

## محاسبه ارزش در معرض خطر: رویکرد DCC-GARCH-Copula

رضا طالبلو<sup>۱</sup>

محمد مهدی داودی<sup>۲</sup>

تاریخ ارسال: ۱۳۹۷/۰۹/۲۱ تاریخ پذیرش: ۱۳۹۸/۱۰/۰۲

### چکیده

در این مقاله به منظور محاسبه ریسک بازاری سبدهی از ۱۰ شاخص صنایع منتخب بورس اوراق بهادار تهران از دو الگوی ارزش در معرض ریسک (VaR) و ریزش مورد انتظار (ES) استفاده شده است. در این راستا برای تخمین تلاطم‌های سبدهی طرح شده از الگوهای مختلف گارچ چندمتغیره و برای محاسبه همبستگی غیرخطی سبدهی دارایی از الگوهای مختلف کاپیولا بهره‌برداری شده است. همچنین پس‌آزمایی الگوها با آزمون‌های کوپیک، کریستوفرسن، انگل و منگالی و مک‌نیل و فری صورت گرفته است. نتایج این پژوهش نشان داده است که الگوی DCC-GARCH با توزیع تی‌استودنت نسبت به سایر الگوهای رقیب بهترین نتایج را در تخمین تلاطم‌های سبدهی دارایی ارائه کرده است. همچنین از بین تمامی الگوهای کاپیولای بررسی شده در پژوهش، الگوی کاپیولای تی‌استودنت نتایج بهتری برای تخمین وابستگی بین دارایی‌ها نشان داده است. در نهایت نتایج پس‌آزمایی الگوهای مختلف نشان داد که هر دو الگوی DCC-GARCH با توزیع تی‌استودنت و DCC-GARCH-Copula با توزیع تی‌استودنت در برآورد ارزش در معرض ریسک و ریزش مورد انتظار نتایج قابل قبولی دارند. با این حال آزمون لوپز و بلانکو و ایهل نشان دادند که الگوی DCC-GARCH با توزیع تی‌استودنت نسبت به الگوی DCC-GARCH-Copula با توزیع تی‌استودنت برآورد دقیق‌تر و کاراتری از ارزش در معرض ریسک و ریزش مورد انتظار سبدهی دارایی ارائه می‌کند.

واژگان کلیدی: گارچ چندمتغیره، ارزش در معرض ریسک، ریزش مورد انتظار، کاپیولا، ریسک بازار.

طبقه‌بندی JEL: G01, G02, C58, G32

۱- دانشیار علوم اقتصادی، دانشکده اقتصاد دانشگاه علامه طباطبائی، تهران، ایران، پست الکترونیکی:

talebloo.r@gmail.com

۲- کارشناس ارشد علوم اقتصادی، دانشکده اقتصاد دانشگاه علامه طباطبائی، تهران، ایران (نویسنده مسئول)،

پست الکترونیکی: mdavoudi70@gmail.com

- پژوهش انجام شده تحت حمایت معاونت پژوهشی دانشگاه علامه طباطبائی و از تیم تحقیقاتی هسته پژوهشی «مالیه شرکتی، قیمت‌گذاری دارایی‌ها و ریسک در اقتصاد مالی» است.

## ۱- مقدمه

یکی از مهم‌ترین چالش‌های پیش روی بانک‌ها، محاسبه و حفظ سرمایه کافی برای پوشش ریسک‌های مترتب بر آن‌ها است؛ از این رو، کمیته نظارت بانکی بال<sup>۱</sup> از سال ۱۹۸۸ طی بیانیه‌هایی اصول و ضوابط مرتبط با کفایت سرمایه بانک‌ها را منتشر کرد. در اولین بیانیه این کمیته که به بال I<sup>۲</sup> شهرت یافته، تنها سرمایه پوششی مربوط به ریسک اعتباری لحاظ شده بود. پس از آن در اصلاحیه سال ۱۹۹۶<sup>۳</sup> این کمیته، اصول نظارتی حاکم برای پوشش ریسک بازار نیز اضافه شد. در بیانیه بال II<sup>۴</sup> نیز که در سال ۲۰۰۴ انتشار یافت به ملاحظات مربوط به ریسک عملیاتی اشاره شد. با بروز بحران سال ۲۰۰۸ و ورشکستگی متعدد موسسات مالی و اعتباری، کاستی‌های مربوط به بیانیه بال II پیرامون در نظر نگرفتن ریسک نقدینگی مشخص شد. از این رو در سال ۲۰۱۰، کمیته بال بیانیه بال III<sup>۵</sup> را برای چیرگی بر کاستی‌های مطرح شده، منتشر کرد. پس از گذشت ۶ سال از بال III و انتقادات گسترده به الگوی ارزش در معرض ریسک<sup>۶</sup> (VaR) در رابطه با عدم تامین شرط زیرجمع‌پذیری<sup>۷</sup> در سال ۲۰۱۶ کمیته بال طی اصلاحیه‌ای برای ریسک بازار<sup>۸</sup>، بانک‌ها را ملزم کرد که برای محاسبه ریسک بازار به جای الگوی ارزش در معرض ریسک از الگوی ریزش موردانتظار<sup>۹</sup> (ES) استفاده کنند. طبق بیانیه سال ۲۰۱۶ این کمیته در محاسبات صورت گرفته برای سرمایه پوششی ریسک بازار، مقدار ریزش مورد انتظار در سطح ۹۷/۵ درصد باید جایگزین ارزش در معرض ریسک در سطح ۹۹ درصد شود. این مهم به این دلیل است که مقدار ریزش مورد انتظار در سطح اطمینان ۹۷/۵ درصد با

- 1- Basel committee on Banking Supervision
- 2- International Convergence of Capital Measurement and Capital Standards
- 3- Amendment to the Capital Accord to Incorporate Market Risks
- 4- Basel II: International Convergence of Capital Measurement and Capital Standards: A Revised Framework
- 5- Basel III: A Global Regulatory Framework for More Resilient Banks and Banking Systems
- 6- Value at Risk (VaR)
- 7- Sub-additivity:  
خاصیت زیر جمع‌پذیری بیان می‌کند که ریسک یک سبد دارایی باید از مجموع ریسک‌های مجزا کمتر و یا حداقل مساوی آن‌ها باشد؛ یعنی ادغام ریسک‌ها نباید باعث افزایش ریسک شود.
- 8- Minimum Capital Requirements for Market Risk
- 9- Expected Shortfall (ES)

ارزش در معرض ریسک در سطح اطمینان ۹۹ درصد به طور تقریبی برابر است و علاوه بر این الگوی ریزش مورد انتظار T ایراد عدم تامین شرط زیر جمع پذیری را ندارد. همچنین پس از گذشت سال‌ها بحث و تبادل نظر در خصوص در نظر گرفتن کفایت سرمایه لازم برای پوشش ریسک‌های مترتب بر بانک‌ها در ایران، ملاحظات مربوط به در نظر گرفتن محاسبات ریسک‌های بازار، اعتباری، نقدینگی و عملیاتی در صورت‌های مالی بانک‌ها از سال ۱۳۹۴ در نظر گرفته شده است.

با بررسی صورت‌های مالی بانک‌ها در ایران مشاهده می‌شود که یکی از بزرگ‌ترین ضعف‌های گزارشگری بخش ریسک در صورت‌های مالی مربوط به ریسک بازار است که بخش عمده‌ای از بانک‌ها در محاسبه این بخش ضعیف عمل کرده‌اند. از این رو، در این پژوهش سعی شده است تا با توجه به نیاز سیستم مالی کشور و عدم توجه پژوهش‌های صورت گرفته به مسائل کاربردی الگوهای مالی با استفاده از الگوهای مختلف تخمین ارزش در معرض ریسک و ریزش مورد انتظار، ریسک بازار مربوط به سبدی منتخب از ۱۰ شاخص صنایع منتخب بورس اوراق بهادار تهران محاسبه شود.

ترتیب مطالب ارائه شده در این مقاله بدین شکل است: پس از مقدم در بخش دوم پیشینه پژوهش‌های مرتبط با موضوع آورده شده است. در بخش سوم به مباحث نظری مربوط به محاسبه الگوهای مورد استفاده در پژوهش اشاره شده است. در بخش چهارم داده‌های مورد استفاده در پژوهش معرفی شده‌اند. در نهایت در بخش پنجم و ششم نیز به ترتیب نتایج تجربی و جمع‌بندی مطالب، آورده شده است.

## ۲- پیشینه پژوهش

الگوی ارزش در معرض ریسک یکی از پرکاربردترین الگوهای به کار گرفته شده در بانک‌ها و موسسات مالی است که در تخمین ریسک بازار موسسات نامبرده از جایگاه ویژه‌ای برخوردار است. بانک‌های اروپایی از اوایل دهه ۱۹۹۰ برای مدیریت ریسک از این الگو استفاده می‌کنند (هولتون، ۲۰۰۲).

