را به این سمت هدایت می‌کند که برای فهم هستی‌شناسی دقیق مکانیک کوانتوم و به تبع تابع موج، شناخت و تشخیص «هستارهای موضعی» و نحوه ارتباط آن با حالت کوانتومی در درجه اول اهمیت قرار دارد.

پی‌نوشت‌ها

۱. در فلسفه وقتی به چیزی nomological اطلاق می‌کنیم منظور این است که پدیدار یا رویداد یا هستومند مربوطه مطابق قانونی رفتار می‌کند که از نظر منطقی ضروری نیست، و فقط می‌دانیم طبیعت این گونه رفتار می‌کند، توضیح بیشتری هم درباره اینکه چرا طبیعت این گونه و بر اساس این قانون رفتار می‌کند وجود ندارد.

۲. برای توضیح تفصیلی این مطلب رک به فصل دوم کتاب Harman (1982).

کتاب‌نامه

- Agassi, J. (1964). "The Nature of Scientific Problems and Their Roots in Metaphysics", in *Critical Approaches to Science and Philosophy*, Ed by Mario Bunge, pp. 189-211, Free Press of Glencoe.
- Albert, D. Z. (1996). "Elementary Quantum Metaphysics". In J. Cushing, A. Fine and S. Goldstein (eds.), *Bohmian Mechanics and Quantum Theory: An Appraisal*. Dordrecht: Kluwer.
- Allori, V. "Primitive Ontology and the Structure of Fundamental Physical Theories", In Ney and Albert (2013), pp 58- 75.
- Bell, J. S. (1987), *Speakable and Unspeakable in Quantum Mechanics*, Cambridge: Cambridge University Press.

- Faraday, M. 1952. Experimental Researches in Electricity. In Great Books of the Western World vol. 45, Chicago: Encyclopædia Britannica, 253–866.
- Gao, S., (2017), The Meaning of the Wave Function, Cambridge University Press.
- Goldstein, S. and Zangh`i, N. (2013). "Reality and the Role of the Wave Function in Quantum Theory". In Ney and Albert (2013), pp. 91-109.
- Harman, P. M., (1982), Energy, Force, and Matter, Cambridge University Press.
- Lewis, P. J. (2004), "Life in Configuration Space," The British Journal for the Philosophy of Science, Volume 55, 713-729.
- Maudlin, T. (2013). "The Nature of the Quantum State". In The Wave function, edited by Alyssa Ney and David Albert, Oxford University Press.
- Maudlin, T. (2014). New Foundations for Physical Geometry, Oxford University Press.
- Popper, K. (1963). "On the Sources of Knowledge and Ignorance," in Conjectures and Refutations, Harper Torchbooks, Harper & Row Publishers.
- Pussy, M. F., Barrett, J., Rudolph T., (2012), "On the Reality of the Quantum State," Nature Physics, vol. 8, pp. 475–478.

