حالت کروی جفت طوسی

ژرژ صلیبا و ای. اس. کندی* /بهناز هاشمی‌پور

مقدمه مترجم

تفکر در پدیده‌های آسمانی و افلاک به لحاظ ارتباطی که با باورهای دینی و مابعدالطبیعی انسان و نیز حیات وی بر روی زمین دارد، از ابتدای پیدایش بشر ذهن وی را به خود معطوف ساخته است. این توجّه که در آغاز بیشتر حاصل نگرشی رازآمیز و جادویی دربارهٔ طبیعت و احساس شگفتی در برابر آن بود، رفته رفته به مطالعهٔ دقیقتر حرکتهای اجرام آسمانی و پدیده‌های سماوی بدل شد. مطالعهٔ تاریخ نجوم نشان می‌دهد که در میان اقوام قدیمی، بابلیان بیش از هر قوم دیگری بدین امر اهتمام ورزیدند و در اواخر دوران تمدن آنها اخترشناسی صورتی علمی به خود گرفت. بدین‌سان اخترشناسی بابلی تأثیری عمیق بر تحول این علم در تمدّن یونانی بر جای گذاشت. نظریه‌های یونانیان در مورد افلاک از اندیشهٔ زمین قرص‌گونه و یا استوانه‌ای شکل و شناور در اقیانوسِ طالس ملطی و آناکسیمندروس به نظریهٔ زمین

---

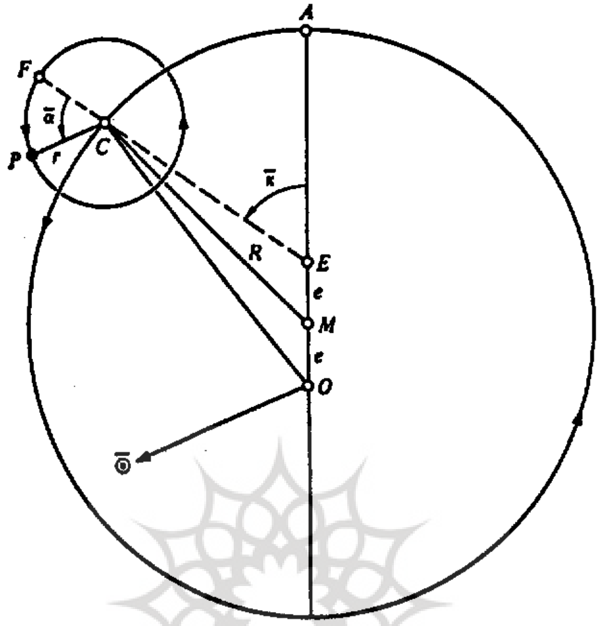
* George saliba and E. S. Kennedy, Th Spherical Case of the Ṭūsī Couple, ArabicSciences and Philosoghy, Vol. 1 (1991), pp. 285-291

کروی شکل و معلق در فضای پارمنید و افلاطون تحول یافت. اما فیثاغورثیان زمین را کره‌ای متحرک تصور می‌کردند که همراه با خورشید و سیّارگان به دور آتشی کانونی در چرخش است. دیدگاه غالب در اخترشناسی قدیم دیدگاه "زمینمرکزی" بوده است. در تمام دوران تمدّن یونانی و اسکندرانی تنها اخترشناسی که نظریه خورشید مرکزی را به‌طور جدی مطرح کرد آریستارخوس ساموسی بود که در سدهٔ سوّم قبل از میلاد می‌زیست. امّا نظریهٔ وی به لحاظ فقدان دلایل کافی تا قرنها مهجور ماند.

در سدهٔ دوّم میلادی، بطلمیوس اخترشناس اسکندرانی با کمک گرفتن از افلاک تدویر[1]، خارج مرکز[2] و معدل‌المسیر[3] فرضیاتی را برای توجیه حرکتهای اجرام آسمانی ارائه داد. وی برای حرکت هر یک از سیارگان (و نیز خورشید و ماه) الگوی مهندسی دقیقی را طرح‌ریزی کرد. در الگوی وی سیارهٔ P بر دایره‌ای کوچک (فلک تدویر) دوران می‌کند که مرکز آن C خود بر روی دایرهٔ دیگری به نام فلک حامل[4] می‌گردد. اما حرکت متشابه سیاره نه حول مرکز فلک حامل (M) بلکه حول نقطهٔ دیگری به نام معدل‌المسیر(E) صورت می‌پذیرد که فاصلهٔ آن با M به‌اندازهٔ فاصلهٔ M تا زمین (O) است (شکل ۱). در این شکل که به یک سیارهٔ عِلْوی تعلق دارد، e خروج از مرکز بطلمیوسی، $\bar{a}$ سرعت زاویه‌ای متوسط فلک تدویر، $\bar{k}$ سرعت زاویه‌ای متوسط از اوج، r شعاع تدویر، R شعاع فلک حامل و $\bar{O}$ خورشید متوسط است. چنانکه از این شکل پیداست حرکت متشابه حول مرکز دایرهٔ چرخش (M) صورت نمی‌پذیرد. دیگر الگوهای بطلمیوس دربارهٔ خورشید و ماه و عطارد با تفاوتهایی چند، تقریباً از چنین سازوکاری تبعیت می‌کند. الگوهای نجومی وی پاسخگوی بسیاری از پرسشها و هماهنگ با بیشتر رصدها بود و تا قرنها دانش اخترشناسی را در سیطرهٔ خویش داشت. در حوزه‌های علمی

