

ناتینیتی، نیایی.

عین القنات همدانی

«ما می بینیم». این جمله خبری البته ممکن است خنده دار به نظر برسد: درست مثل ناکبذ بر هر جمله خبری بدیهی دیگر. خوب اگر ناتیئا نمانشم، بله، «ما می بینیم».

بسیارند جمله های خبری ای که از فرما بدیهی بودن، معابشتان را بالکل از دست می دهند. اما حالا به محض اینکه جمله را این طور مطرح کنیم: «ای ما می بینیم؟». ممکن است کمی تشک برمان دارد، زیرا اکنون همان قدر که می دانیم ما می بینیم، به همان اندازه می دانیم که چیزهایی هم هستند که ما نمی بینیم، و این خصوصیت بررسی است که وقتی مطرح شود دیگر همچون جمله خبری اش بدیهی و سر راست جلوه نمی کند. همه ما تا به حال به ناتوایی یا هر جای دیگر رفته ایم. در اینجا چه اتفاقی می افتد؟ در سن راه حطور؟ این ما نیز برای رساندن خودمان به ناتوایی، یک مسیر از بس تعیین شده نداریم؟ این آیا به معنی این نیست که ما در بيمودن مسیر ناتوایی، از یک دستورالعمل ناخواسته بیرونی می کنیم؟ جقدر از مسیر زندگی مان این طور بيموده شده است؟ (حالا بگذریم از اینکه از ناطبات مجازی، بسیاری از راه های رفتنی و باطنع اتفاقات دیدنی را به کلی از ما گرفته و نابود کرده است.) در رفتن ما به سمت ناتوایی یک چیز اساسی هست که مانع از دیده شدن جهان در هر لحظه می شود و آن «روزمرگی» است. روزمرگی هم احتمالاً یعنی همین بگزار هر روزه یک حرکت در یک زمان معین از یک جا به جای دیگر؛ و ما در یک جای مشخص از یک زمان به زمانی دیگر، نمی بینیم که گاه روزمرگی جقدر به این نزدیک می شود و مگر به اینکه این هم در ظاهر چیزی جز همین بگزار... نیست؟ می خواهیم بگوییم که اگر «در می» باشسیم در روزمرگی ایم، و در پی بودن چیست جز آگاه بودن به راه، به اس؟ آیا اگر همین ما، در دیناری غریب، در پی یک ناتوایی باشسیم بار هم این طور بی مناللات از کنار خیابان، خانه ها و آدمها می گذریم؟ رستی ای عادت کردن ما به یک «جا» جقدر زمان لازم است؟ یک سال؟ یک ماه؟ یک هفته؟ پس چرا کسانی هستند که یک عمر همچون غریبه نمی نگاهن بر در و دیور این جهان است؟ (دقیقاً همین حالا، ردسبر محض هم دیگر در این جهان نیست.) بعد از چند شماره، اکنون که ماهامه «آینه خیال» حبس را به دوماهنامه داده است، ما نیز بر آن آمده ایم تا از این پس مقابل تجسمی بن دوماهنامه را هر چه بیستر و عمیق تر به سمت پژوهشی و انتقادی بر سن سوق دهیم تا از این راه تا حد توان، بررسی های بهن در بدلی فرهنگ دیداری مان را تشکارت کنیم. از همین رو، دسمان را به سوی همه دقیق اندیشان، هنرمندان، پژوهشگران و ناقدان این عرصه انکار نمی، نقاسی، کرافیک، تصویرسازی، کارکاتوره، پواینامای، سگاسی، مجسمه سازی، تلرخی صنعتی، تلرخی آیدس و پارچه و چاپ های دستی و هنری و هنرهای جدیداً به نسانه بازی دراز می کنیم. باشد که سر انجام افتخار همه ما زندگی در جامعه ای باشد که به سواد دیداری اش پیش از سواد مدرسه ی اش می نازد.

# فراکتال آرت

مهرداد گروسی

## چکیده

قضاوت را در عرصه هنر و زیبایی‌شناسی بسیار سخت، پیچیده و حتی غیرممکن می‌کند، به گونه‌ای که ریچارد ولهایم<sup>۱</sup> طبیعت هنر را یکی از اغفال‌کننده‌ترین و انحرافی‌ترین پرسش‌های سنتی و باستانی از فرهنگ بشری توصیف می‌کند. از این رو، سنجش و ارزیابی هنر از آغاز قرن بیستم به پدیده‌ای غامض و گیج‌کننده تبدیل شده است.

طی چند دهه گذشته جنبش‌ها و جریان‌های هنری نوین فراوانی به‌طور متراکم و با فروریختن استنباط‌های گذشته از هنر و ارائه تعریف‌هایی بسیار جدید و متفاوت از آن شکل گرفتند که عمده‌ترین آنها گونه‌ها و در حقیقت جنبش‌های هنری بسیار پرتعداد در به چالش کشیدن نقش هنرمند و بازشناسی نسبت‌های هنر، هنرمند و طبیعت شامل فوند آرت<sup>۲</sup>، هنر محیطی<sup>۳</sup> و هنر مفهومی<sup>۴</sup> هستند.

اما برآیند بسیاری از جنبش‌ها و جریان‌های اساسی در هنر و به چالش کشیدن یا ارائه تعاریف جدید برای هنر، هنرمند و اثر هنری، در نحوه ظهور هنرهای کامپیوتری و گونه‌های کاملاً وابسته به آن خلاصه می‌شود که از نظر بهره‌مندی از جوانب مختلف علم، ریاضیات، هندسه، تکنولوژی، هنر و کامپیوتر پیچیده‌ترین و التقاطی‌ترین فرم‌های هنر امروز محسوب می‌شوند؛ چنان که در نیم قرن اخیر گونه‌های مختلف کامپیوتر آرت و دیجیتال آرت به‌صورت برجسته‌ترین شیوه‌های بیان هنری در جهت واقعیت بخشی به تمامی رؤیاها و اندیشه‌های غیرممکن هنرمند خلاق نقش آفرینی می‌کنند.

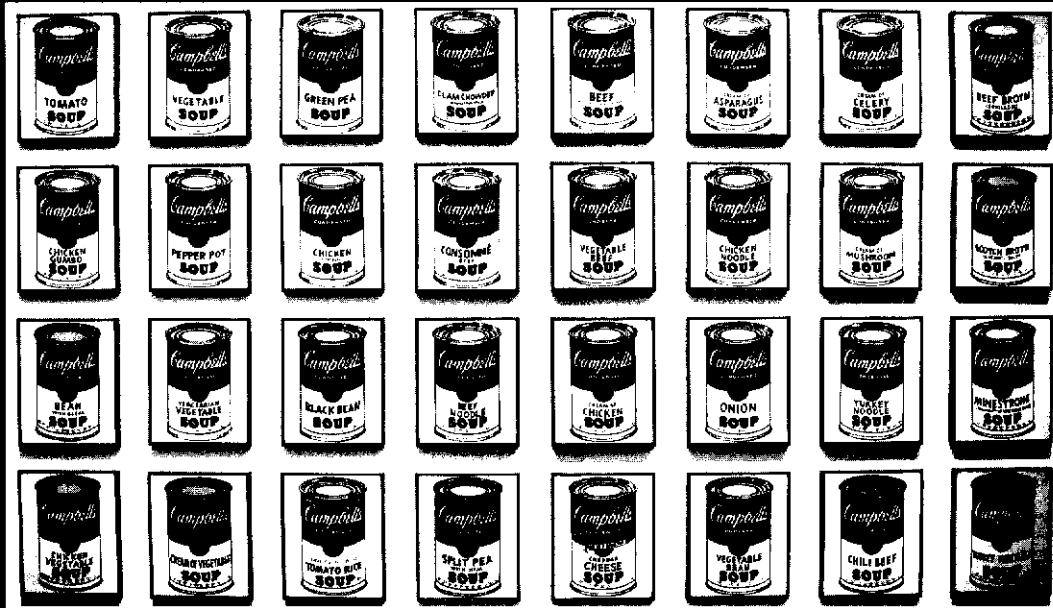
فراکتال آرت عرصه نوینی از کامپیوتر آرت و هنرهای الگوریتمی زاینده کامپیوتر است که طی دو دهه اخیر در بجه نوینی به سمت دنیای تصویرسازی‌های هنرمندانه و ریاضیاتی گشوده، که مهارت در آن، هم نیازمند زیبایی‌شناسی هنرمندانه و هم مستلزم بهره‌مندی از مفادیر هنگفتی ریاضیات و هندسه مدرن فراکتالی است. هدف از نگارش این مقاله تشریح مراحل مختلف پیوستگی‌های هنری و ریاضیاتی منجر به ظهور پدیده فراکتال آرت و توصیف هرچه تمام‌تر چشم‌انداز حاصل از این گونه نوین و التقاطی هنری در جامعه هنری امروز جهان است.