الگوهای مختلفی برای تخمین ارزش در معرض ریسک وجود دارد (برای مطالعه در

این زمینه می‌توان به هولتون، ۲۰۰۳؛ جوریون<sup>۱</sup>، ۲۰۰۷؛ دنیلسون<sup>۲</sup>، ۲۰۱۱؛ جان هال<sup>۳</sup>، ۲۰۱۸ و... مراجعه کرد). رایج‌ترین الگوها برای تخمین ارزش در معرض ریسک در بانک‌ها شامل سه الگوی واریانس-کواریانس<sup>۴</sup> (که در سال ۱۹۹۳ توسط موسسه جی‌پی مورگان معرفی شد)، شبیه‌سازی تاریخی<sup>۵</sup> و شبیه‌سازی مونت کارلو<sup>۶</sup> می‌شود. طبق بررسی‌های صورت گرفته توسط پریگنان و اسمیت<sup>۷</sup> (۲۰۱۰) دو الگوی واریانس-کواریانس و شبیه‌سازی تاریخی بیشترین کاربرد را برای تخمین الگوی ارزش در معرض ریسک در بین بانک‌ها و موسسات مالی دارند. این الگوها مبتنی بر این فرض است که بازده دارایی‌ها به صورت مستقل و یکسان<sup>۸</sup> (iid) توزیع شده‌اند. با این حال شیخ و کیاو<sup>۹</sup> (۲۰۱۰) دریافته‌اند که در بسیاری موارد فرض iid برای متغیرهای مالی نقض شده و مشاهده می‌شود که سری‌های زمانی مالی بیشتر با دم‌های پهن و کشیده‌تر از حالت نرمال هستند. این موارد موجب می‌شود ارزش در معرض ریسک تخمین زده شده دچار خطای بیش‌برآورد<sup>۱۰</sup> یا کم‌برآوردی<sup>۱۱</sup> شود. دلیل این امر نیز پرش‌های بزرگ در بازده دارایی‌های مالی بوده که امری اجتناب‌ناپذیر است.

یکی دیگر از ایرادات الگوهای مطرح شده در تخمین نوسانات شرطی بازده سری‌های زمانی مالی بروز پیدا می‌کند. این در حالی است که نوسانات بازده سری‌های زمانی در طول زمان متفاوت بوده و در صورت در نظر نگرفتن این موضوع، بانک در تخمین ریسک بازار برای شرایط بحرانی مالی که نوسانات بازده دارایی‌ها رشد چشمگیری دارند، دچار مشکل می‌شود. از این رو، برای تعدیل سریع الگو با شرایط بحرانی، الگوهای مختلف خانواده GARCH<sup>۱۲</sup> معرفی شدند. مطالعات زیادی در زمینه استفاده از الگوهای خانواده

- 
- 1- Jorion
  - 2- Danielsson
  - 3- Hull
  - 4- Variance-Covariance
  - 5- Historical Simulation
  - 6- Monte Carlo Simulation
  - 7- Perignon and Smith
  - 8- Independent and Normally Distributed
  - 9- Sheikh and Qiao
  - 10- Overestimation
  - 11- Underestimation
  - 12- Generalised Autoregressive Conditional Heteroskedasticity (GARCH)

GARCH در تخمین ارزش در معرض ریسک دارایی‌ها صورت گرفته است که به مقالات مک‌نیل و فری<sup>۱</sup> (۲۰۰۰)، برکویتز و ابرین<sup>۲</sup> (۲۰۰۲) و سو و فیلیپ<sup>۳</sup> (۲۰۰۶) به‌عنوان شاخص‌ترین پژوهش‌های صورت گرفته در این حوزه می‌توان اشاره داشت. نتایج اکثر پژوهش‌هایی که برای تخمین ارزش در معرض ریسک از الگوی GARCH استفاده کردند حاکی از آن است که الگوی بیان شده در تخمین نوسانات سبب دارایی بسیار کارا عمل کرده و الگو با شرایط جدید اقتصادی در بازارهای مالی بسیار سریع تعدیل می‌شود (باونز و لارنت<sup>۴</sup> (۲۰۱۲) پژوهش جامعی در زمینه استفاده از الگوهای تک متغیره GARCH انجام داده‌اند که برای مطالعه بیشتر در این حوزه می‌توان به آن رجوع کرد).

با وجود اینکه الگوهای خانواده GARCH توانایی بالایی در تخمین نوسانات سری‌های زمانی مالی دارند در بازارهای مالی معمولاً در راستای محاسبه ریسک بازار به‌جای یک متغیر از مجموع متغیرها استفاده می‌شود. به عبارت دیگر، در دنیای واقع بیشتر با سبب دارایی مواجه هستیم تا متغیرهای تک‌کی. در مطالعات مالی به منظور ارزیابی نوسانات سبب دارایی از الگوهای مختلف M-GARCH یا گارچ چند متغیره استفاده می‌شود. تا به حال الگوهای مختلفی برای تخمین نوسانات سبب دارایی در قالب الگوهای M-GARCH معرفی شده است که برای مطالعه مباحث نظری این الگوها می‌توان به تی‌سی<sup>۵</sup> (۲۰۱۳) مراجعه کرد. باونز و همکاران<sup>۶</sup> (۲۰۰۶) الگوهای مختلف M-GARCH را به سه دسته تقسیم کرده‌اند که دسته اول: تعمیم مستقیم الگوهای GARCH تک متغیره (همچون الگوی EWMA<sup>۷</sup>، VEC<sup>۸</sup> و BEEK<sup>۹</sup>)، دسته دوم: ترکیب‌های خطی الگوهای GARCH تک متغیره (همچون الگوهای GO-GARCH<sup>۱۰</sup> و P-GARCH<sup>۱۱</sup>) و دسته سوم: ترکیب‌های

- 
- 1- McNeil and Frey
  - 2- Berkowitz and Obrien
  - 3- So and Philip
  - 4- Bauwens and Laurent
  - 5- Tsay
  - 6- Bauwens, et al .
  - 7- Exponential Weighted Moving Average (EWMA)
  - 8- Vector Error Correction (VEC)
  - 9- Baba-Engle-Kraft-Kroner (BEKK) model
  - 10- Generalized Orthogonal GARCH
  - 11- Principal Component GARCH (P-GARCH)

غیرخطی الگوهای GARCH تک متغیره (همچون الگوهای CCC-GARCH<sup>۱</sup> و DCC-GARCH<sup>۲</sup>) هستند.

پژوهشگران زیادی با استفاده از الگوهای مختلف GARCH چند متغیره، عملکرد این الگوها را در برآورد ارزش در معرض ریسک سبد دارایی بررسی کرده‌اند. موریموتو و کاواساکی<sup>۳</sup> (۲۰۰۸) به منظور دستیابی به بهترین الگو برای تخمین ارزش در معرض ریسک سبدی از سهام منتخب در بورس توکیو، عملکرد الگوهای BEKK، VEC، و CCC-GARCH و DCC-GARCH را با توزیع‌های نرمال و تی استودنت ارزیابی کردند. آن‌ها نشان دادند که الگوی DCC-GARCH بهترین عملکرد را در تخمین ارزش در معرض ریسک سبد دارایی به ثبت رسانده است.

کاپورین و مک آلیر<sup>۴</sup> (۲۰۱۲) عملکرد الگوهای مختلف GARCH چند متغیره را از جمله BEKK، CCC-GARCH، OGARCH، DCC-GARCH، و cDCC-GARCH<sup>۵</sup> و RiskMetrics<sup>۵</sup> به منظور ارزیابی ارزش در معرض ریسک سبدی از S&P500 بررسی کردند. یافته‌های این پژوهش در نهایت حاکی از آن بود که دو الگوی DCC-GARCH و OGARCH در برآورد ارزش در معرض ریسک بهترین عملکرد را از خود نشان می‌دهند. سانتوس و همکاران<sup>۶</sup> (۲۰۱۳) در پژوهش دیگری، عملکرد الگوی CCC-GARCH، DCC-GARCH و aDCC-GARCH<sup>۷</sup> را در تخمین ارزش در معرض ریسک یک سبد دارایی نمونه بررسی کردند. آن‌ها نیز نشان دادند که الگوی DCC-GARCH برآورد دقیق‌تری را برای ارزش در معرض ریسک سبد دارایی نشان می‌دهد.

یکی دیگر از پیشرفت‌های چند سال اخیر در محاسبه ارزش در معرض ریسک سبد دارایی در محاسبه ساختار وابستگی بین متغیرها ظهور کرده است. معرفی الگوی کاپیولا<sup>۸</sup> در راستای تخمین ساختار وابستگی بین متغیرها یکی از مهم‌ترین پیشرفت‌ها در این حوزه

- 1- Constant Conditional Correlation (CCC) GARCH
- 2- Dynamic Conditional Correlation (DCC) GARCH
- 3- Morimoto and Kawasaki
- 4- Caporin and McAleer
- 5- Corrected DCC (cDCC)
- 6- Santos, et al. (2013)
- 7- Asymmetric DCC (aDCC)
- 8- Copula Models

بوده است. پس از اینکه امبرجت، مک‌نیل و استرامن<sup>۱</sup> (۲۰۰۲) محدودیت‌های الگوهایی را که مبتنی بر همبستگی هستند، نشان دادند و الگوهای کاپیولا را به عنوان جایگزینی برای بررسی ساختار وابستگی متغیرهای مختلف معرفی کردند، پژوهشگران بسیاری به پیروی از آن‌ها برای الگو سازی ساختار وابستگی بازده سری‌های زمانی مالی به استفاده از الگوهای کاپیولا روی آوردند که در بررسی ساختار وابستگی مقادیر حدی بسیار کارا عمل می‌کنند. شولت و همکاران<sup>۲</sup> (۲۰۰۶)، هو<sup>۳</sup> (۲۰۰۶) و مشعل و زیوی<sup>۴</sup> (۲۰۰۲) نشان دادند که بین بازده سری‌های زمانی سهام وابستگی حدی نامتقارن<sup>۵</sup> وجود دارد. به عبارت دیگر، بازارهای سهام با وجود اینکه با یکدیگر سقوط می‌کنند با یکدیگر رونق پیدا نمی‌کنند.