1. EPICYCLE 2. ECCENTRIC 3. EQUANT
4. DEFERENT

کشورهای اسلامی نیز چون دیگر حوزه‌های علمی جهان آن روزگار، هیئت



شکل ۱

بطلمیوسی مقبولیت گسترده داشت و بیشتر پدیده‌های نجومی به مدد آن تعبیر و تفسیر می‌شد. اما هیئت بطلمیوسی که ماهیتی پیچیده داشت، پس ازگذشت چند قرن و در رویارویی با مسائل جدید به پیچیدگی بیشترگرایید، تا جایی که کارایی خود را تا حد زیادی از دست داد. از این رو در جای جای سرزمینهای اسلامی دانشمندانی به انتقاد از هیئت بطلمیوسی پرداختند و کوشیدند تا با ارائهٔ الگوهای ریاضی جدید، تبیین دقیقتری از حرکت سیاره‌ها به دست دهند. مهمترین ایراد اخترشناسان مزبور به هیئت بطلمیوسی فرض وجود معدل‌المسیر در آن بود؛ زیرا این فرض اصلِ متشابه بودن حرکت حول مرکز عالم را ـ که بطلمیوس خود ادعا می‌کرد هیئت او براساس آن بنا شده است ـ نقض می‌کرد. پس هیئت بطلمیوسی دیگر صرفاً نوعی توجیه ریاضی پدیده‌های نجومی به شمار می‌آمد و نه یک الگوی

طبیعی و واقعی برای تبیین حرکت افلاک.

در بررسی این مرحله از تحوّلات در تاریخ اندیشهٔ علمی، توجه متفکّران غربی غالباً معطوف به اروپای دوران تجدید حیات علمی و بیش از همه انقلاب کپرنیک بوده است که به تقریب، آن را نخستین و اصلیترین واکنش در برابر اخترشناسی بطلمیوسی می‌دانند. اینان گاه انقلاب کپرنیکی را مُلهم از اندیشه‌های کیهانشناختی یونانیان دانسته و گاه کپرنیک را نظریه‌پردازی اصیل به شمار آورده‌اند که منظومهٔ خود را برپایهٔ اندیشه و ابتکار خود و یا به کمک فنون ریاضی بطلیموس بنیاد کرده است. در این میان اخترشناسی اسلامی همچون انباری از یافته‌های اخترشناسان یونانی و اسکندرانی، به عنوان موضوعی بی‌اهمیت در حاشیهٔ اخترشناسی سده‌های میانه و دوران تجدید حیات علمی مطرح شده است. همچنین در میان اندیشمندان غربی این تصور غالباً وجود داشته است که اخترشناسان اسلامی تنها به شرح و بسط نظریه‌ها در چارچوب اخترشناسی بطلمیوس بسنده کرده و بر این حوزهٔ دانش، فرضیهٔ مهمی از خود نیفزوده‌اند.

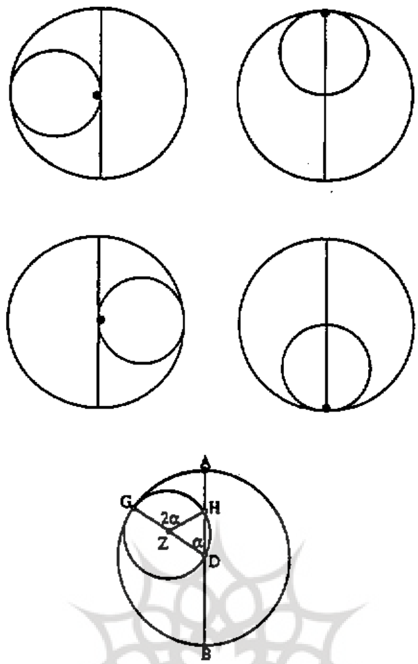
اما گسترش تحقیقات تاریخ‌نگاری علوم اسلامی در دهه‌های اخیر نشان می‌دهد که نه تنها در سراسر دنیای اسلامی سده‌های میانه، از اندلس گرفته تا آسیای مرکزی، نظام بطلمیوسی مورد انتقادهای جدی واقع شده، بلکه اخترشناسان اسلامی خود واضع نظریات جدیدی بوده‌اند که بی‌تردید بر تحولات علمی دوران تجدید حیات علمی تأثیر گذاشته است.

در این میان حوزه‌ای از اخترشناسی اسلامی که به "مکتب مراغه" معروف است، جایگاه ویژه‌ای دارد. تحقیقات اخیر، تأثیر آثار خواجه نصیرالدین طوسی بنیانگذار و برجسته‌ترین متفکر این مکتب و دیگر پیروان آن را بر کپرنیک آشکار می‌کند. می‌توان گفت که به استثنای نظریهٔ خورشید مرکزی، هر آنچه در اخترشناسی کپرنیکی بدیع و تازه می‌نماید، در آثار طوسی و شاگردان و پیروانش وجود داشته است.