## کلیدواژه‌ها

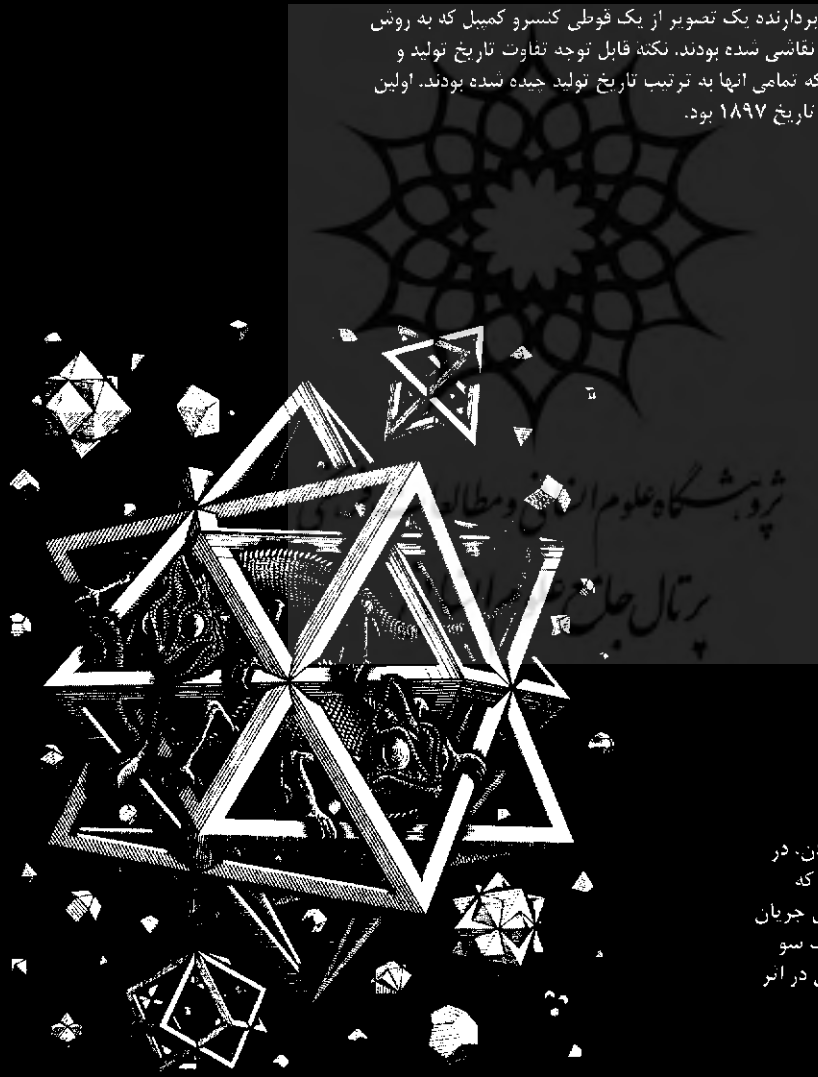
فراکتال آرت، فراکتال، هنر، کامپیوتر آرت، ریاضیات.

## ۱. مقدمه

امروزه هنر با حرکت به سمت وسوویی نوین و چنگ‌زدن به گونه‌ها، سبک‌ها و ابزارهای بیانی متفاوت، در پست‌مدرنیسم از تعاریف گذشته خود فاصله گرفته و هر روز در حال تجربه مفاهیمی جدید از هنر بر بستر رسانه‌هایی نوین و التقاطی است، چنان که دیگر مرزبندی‌های بازشناسی هنر، هنرمند، زیبایی‌شناسی و اثر هنری بسیار کمرنگ شده و از برخی جوانب اعتبار خود را از دست داده‌اند. گستردگی رسانه‌ها و پهنه‌های متفاوت بیان هنری و پیچیدگی مراحل خلق بسیاری از آثار هنری و آمیختگی آنها با علم، تکنولوژی و بیان پست‌مدرنیستی

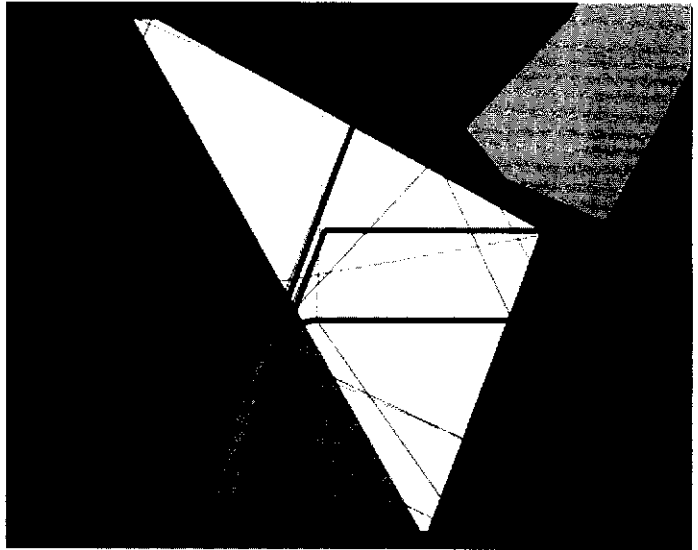


Campbell's Soup Cans, ۱۹۶۲. اثر اندی وار هول. شامل ۳۲ بوم هر یک به ابعاد ۵۰ × ۴۰ سانتی متر و در بردارنده یک تصویر از یک قوطی کنسرو کمپبل که به روش synthetic polymer چاپ و نقاشی شده بودند. نکته قابل توجه تفاوت تاریخ تولید و مژه مربوط به هر قوطی است که تمامی آنها به ترتیب تاریخ تولید جیده شده بودند. اولین آنها نیز با طعم کوجدفرنکی به تاریخ ۱۸۹۷ بود.

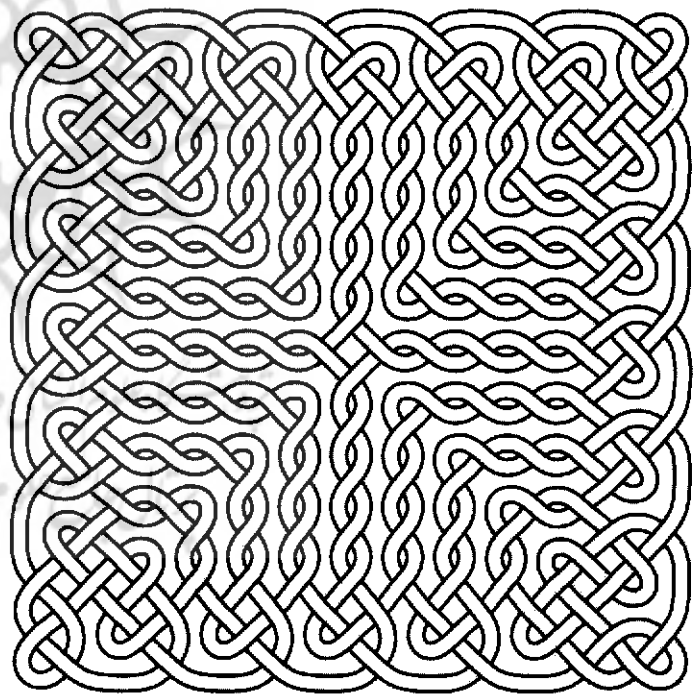


Stars, ۱۹۴۸. حکاکی بر روی چوب.  
۲۶ × ۳۲ سانتی متر. اثر انسر

Doorway to Heaven, ۱۹۷۴. اثر کریس بردن. در این اثر بردن در مقابل پنجره کارگاهش در حالی که عابران از بیرون به او خیره شده اند دو سیم حاوی جریان برق را به سیندانش می جسیباند که این عمل از یک سو موجب سوختگی سدید او و از سویی مانع مرکزش در اثر برق گرفتگی می شود.



اثری از مجموعه آثاری تحت عنوان  
Spacecolor، شامل نماهایی متفاوت از  
احتمالات مختلف تشکیل هایپر کیوب‌هایی ۶  
بعدی، ۱۹۹۹ تا ۲۰۰۲، جوهر بر روی بوم،  
اثر مانفرد مور



اثری از آثار هنر الگوریتمی و هنر ریاضیاتی  
متعلق به رابرت ج. شارین در ۲۰۰۶

شد. از دیگر سو این مفهوم پیچیده فکری و ریاضیاتی در کامپیوتر آرت به صورت چشم‌انداز ریاضیاتی و هندسی نوین از طبیعت و هستی در قالب فرم شگفت‌آوری از هنر با عنوان فراکتال آرت ظهور کرده است که طی دو دهه اخیر توجه بسیاری از ریاضی‌دانان و دانشمندان عرصه فراکتال و پیچیدگی و بسیاری هنرمندان را به خود جلب کرده است. در این مقاله در ابتدا به بررسی قرابت و پیوستگی‌های طولانی ریاضیات و هنر در طول تاریخ می‌پردازیم، پس از آن عرصه‌های مختلف تصویرسازی کامپیوتری را تعریف می‌کنیم. با این مقدمه به تعریف مفهوم ریاضیاتی فراکتال می‌پردازیم، سپس به‌طور تشریحی فراکتال آرت را تعریف و نقش اساسی آن را در دنیای هنر توصیف می‌کنیم.