یوندیو و راکینگنر<sup>۶</sup> (۲۰۰۶)، هوتا و همکاران<sup>۷</sup> (۲۰۰۸) و هوانگ و همکاران<sup>۸</sup> (۲۰۰۹) از الگوی GARCH-Copula برای تخمین ارزش در معرض ریسک سبدي شامل چند شاخص سهام بین‌المللی استفاده کردند که نتایج آن را نسبت به الگوهای سنتی تخمین ارزش در معرض ریسک معتبرتر ارزیابی کردند.

پاتون<sup>۹</sup> (۲۰۰۶) و ترسانالیوا و سیلوپول<sup>۱۰</sup> (۲۰۰۷) نیز نتایج بهتر تخمین وابستگی بین ارزش‌های مختلف را به وسیله الگوی GARCH-Copula گزارش کردند.

استفاده از الگوهای مختلف GARCH-Copula در مدل‌سازی ریسک به دو بخش برآورد سبد بهینه دارایی و محاسبه ارزش در معرض ریسک و یا ریزش مورد انتظار سبد دارایی تقسیم می‌شود.

دنگ و همکاران<sup>۱۱</sup> (۲۰۱۱)، بوباکر و اسقایر<sup>۱۲</sup> (۲۰۱۳)، اوچاریا پانیتکول و همکاران<sup>۱۳</sup>

1- Embrechts, Mcneil, and Straumann

2- Cholleto, et al.

3- Hu

4- Mashal and Zeevi

5- Asymmetric Extreme Dependence

6- Jondeau and Rockinger

7- Hotta, et al

8- Huang, et al.

9- Patton

10- Tursunaliyeva and Silvapulle

11- Deng, et al.

12- Boubaker and Sghaier

13- Autcharyapanitkul, et al.

(۲۰۱۴)، کاکوریس و روستم<sup>۱</sup> (۲۰۱۴)، هان و همکاران<sup>۲</sup> (۲۰۱۷) و کارماکار<sup>۳</sup> (۲۰۱۷) نشان دادند که در راستای برآورد سبب بهینه دارایی استفاده از الگوهای کاپیولا منجر به افزایش دقت در محاسبات مربوط به ساختار وابستگی شده و ترکیب این الگو با الگوی mean-CVaR می‌تواند کاستی‌های الگوی سنتی Mean-Variance را پوشش دهد. هوانگ و همکاران<sup>۴</sup> (۲۰۰۹)، باب<sup>۵</sup> (۲۰۱۳) و پریرز<sup>۶</sup> (۲۰۱۶) نیز نشان دادند که ترکیب الگوهای مختلف خانواده GARCH و کاپیولا در تخمین ارزش در معرض ریسک سبب دارایی منجر به بهبود برآوردها نسبت به الگوهای سنتی شده است. در این بین سمپید و هسیم<sup>۷</sup> (۲۰۱۸) با ترکیب الگوی DCC-GARCH و کاپیولا نشان دادند که این الگو نسبت به سایر الگوهای سنتی رقیب در تخمین ارزش در معرض ریسک سببی از سهام بانک‌های مختلف اروپایی بسیار موفق عمل کرده و منجر به برآورد دقیق‌تر نتایج شده است.

در بررسی پیشینه پژوهش‌های مرتبط فارسی مشاهده می‌شود که الگوهای مختلف خانواده کاپیولا برای تعیین ساختار وابستگی بین دارایی‌ها کمتر مورد استفاده قرار گرفته است. در ادامه نکات مهم مقالات فارسی در این زمینه بررسی شده است. فلاح‌پور و باغبان (۱۳۹۳) با استفاده از الگوی ارزش در معرض ریسک شرطی و رهیافت کاپیولای نرمال، سبب بهینه دو فلز اساسی مس و طلا را الگوسازی کردند. آن‌ها نشان دادند که عملکرد الگوی کاپیولا نسبت به الگوی میانگین واریانس بهتر است. راغفر و آجرلو (۱۳۹۵) با استفاده از الگوی GJR-GARCH و همچنین نظریه مقداری فرین<sup>۸</sup> برای توزیع‌هایی که دم پهن دارند و توابع کاپیولا برای بررسی ساختار وابستگی یک سبب دارایی استفاده کردند تا ارزش در معرض ریسک سبب ارزی یک بانک نمونه را تخمین بزنند. آن‌ها به کمک آزمون پس‌آزمایی کوپیک<sup>۹</sup> دریافتند که عملکرد الگوی

- 
- 1- Kakouris and Rustem
  - 2- Han, et al.
  - 3- Karmakar
  - 4- Huang
  - 5- Bob
  - 6- Pries
  - 7- Sampid and Hasim
  - 8- Extreme Value Theory (EVT)
  - 9- Kupiec



ارزش در معرض ریسک با الگوی GEC<sup>۱</sup> نسبت به الگوهای شبیه‌سازی تاریخی و واریانس - کواریانس ساده بهتر است.

کشاوری و حیرانی (۱۳۹۳) ارزش در معرض ریسک سبدي شامل دو شاخص قیمتی محصولات شیمیایی و دارویی بورس تهران را محاسبه کردند. آن‌ها با استفاده از الگوی GARCH نوسانات و با استفاده از الگوی Copula ساختار وابستگی بین این دو دارایی را محاسبه کردند. یافته‌های این پژوهش حاکی از آن است که در مقایسه عملکرد الگوی Copula-GARCH با سایر الگوهای متداول ارزش در معرض ریسک نظیر M-GARCH، DCC-GARCH، EWMA و شبیه‌سازی تاریخی، عملکرد الگوی Copula-GARCH کارایی بیشتری دارد.

پویان‌فر و احمدی (۱۳۹۵) با ترکیب نظریه ارزش فرین و الگوهای مختلف کاپیولا ارزش در معرض ریسک سبدي متشکل از سه نماد با بالاترین نقدشوندگی در صنعت پتروشیمی بورس اوراق بهادار تهران را اندازه‌گیری و نتایج حاصله را با الگوهای دیگر مقایسه کردند. نتایج پژوهش حاکی از برتری الگوی ترکیبی نسبت به الگوهای شبیه‌سازی تاریخی، پارامتریک و مدل ترکیبی واریانس ناهمسان شرطی تعمیم‌یافته و نظریه مقداری فری است.

با وجود اینکه در سال‌های اخیر تلاش‌های قابل ملاحظه‌ای در پیشرفت الگوهای محاسبه ریسک صورت پذیرفته است، هر یک از این پژوهش‌ها با محدودیت‌هایی در انجام کار مواجه بوده‌اند؛ از این رو، در راستای نوآوری در پژوهش‌های این حوزه در این مقاله تلاش شده است تا به تبعیت از سمپید و همسیم (۲۰۱۸) با ترکیب دو الگوی DCC-GARCH و Copula، ارزش در معرض ریسک و ریزش مورد انتظار سبدي از ۱۰ شاخص برتر صنایع بورس اوراق بهادار تهران محاسبه شده و با استفاده از الگوهای پس‌آزمایی اعتبار هر یک از الگوها با یکدیگر مقایسه شود. تفاوت این مقاله با سایر پژوهش‌های صورت گرفته در ایران شامل موارد ذیل می‌شود:

- ۱- استفاده از الگوی DCC-GARCH به جای الگوهای GARCH یک متغیره
- ۲- استفاده از ۵ نوع از الگوهای خانواده کاپیولا برای تعیین ساختار وابستگی
- ۳- استفاده از الگوی ریزش مورد انتظار به جای الگوی ارزش در معرض ریسک

۴- تخمین ارزش در معرض ریسک و ریزش مورد انتظار برای سبدهی مشتمل بر ۱۰ متغیر به طور هم‌زمان به‌جای استفاده از تنها دو متغیر.

### ۳- مباحث نظری

هدف از نگارش این مقاله، تخمین ارزش در معرض ریسک و ریزش مورد انتظار سبدهی از شاخص‌های ۱۰ صنعت برتر بورس اوراق بهادار تهران است. برای این منظور، جهت تخمین نوسانات بازدهی سری‌های زمانی مالی از الگوهای مختلف DCC-GARCH و برای تخمین ساختار وابستگی از الگوهای خانواده کاپیولا استفاده شده است. در ادامه مباحث نظری هر یک از موارد مذکور مطرح شده است.

#### ۳-۱- الگوی ارزش در معرض ریسک (VaR) و ریزش مورد انتظار (ES)

ارزش در معرض ریسک بیشترین میزان زیان بالقوه در ارزش سبد دارایی‌ها را با یک احتمال مشخص و یک افق زمانی معین محاسبه و در نهایت به صورت یک عدد گزارش می‌کند. به زبان ریاضی می‌توان VaR را به صورت رابطه (۱) نشان داد:

$$\Pr[P_1 - P_0 \leq \text{VaR}] \leq \alpha \quad (1)$$

که  $P_0$  ارزش سبد دارایی در زمان صفر و  $P_1$  ارزش سبد دارایی در زمان یک و  $\alpha$  سطح معناداری آماری است.