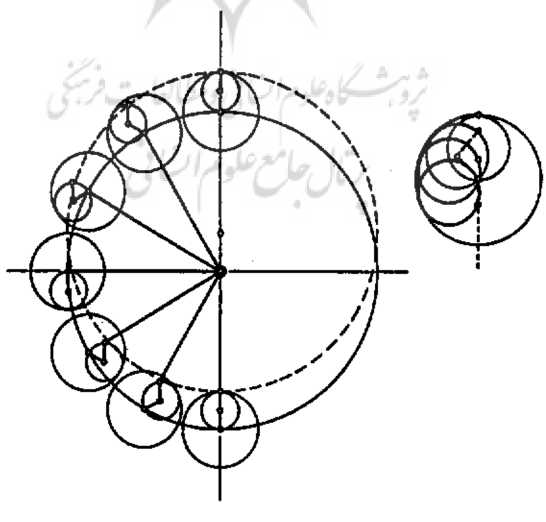
مهمترین فرضیه‌ای که در حوزهٔ مکتب مراغه مطرح شد، پذیرفتن دوفلك تدویر جدید برای هر سیاره بود. مبتکر این فرضیه خواجه نصیرالدین طوسی بود و آن را براساس قضیه‌ای طرح‌ریزی کرد که اکنون به قضیهٔ "جفت دایره‌های طوسی" معروف شده است. به کمک این نظریه، طوسی الگویی را ارائه کرد که از لحاظ دقت نه تنها چیزی از الگوهای بطلمیوسی کم نداشت، بلکه در توجیه پدیده‌های نجومی از کارآیی بیشتری برخوردار بود. بعدها قطب‌الدین شیرازی، معروفترین شاگرد و مصاحب طوسی، نظریهٔ جفت فلکهای تدویر راکاملترکرد و آن را برای شکلهای پیچیدهٔ حرکتهای سیاره‌ای به کار برد. یکصد سال بعد ابن‌شاطر، اخترشناس دمشقی صورت دیگری از این نظریه را برای تکمیل الگویی که برای ماه طرح‌ریزی کرده بود به کار گرفت؛ و این درست همان الگویی بود که یک قرن بعد کپرنیک برای حرکت ماه ارائه داد.

چنین واقعیتی این حدس را قوت می‌بخشد که کپرنیک هنگام تحصیل در ایتالیا، به ترجمه یونانی یکی از متون راجع به جفت طوسی دست یافته است. یکی از تاریخ‌نگاران علم با بررسی نمودارهای جفت طوسی کوشیده است تا نشان دهد که طوسی وکپرنیک هر دو از نشانه‌های الفبایی همانندی برای اشاره به نقاط هندسی یکسان و نمودارهای آنها بهره برده‌اند.

اساس "جفت دایره‌های طوسی" بر ایجاد حرکت توافقی ساده به کمک ترکیبی از حرکتهای مستدیر متشابه است. الگوی وی از دو دایره تشکیل یافته است به گونه‌ای که شعاع یکی دو برابر شعاع دیگری است. اگر دایرهٔ کوچکتر با سرعتی (سرعت زاویه‌ای α) دوبرابر دایرهٔ بزرگتر، مماس بر آن و در درون آن حرکت کند، در این صورت هر نقطه بر محیط دایرهٔ کوچکتر در امتداد قطری از دایرهٔ بزرگتر نوسان خواهد کرد (شکل ۲). اگر این نقطه را سیاره‌ای فرض کنیم، مسیر حرکت آن را حول مرکز عالم (زمین) می‌توان به صورت زیر نمایش داد (شکل ۳).

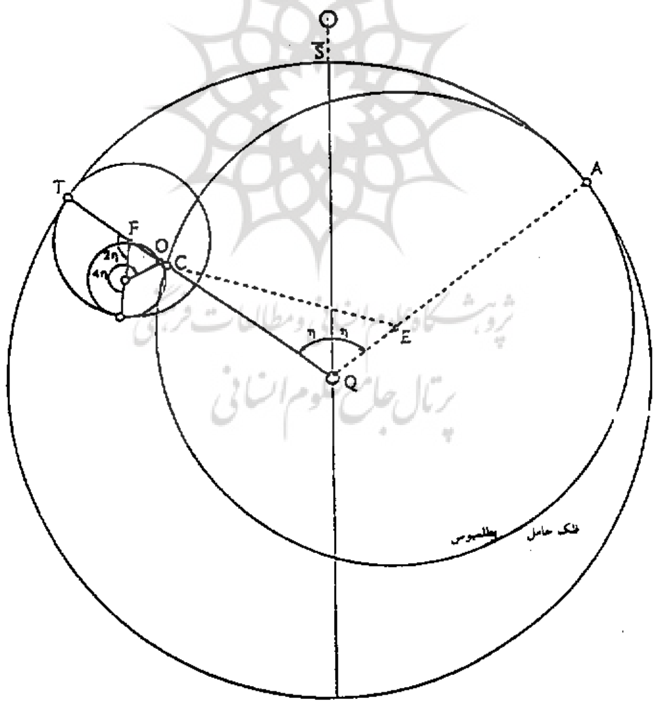


شکل ۲



شکل ۳

چنانکه در شکل می‌بینیم حرکت سیاره، حول زمین ترکیبی از حرکتهای مستدیر متشابه است. و برتری اساسی الگوی طوسی نسبت به الگوی بطلمیوسی در همین نکته است. چراکه در هیئت بطلمیوسی حرکت سیاره نه حول زمین و نه حول فلک حامل هیچکدام متشابه نیست و این ایرادی بود که طوسی نیز چون دیگران بر هیئت او می‌گرفت. طوسی به‌کمک روش ابداعی خود توانست الگوهایی را برای حرکت ماه و برخی از سیارات طرح‌ریزی کند. الگوی حرکت ماه در شکل ۴ نشان داده شده است.