## ۲. پیوستگی‌های هنر و ریاضیات

همواره پیروی و مطابقت با طبیعت در هنر مورد ستایش بوده و بسیاری اوقات به‌عنوان عامل سنجش میزان هنرمندی و زیبایی متجلی در اثر مطرح شده است. چنان‌که طبیعت خود معیارهایی ارائه می‌کند که صحت یا نادرستی بسیاری عوامل و شرایط را مورد قضاوت قرار می‌دهد و تأیید یا رد می‌کند. ریاضیات نیز اگرچه به‌علت برخورداری از ذاتی منطقی و تکرارپذیر با هنر تفاوت‌هایی اساسی و پایه‌ای دارد، اما آن نیز از طبیعت برخاسته و اساساً در پیروی از طبیعت و قوانین حاصل و منبعث از طبیعت تعریف و آزمایش می‌شود. از این لحاظ ریاضیات و هنر طی اعصار و دوره‌های متفاوت در عرصه‌های گوناگونی چون معماری، موسیقی، نقاشی و بسیاری دیگر از حوزه‌های مشترک بین هنر و ریاضیات، به تکمیل و یاری یکدیگر پرداخته‌اند، چنان‌که در بسیاری از آنها به‌عنوان نوعی مکمل عمل می‌کرده‌اند. چراکه از سویی استفاده از ریاضیات به‌علت استواری مستقیم بر طبیعت، خودبه‌خود منجر به زایش نوعی زیبایی می‌شود و از دیگر سو بهره‌گیری از هنر به‌علت سرچشمه گرفتن از طبیعت مخالفتی با آن ندارد و جلوه‌گر قوانین طبیعی و به‌تبع ریاضیاتی خواهد بود. با این چشم‌انداز در طول تاریخ هنر، بسیاری آثار هنری در هم‌آوردی هم‌زمان هنر و ریاضیات به عرصه ظهور رسیده‌اند. استفاده از ریاضیات در موسیقی توسط فیثاغورس، بهره‌گیری از نسبت‌های طلایی در معماری یونان، ترفیع پرسپکتیو در رنسانس، برداشت‌های نوین امپرسیونیست‌ها از نور و رنگ‌های شفاف و مکمل یا هندسه هنرمندان متجلی در معماری اسلامی نمونه‌هایی آشکار از این پدیده‌اند. در واقع، اگرچه اندازه‌گیری‌های عینی در علم تفاوت بسیار فاحشی با جوانب خلاقانه هنر دارد، اما علم می‌تواند در پشتیبانی‌های تکنیکی از فرآیند تولید هنری، از ترکیب رنگ‌های نقاشی، کوک کردن ساز و چسباندن تکه‌های مجسمه گرفته تا بهره‌گیری از تکنولوژی در بستری‌هایی چون سینما، عکاسی، دیجیتال آرت و دیگر هنرهای وابسته به کامپیوتر در راستای تسهیل بسیاری فعالیت‌های هنری معاصر، مؤثر و سودمند باشد.

علم و هنر در طول تاریخ در بسیاری مناسبات به‌طور کاملاً موازی حرکت کرده‌اند. هر دو در بردارنده اندیشه‌هایی در مورد مواد، مردم، دنیا، فرهنگ، تاریخ و اسطوره‌ها بوده و در حوزه‌هایی ترکیبی از فکر و عمل فعالیت داشته‌اند. جنبش‌های نوین معماری چون دی استایل<sup>۶</sup> و دیکانستراکتیویسم (واسازی گرای)<sup>۷</sup> نیز ناشی از انتشار رویکردهای نوین زیباشناختی نسبت به فرم‌های ریاضیاتی در هندسه مدرن هستند. در بسیاری موارد نیز ریاضیات را به‌عنوان فعالیتی خلاقانه و در برخی

اما با ظهور ریاضیات نوین فراکتالی در مقابل ریاضیات و هندسه سنتی اقلیدسی که مبنای تمامی تفکرات ریاضیاتی، علمی و همچنین مولد اساسی فعالیت‌های کامپیوتری بود، عرصه جدیدی در چشم‌انداز بشر نسبت به طبیعت و رفتارهای آن ایجاد شد، به‌طوری‌که به‌عنوان برآیند ریاضیاتی اندیشه‌ها و فلسفه‌هایی چون پیچیدگی و آشوب<sup>۸</sup>، پدیده فراکتال به‌صورت چشم‌انداز بشر نسبت به دنیای امروز مطرح

رویکردها فرمی از هنر توصیف کرده‌اند، که معمولاً از مقایسه و هم‌سنجی آن با موسیقی و شعر ناشی می‌شود. برتراند راسل<sup>۸</sup> احساساتش را نسبت به زیبایی ریاضیاتی این گونه بیان می‌کند: «ریاضیات از منظر و چشم‌انداز صحیح نه تنها مشتمل بر حقیقت راستین بلکه دربردارنده زیبایی افضل نیز هست؛ زیبایی‌ای به شدت سرد و سخت، مانند یک مجسمه، بدون توسل به هیچ کدام از بخش‌های طبیعت ضعیف‌تر وجودمان، فارغ از تجملات نقاشی و موسیقی، با والاترین خلوص و مستعد و برخوردار از کمالی سخت‌گیرانه که تنها عظیم‌ترین هنرها قادر به نمایش آن هستند. روح واقعی لذت، سرافرازی و احساس فراتر از انسان بودن که سنگ محک و معیار والاترین فضیلت هستند در ریاضیات نیز همچون شعر یافت می‌شوند.»

### ۳. کامپیوتر آرت

پیشرفت ناگهانی تکنولوژی و ظهور کامپیوترها و الگوریتم‌های ریاضیاتی در تصویرسازی‌ها منجر به شکل‌گیری سؤالات بسیاری در زیباشناسی هنر و آثار هنری شد، چنان‌که زیبایی‌شناسی که تا دیروز پیل ارتباطی بی‌واسطه بین طبیعت، هنرمند و مخاطب تلقی می‌شد، در پست‌مدرنیسم به‌موجب ظهور کامپیوتر و تکنولوژی نوین در خلق تصاویر هنری و آغاز عرصه دیجیتال آرت به چالش کشیده شده‌بود. در این روش ریاضیات هدایتگر تکنولوژی مستقیماً فسمتی یا اکثریت فرآیند خلق اثر را به‌عهده می‌گرفت، به‌گونه‌ای که مرزهای بین هنرمند، کامپیوتر و اثر هنری بسیار باریک و در بسیاری موارد از بین رفته بودند؛ تا آن‌جاکه کامپیوتر به‌عنوان به‌روزترین نماینده علم و کامل‌ترین مجموعه متشکل از قوانین ریاضیاتی گاه خالق آثاری هنری معرفی می‌شد.

درواقع در این عرصه از هنر اگرچه پیوستگی‌های هنر و طبیعت به لحاظ کاهش وابستگی‌های مستقیم احساسی هنرمند و طبیعت کمتر به‌نظر می‌رسد، اما به‌موجب پیوند بسیار قوی هنر و ریاضیات انطباق ذاتی هنر با ذات و هستی طبیعت افزایش یافته است.

در طول تاریخ بهره‌گیری از کامپیوتر در تصویرسازی، دیجیتال آرت به‌طور کلی به هنری اطلاق می‌شود که از تکنولوژی دیجیتال در هریک و یا یکی از قالب‌های محصول، فرآیند و یا موضوع اثر هنری بهره می‌برد. در مورد اول، محصول نهایی ماهیتی دیجیتالی دارد، در مورد دوم در فرآیند و مراحل خلق اثر از تکنولوژی دیجیتال استفاده می‌شود و در مورد سوم تکنولوژی دیجیتال ماشین ترسیم‌کننده یا خلق اثر را کنترل می‌کند.

حوزه دیجیتال آرت به دو قلمروی کاملاً متفاوت هنر زاینده کامپیوتر<sup>۹</sup> و هنر وابسته به کامپیوتر<sup>۱۰</sup> تقسیم‌پذیر است. در هنر وابسته به کامپیوتر، کامپیوتر تنها در قالب ابزار بسیار قدرتمندی نقش‌آفرینی می‌کند که توسط هنرمند خالق کنترل می‌شود و اثر هنری تنها محصول فعالیت هنری هنرمند خالق و عملکرد محاسباتی کامپیوتر به‌عنوان اسباب خلق اثر است، درحالی‌که در هنر زاینده کامپیوتر خلق اثر بدون دخالت مستقیم کامپیوتر و بهره‌گیری از سیستم‌ها و فرآیندهای خودگردان امکان‌پذیر نیست.