الگوی ریزش مورد انتظار از الگوی ارزش در معرض ریسک به دست می‌آید. نام دیگر الگوی ریزش مورد انتظار، ارزش در معرض ریسک شرطی است. به این معنا که اگر مقدار بازده سبد دارایی بیشتر از مقدار ارزش در معرض ریسک تخمین زده شده باشد، انتظار داریم که این خطا چه مقدار باشد. به عبارت دیگر، الگوی ارزش در معرض ریسک شرطی مکمل الگوی ارزش در معرض ریسک است. الگوی ارزش در معرض ریسک شرطی معادل با امید ریاضی مقادیری است که بیش از مقدار ارزش در معرض ریسک تخمین زده شده باشد. اگر  $R$  دنباله‌ای از بازدهی سبد دارایی مالی باشد که بیش از مقدار ارزش در معرض ریسک

تخمین زده شده است، الگوی ریزش مورد انتظار به شکل رابطه (۲) برآورد می‌شود.

$$CVaR_t(\alpha) = E(R|R \geq VaR^\alpha) \quad (2)$$

### ۳-۲- الگوهای مختلف GARCH چندمتغیره

در این پژوهش برای الگوسازی پویایی نوسانات<sup>۱</sup> و همبستگی شرطی<sup>۲</sup> بازده سری‌های زمانی مورد مطالعه از الگوهای DCC-GARCH و aDCC-GARCH استفاده شده است.

فرض می‌شود که  $r_t$  یک بردار  $N \times 1$  برای بازده دارایی‌ها باشد. برای هر سری زمانی بازده دارایی رابطه (۳) را می‌توان نوشت:

$$r_t = \mu_t + \varepsilon_t \quad (3)$$

و مقادیر باقیمانده را می‌توان به شکل رابطه (۴) الگوسازی کرد:

$$\varepsilon_t = H_t^{1/2} z_t \quad (4)$$

که  $H_t$  ماتریس کواریانس شرطی برای  $r_t$  و  $z_t$  یک بردار تصادفی  $N \times 1$  و iid از باقیمانده‌ها است.

الگوی CCC-GARCH توسط بالر سلو<sup>۳</sup> (۱۹۹۰) معرفی شد. در این الگو، همبستگی‌های شرطی در طول زمان ثابت بوده و بنابراین کواریانس‌های شرطی متناسب با حاصل ضرب انحراف معیارهای شرطی مربوطه هستند. این الگو در رابطه (۵) نمایش داده شده است که در آن  $H_t$  ماتریس کواریانس شرطی با ابعاد  $N \times N$ ،  $D_t = \text{diag}(h_{11,t}^{1/2}, \dots, h_{NN,t}^{1/2})$  و  $h_{ii,t}$  می‌توانند به وسیله هر الگوی GARCH دلخواهی تعریف شده باشد. همچنین  $R_t$  یک

1- Volatility Dynamics  
2- Conditional Correlations  
3- Bollerslev

ماتریس مثبت معین متقارن است که  $\rho_{ij} = 1 \forall i$ . در این الگو همبستگی‌ها در طول زمان ثابت در نظر گرفته شده است که در بسیاری از کاربردهای تجربی غیرواقعی است.

$$H_t = D_t R_t D_t = (\rho_{ij} \sqrt{h_{ii,t} h_{jj,t}}) \quad (5)$$

برای غلبه بر کاستی‌های الگوی CCC-GARCH، الگوی DCC-GARCH توسط انگل<sup>۱</sup> (۲۰۰۲) معرفی شد. این الگو در یک فرایند دو مرحله‌ای برآورد می‌شود؛ در گام اول پارامترهای الگوی GARCH (که می‌تواند هر کدام از الگوهای مختلف خانواده GARCH باشد) و در گام دوم همبستگی شرطی بین متغیرها تخمین زده می‌شود. ماتریس کواریانس شرطی بازده دارایی‌ها در این الگو همچون رابطه (۶) نشان داده شده است. ماتریس همبستگی شرطی است.

$$R_t = \text{diag}(q_{1,t}^{-1/2}, \dots, q_{n,t}^{-1/2}) Q_t \text{diag}(q_{1,t}^{-1/2}, \dots, q_{n,t}^{-1/2}) \quad (6)$$

$Q_t$  نیز یک ماتریس مثبت معین متقارن است (رابطه (۷)) که در آن  $\bar{Q}$  ماتریس همبستگی غیرشرطی برای مقادیر باقیمانده استاندارد شده  $(z_{i,t} = \varepsilon_{i,t} / \sqrt{h_{i,t}})$  است. همچنین متغیرهای  $a$  و  $b$  متغیرهایی غیرمنفی با شرط  $a + b < 1$  هستند.

$$Q_t = \bar{Q} + a(z_{t-1} z'_{t-1} - \bar{Q}) + b(Q_{t-1} - \bar{Q}) \\ = (1 - a - b)\bar{Q} + \theta_1 z_{t-1} z'_{t-1} + bQ_{t-1} \quad (7)$$

کاپیلو و همکاران<sup>۲</sup> (۲۰۰۶) با تعمیم الگوی DCC-GARCH الگوی AGDCC-GARCH را معرفی کردند.  $Q_t$  در الگوی AGDCC-GARCH به شکل رابطه (۸) است و در آن  $A$ ،  $B$  و  $G$  ماتریس‌های پارامتر  $N \times N$ ،  $\bar{z}_t$  انحراف استاندارد آستانه صفر است که

1- Engle  
2- Cappiello, et al.

اگر کمتر از صفر باشد مساوی با  $Z_t$  و در غیر این صورت صفر است.  $\bar{Q}$  و  $\bar{Q}$  نیز به ترتیب ماتریس‌های غیرشرطی  $Z_t$  و  $\bar{Z}_t$  هستند.

$$Q_t = (\bar{Q} - A' \bar{Q} A - B' \bar{Q} B - G' \bar{Q} G) + A' z_{t-1} z_t' A + B' Q_{t-1} B + G' z_t z_t' G \quad (8)$$

با توجه به حالت‌های مختلف  $A$ ،  $B$  و  $G$  می‌توان الگوهای مختلف AGDCC را به شکل رابطه‌های (۹)، (۱۰) و (۱۱) نمایش داد.

$$\bullet \text{ DCC: } G = [0], A = \sqrt{a}, B = \sqrt{b} \quad (9)$$

$$\bullet \text{ ADCC: } G = \sqrt{g}, A = \sqrt{a}, B = \sqrt{b} \quad (10)$$

$$\bullet \text{ GDCC: } G = [0] \quad (11)$$

### ۳-۳- الگوهای کاپیولا

در راستای تخمین الگوهای کاپیولای چندمتغیره از قضیه اسکالار<sup>۱</sup> که کاربرد آن برای تخمین ارزش در معرض ریسک توسط چروبینی<sup>۲</sup> (۲۰۰۴) مطرح شده، استفاده می‌شود.

#### قضیه اسکالار

تابع  $F(x)$  با توزیع مشترک برای  $n$  متغیر و با فرض توابع حاشیه‌ای ثابت  $(F_1(x_1), \dots, F_n(x_n))$ ، به طوری که  $-\infty \leq x_i \leq \infty$  در نظر گرفته شود. آنگاه به ازای هر مقدار حقیقی  $x_i$  یک معادله کاپیولا به شکل رابطه (۱۲) موجود است.

$$F(x_1, \dots, x_n) = C(F_1(x_1), \dots, F_n(x_n)) \quad (12)$$

1- Sklar's Theorem  
2- Cherubini, et al.

تحت فرض توابع حاشیه‌ای یکنواخت می‌توان رابطه (۱۳) را نوشت.

$$C(u_1, \dots, u_n) = F(F_1^{-1}(u_1), \dots, F_n^{-1}(u_n)) \quad (13)$$

اگر  $C$  یک تابع کاپیولا و  $F_1, \dots, F_n$  توابع توزیع تک متغیره باشند، آنگاه رابطه (۱۳) یک تابع توزیع مشترک با توابع حاشیه‌ای  $F_1, \dots, F_n$  است (تی سی، ۲۰۱۳).  
تابع چگالی مرتبط با تابع کاپیولا نیز طبق رابطه (۱۴) تعیین می‌شود.

$$c(u_1, \dots, u_n) = \frac{\partial_n C(u_1, \dots, u_n)}{\partial u_1, \dots, \partial u_n} \quad (14)$$

با استفاده از رابطه (۱۴) تابع چگالی  $F$  که با نماد  $f$  نمایش داده می‌شود به شکل رابطه (۱۵) است که  $f_i$  توابع چگالی حاشیه‌ای هستند که می‌توانند با یکدیگر متفاوت باشند (قالانوس<sup>۱</sup>، ۲۰۱۵؛ تی سی، ۲۰۱۳؛ هوانگ و همکاران<sup>۲</sup>، ۲۰۰۹ و چروبینی و همکاران<sup>۳</sup>، ۲۰۰۴).

$$f(x_1, \dots, x_n) = c(F_1(x_1), \dots, F_n(x_n)) \prod_{i=1}^n f_i(x_i) \quad (15)$$

با توجه به مطالب مطرح شده، الگوهای کاپیولای استفاده شده در این مقاله به دو دسته الگوهای کاپیولای بیضوی و ارشمیدسی<sup>۴</sup> تقسیم‌بندی شده‌اند. معمول‌ترین الگوهای کاپیولای بیضوی، الگوهای کاپیولای گوسی یا نرمال و تی استودنت هستند که مهم‌ترین ویژگی آن‌ها در مقارن بودن این دسته از الگوها است (چروبینی و همکاران، ۲۰۱۱).