شکل ۴

در این شکل مسیر ماه در نقطهٔ O که از جفت طوسی حاصل شده است به نقطهٔ C در فلک حامل بطلمیوسی بسیار نزدیک است. در اینجا نیز حرکت نقطه O حول زمین (Q) ترکیبی از حرکتهای مستدیر متشابه است. هیئت بطلمیوسی برای توجیه حرکت در عرض، با مشکل اختلال در حرکت طولی مواجه بود. طوسی فرضیهٔ خود را برای برطرف کردن این مشکل نظام بطلمیوسی نیز به‌کار برد. جفت دایره‌های طوسی از آنجا که امکان تبدیل حرکت دورانی به حرکت خطی را فراهم می‌آورد، می‌توانست بدون روبرو شدن با مشکلی، حرکت در عرض را تبیین کند.

در این گفتار، مؤلفان ابتدا جفت دایره‌های طوسی و نوسانات عرضی ایجاد شده توسط آن را در صفحهٔ منطقه‌ای فلک حامل، که اختصاراً صفحه فلک حامل نامیده می‌شود، مورد مطالعه قرار می‌دهند. سپس عملکرد این جفت را بر سطح یک کره و برای توجیه حرکت در عرض نجومی عمود بر صفحهٔ فلک حامل بررسی می‌کنند و نشان می‌دهند که چگونه در این حالت به کمک دو کرهٔ هدایت‌کننده[1]، نوسان موردنظر به جای خطی راست، در طول کمانی از دایره عظیمهٔ یک کره ـ با انحرافی که قابل چشم‌پوشی است ـ صورت می‌پذیرد و انتهای قطر فلک تدویر در طول این کمان جابجا می‌شود.

منابع مقدمه

خواجه نصیرالدین طوسی، *حل مشکلات معینیه*، با دیباچه‌ای از محمدتقی دانش‌پژوه، انتشارات دانشگاه تهران، ۱۳۳۵، ص ۵-۱۲؛ *زندگینامهٔ علمی دانشمندان اسلامی*، ترجمهٔ احمد آرام... (و دیگران)، ویراستهٔ حسین معصومی همدانی؛ تهران، ۱۳۶۵؛

Berry, A. , *A Short History of Astronomy from Earliest* Times Through the Nineteenth Century, Dover Publications, New York, 1961,

1. Guiding Spheres

pp. 11 - 85; Dreyer, J.L.E. *A History of Astronomy from Thales to Kepler*, Dover publications, New York, 1953, pp. 268 - 271,191-201 & 149 - 170; Kennedy, E.S., "The Exact Sciences in Iran under the Saljugs and Mongols", in *The Cambridge History of Iran*, ed. J.A. Boyle, University Press at Cambridge, 1968, Vol. 5, pp. 669 - 670; Koyré, Alexandre, *From the closed World to the Infinite Universe*, The Johns Hopkins University Press, Baltimore and London, 1987, p.28;*Nasr, Seyyed Hossein*, "Nasīr al - Dīn at - Tūsī," in *Dictionary of Scientific Biography*, Charles Scribner's Sons, 1981, vol. 13, p.511; *Nasr, Seyyed Hossein* Science & civilization in Islam, Suhail Academy, Lahore, Pakistan, 1987, pp. 172 - 174; Saliba, G., "The Astronomical Tradition of Maragha: A Historical Survey and Prospects for Future Research", in *Arabic Sciences and Philosophy* (1991), I: pp. 67 - 99; Toomer, G.J. "Ptolemy", in Dictionary of Scientific Biography, Charles Scribner's Sons, 1981, vol. 11 & 12, pp. 186 - 206.

خواجه نصیرالدین طوسی، دانشمند شهیر ایرانی، در کنار کارها وتحقیقات بسیارِ خویش به بازنگری و اصلاح اخترشناسی بطلمیوسی پرداخت. در این راه، هدف اساسی او قطعیت‌بخشیدن به این امر بود که تمامی الگوهای سیاره‌ای با قانون حرکتهای مستدیرِ متشابه (گردش دورانی یکنواخت) مطابقت دارند. بعبارت دیگر، حرکت هر جرم آسمانی از ترکیب حرکتهای مستدیر هر یک با سرعت زاویه‌ای ثابت، ناشی می‌شود.

در تلفیق سازوکارهای سیاره‌ای آنچنان که بتوان به کمک آنها مواضع سیاره‌ها را چنان پیش‌بینی کرد که با رصدها همخوان باشند، بکرّات نیاز به دخالت دادن نوسانات تناوبی با دامنهٔ کوتاه احساس می‌شد.

ازینرو طوسی الگوی حرکت شناختی مسطحی را ابداع کرد و به کار بست که با ترکیبی از دورانهای متشابه، حرکت توافقی ساده را به وجود می‌آورد. بعدها وی این طرح را اصلاح کرد، به گونه‌ای که بر سطح یک کره و یا بر مجموعه‌ای از کُرات هم مرکز و نزدیک به هم نیز قابل اعمال باشد.