هنر زاینده کامپیوتر فلسفه جدیدی از آفرینش هنری است که در کامپیوتر امکان گسترش و پیشنهاد تعداد بی‌کرانی از راه‌حل‌های متناظر اندیشه‌های هنرمند خالق و همچنین قابلیت انتخاب هریک را فراهم می‌آورد. هنر زاینده کامپیوتر به فراخور نحوه تولید اثر و شکل‌گیری

تصویر در کامپیوتر دربردارنده فرم‌ها و گونه‌های بسیار متفاوتی چون هنر الگوریتمی<sup>۱۱</sup>، هنر تصادفی<sup>۱۲</sup>، هنر نرم‌افزاری<sup>۱۳</sup>، هنر مصنوعی<sup>۱۴</sup>، هنر ریاضیاتی<sup>۱۵</sup> و هنر ماشینی<sup>۱۶</sup> است که هریک از آنها به‌نحوی از مقادیری تصادف، احتمالات ریاضی و یا اختلاط و درهم آمیختگی داده‌ای برخوردارند و هیچ یک در هیچ حوزه‌ای بدون دخالت مستقیم کامپیوتر تعریف و معنا نخواهند شد.

در این عرصه بسیاری از انتظامات سنتی هنر با تکنولوژی، اصول و مبانی دیجیتال توأم و مرزهای قطعیت و خودآگاهی با تصادف، احتمالات و جوانب خلاقانه ناخودآگاه کم‌رنگ‌تر و در برخی گونه‌ها کاملاً محو شده‌است، چنان‌که تعریف و توصیف جداگانه نقش‌ها و فعالیت‌های خالق، فرآیند و نتیجه آفرینش هنری سخت و اندازه‌گیری و سنجش میزان قطعیت، عمومیت، تصادف، اختیار یا عدم اختیار در فرآیند منجر به خلق اثر ناممکن به نظر می‌رسد.

اولین اقدامات در راستای هنر زاینده کامپیوتر به فعالیت‌های ابتکاری هنرمندانی چون فرایدر نیک<sup>۱۷</sup> و جرج نیز<sup>۱۸</sup> در بهره‌گیری از فرم‌های نویسی از الگوریتم در قالب هنر الگوریتمی، به‌عنوان گونه‌ای از هنر زایشی در دهه ۱۹۶۰ بازمی‌گردد. این آثار که نتایج محاسبات و برآیند فعالیت‌های خودمختار کامپیوتر در خلال الگوریتم‌های تعریف‌شده در آن بودند، توسط یک پلاتر کنترل‌شونده با یک کامپیوتر شخصی خلق می‌شدند. این آثار از این جهت در زمره هنرهای زاینده کامپیوتر قرار می‌گیرند اما دیجیتال آرت محسوب نمی‌شوند، چراکه در این روش پیچیدگی‌های اثر و توالی و تسلسلات تصویری نه از طریق برنامه کامپیوتری بلکه با چاپ‌های پی‌درپی و کنترل پلاترها حاصل می‌شد. تا این‌که در میانه دهه ۷۰ با آغاز پیشرفت عظیمی در ریاضیات تحت عنوان هندسه فراکتالی بر اثر فعالیت‌های تحسین برانگیز و خلاقانه ریاضی‌دان معروف، بنوا مندلبروت<sup>۱۹</sup>، عرصه نوین و کاملاً مستقلی در هنر زاینده کامپیوتر تحت عنوان تصویرسازی و نمایش فراکتالی گشوده شد. این پدیده خارق‌العاده هندسی نه تنها اندیشه‌های نوین ریاضیاتی را گسترش داد، بلکه به منظور فراهم آمدن امکان تصویرسازی بصری‌اش نیز بسیاری از برنامه‌ها و الگوریتم‌های کامپیوتری را برای چاپ و نمایش‌های گرافیکی ارتقا و توسعه داد. آثار فراکتالی که نمایشی کاملاً تصویری از فرم‌های هندسی زاینده تفکر ریاضیاتی فراکتالی بودند، به علت ابزار اجرای متفاوت نیز از اهمیت ویژه‌ای برخوردارند، به‌طوری‌که اولین نمونه‌های تصویرشده از فراکتال‌ها در نیمه دوم دهه ۸۰ برخلاف آثار ابتدایی هنر الگوریتمی که با استفاده از پلاترها نقش‌بندی می‌شدند، به‌سادگی تصویری تماماً دیجیتال را در حافظه کامپیوتر در اختیار قرار می‌دادند که به‌وضوح دیجیتال آرت محسوب می‌شدند.

استفاده‌های حرفه‌ای و کاملاً هنرمندانه از الگوریتم‌های کامپیوتری در تصویرسازی فراکتالی، به‌عنوان یک گونه کاملاً مستقل هنری و تحت عنوان رسمی فراکتال آرت به اوایل دهه ۱۹۹۰ و شکل‌گیری نرم‌افزارهای انحصاری خلق و تولید تصاویر فراکتالی باز می‌گردد. از آن زمان بسیاری از هنرمندان از دیگر عرصه‌های هنرهای تصویری به تجربه خلاقانه‌ترین عرصه تصویرسازی تعاملی (اینتراکتیو) و الگوریتمیک و بهره‌مندی از بداعت هندسی جاری در آن روی آورده‌اند و با کاوش‌های ریاضیاتی و ارائه الگوریتم‌های خلاقانه سعی در دستیابی

به نمونه‌ها و آثاری بسیار مبتکرانه و پیچیده‌تر دارند.

#### ۴. توصیف ریاضیاتی فراکتال

در اصطلاح کاربردی، فراکتال یک فرم ناهنجار و چندپاره هندسی است که به اجزای کوچک‌تری بخش‌پذیر است، به طوری که هر یک از اجزا خود کپی و نمونه کوچک‌تر شده از تمامیت و کلیت تصویر و فرم ابتدایی باشد. این عرصه توسط مندل بروت در سال ۱۹۷۵ نام‌گذاری شده و نام آن نیز از واژه لاتین « fractus » به معنای شکسته<sup>۲۰</sup> یا گسیخته<sup>۲۱</sup> مشتق و استنتاج شده است. مندل بروت برجسته‌ترین چهره در طرح هندسه فراکتالی و ورود آن به عرصه گرافیک کامپیوتری است. او نشان داد که فراکتال‌ها چگونه می‌توانند در موقعیت‌ها و مکان‌های مختلفی چه در ریاضیات و چه هر جای دیگر طبیعت رخ دهند و واقع شوند. او طی همکاری‌های طولانی مدتش با ای. بی. ام<sup>۲۲</sup> به عنوان یکی از متخصصان لابراتوارهای پیشرفته آن دریافت بود که یکی از عمومی‌ترین مناظر در حوزه‌های مختلف هندسه، مفهوم خودتشابهی<sup>۲۳</sup> است. تا اینکه در اواسط دهه ۱۹۷۰ واژه فراکتال را برای نام‌گذاری اشکالی به کار برد که از بعد کسری<sup>۲۴</sup> برخوردار بودند. فراکتال یک فرم ناهنجار یا چندپاره هندسی است که از قابلیت قسمت‌شدن به اجزایی در تشابه کامل یا نسبی با فرم ابتدایی‌اش برخوردار است. همان‌طور که کره یا دایره مفاهیمی هستند که تمامی اشیا و فرم‌های فیزیکی وابسته به خود را معنا می‌کنند، فراکتال‌ها نیز مفاهیمی نوین هستند که گیاهان، ابرها، کوه‌ها و آشفته‌گی‌ها و خطوط مرزی را که با فرم‌های هندسی ساده قابل توصیف نیستند، معنا می‌کنند.

فراکتال به عنوان یک شیء هندسی عموماً از خصوصیات و کیفیاتی این چنین برخوردار است: ۱- در مقیاس‌های کوچک ساختاری شگرف و عالی دارد؛ ۲- از جهت توضیح و توصیف در زبان هندسه سنتی اقلیدسی بسیار بی‌قاعده و بی‌رویه است؛ ۳- خودمتشابه<sup>۲۵</sup> است؛ ۴- بعد هاسدورف آن بزرگ‌تر از بعد توپولوژیک آن است؛ ۵- تعریفی ساده و بازگشتی دارد. مندل بروت با یاری گرافیک و تکنولوژی پیشرفته کامپیوتری در ای. بی. ام برای اولین بار موفق به نمایش تصویری چگونگی عملکرد بسیاری از زیباترین فراکتال‌های شناخته‌شده در ریاضیات شد. بدین ترتیب، مندل بروت نه تنها اندیشه‌های نوین ریاضی و هندسی را به طرز شگرفی گسترش داد، بلکه موجبات توسعه بسیاری از برنامه‌ها و امکانات گرافیک کامپیوتری، به منظور تصویرسازی و چاپ گرافیکی برآیندهای بصری این پدیده شگرف هندسی را نیز فراهم آورد.