در صورتی که  $\rho$  ماتریس معین مثبت مقارن با قطر  $\text{diag}(\rho) = (1, 1, \dots, 1)^{tr}$  باشد، آنگاه تابع کاپیولای نرمال به شکل رابطه (۱۶) است که در آن  $\varphi_\rho$  توزیع نرمال

1- Ghalanos  
2- Huang  
3- Cherubini, et al.  
4- The Elliptical and The Archimedean Copulas

چندمتغیره استاندارد و  $\emptyset^{-1}$  معکوس توزیع نرمال تک متغیره استاندارد  $u$  با ماتریس همبستگی  $\rho$  هستند.

$$C_{\rho}^{Ga} = \varphi_{\rho}(\varphi^{-1}(u_1), \dots, \varphi^{-1}(u_n)) \quad (16)$$

اگر توابع حاشیه‌ای نرمال باشند، تابع چگالی توزیع کاپیولای نرمال به شکل رابطه (۱۷) می‌شود که در آن  $\zeta = (\varphi^{-1}(u_1), \dots, \varphi^{-1}(u_n))'$  و  $I$  ماتریس همانی است.

$$c_{\rho}^{Ga}(u_1, \dots, u_n) = \frac{1}{|\rho|^{1/2}} \exp\left(-\frac{1}{2} \zeta' (\rho^{-1} - I) \zeta\right) \quad (17)$$

تابع کاپیولای تی استودنت نیز به شکل رابطه (۱۸) تفسیر می‌شود.

$$T_{\rho, \nu}(u_1, \dots, u_n) = t_{\rho, \nu}(t_{\nu}^{-1}(u_1), \dots, t_{\nu}^{-1}(u_n)) \quad (18)$$

تابع چگالی آن نیز به شکل رابطه (۱۹) است که در آن  $t_{\rho, \nu}$  توزیع تی استودنت استاندارد شده با ماتریس  $\rho$  و درجه آزادی  $\nu$  است.

$$t_{\rho, \nu}(u_1, \dots, u_n) = |\rho|^{-\frac{1}{2}} \frac{\Gamma\left(\frac{\nu+n}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{\nu}{2}\right)} \left(\frac{\Gamma\left(\frac{\nu}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{\nu+1}{2}\right)}\right)^n \frac{\left(1 + \frac{1}{\nu} \zeta' \rho^{-1} \zeta\right)^{-\frac{\nu+n}{2}}}{\prod_{j=1}^n \left(1 + \frac{\zeta_j^2}{\nu}\right)^{\frac{\nu+1}{2}}} \quad (19)$$

توابع کاپیولای ار شمید سی نیز از دیگر دسته‌های الگوهای کاپیولا هستند. این الگوها وابستگی نامتقارن در دم‌های متغیرها را الگوسازی می‌کنند. رایج‌ترین الگوهای این دسته شامل کاپیولای گامبل<sup>۱</sup> (۱۹۶۰)، کلایتون<sup>۲</sup> (۱۹۷۸) و فرانک<sup>۳</sup> (۱۹۷۹) می‌شود که از طریق رابطه (۲۰) و تابع چگالی آن‌ها به شکل رابطه (۲۱) تعریف می‌شوند که پیوسته، اکیدا کاهشی و دارای تابع مولد  $[0, \infty] \rightarrow [0, 1]$   $\varphi$ : هستند به طوری که  $\varphi(1) = 0$  و تابع

1- Gumbel  
2- Clayton  
3- Frank

شبه معکوس  $\phi^{-1}$  به صورت رابطه (۲۲) است.

$$C(u_1, \dots, u_n) = \phi^{-1}(\phi(u_1) + \dots + \phi(u_n)) \quad (20)$$

$$c(u_1, \dots, u_n) = \phi^{-1}(\phi(u_1) + \dots + \phi(u_n)) \prod_{i=1}^n \phi'(u_i) \quad (21)$$

$$\phi^{-1}(t) = \begin{cases} \phi^{-1}(t) & 0 \leq t \leq \phi(0) \\ 0 & \phi(0) \leq t \leq \infty \end{cases} \quad (22)$$

الگوی کاپیولای گامبل تنها به وابستگی بالای دم توزیع پرداخته است و تنها به وابستگی های مثبت محدود می شود. تابع مولد این الگو  $\varphi(u) = (-\ln(u))^\alpha$  و معکوس آن  $\varphi^{-1}(x) = \exp(-x^{1/\alpha})$  است. تابع کاپیولای گامبل  $n$  متغیره به شکل رابطه (۲۳) است.

$$C(u_1, \dots, u_n) = \exp \left\{ - \left[ \sum_{i=1}^n (-\ln u_i)^\alpha \right]^{1/\alpha} \right\}, \quad \alpha > 1 \quad (23)$$

در تابع کاپیولای گامبل وابستگی دنباله بالا  $\lambda_{UG} = 2 - 2^{-\theta}$  و وابستگی دم پایین  $\lambda_{LG} = 0$  است.

تابع کاپیولای کلایتون برخلاف گامبل تنها به وابستگی دم پایین توزیع اشاره دارد و تنها به وابستگی های منفی پرداخته است. تابع مولد این الگو  $\varphi(u) = u^{-\alpha} - 1$  و معکوس آن  $\varphi^{-1}(x) = (x + 1)^{-1/\alpha}$  است. شکل  $n$  متغیره این تابع در رابطه (۲۴) آورده شده است. در این تابع وابستگی دم بالا  $\lambda_{UC} = 0$  و وابستگی دم پایین  $\lambda_{LC} = 2^{-\theta^{-1}}$  است.

$$C(u_1, \dots, u_n) = \left[ \sum_{i=1}^n u_i^{-\alpha} - n + 1 \right]^{1/\alpha}, \quad \alpha > 0 \quad (24)$$



تابع کاپیولای فرانک یک الگوی متقارن است. تابع مولد این الگو و معکوس آن به ترتیب  $\varphi(u) = \ln\left(\frac{\exp(-\alpha u)-1}{\exp(-\alpha)-1}\right)$  و  $\varphi^{-1}(x) = -1/\alpha \ln(1 + e^x(e^{-\alpha} - 1))$  است. تابع فرانک  $n$  متغیره در رابطه (۲۵) قابل مشاهده است.

$$C(u_1, \dots, u_n) = -\frac{1}{\alpha} \ln \left\{ 1 + \frac{\prod_{i=1}^n (e^{-\alpha u_i} - 1)}{(e^{-\alpha} - 1)^{n-1}} \right\}, \quad \alpha > 0 \quad (25)$$

وابستگی دم پایین و دم بالا در تابع کاپیولای فرانک  $\lambda_{U_F} = \lambda_{L_F} = 0$  باشد.

### ۳-۴- وابستگی در دم‌ها<sup>۱</sup>

ضریب وابستگی دم بالا و پایین<sup>۲</sup> دو متغیر  $X_1$  و  $X_2$  در توزیع کاپیولا به شکل زیر نمایش داده می‌شود:

$$\begin{aligned} \lambda_L &= \lim_{q \rightarrow 0} \Pr[X_1 \leq F_1^{-1}(q) | X_2 \leq F_2^{-1}(q)] \\ &= \lim_{q \rightarrow 0} C(q, q)/q \end{aligned} \quad (26)$$

$$\begin{aligned} \lambda_U &= \lim_{q \rightarrow 1} \Pr[X_1 \leq F_1^{-1}(q) | X_2 \leq F_2^{-1}(q)] \\ &= \lim_{q \rightarrow 1} (1 - 2q + C(q, q))/1 - q \end{aligned} \quad (27)$$

که در آن  $F_1^{-1}$  و  $F_2^{-1}$  توابع صدکی حاشیه‌ای<sup>۳</sup> می‌باشند. همچنین  $\lambda_L$  و  $\lambda_U$  در بازه‌ی  $[0, 1]$  قرار دارند. به عبارتی وابستگی دم‌ها بیانگر احتمال شرطی می‌باشد. به عبارت دیگر اگر مقداری بزرگ برای  $X_1$  مشاهده شود، انتظار داریم که مقداری بزرگ برای  $X_2$  نیز پدیدار شود و بالعکس. اگر  $\lambda_L = \lambda_U$  باشد، وابستگی دم‌ها متقارن<sup>۴</sup> و در غیر این صورت

- 
- 1- Tail Dependence
  - 2- Coefficients of Lower and Upper Tail Dependence
  - 3- Marginal Quantile Functions
  - 4- Symmetric Tail Dependence

غیرمتقارن<sup>۱</sup> است. اگر  $\lambda_L = 0$  مقادیر متغیرها در دم پایین توزیع و اگر  $\lambda_U = 0$  مقادیر متغیرها در دم بالای توزیع مستقل هستند. همچنین توابع کاپیولای مختلف، ساختار وابستگی مختلفی را نمایان می‌سازند. به‌طور مثال اگر وابستگی دم چپ توزیع کاپیولای نرمال صفر باشد، توزیع کاپیولای کلایتون در سمت چپ توزیعش وابستگی و در دم راست توزیعش استقلال دارد. علاوه بر این به‌طور عکس در این شرایط تابع کاپیولای گامبل در سمت راست توزیعش وابستگی و در سمت چپ توزیعش استقلال دارد.