در این گفتار ابتدا به طرح تحول این نظریه آنچنانکه در نوشته‌های متعدد طوسی آمده است، می‌پردازیم. آنگاه به وصف خصوصیات هندسی حالتِ کروی الگویی که گاه "جفت طوسی" نامیده شده است، خواهیم پرداخت. "جمیل رجب" برای حالت دوم این جفت، اصطلاح منحنی‌الخط را به کار می‌برد[1]، زیرا در این حالت مکان هندسی حاصل نه شکلی مسطح بلکه یک منحنی فضایی است که ترجیحاً آن را کروی می‌نامیم.

به نظر می‌رسد آنچه که در ابتدا طوسی را به طرح این نظریه واداشت، مسئلهٔ عرض نجومی سیارات بود. برای ایجاد نوسانات تناوبی هماهنگ با رصدها، بطلمیوس دستگاهی از "دوایر کوچک" را اختیار کرد که به طور فرضی اوجهای فلکهای حامل مثلاً، سیارات سفلی، بر روی آنها می‌باید واقع شود. در این صورت حرکت انتهای قطر فلک حامل در دایرهٔ کوچک نوساناتی را در صفحهٔ حامل ایجاد می‌کند که برای حل مسئلهٔ عرض نجومی موردنیاز است. اما حرکت مستدیری که بر قطر اعمال می‌شود آن را به اجبار در طول نیز به حرکت درآورده و نوسانی ناخواسته را در این جهت بدان می‌بخشد.

تا آنجا که اطلاع داریم، طوسی نخستین اخترشناسی است که کوشیده

---

1. F. Jamil Ragep, "The Two Versions of the Ṭūsī Couple," in *From Deferent to Equant: A Volume of Studies in the History of Science in the Ancient and Medieval Near East* in Honor of E.S. Kennedy, *Annals of the New York Academy of Sciences*, vol. 500 (1987), pp. 329-56.

است تا به راه حلی دست یابد که بدون مداخلهٔ مؤلفه‌های طولی، حرکت در عرض را تبیین کند. بدین سبب در اثری به نام *تحریرالمجسطی* که نوشتن آن در ۱۲۴۷/۶۴۴ به انجام رسید، چنین نوشت که حرکت نوسانی از ترکیب حرکتهای مستدیرِ متشابه دو دایرهٔ مساوی حاصل می‌شود به طوری که حرکت یکی از دو دایره با تکیه بر محیط دایرهٔ دیگر انجام گیرد.[1] در اینجا طوسی صرفاً اظهار می‌دارد که اگر یکی از این دو دایره با سرعتی یکنواخت دوبرابر سرعت دایرهٔ دیگر و در جهتی خلاف جهت حرکت آن به چرخش درآید، در این صورت هر نقطهٔ واقع بر محیط دایرهٔ اول بر خطی مستقیم در امتداد یکی از قطرهای دایرهٔ دوم نوسان می‌کند.[2] اگر انتهای قطرهای فلک حامل را بتوان بر چنین نقاطی از دایرهٔ اول منطبق کرد، در این صورت نوسانِ عرضی موردنظر بدون مختل کردن مؤلّفهٔ طولی ایجاد خواهد شد. در *تحریرالمجسطی* دربارهٔ این مسئله و سازوکار فیزیکی که این دو دایرهٔ مساوی باید بواسطهٔ آن به حرکت درآیند، نکتهٔ دیگری نمی‌یابیم.

بعدها طوسی این نظریه را کاملتر کرد. وی نخست با بیان نتیجهٔ مأخوذ از راه حل دو دایره که در تحریر آمده بود به صورت یک قضیه و با اقامهٔ برهانی هندسی، شکلی کلی بدین مسئله بخشید. عباراتی که در آثار مؤخر او چون *حل مشکلات معینیه*[3] (تاریخ تحریر نامعلوم) و *تذکرهٔ نصیریه* (تاریخ تحریر ۱۲۶۱/۶۵۹) آمده است، این دو دایره را نامساوی و به گونه‌ای وصف می‌کند که قطر دایرهٔ اول دو برابر دایرهٔ دوم است، و این همان دستگاهی

---

1. George Saliba, "The Role of the Almagest Commentaries in Medieval Arabic Asronomy: A Preliminary Survey of Tūsī's Redaction of Ptolemy's Almagest, "*Archives Internationales d'Histoire des Sciences*, 37 (1987): 3-20.

2. ibid.

۳. نصیرالدین طوسی، *حل مشکلات معینیه*، چاپ عکسی از نسخه خطی، با دیباچه‌ای از محمدتقی دانش‌پژوه، دانشگاه تهران، ۱۳۳۵.

است که در حال حاضر به "جفت طوسی" معروف است.[1] وی سپس نقطهٔ واقع بر محیط دایره کوچک را به عنوان جایگاه فرضی مرکز یک فلک تدویر به شمار آورد. بدینسان این ابزار می‌توانست برای توجیه متغیر بودن فاصلهٔ ماه از مرکز زمین به کار رود بی‌آنکه تغییرات طولی را مختل سازد. طوسی همین جفت را برای توصیف حرکت طولی سیارات علوی نیز به کار برد.