فراکتال‌ها نیز مانند دایره، سه‌گوش، مربع و... از اشکال ریاضی محسوب می‌شوند. اما تفاوت عظیم آنها در ساختار ابتدایی‌شان است که در فرآیند تکراری بزرگ‌نمایی مشهود می‌شود، چنان‌که اگر در کادری بسته بر خط محیطی یک دایره شروع به بزرگ‌نمایی کنیم، میزان تحذب شروع به کم‌شدن می‌کند، به طوری که در سطوح بالا از خط راست قابل تمیز نیست. این پدیده در شکل‌های فراکتالی صادق نیست و در صورت بزرگ‌نمایی تا تریلیون‌ها بار همچنان تصویر و فرمی پیچیده و درسبب با فرم ابتدایی ظاهر می‌شود. تفاوت در نحوه پیدایش ریاضیاتی فرم‌های ساده ریاضی و فراکتال‌هاست. بدین صورت که شکل‌های ساده ریاضی مثل دایره از فرمول‌های ساده‌ای چون  $x^2 + y^2 = r^2$  تبعیت می‌کنند. اما فراکتال‌ها طی فرآیندی تکرار شونده پدیدار می‌شوند، به طوری که خروجی یک فرمول یا

فرآیند، ورودی فرآیند بعدی محسوب می‌شود و این پدیده همچنان ادامه می‌یابد.<sup>۲۶</sup> در واقع اگرچه فرمول تشکیل‌دهنده فراکتال خود از پیچیدگی‌هایی برخوردار است اما پدیده‌ای که منجر به وقوع بی‌نظمی و آشوب در تصاویر می‌گردد، بازخورد چندباره و مکرر عدد ابتدایی در فرمول است.

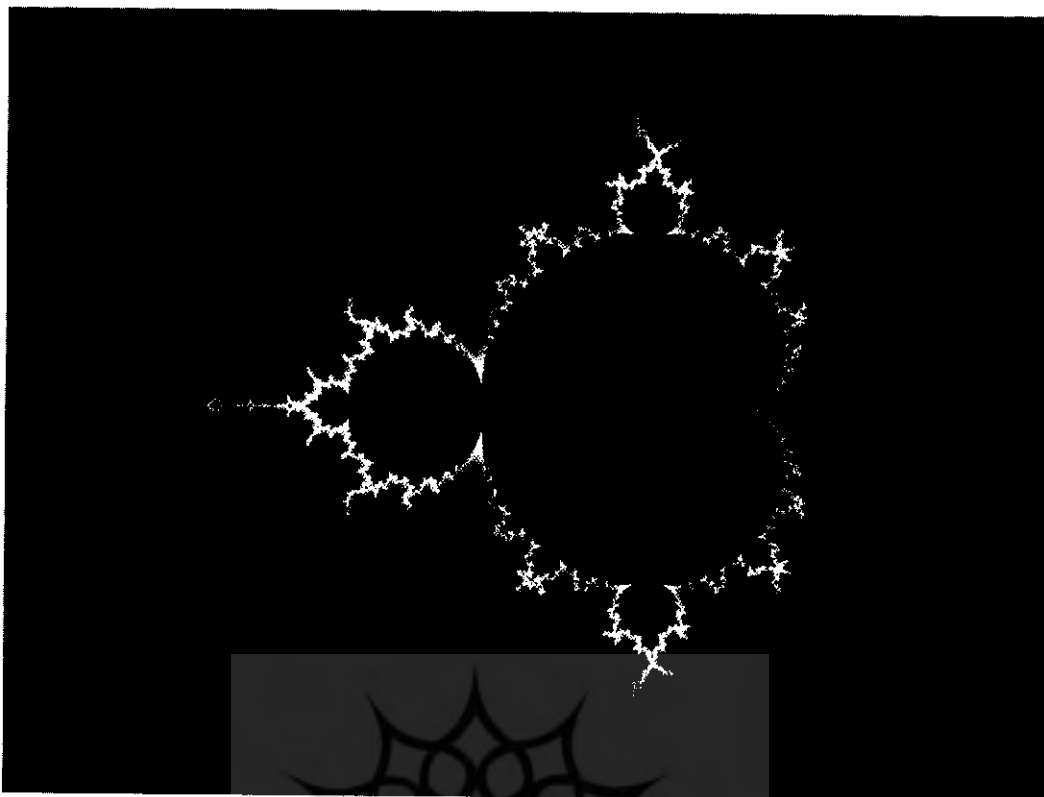
فراکتال‌ها به علت ظهور متشابه یا همسان در تمامی مراحل بزرگ‌نمایی عموماً به صورت فرم‌ها یا اشکالی بی‌نهایت پیچیده مطرح می‌شوند. از این جهت از مثال‌هایی طبیعی چون ابرها، سلسله کوه‌ها و... در تعریف این پدیده و خاصیت فراکتالی استفاده می‌شود. فراکتال‌هایی تقریبی در طبیعت یافت می‌شوند. این اشیا یا پدیده‌ها ساختار خودمتشابهی را در گستره‌ای وسیع اما محدود به نمایش می‌گذارند؛ مثل دانه‌های برف، کریستال‌ها، کوهستان‌ها، صاعقه، شبکه رودخانه‌ها، گل کلم و سیستم‌هایی چون مجاری خون‌رسانی و ریوی در بدن. درخت‌ها و سرخس‌ها نیز فراکتال‌هایی در طبیعت هستند که به آسانی از طریق یک الگوریتم بازگشتی در کامپیوتر قابل بازسازی‌اند.

#### ۵. فراکتال‌آرت

فراکتال‌آرت از دوباره‌سازی اصول تشکیل‌دهنده فراکتال و نمایش دوباره نتایج محاسبات و وقایع عددی در قالب تصویر ثابت، انیمیشن، موسیقی و یا دیگر مدیوم‌ها و رسانه‌ها خلق می‌شود. فراکتال‌آرت با مساعدت و کمک کامپیوتر در زمینه تنظیم پارامترها و عوامل حسابی مربوط به برنامه فراکتال، اجرای محاسبات طولانی و ارزیابی و نمایش محصول و اثر ایجادشده، خلق می‌شود و به عرصه ظهور می‌رسد. در واقع فرم اصلی یک اثر فراکتالی، تصویری ذخیره‌شده در یک کامپیوتر است که از یک لحاظ به دلیل نحوه تولید به هنر فرمولی<sup>۲۷</sup> شباهت دارد و از چپتی نسلی از آثار الگوریتمیک هدفمند محسوب می‌شود. این عرصه هنری بسیار پیچیده، تنها نزدیک به ۱۰ تا ۱۵ سال است که به طور حرفه‌ای و در قالب فرمی متعارف از هنر در عرصه بین‌المللی خودنمایی می‌کند.

فراکتال‌آرت به صورت ترکیبی از دقت و صراحت منطق ریاضی، شگفتی ناشی از سیستم‌های آشوب‌ناک<sup>۲۸</sup> و اشتیاق منجر به بیان زیبایی‌شناسی هنری خودنمایی می‌کند. به سادگی می‌توان گفت فراکتال‌ها فرم‌هایی هنری هستند که ریخت‌ها و ترکیب‌هایی مشابه را در اندازه‌ها و مقیاس‌های متفاوت نمایش می‌دهند، همچنان که بازرسی بسیار نزدیک از یک صخره از لحاظ ریخت‌شناسی، تصویری مشابه با منظر هوایی یک کوه به دست می‌دهد. اکثر وقایع و فعالیت‌های بصری به نمایش درآمده در یک فراکتال برمبنای ریاضیات پیشرفته هستند؛ فرمول‌ها و برنامه‌هایی که گاه ساده و اکثراً بیش از اندازه پیچیده و بغرنج‌اند. اما به‌منظور درک ابعاد هنری و زیباشناسی یک اثر فراکتال‌آرت چندان نیازی به درک و بازنگری ریاضیات پیچیده نهفته در پشت فرم‌های بصری و تصویری موجود در اثر نیست.