### ۳-۵- آزمون‌های پس‌آزمایی

برای سنجش اعتبار ارزش در معرض ریسک و ریزش مورد انتظار محاسبه شده با استفاده از هر یک از روش‌های اندازه‌گیری، روش‌های متنوعی وجود دارد که یکی از آن‌ها، پس‌آزمایی<sup>۲</sup> است. در فرآیند پس‌آزمایی به جای آنکه از مدل برای پیش‌بینی ارزش در معرض ریسک و ریزش مورد انتظار دوره پیش‌رو استفاده شود، مقدار ارزش در معرض ریسک و ریزش مورد انتظار دوره‌های گذشته محاسبه می‌شود و با مقایسه آن با ضررهای تحقق‌یافته، اعتبار الگوها سنجیده می‌شود. همچنین در پس‌آزمایی از رهیافت پنجره غلتان<sup>۳</sup> استفاده می‌شود. در این رهیافت یک دوره برآورد<sup>۴</sup> در نظر گرفته می‌شود که پارامترهای مدل از آن استخراج می‌شود و در سراسر دوره‌ها غلتانده می‌شود. این رهیافت شامل چندین روش پس‌آزمایی است که در این مقاله سعی شده است به مهم‌ترین روش‌های پس‌آزمایی پرداخته شود که در ادامه توضیح داده خواهد شد.

### ۳-۵-۱- آزمون پوششی غیرشرطی<sup>۵</sup>

برای آزمون صحت مدل‌ها در تعیین VaR از آزمون پوشش غیرشرطی استفاده می‌شود. این آزمون که توسط کوپیک<sup>۶</sup> (۱۹۹۵) ارائه شد، براساس نسبت حداکثر راست‌نمایی عمل

- 1- Asymmetric Tail Dependence
- 2- Backtesting
- 3- Rolling Window
- 4- Estimation Period
- 5- Unconditional Coverage Test
- 6- Kupiec

می‌کند. در این آزمون، فرضیه صفر این است که احتمال رخ دادن تخطی<sup>۱</sup> از VaR برابر P است و فرضیه مقابل این است که این احتمال P نیست. آماره آزمون به صورت رابطه (۲۸) استخراج می‌شود.

$$LR_{uc} = -2 \ln \left[ \frac{P^{n_1} (1 - P)^{n_0}}{\pi^{n_1} (1 - \pi)^{n_0}} \right] \quad (28)$$

ثابت می‌شود که توزیع این آماره، دارای توزیع کای دو با درجه آزادی ۱ است که در آن P احتمال تخطی و برابر است با یک منهای سطح اطمینان VaR ( $P = 1 - \alpha$ ).  $n_0$  تعداد دفعاتی است که زیان از VaR پیش‌بینی شده کمتر باشد و  $n_1$  تعداد دفعاتی است که زیان از VaR پیش‌بینی شده بیشتر باشد و  $\pi = \frac{n_1}{n_0 + n_1}$ . در صورت رد فرضیه صفر، اعتبار الگوی ارزش در معرض ریسک تخمین زده شده، رد و در صورت عدم رد فرضیه صفر، اعتبار الگوی ارزش در معرض ریسک تخمین زده شده، پذیرفته می‌شود.

### ۳-۵-۲- آزمون استقلال پیاپی تخطی‌ها

استقلال پیاپی تخطی‌ها در اندازه‌گیری VaR بسیار اهمیت دارد. این اهمیت از آنجا است که امکان دارد مقادیر نقض شده ارزش در معرض ریسک یک سری زمانی همگی در یک دوره ظاهر شود و در بخش اعظمی از مشاهدات سری زمانی هیچ‌یک از مقادیر ارزش در معرض ریسک نقض نشود. این مساله می‌تواند موجب بیش‌برآوردی تخمین الگوها شود. این در حالی است که در آزمون کوپیک فقط روی تعداد تخطی‌ها تمرکز می‌شود و وجود وابستگی‌های زمانی در این آماره مورد بررسی قرار نمی‌گیرد در مقابل کریستوفرسن<sup>۲</sup> (۱۹۹۸) با گسترش آماره  $LR_{uc}$ ، آزمونی استخراج کرده است که به وسیله آن می‌توان استقلال پیاپی تخطی‌ها را آزمود. او متغیر نشانگر  $I_t$  را به صورت رابطه (۲۹) تعریف می‌کند.

$$I_t = \begin{cases} 1 & \text{if } r_t < VaR_t \\ 0 & \text{if } r_t \geq VaR \end{cases} \quad (29)$$

1- Violation

2- Christoffersen

سپس آماره استقلال پیاپی تخطی‌ها را به صورت رابطه (۳۰) استخراج می‌کند.

$$LR_{ind} = -2 \ln \left[ \frac{\pi_2^{(n_{01}+n_{11})} (1-\pi_2)^{(n_{00}+n_{10})}}{(1-\pi_{01})^{n_{10}} \pi_{01}^{n_{01}} (1-\pi_{11})^{n_{10}} \pi_{11}^{n_{11}}} \right] \quad (30)$$

کریستوفرسن (۱۹۹۸) ثابت می‌کند که این آماره دارای توزیع کای دو با درجه آزادی ۱ است که در آن تعداد تخطی‌های مشاهده شده در بازه زمانی  $t-1$  تا  $t$  است و  $I_{t,j} = 1$  اگر احتمال شرطی وقوع تخطی‌ها در دوره  $t-1$  تا  $t$  را نشان می‌دهد، بنابراین  $\pi_{ij} = P[I_t = i | I_{t-1} = j]$  و  $\pi_{01} = \frac{n_{01}}{n_{00}+n_{01}}$ ،  $\pi_2 = \frac{n_{01}+n_{11}}{n_{00}+n_{01}+n_{10}+n_{11}} = \frac{X}{T}$ ،  $\pi_{11} = \frac{n_{11}}{n_{10}+n_{11}}$ .

### ۳-۵-۳- آزمون پوششی شرطی<sup>۱</sup>

آزمون هم‌زمان استقلال و پوشش غیرشرطی در دقت و کارایی روش‌های اندازه‌گیری VaR بسیار مورد تاکید بوده است، چراکه امکان دارد در پس‌آزمایی یک الگوی ارزش در معرض ریسک، آزمون پوشش غیرشرطی، اعتبار این الگو را تایید کند، اما آزمون استقلال تخطی‌ها، عدم وجود وابستگی‌های زمانی در سری زمانی را تایید نکند. در این راستا، کریستوفرسن برای آزمون هم‌زمان دو فرض پوشش غیرشرطی و استقلال، آزمون پوششی شرطی را استخراج کرد که آماره آزمون نسبت راست‌نمایی آن به صورت رابطه (۳۱) استخراج می‌شود.

$$LR_{cc} = LR_{uc} + LR_{ind} = -2 \ln \left[ \frac{P^{n_1} (1-P)^{n_0}}{(1-\pi_{01})^{n_{10}} \pi_{01}^{n_{01}} (1-\pi_{11})^{n_{10}} \pi_{11}^{n_{11}}} \right] \sim \chi_2^2 \quad (31)$$

فرضیه صفر در این آزمون عبارت است از استقلال و پوشش غیرشرطی الگوهای ارزش در معرض ریسک و رد فرضیه صفر در این آزمون به معنای عدم استقلال و عدم پوشش غیرشرطی الگوهای ارزش در معرض ریسک است.

### ۳-۵-۴- آزمون انگل و منگالی

انگل و منگالی<sup>۱</sup> (۲۰۰۴) جهت آزمون فرض کارایی شرطی<sup>۲</sup>، یک مدل رگرسیون خطی را پیشنهاد کردند که تخطی‌های کنونی را به تخطی‌های گذشته مربوط می‌سازد. برای انجام این آزمون متغیر Hit به صورت رابطه (۳۲) تعریف می‌شود.

$$\begin{aligned} \text{Hit}(\alpha) &= I_t(\alpha) - \alpha \\ \text{Hit}_t(\alpha) &= \begin{cases} 1 - \alpha & \text{if } r_t < -\text{VaR}_{t|t-1} \\ -\alpha & \text{otherwise} \end{cases} \end{aligned} \quad (32)$$

با توجه به رابطه (۳۲) الگوی رگرسیون خطی مطابق رابطه (۳۳) در نظر گرفته شود:

$$\begin{aligned} \text{Hit}_t(\alpha) &= \delta + \sum_{k=1}^k \beta_k \text{Hit}_{t-k} \\ &+ \sum_{k=1}^k \gamma_k g[\text{Hit}_{t-k}(\alpha), \text{Hit}_{t-k-1}(\alpha), \dots, Z_{t-k}, Z_{t-k-1}, \dots] + \varepsilon_t \end{aligned} \quad (33)$$

که  $\varepsilon_t$  متغیر خطا بوده و جملات آن دارای توزیع یکسان و مستقل از هم هستند.  $g(0)$  تابعی از تخطی‌های گذشته و نیز تابعی از متغیرهای  $Z_{t-k}$  و حاصل از مجموعه اطلاعات تا زمان  $t-1$ ؛ یعنی  $\Omega_{t-1}$  است. آزمون فرض صفر کارایی شرطی، مستلزم بررسی صفر بودن هم‌زمان  $\beta_k$ ،  $\gamma_k$  و عدد ثابت  $\delta$  است. فرض صفر به صورت رابطه (۳۰) بیان می‌شود.

$$H_0: \delta = \beta_k = \gamma_k = 0 \quad (30)$$

اگر بردار پارامترها را با  $\Psi = (\delta \beta_1 \dots \beta_k \gamma_1 \dots \gamma_k)$  و ماتریس متغیرهای توضیحی رابطه (۳۳) را با  $Z$  نشان دهیم، آماره والد برای آزمون فرضیه کارایی شرطی با نسبت

1- Engle and Manganelli  
2- Conditional Efficiency  
3- Joint Nullity

درست‌نمایی زیر بیان می‌شود (رابطه (۳۴)).

$$DQ_{cc} = \frac{\hat{\Psi}' Z' Z \hat{\Psi}}{\alpha(1-\alpha)} \quad (34)$$

if  $T \rightarrow \infty \Rightarrow DQ_{cc} \sim \chi^2(2k+1)$

آزمون انگل و منگالی به آزمون صدک پویا نیز معروف است به همین دلیل با  $DQ'$  نشان داده می‌شود.