وی همچنین بر این عقیده بود که دوایر به خودی خود در کرات آسمانی گردش نمی‌کنند، بلکه به سازکاری نیازمندند که حرکت مورد نظر را بدانها بدهد. از این رو اظهار داشت که دو دایرهٔ هم‌صفحهٔ جفت در صفحات "استوایی" (منطقه‌های) دو کره نامساوی قرار دارند. دایرهٔ کوچکتر جفت که توسط کرهٔ کوچکتر به چرخش درمی‌آید، نمایانگر مسیر فرضی مرکز یک فلک تدویر با شعاع معین در صفحهٔ "استوایی" کرهٔ کوچکتر است. دایرهٔ بزرگتر، مسیر فرضی مرکز کرهٔ کوچکتر است در حالی که توسط کرهٔ بزرگتر در همان صفحهٔ استوایی به حرکت درآمده باشد. اگر به کرهٔ کوچکتر سرعتی دو برابر کرهٔ بزرگتر و در جهتی خلاف جهت آن داده شود، در این صورت حرکت نوسانی وصف شده در مورد دو دایرهٔ مساوی در اینجا نیز تحقق خواهد یافت. تمامی این حرکتها در صفحهٔ فلک حامل که همان صفحهٔ استوایی جفت دایره‌هاست، در نظر گرفته می‌شوند.

چنین تمهیدی که در صفحهٔ حامل یا صفحهٔ استوایی بخوبی به کار می‌آمد، نمی‌توانست برای توجیه حرکتهایی در عرض نجومی عمود بر آن

---

۱. برای نمونه نگاه کنید به:

Edward S. Kennedy, "Late Medieval Planetary Theory," Isis 57(1966): 365-378, p.370, and George Saliba, "The Astronomical Tradition of Maragha: A Historical Survey and Prospects for Future Research, "*Arabic Sciences and Philosophy: A Historical Journal,* 1(1991): 67-99.

صفحه به کار رود. برای حل مسئلهٔ عرض نجومی، طوسی این جفت دایره‌ها را به گونه‌ای تغییر وضع داد که عمل آنها بر سطح کره‌ای انجام گیرد که توسط دو کرهٔ نزدیک به آن و هم‌مرکز با آن، به شرحی که بعداً خواهد آمد، احاطه شده باشد. در تذکرهٔ نصیریه[1] وی بدون اقامهٔ برهانی تأکید می‌ورزد که خصوصیات جفت مسطح را به حالت کروی نیز می‌توان تعمیم داد. به این ترتیب که نوسان موردنظر به جای واقع شدن در امتداد خطی راست، در طول کمانی از یک دایرهٔ عظیمه صورت پذیرد.

این حالت تغییر وضع یافتهٔ جفت، بزودی همچون هیئتی کاملاً متفاوت با حالت مسطح شناخته شد. کسی که در جای جایِ آثار خویش این حالت را به "اصل المیل" تعبیر کرد کسی جز قطب‌الدین شیرازی ۱۳۱۱/۷۱۱ معروفترین شاگرد و همیار طوسی نبود.[2]

تقریباً یکصد سال پس از مرگ طوسی، اخترشناسی از آسیای میانه به نام صدرالشریعه صورت دیگری از این دستگاه کُرات تودرتو را با اندکی تصرف برای اهداف دیگر به کار بست.[3]

شکل ۵، هر دو حالت جفت را نمایش می‌دهد. قسمت بالاتر، یک کرهٔ ثابت را که روی آن دایرهٔ عظیمهٔ CN قرار دارد نشان می‌دهد.

محیط بر کرهٔ اول، کرهٔ دیگری است هم‌مرکز با آن، با شعاع اندکی بزرگتر. این کره با سرعتی یکنواخت حول محوری می‌چرخد که از داخل مرکز مشترک و نقطهٔ ثابت C یا تصویر آن بر کرهٔ بزرگتر می‌گذرد. بر کرهٔ دوم کمانی

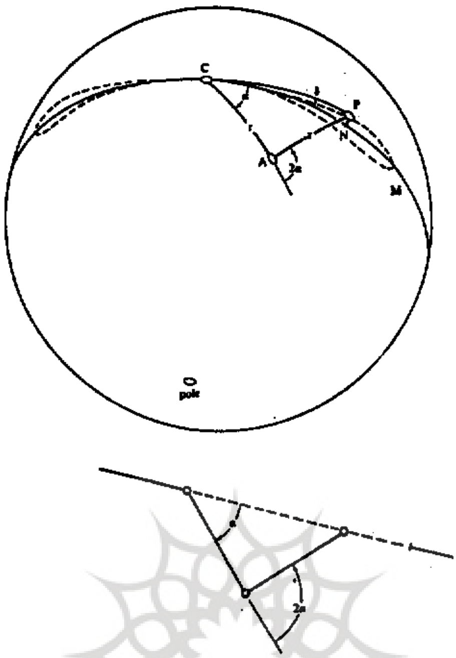
---

۱. نصیرالدین طوسی، *التذکره النصیریه*، نسخه Leiden Or. 905، ورق ۵۰ رو.

۲. این مطلب بویژه در *نهایةالادراک فی درایة الافلاک*، اثر قطب‌الدین شیرازی، استانبول نسخه ؛ Koprülü 957ورق ۵۰ رو، آمده است.

۳. این نکته را احمد دلال در رساله دکترای خود، که تا به حال منتشر نشده، آورده است. مشخصات این رساله به‌شرح زیر است:

The Astronomical Work of Ṣadr al-Sharīʿah: An Islamic Response to Greek Astronomy, Department of Middle East Languages and Cultures, Columbia University, 1990, pp. 320-26.