فراکتال‌آرت شاخه‌ای از هنرهای تصویری دوبعدی است که از نظر ظهور در عرصه هنر، شباهت‌های بسیاری با عکاسی دارد، چنان‌که تجلی فراکتال‌آرت نیز همچون عکاسی در ابتدای ورود و پذیرش آن به‌عنوان فرمی از هنر با شکایت‌های سطحی و بنیادی بسیاری روبه‌رو شد. فراکتال‌ها از آن جهت که به صورت تصاویری چاپ شده ارائه می‌شوند، هنرمندان فراکتال را در زمره نقاشان، عکاسان و تصویرسازان قرار می‌دهند و از آن جهت که تصاویر فراکتالی اصولاً به صورت

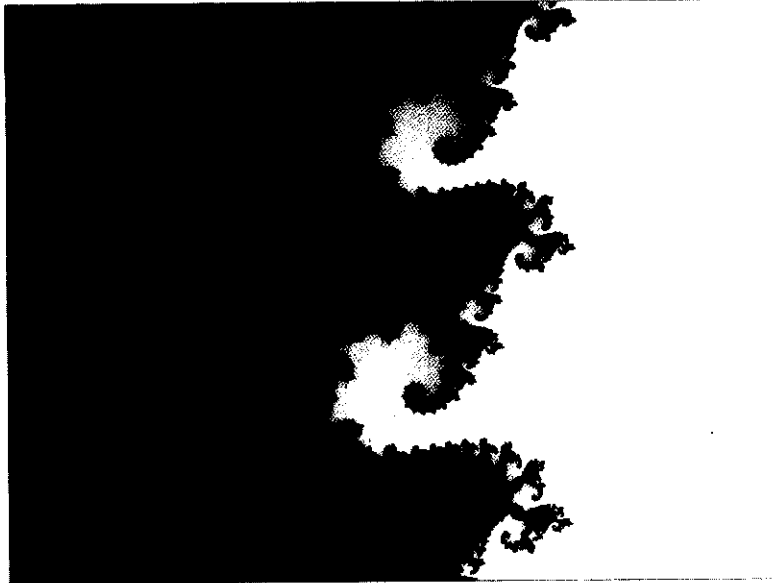


نمایشی از فراکتال مندلیبروت با بزرگنمایی ۱ (تصویر ابتدایی)، که مساحت تصویر ۱ مترمربع فرض می‌شود. تصاویر بعدی مراحل بزرگنمایی فراکتال ساده مندلیبروت را نمایش می‌دهند. شایان ذکر است این تصاویر بدون در نظر داشتن ابعاد زیبایی‌شناسی و تنها در جهت درک بهتر بزرگنمایی‌ها در فراکتال و ابعاد هنگامت تصویر ابتدایی در بزرگنمایی‌های زیاد ایجاد شده‌اند (اعداد مربوط به بزرگنمایی تصاویر در واقع نمایش دهنده اندازه تصویر ابتدایی بر حسب مترمربع نیز هستند).

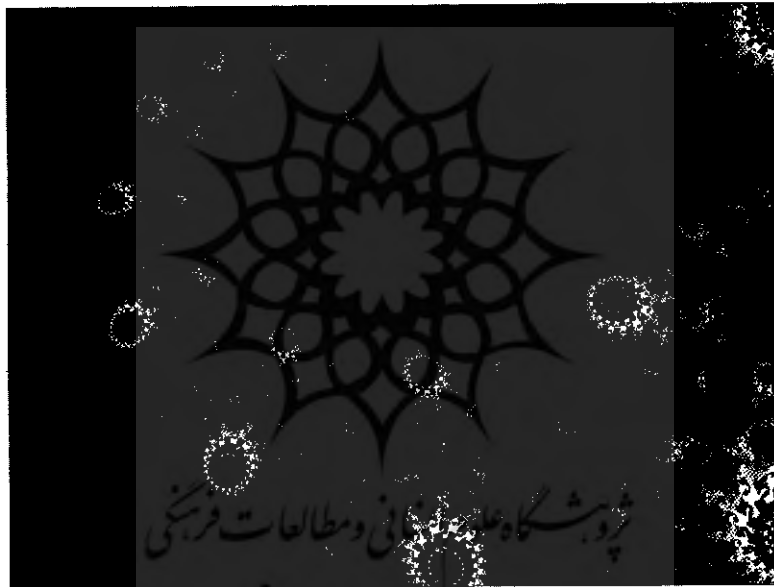


نمایشی از فراکتال مندلیبروت با بزرگنمایی ۱۰

۱۰



نمایشی از فراکتال مندلیبروت  
با بزرگنمایی  $10^2$



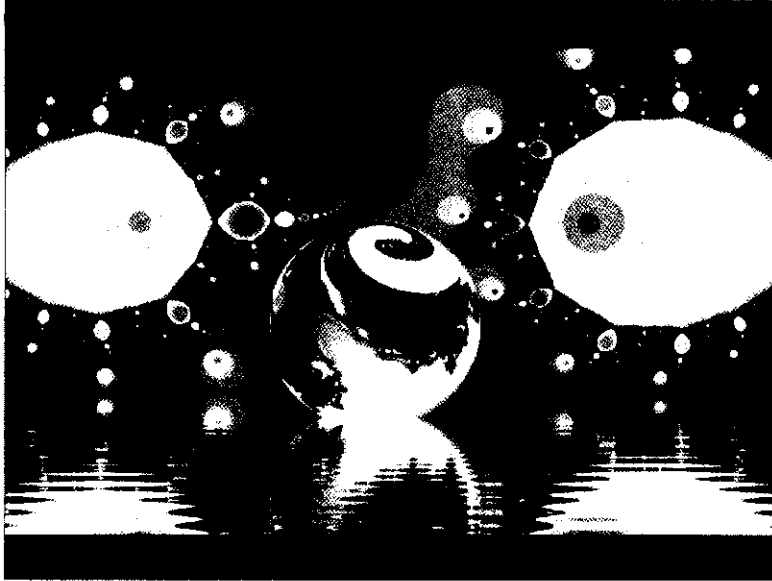
نمایشی از فراکتال مندلیبروت  
با بزرگنمایی  $10^{14} \times 5/1$  که  
در این حالت اندازه تصویر  
ابتدایی ما در حافظه کامپیوتر  
برابر با مساحت کره زمین  
است.



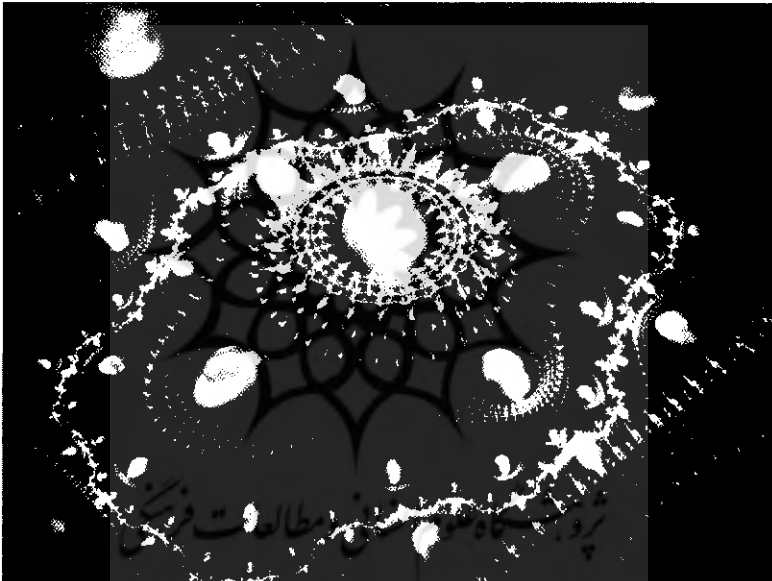
نمایشی از فراکتال مندلیبروت  
با بزرگنمایی  $10^{22} \times 2/7$  که  
در این بزرگنمایی اندازه  
تصویر ابتدایی ما بر حسب  
مترمربع تقریباً برابر با  
مساحت خورشید است.