### ۳-۵-۵-۵-۳- تابع زیان درجه دو (QLF)

در سه آزمون قبلی، تعداد تخطی‌ها و استقلال آن‌ها آزمون می‌شد و در تابع زیان درجه دو، بزرگی تخطی‌ها اهمیت دارد. این تابع توسط لوپز<sup>۲</sup> (۱۹۹۷) ارائه شد. در این تابع زیان بیشتر از VaR یک تخطی تلقی می‌شود و تابع زیان درجه دو، بزرگی تخطی را در نظر می‌گیرد. در این تابع درجه دو، تخطی‌های بزرگ نسبت به تابع خطی، بیشتر بزرگ‌نمایی می‌شوند. تابع زیان درجه دو به صورت رابطه (۳۵) تعریف می‌شود.

$$L_{t,t+1} = \begin{cases} 1 + (\Delta P_{t,t+1} - VaR_t)^2 & \text{if } \Delta P_{t,t+1} < VaR_t \\ 0 & \text{if } \Delta P_{t,t+1} \geq VaR_t \end{cases} \quad (35)$$

برای ارزیابی دقت مدل VaR از میانگین تابع زیان درجه دو استفاده می‌شود. میانگین ساده زیان برابر است با رابطه (۳۶):

$$L = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T L_{t,t+1} \quad (36)$$

که از این میانگین برای ارزیابی دقت مدل VaR و رتبه‌بندی آن‌ها استفاده می‌شود؛ هرچه

میانگین زیان مشاهده کوچک‌تر باشد دقت مدل برآورد VaR بیشتر است.

### ۳-۴-۶- پس‌آزمایی ریزش مورد انتظار

برای پس‌آزمایی مقدار ریزش مورد انتظار از الگوی جزء اخلاص مازاد استاندارد که توسط مک‌نیل و فری (۲۰۰۰) معرفی شده، استفاده شده است. در این الگو، بازده یک روز بعد با ارزش در معرض ریسک برآورده شده برای آن روز مقایسه شده می‌شود. اگر این برآورد از ارزش برآورده شده، کوچک‌تر باشد (زیانی بیشتر از برآورد تحقق‌یافته باشد) ارزشی مطابق الگوی زیر به جزء اخلاص اختصاص می‌یابد. در غیر این صورت ارزش آن صفر در نظر گرفته می‌شود (رابطه (۳۷)).

$$\varepsilon_{t+1} = \begin{cases} \frac{-Y_t - ES_{1,\alpha,t}}{\hat{\delta}_t} & \text{if } Y_{t+1} < -VaR \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (37)$$

در رابطه (۳۷)،  $\hat{\delta}_t$  انحراف معیار پیش‌بینی شده بازده روزانه در زمان  $t$  است. بر مبنای این آزمون، اگر مقدار ریزش مورد انتظار محاسبه شده یک برآوردکننده ناریب زیان روزانه باشد، میانگین جزء اخلاص مازاد صفر خواهد بود. بر همین اساس در آزمون فرضیات، صفر بودن میانگین جزء اخلاص را فرض صفر و غیرصفر بودن آن، فرض مقابل در نظر گرفته می‌شود. برای آزمون صحت فرض صفر از آزمون بوت‌استرپ<sup>۱</sup> که هیچ فرضی را برای توزیع باقیمانده‌ها در نظر نمی‌گیرد، استفاده شده است.

### ۳-۴-۷- آزمون بلانکو و ایهل

آزمون بلانکو و ایهل به منظور رتبه‌بندی الگوهای ES توسط بلانکو و ایهل<sup>۲</sup> (۱۹۹۸) معرفی شده است. این تابع زیان به هر مشاهده موجود در دنباله وزنی برابر با زیان دنباله تقسیم بر VaR می‌دهد. شکل تبعی این تابع در رابطه (۳۸) آمده است.

1- Bootstrap  
2- Blanco and Ihle

$$C_t = \begin{cases} (L_t - VaR_t)/VaR_t & \text{if } L_t > VaR_t \\ 0 & \text{if } L_t \leq VaR_t \end{cases} \quad (38)$$

درک شهودی این تابع آسان است و ما را مطمئن می‌کند که زیان‌های بزرگ‌تر دنباله،  $C_t$  بزرگ‌تری می‌گیرند. استخراج معیار مقایسه این رویه نیز آسان است و معادل اختلاف میان ES و VaR تقسیم بر VaR است (رابطه (۳۹)). در این آزمون همچون آزمون لویز، هر الگویی که مقدار کمتری داشته باشد، کارایی بالاتری دارد.

$$P_t = \frac{ES_t - VaR_t}{VaR_t} \quad (39)$$

#### ۴- داده‌ها

داده‌های استفاده شده در این پژوهش شامل بازده روزانه شاخص‌های ۱۰ صنعت برتر بورس اوراق بهادار تهران از نظر ارزش معاملات است. به منظور تخمین و پس‌آزمایی الگوهای ارزش در معرض ریسک و ریزش مورد انتظار از داده‌های ۱۵۰۱ روز گذشته آن‌ها استفاده شده است که پس از محاسبه بازده آن‌ها، این داده‌ها تبدیل به ۱۵۰۰ داده شده که ۵۰۰ داده برای پنجره تخمین و ۱۰۰۰ داده برای پس‌آزمایی الگوها در نظر گرفته شده است. علاوه بر این، نتایج آزمون جارک<sup>۱</sup> در جدول (۱) نشان می‌دهد که تمامی متغیرها، فرض نرمال بودن را رد کرده‌اند. آزمون دیکی فولر<sup>۲</sup> و فیلیپس و پرون<sup>۳</sup> نیز حاکی از مانا بودن متغیرها هستند. سایر ویژگی‌های آماری متغیرهای استفاده شده در مقاله در جدول (۱) توضیح داده شده است.

1- Jarque Bera  
2- Dicky Fuller test  
3- Phillips and Perron test



جدول ۱- ویژگی‌های آماری متغیرهای استفاده شده در مقاله

مشخصات آماری	کانه فلزی	فرآورده نفتی	فلزات اساسی	خودرو	شرکت‌های چندرشته‌ای صنعتی	مواد دارویی	شیمیایی	بانک‌ها	رادویی	رایانه
طول دوره	۱۳۹۶/۰۶/۲۹ تا ۱۳۹۰/۰۴/۱۲									
تعداد مشاهدات	۱۵۰۱									
حداقل	-۰/۰۴۲	-۰/۴۶۴	-۰/۰۷۸	-۰/۰۷۲	-۰/۰۳۴	-۰/۰۲۳	-۰/۰۵۸	-۰/۰۹۶	-۰/۰۶۸	-۰/۰۳۷
بزرگ‌ترین	۰/۰۶۸	۰/۲۸۲	۰/۰۶۶	۰/۱۴۴	۰/۰۶۲	۰/۰۶۴	۰/۰۶۷	۰/۰۹۴	۰/۱۱۷	۰/۱۰۶
میانگین	۰	۰/۰۰۱	۰	۰	۰	۰/۰۰۱	۰/۰۰۱	۰	۰	۰/۰۰۱
میانه	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰
انحراف معیار	۰/۰۱۳	۰/۰۲۰	۰/۰۱۱	۰/۰۱۸	۰/۰۱۰	۰/۰۰۶	۰/۰۰۹	۰/۰۱۱	۰/۰۱۰	۰/۰۱۰
چولگی	۱/۰۵۸	-۵/۱۸۵	۰/۵۳۴	۰/۶۶۲	۱/۰۵۵	۲/۳۰۸	۰/۷۸۲	۰/۴۷۷	۱/۷۵۶	۲/۲۵۴
کشیدگی	۳/۲۲۰	۲۱۷/۷۶۳	۳/۶۶۱	۲/۷۱۷	۲/۲۳۸	۱۱/۴۴۸	۴/۷۰۳	۹/۰۹۱	۱۴/۹۷۰	۱۸/۴۰۳
آماره جاک برای	۸۶/۱۴۶	۳۰۸۳۸۰	۷۵/۷۵۶	۳۳۲/۶۵	۱۴۵/۸	۹۰۸۹	۳۳۳/۳۹	۶۷۲/۸۹	۱۴۰۷۰	۶۱۷۰
آزمون دیکی فولر	-۷/۸۳۵	-۷/۱۷۸	-۶/۲۱۲	-۶/۹۱۱	-۷/۸۷۸	-۵/۰۹۹	-۶/۷۰۴	-۵/۷۸۹	-۸/۲۴۹	-۸/۳۸۸
آزمون فیلیس و پرون	-۳۶۴	-۴۴۶	-۳۵۷	-۳۰۸	-۳۷۷	-۲۱۲	-۳۲۶	-۳۳۵	-۲۹۲	-۳۸۳

ماخذ: یافته‌های پژوهش

## ۵- یافته‌های پژوهش

در این پژوهش مقادیر ارزش در معرض ریسک و ریزش مورد انتظار سبد دارایی مشتمل از ۱۰ متغیر (که در بخش ۳ مقاله توضیح داده شد) در دو سطح اطمینان ۹۹ و ۹۷/۵ درصد محاسبه شده است. برای این منظور در اولین گام، براساس آزمون انگل و شپارد<sup>۱</sup> (۲۰۰۱) وجود همبستگی ثابت بین متغیرهای مورد مطالعه آزمون شده است<sup>۲</sup>. همانطور که در جدول (۲) مشاهده می‌شود، وجود فرض همبستگی ثابت بین متغیرها در وقفه‌های متفاوت قویا رد شده است. از این رو، در ادامه به جای الگوی CCC-GARCH با فرض همبستگی ثابت بین متغیرها از الگوی DCC-GARCH استفاده و الگوی CCC-GARCH از محاسبات حذف می‌شود.