شکل ۵

به اندازهٔ r درجه از دایرهٔ عظمیهٔ CA قرار دارد. شکل، زمانی را نشان می‌دهد که CA به اندازهٔ α درجه نسبت به موضع اولیهٔ خود دوران کرده است. کرهٔ سومی نیز وجود دارد که شعاع آن اندکی از کرهٔ دوم بزرگتر و با دو کرهٔ دیگر هم‌مرکز است. این کره درست روی نقطهٔ A به کرهٔ دوم متصل است، به گونه‌ای که دوران کرهٔ دوم آن را به چرخش درمی‌آورد. اما کرهٔ سوم نیز دورانی مستقل و ازآنِ خود دارد که سرعت آن دو برابر کرهٔ اول و طبق تصویر در جهت مخالف آن است. به خاطر داشته باشید که نسبت به کرهٔ ثابت اولیه سرعت دوران کرهٔ سوم مساوی کرهٔ دوم، اما در جهت مخالف آن است.

برای ساده‌تر شدن شکل، یا می‌توان از فاصله بین سه کره چشم پوشید و یا شکل را به صورتی در نظر مجسم کرد که گویی تمامی تصویرها بر کرهٔ ثابت نقش انداخته‌اند.

بر کرهٔ سوم که از A می‌گذرد، کمان AP به طول r از یک دایرهٔ عظیمه قرار دارد. نکته درخور توجه، مسیری است که P در حین دوران می‌پیماید. اگر α=O باشد، هر دو کمان در امتداد CM قرار می‌گیرند و P به فاصله 2r از C واقع می‌شود. به‌ازای α=۹۰°، AP بر امتداد CA قرارگرفته و P بر C منطبق می‌شود. به‌ازای α=۱۸۰° هر دو کمان بار دیگر در امتداد CM قرارگرفته و P به فاصله 2r از C، اما این بار در جهت مخالف واقع می‌شود. برای تعیین مواضع میانی به محاسباتی نیاز داریم.

در مثلث کروی متساوی‌الساقین CAP براساس قانون اول کسینوسها (جیب تمامها) داریم:

$$PC = \text{arc cos}\ [\cos^2 r + \sin^2 r \cos (180^\circ - 2\alpha)]$$

و باتوجه به قانون سینوسها (جیبها) خواهیم داشت:

$$PCA = \text{arc sin}\ [\frac{\sin(180^\circ - 2\alpha) \sin r}{\sin PC}]$$

زاویه PCN یا δ مساوی است با

$$\delta = PCA - \alpha$$

کمان دایرهٔ عظیمه PN را عمود بر CN رسم می‌کنیم. مثلث کروی راست گوشهٔ CPN که حل شود، مختصات کروی P نسبت به‌دستگاه مقایسه‌ای که CN دایرهٔ اصلی و C مبدأ مختصات باشد، چنین خواهد بود:

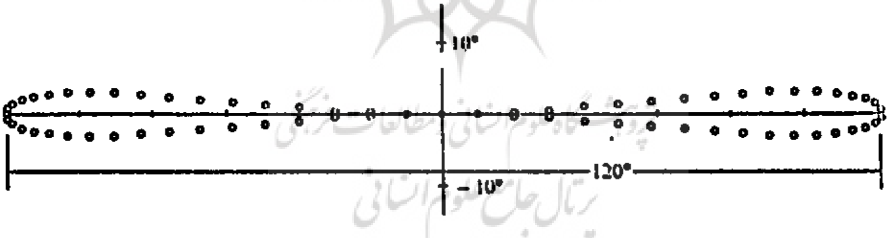
$$x = CN = \text{arc tan}\ (\tan PC \cos \delta)$$

$$y = PN = \text{arc sin}\ (\sin PC \sin \delta)$$

در جدول زیر، مقادیر x و y در فاصله‌های زاویه‌ای پنج درجه به پنج درجه از α و به ازای مقادیر ۲، ۱۶ و ۳۰ درجه از r نشان داده شده است. کافی است که این مقادیر را برای ربع اوّل مسیر به‌دست آوریم. برای سه‌ربع دیگر نتایج با این مقادیر قرینه‌اند.

مختصات‌کروی مسیر حاصل از جفت دایره‌های‌طوسی در حالت کروی

اندازهٔ کمان در حال چرخش rotating arc=2			16		30	
ratation زاویه چرخش	x	y	x	y	x	y
0	4.0000	0.0000	32.0000	0.0000	60.000	0.0000
5	3.9848	0.0002	31.8748	0.1058	59.7462	0.6640
10	3.9392	0.0004	31.5005	0,2060	58.9886	1.2929
15	3.8637	0,0006	30,8806	0.2955	57.7393	1.8540
20	3.7587	0.0007	30.0211	0.3695	56.0170	2.3189
25	3,6251	0.0008	28,9300	0.4248	53.8471	2.6656
30	3.4639	0.0009	27.6172	0.4588	51.2598	2.8798
35	3.2764	0.00009	26.0946	0.4709	48.2885	2.9557
40	3.0639	0.00009	24.3755	0.4615	44.9688	2.8967
45	2.8281	0.00009	22.4744	0.4326	41.3366	2.7150
50	2.5708	0.0008	20.4071	0.3873	37.4272	2.4303
55	2.2940	0.0007	18,1903	0.3297	33.2747	2.0691
60	1.9997	0.0005	15.8411	0.2649	28.9114	1.6622
65	1.6902	0.0004	13.3776	0.1981	24.3684	1.2427
70	1.3678	0.0003	10.8182	0.1345	19.6757	0.8436
75	1.0351	0.0002	8.1816	0.0792	14.8628	0.4967
80	0.6945	0.0001	5.4868	0.0363	9.9593	0.2279
85	0.3486	0.0000	2.7531	.0093	4.9949	0.0581
90	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000