پرتال جامع علوم انسانی

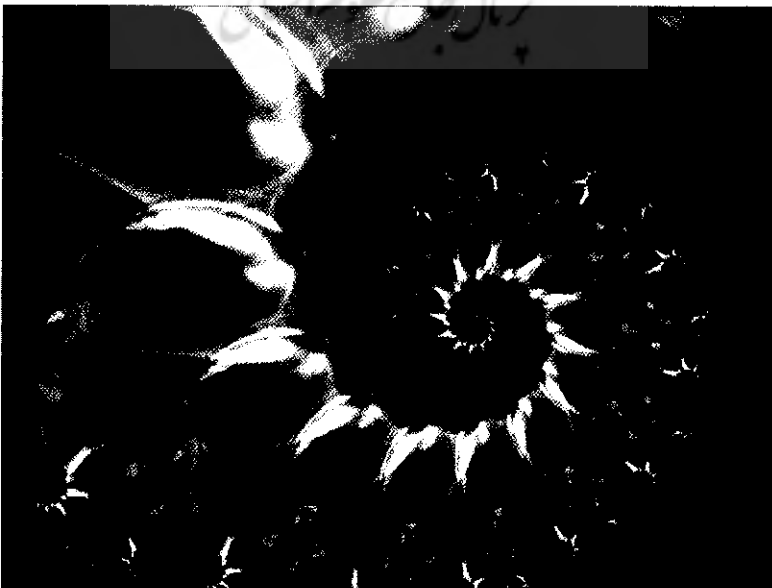




،Creation of a Planet  
اثر مهرداد گروسی ۲۰۰۷



،Treasure in 3D  
اثر بیتروزونک ۲۰۰۷

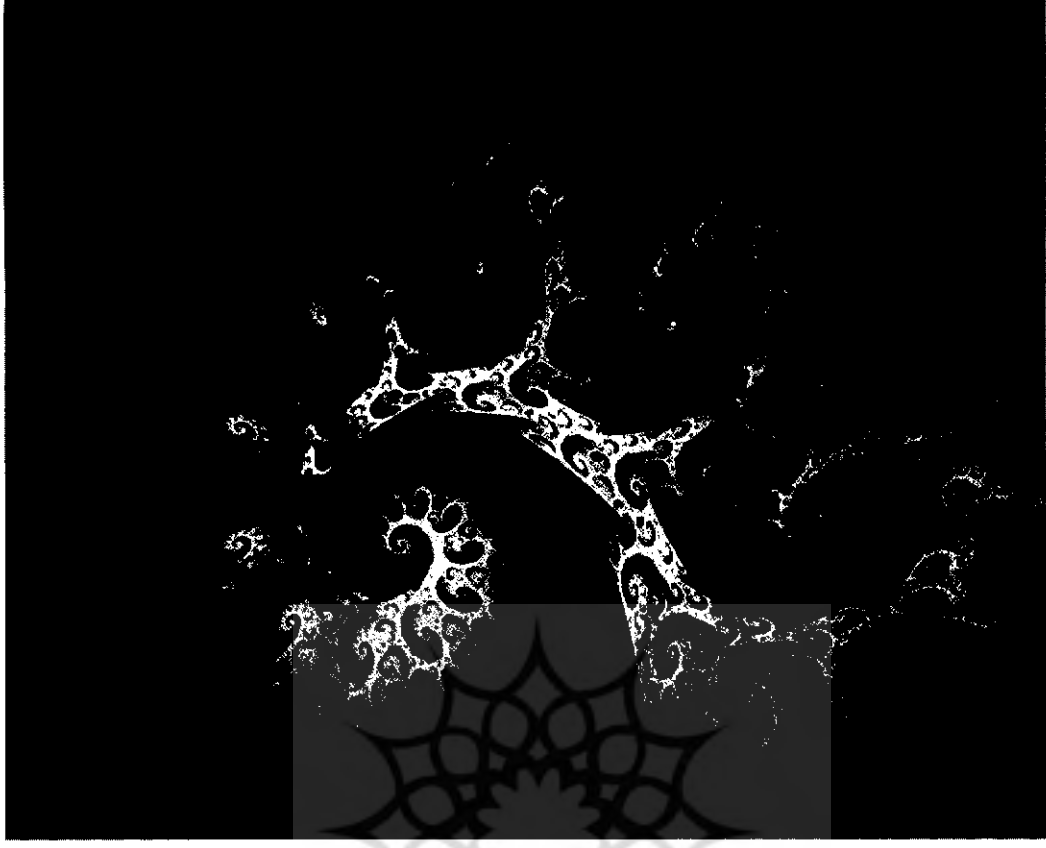


،Pistachios  
اثر مهرداد گروسی ۲۰۰۷

اثر مهرداد

کارگاه آموزشی ۳D

Thermal Imaging، ۲۰۰۶، اثر گیبل-اکا و لنس ونج



Daemon's Heart، ۲۰۰۷، اثر مہر داد گروسی



الکترونیکی و دیجیتالی خلق و تشکیل می‌شوند، هنرمندان دیجیتالی از آنها با آغوش باز استقبال می‌کنند.

اکثر کاوش‌ها و آثار فراکتالی در ابتدا با یک تصویر ساده فراکتالی که معمولاً در نمایشگر ابعادی بیشتر از ۱۲ اینچ مربع ندارد، شروع می‌شوند. هنرمند مقطعی کوچک از تصویر ابتدایی را بر مبنای اصول زیبایی‌شناسی انتخاب و آن را به اندازه نمایشگر بزرگ می‌کند. دوباره مقطعی دیگر از تصویر تمام‌صفحه جدید انتخاب می‌شود و به نوبت ادامه پیدا می‌کند. گستره کاوش و ریزبینی هنرمند خالق تا ریزترین نقوش تشکیل دهنده تصویر نفوذ می‌یابد و این فعالیت به‌طور نامحدودی دنبال می‌شود، به گونه‌ای که پس از تعداد کمی بزرگ‌نمایی، تصویر ۱۲ اینچی ابتدایی به تصویری با ابعاد تقریبی یک کشور (چند هزار کیلومتر مربع) تبدیل می‌شود. بزرگ‌نمایی‌ها و کاوش‌های بیشتر می‌تواند اندازه تصویر را از ابعاد زمین و حتی منظومه شمسی نیز فراتر برد،<sup>۲۹</sup> چنان‌که ریاضیات و خلاقیت تا بی‌نهایت ادامه می‌یابد. تنها محدودیت‌های کامپیوترها در پردازش تصاویر، عمق کاوش‌های زیبایی‌شناسانه هنرمندان را در این عرصه بی‌کران محدود می‌کند. در همین بین هر یک از نقاط تشکیل دهنده تصویر مفروض ۱۲ اینچی (تقریباً ۶۲,۰۰۰ نقطه‌ای) ما در همان مرحله اول ممکن است یک عدد را در فرمول فراکتال بیش از ۱۰۰۰ مرتبه به گردش درآورد که در این صورت جهت محاسبه تمامی نقاط تصویر، فرمول مربوط باید بیش از ۶۲,۰۰۰,۰۰۰ مرتبه محاسبه و تکرار شود، که این مثالی بسیار معمولی است.

آنچه فراکتال‌آرت را از دیگر فرم‌های دیجیتالی‌آرت مشخص می‌کند نقش بسیار مهم ریاضیات در خلق تصاویر فراکتالی در نسبت با نقش آن در دیگر فرم‌ها است. اگرچه در تمامی امور مرتبط با کامپیوتر به‌طور ناخواسته ریاضیات دخیل است اما در فراکتال‌آرت ریاضیات قسمت عظیمی از مراحل خلق اثر را به خود اختصاص می‌دهد، به‌طوری‌که تمامی تصاویر رایج و شایع فراکتالی با صراحت و دقت فوق‌العاده‌ای در ریاضیات تعریف و تبیین شده‌اند. ریاضیات با زبان برنامه‌نویسی کامپیوتری هزاران فرمول محاسباتی با صدها پارامتر را در اختیار هنرمند قرار می‌دهد، که هر پارامتر نیز از تعداد بی‌کرانی ارزش‌های ممکن عددی و غیر عددی برخوردار است. در این سیستم تعداد ترکیباتی که در اختیار هنرمند قرار می‌گیرد غیرقابل شمارش است. یک تصویر ساده فراکتالی ممکن است دربردارنده تریلیون‌ها بار محاسبات ریاضیاتی تکرارشونده و ملال‌آور باشد. کامپیوترها بر خستگی و ملال فایز می‌آیند، از دستورالعمل‌های ساده به‌خوبی پیروی می‌کنند و از انجام مکرر امور تکرارشونده هیچ‌گاه خسته نمی‌شوند. در این میان هنگامی که هنرمند تصویرساز در جست‌وجوی ایده‌آل‌های زیبایی‌شناسی مورد نظر در بیسن فرم‌ها، رنگ‌ها و نورها تمرکز می‌کند در واقع انجام میلیاردها محاسبه تکرارشونده را به کامپیوتر واگذار می‌کند. در تمامی این موارد کامپیوتر نقشی کاملاً ابزاری (محاسبه‌گر) از خود ایفا می‌کند (مانند اتاق تاریک، لنز یا قلم و رنگ نقاشی و...) و مدیریت محاسبه جزئیات محیط مجازی ایجادشده توسط ذهن خلاق هنرمند را برعهده می‌گیرد. اما تنها هنرمند خلاق می‌تواند ارجحیت یک ترکیب را نسبت به دیگری بر مبنای اصول زیبایی‌شناسی، ارزش هنری و بار معنایی آن تشخیص دهد و آن را به‌سمت تعالی و تکامل اثر نهایی هدایت کند. ریاضیات فراکتالی

یا را حتی فراتر از فراکتال‌آرت می‌گذارد و در دیگر فرم‌های دیجیتالی‌آرت نیز به‌منظور پایه‌ریزی اصول شبیه‌سازی مراحل رشد گیاهان، ساختار کوه‌ها و خلق یافت‌های طبیعی نقش‌آفرینی می‌کند.

یکی از اسرارآمیزترین جلوه‌های تصاویر فراکتالی جزئیات نامحدود و لایتناهی موجود در آنهاست، چنان‌که اگر قسمت کوچکی از یک تصویر را انتخاب و بزرگ کنیم دوباره تصویری با جزئیاتی نامحدود در اختیار خواهیم داشت. از نظر ریاضیاتی این جزئیات تا بی‌نهایت ادامه خواهند داشت و هیچ‌گاه بر اثر بزرگ‌نمایی‌های پی‌درپی پایان نخواهند گرفت، بلکه تنها محدودیت در ابزار محاسبه و نمایش نتیجه است. این همان بعد اکتشافی فراکتال‌آرت است که وقتی به یک تصویر نگاه می‌کنیم، می‌دانیم ممکن است تنها فردی باشیم که تاکنون آن را مشاهده کرده‌است.