شکل ۶

شکل ۶، مقادیر مختلف به ازای $r = ۳۰^\circ$ را نشان می‌دهد. این مقادیر به کمک کامپیوتر و نسبت به دستگاه مختصاتی متعامد رسم شده‌اند. از آنجاکه انحراف از دایرهٔ اصلی ناچیز است و y ها کوچک‌اند، اختلاف میان حالت کروی و حالتِ مستوی بسیار اندک خواهد بود.

قسمت پایین شکل ۶، حالت مستوی جفت دایره‌ها را نمایش می‌دهد

که مکان نظیر آن خطی راست است. در قسمت بالای شکل، حالت کروی برای $r = 30^\circ$ نمایش داده شده و مکان نظیر به صورت یک هشتِ لاتین (8) کشیده به صورت افقی است. علت این امر آن است که هندسهٔ ذاتی (ماهوی) یک سطح کروی ریمانی[1] است و نه اقلیدسی و مجموع زوایای هر مثلث از دو قائمه تجاوز می‌کند. هر قدر مثلث بزرگتر باشد، فضل کروی بیشتر است. اما در اینجا هر چند که مسیر یک سوّم دایرهٔ عظیمه را می‌پیماید ــ بسی بیش از آنچه که طوسی در نظر داشت ــ انحراف مسیر نسبت به دایرهٔ عظیمه از ۳ درجه کمتر است. همانگونه که در جدول می‌بینیم برای نوسانات کوچک، این انحراف در واقع بسیار اندک خواهد بود.

البته هر دو وضعیت جفت دایره‌ها شرایط و خصوصیات حرکتهای مستدیرِ متشابه را بوجود می‌آورد. و اما در مورد انحرافی که در حالت کروی بین مسیر و دایرهٔ عظیمه وجود دارد، هرچند طوسی آن را مشخصاً بیان نکرده است، لیکن از آنجا که در آثار دو تن از شاگردان بلافصل او آمده، می‌بایست برای او نیز معلوم بوده باشد. نیشابوری[2] و شیرازی[3] هر دو بر این امر واقع تأکید می‌ورزند، ضمن آنکه نیشابوری با استفاده از *اُکَر منلائوس*[4] جلد ۱، بخش ۱۱، در مورد این انحراف، اثباتی رانیز پیش می‌نهد. در واقع تمامی شارحان تذکرهٔ طوسی که مورد رجوع قرار گرفته‌اند، از نیشابوری و

---

۱. هندسهٔ ریمانی (Riemannian Geometry) از انواع هندسه‌های غیراقلیدسی است که در فضای بیضوی یا خمیده تعریف می‌شود و در آن سطوح، بیضوی و خطوط، خمیده‌اند نظیر سطح یک کره.

۲. نظام‌الدین حسن‌بن‌محمد نیشابوری، توضیح *التذکره*، قاهره، نسخه هیئه (Hay'a) ۶۶، ص ۱۹۰.

۳. قطب‌الدین شیرازی، *فَعَلْتُ فَلاتَلُمْ*، تهران، کتابخانه مجلس شورای ملی، نسخهٔ ۳۹۴۴، ورقهای ۶۸ پشت - ۶۸ رو.

4. Menelaus' Spherics.

شیرازی گرفته تا جرجانی[۱] (۷۳۹-۷۷۸/۱۳۳۹-۱۳۷۷)، شیروانی[۲] (۸۵۴/۱۴۵۰)، خفری[۳] (۹۲۹/۱۵۲۲) و بیرجندی[۴] (۹۳۰/۱۵۲۳) همگی به ذکر این نکته خاص پرداخته و برای نشان دادن انحراف، همان اثبات را به کار برده‌اند. اما تمامی آنها بر این نکته اتفاق دارند که این انحراف یا آن قدر کوچک است که قابل ذکر نیست و یا چنین کمانهای کوچکی ازکرات بزرگ را می‌توان به مثابهٔ خطی راست به شمار آورد. باورکردن این امر مشکل است که طوسی مؤلف نخستین متن مثلثات به عنوان علمی مستقل و نیز معروفترین مصحّح و مفسّر اُکَر (مثلثات کروی)، به این انحراف پی‌نبرده باشد.

---

۱. شریف‌الدین جرجانی، شرح *التذکرة النصیریة*، قاهره، دارالکتب، نسخه هیئه (Hay'a) ۱۰۳، ص ۱۰۸.

۲. فتح‌الله شیروانی، شرح *التذکرة*، استانبول توپقاپو سرای، نسخهٔ Ahmad III 3314، ورق ۲۴۶ پشت.

۳. خفری، محمدبن‌احمد، *التکملة فی شرح التذکرة*، Loth 747, India office Library، ورق ۱۶۹ پشت.

۴. بیرجندی، عبدالعلی‌محمدبن‌حسین، شرح *مختصرالهیئة*، کتابخانهٔ دانشگاه کمبریج، نسخهٔ Add.3589 ، ورق ۱۷۰.