آثار فراکتالی قابل شرح و توصیف نیستند و تنها باید مشاهده و موشکافی شوند. هنرمند فراکتال مانند هنرمندان سنتی عرصه هنرهای تجسمی و تصویری از تمامی امکانات و خلاقیت خود جهت پیشبرد و تحقق بیان یا مفهوم هنری مورد نظر از خلال مدیوم مورد نظر بهره می‌برد و با لحاظ امکانات و محدودیت‌های مدیوم مورد استفاده، با تمام نیرو سعی در آفرینش تصویر در چهارچوب سفید صفحه نمایش دارد، با این تفاوت که امروز در عرصه دیجیتالی‌آرت و فراکتال‌آرت ابزار و امکانات خلق اثر به‌طرز شگرفی مدرنیزه و متنوع شده و شرایطی بس مناسب جهت تمرکز هرچه بیشتر ذهن و قوه خلاقه هنرمند بر پیشبرد هرچه تمام‌تر اثر فراهم آمده‌است.

فراکتال‌آرت از الگوها، مقیاس‌گذاری و خود تشابهی فراکتال‌ها برای توسعه یک چشم‌انداز بی‌همتا بهره می‌برد و تصویری هندسی از رفتارهای پیچیده و دینامیک طبیعت تولید و ارائه می‌کند. فراکتال‌آرت روشی برای مشاهده فراکتالیته حاکم بر پدیده‌های طبیعی و غیرطبیعی با بهره‌گیری از زبان نظم‌نشست گرفته از بی‌نظمی و آشوب است. چشم‌انداز فراکتال‌آرت در این برهه از زمان بسیار بی‌نظیر است. این گونه هنری در اواخر قرن بیستم در همبستگی مستقیم با دگرگونی ریاضی و فیزیکی طبیعت، فضا و چشم‌انداز بشر نسبت به جهان ظهور کرد و از پیشرفت و توسعه تکنولوژی در این عرصه زاینده شد. فراکتال به صورت بیانی از امتزاج نامعقول نظم و آشوب و بویابی‌شناسی طبیعت و بشر، که از نفوذناپذیری بنیادی‌ای در نفس و هسته وجودی‌اش برخوردار است، نمادی در تضاد و مخالفت مستقیم با هندسه اقلیدسی به‌شمار می‌رود. پیتر هالی<sup>۳۰</sup> در مقاله‌ای با عنوان «بحران در هندسه» در ۱۹۸۴ رویکرد هندسه مینیمال را در تصویرسازی مسائل و مشکلات فردی و اجتماعی امروز این‌گونه تفسیر می‌کند: «جایی که زمانی هندسه نشانی از پایداری، نظم و تناسب ارائه داد، امروز آرایشی از تحدید و زندان و بازداشت پیشکش می‌کند».

فراکتال‌آرت در تقابل با هندسه اقلیدسی و بر مبنای گسیختگی و شکستگی تقارن، مفهوم جدیدی از فرم خلق شده از برهم‌کنش‌های اساسی را ارائه داد. در تقابل با هنر سنتی که با تمرکز بر تصاویر ساده اقلیدسی سعی در توضیح و توصیف جهانی خطی و طولی داشت، مدل فراکتالی چشم‌انداز و رویکردی نوین را نسبت به جهان ارائه و پیشنهاد کرد که از مسائل غیرخطی، مبهم، درهم‌آمیخته و به‌شدت پیچیده و

مرکب بهره می‌جست.

فراکتال‌آرت هم برگرفته از ریاضیات و هندسه مدلل است، هم خاستگاهی کاملاً طبیعی دارد و نیز ارائه‌دهنده تصاویری بسیار شگفت‌انگیز و برخوردار از جوانب زیبایی‌شناختی است. بنابراین، در مواجهه با یک اثر فراکتال‌آرت با مجموعه‌ای از فرم‌های درهم پیچیده هندسی برگرفته از ریاضیات مدرن فراکتالی و سیستم‌ها و موقعیت‌هایی آشوب‌ناک و گاه تصادفی و غیرقابل پیش‌بینی روبه‌رو هستیم که تماماً خاستگاهی طبیعی و علمی دارند و عموماً در قالب توضیح و توجیه هندسی بسیاری از رفتارهای طبیعی عالم در ریاضیات، عنوان می‌شوند. از این نظر، فراکتال‌ها تصاویری کاملاً طبیعی و برخوردار از خصوصیات گنجایش‌های چندجانبه طبیعت در ابراز تمامیت‌های عمومی رفتارهای پیچیده در قالب فرم‌های مختلط هندسی هستند، که با راهبری هنرمند خالق جنبه‌های زیبایی‌شناختی آنها تقویت می‌شود و نه تنها در قالب نمایشی واحد از رفتارهای طبیعت بلکه به‌عنوان بیانی هنرمندانه از زیباشناسی، کمال‌گرایی و عمومیت پیچیدگی رفتارهای طبیعی عالم مطرح و موجب شگفتی هرچه تمام‌تر مخاطب می‌شوند.

پی نوشت:

1-Richard Arthur Wollheim

2- found art/ readymade/ found object

3- environmental art

4- conceptual art

۵- chaos، معروف به نظریه آشوب، به توضیح و توصیف رفتار سیستم‌های دینامیکی غیرخطی می‌پردازد که نسبت به شرایط اولیه‌شان بسیار حساس هستند، چنانکه تغییرات اندک در اوضاع ابتدایی آنها منجر به تغییرات بسیار هنگفت در آینده می‌شود. این پدیده با عنوان اثر پروانه نیز شناخته می‌شود. این پدیده در بسیاری از رفتارهای عمومی طبیعت مشاهده شده که مثال روزانه آن رفتار آب و هوا است.

6- de stijl

7- deconstructivism

8- Bertrand Arthur William Russell

9- computer generated art

10- computer aided art

11- algorithmic art

12- random art

13- software art

14- artificial art

15- mathematical art

16- cellular automation art

17- Frieder Nake

18- George Nee s

19- Benoit Mandelbrot

20- Broken

21- Fractured

22- IBM (International Business Machines Corporation)

۲۳- self similarity، در ریاضیات یک شیء خودمتشابه شیئی است

که از تشابه کامل یا تقریبی نسبت به هریک از بخش‌های جزئی‌تر خود برخوردار باشد، که عموماً طی فرآیند بزرگ‌نمایی به‌وفور آشکار می‌شود. در طبیعت نیز بسیاری پدیده‌ها چون خطوط ساحلی، کلم برکلی، ابرها، سرخس‌ها و... از خودتشابهی برخوردارند، چنانکه قسمت‌هایی از آنها در مقیاس‌های متفاوت از خصوصیات مشابه با فرم کلی بهره‌مندند.

25- self-similar

۲۶- شایان ذکر است فرمول‌های مورد استفاده نیز بسته به پیچیدگی‌های تصویر مورد نظر گاه در زبان برنامه‌نویسی جهت تعریف پارامترها، رنگ‌ها و الگوریتم‌های دربردارنده تصویر بالغ بر چند هزار خط هستند.

27- equation art

28- chaotic systems

۲۹- این امر مستلزم تجهیز به سیستم‌های کامپیوتری پیشرفته و در برخی موارد فوق‌حرفه‌ای است، که در آنها نیز انجام محاسبات مربوط به ظاهر سازی یک تصویر فراکتالی چند ساعت، چندین روز و گاه ماه‌ها به طول می‌انجامد.

30- Peter Halley

منابع:

1. <http://classes.yale.edu/fractals>

2. [http://fractalartgallery.com/fractal\\_art\\_essay\\_02.htm](http://fractalartgallery.com/fractal_art_essay_02.htm)

3. <http://library.thinkquest.org/3288/fractals.html>

4. <http://mathworld.wolfram.com>

5. <http://members.cox.net/fractalenc/encyclopedia.html>

6. <http://www.karpie.net> (<http://www.karpie.net/art/about.php>)

7. <http://www.fractalus.com>

(<http://www.fractalus.com/info/fractalart.htm>)

<http://www.fractalus.com/info/layman.htm>

<http://www.fractalus.com/fractal-art-faq>

8. <http://www.iaaa.nl/rs/artkunstE.html>

9. <http://home.att.net/%7Efractalia/index-nos.html#/buttons>

10. <http://design.osu.edu>

(<http://design.osu.edu/carlson/history/ID797.html>)

11. <http://www.phys.unsw.edu.au>

[http://www.phys.unsw.edu.au/phys\\_about/PHYSICS!/FRACTAL\\_EXPRESSIONISM/fractal\\_taylor.html](http://www.phys.unsw.edu.au/phys_about/PHYSICS!/FRACTAL_EXPRESSIONISM/fractal_taylor.html)

12. <http://scienceworld.wolfram.com>

13. <http://complexity.orconhosting.net.nz/fractal.html>

14. <http://www.math.umass.edu> (<http://www.math.umass.edu/~mconnors/fractal/fractal.html>)

<http://nunc.com/essay6.html>

15. <http://nunc.com>

<http://nunc.com/essay4.html>