1- Engle, R.F. and Sheppard, K. (2001)

2- Test of Non-constant Correlation

جدول ۲- آزمون وجود همبستگی ثابت بین متغیرها با وقفه‌های متفاوت

	Lag=1	Lag=5	Lag=10	Lag=15
t Value	۹۵/۴۰	۱۱۱/۷۰	۱۲۱/۴۰	۱۲۸/۴۶
Prob	۰	۰	۰	۰

ماخذ: یافته‌های پژوهش

همان‌طور که در مباحث نظری ذکر شد به منظور تخمین  $h_{ii,t}$  برای هر دارایی می‌توان از الگوهای مختلف خانواده GARCH بهره برد. در این راستا پس از آزمون الگوهای مختلف خانواده GARCH (اعم از GARCH، iGARCH، GJR-GARCH، EGARCH، APARCH و ...) با توزیع‌های مختلف، الگوی ARMA(1,1)-sGED(1,1)-GJR-GARCH به عنوان بهترین الگو برای تخمین  $h_{ii,t}$  انتخاب شد. نتایج برازش الگو روی هر یک از متغیرها در جدول (۳) آورده شده است.

پس از تخمین  $h_{ii,t}$  الگوهای مختلف DCC-GARCH برآورد شده است. برای این منظور این الگوها با سه توزیع نرمال چندمتغیره، تی استودنت چندمتغیره و همچنین لاپلاس چندمتغیره برآورد شده است. علاوه بر الگوی DCC-GARCH، الگوی aDCC-GARCH نیز محاسبه شده است. در نهایت با استفاده از دو معیار AIC و BIC از بین شش الگوی تخمین زده شده، الگوی DCC-GARCH-MVT به عنوان کاراترین الگو انتخاب شده است. نتایج برازش هر یک از الگوهای نامبرده در جدول (۴) نمایش داده شده است.

پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی  
پرتال جامع علوم انسانی

۱- برای مطالعه بیشتر در این زمینه به پکیج rugarch در نرم‌افزار R مراجعه شود. در این پکیج، امکان تخمین ۱۰ الگوی مختلف خانواده GARCH به همراه ۹ توزیع متفاوت تعبیه شده که تقریباً تمامی این الگوها برای دستیابی به بهترین نتیجه ممکن برآورد شده است.

جدول ۳- نتایج برازش الگوی sged-GJR(1,1)-ARMA(1,1) برای هر یک از متغیرهای مورد مطالعه

	کانه فلزی		فراورده نفتی		فلزات اساسی		خودرو		صنایع چند رشته‌ای	
	Coef.	Prob	Coef.	Prob	Coef.	Prob	Coef.	Prob	Coef.	Prob
$\mu$	۰/۰۰۰۱	*	۰/۰۰۰۵	*	۰/۰۰۰۸	۰/۱۳۹۶	-۰/۰۰۰۵	۰/۰۰۱۳	۰/۰۰۱۶	*
AR <sub>1</sub>	۰/۲۵۸۹	*	۰/۴۷۱۲	*	۰/۳۴۶۷	*	۰/۰۰۲۸	۰/۴۹۸۶	-۰/۰۹۹۴	*
MA <sub>1</sub>	۰/۰۸۲۴	*	-۰/۰۰۳۸	*	-۰/۰۲۶۷	۰/۱۴۵۳	۰/۳۵۱۳	*	۰/۳۹۳۰	*
$\omega$	*	۰/۹۳۳۸	*	۰/۶۳۷۷	*	۰/۵۵۷۱	*	*	*	*
$\alpha$	۰/۱۸۱۷	*	۰/۱۷۴۶	*	۰/۱۲۲۶	*	۰/۰۸۶۳	*	۰/۰۳۲۱	۰/۰۰۰۳
$\beta$	۰/۸۳۳۹	*	۰/۸۸۶۱	*	۰/۸۹۲۳	*	۰/۸۱۹	*	۰/۹۹۶۲	*
$\gamma$	-۰/۰۱۲۴	*	-۰/۱۱۵۸	*	-۰/۰۷۰۰	۰/۱۷۰۶	-۰/۰۳۱۹	۰/۱۰۸۸	-۰/۰۸۴۹	*
skew	۱/۰۸۲۷	*	۱/۰۴۰۲	*	۱/۱۵۳۸	*	۱/۳۰۴۰	*	۱/۱۲۳۴	*
shape	۰/۹۱۰۰	*	۰/۶۸۸۹	*	۱/۰۸۴۱	*	۱/۱۶۹۶	*	۱/۱۱۱۷	*
	دارویی		شیمیایی		بانک‌ها		رادیویی		کامپیوتر	
	Coef.	Prob	Coef.	Prob	Coef.	Prob	Coef.	Prob	Coef.	Prob
$\mu$	*	۰/۰۰۸۰	۰/۰۰۱۳	*	۰/۰۰۰۳	۰/۰۰۱۹	*	*	۰/۰۰۱۲	*
AR <sub>1</sub>	۰/۵۹۴۲	*	۰/۲۰۵۱	*	۰/۲۱۵۸	*	۰/۲۷۸۳	*	۰/۲۳۸۰	*
MA <sub>1</sub>	-۰/۲۵۱۸	*	۰/۲۳۵۶	*	۰/۲۴۷۲	*	۰/۱۴۵۰	*	-۰/۱۹۲۸	*
$\omega$	*	۰/۸۲۴	*	۰/۳۵۷۷	*	*	*	*	*	۰/۴۵۸۸
$\alpha$	۰/۰۷۵۶	*	۰/۱۲۵۹	*	۰/۴۶۶۰	*	۷۴۳۹	۰/۷۴۰۸	۰/۰۱۶۰	*
$\beta$	۰/۹۵۳۱	*	۰/۸۸۷۵	*	۰/۴۲۳۰	*	۰/۳۵۳۵	*	۰/۹۶۷۴	*
$\gamma$	-۰/۱۲۳۵	*	-۰/۰۲۶۱	*	-۰/۱۳۴۱	*	-۰/۱۹۸۱	۰/۸۳۳۹	۰/۰۱۵۹	*
skew	۱/۱۰۷۶	*	۱/۱۴۹۷	*	۱/۲۳۴۶	*	-۱/۰۱۲۱	*	۱/۱۷۸۳	*
shape	۰/۷۱۷۳	*	۰/۹۹۷۰	*	۰/۹۰۳۱	*	۰/۴۵۳۱	*	۰/۶۰۸۱	*

ماخذ: یافته‌های پژوهش

جدول ۴- نتایج برازش الگوهای مختلف DCC-GARCH

Mod	dist	A		B		G		MShape		AIC	BIC	Log-likelihood
		Coef.	Prob	Coef.	Prob	Coef.	Prob	Coef.	Prob			
DCC	MVNorm	۰/۰۲۴	۰/۰۶۸	۰/۶۲۰	۰/۰۵۰	-	-	-	-	-۶۳/۰۶۷	-۶۱/۹۱۲	۱۵۹۰۳/۷۲
	MVT	۰/۰۱۹	۰/۰۰۶	۰/۸۶۸	*	-	-	۴/۲۰۶	*	-۶۸/۱۲۸	-۶۶/۹۶۵	۱۷۱۷۰/۰۶
	MVLaplace	۰/۰۲۰	۰/۰۱۹	۰/۸۴۱	*	-	-	-	-	-۶۷/۸۳۴	-۶۶/۶۸۰	۱۷۰۹۵/۵۹
ADCC	MVNorm	۰/۰۲۴۴	۰/۰۹۷	۰/۶۱۹	۰/۰۵۰	۰/۰۰۱	۰/۹۴۳	-	-	-۶۳/۰۶۳	-۶۱/۹۰۰	۱۵۹۰۳/۷۲
	MVT	۰/۰۱۶۳	۰/۰۲۹	۰/۸۷۱	*	۰/۰۱۱	۰/۳۷۷	۴/۲۲۷	*	-۶۸/۱۲۶	-۶۶/۹۵۵	۱۷۱۷۰/۵۴
	MVLaplace	۰/۰۱۸	۰/۰۴۳	۰/۸۴۲	*	۰/۰۰۷	۰/۵۹۸	-	-	-۶۷/۸۳۱	-۶۶/۶۶۸	۱۷۰۹۵/۷۴

ماخذ: یافته‌های پژوهش

پس از تخمین الگوی نوسانات سبب دارایی و استفاده از آن به عنوان فیلتری برای نوفه سفیدسازی سری‌های زمانی در ادامه با Uهای به دست آمده از الگوی DCC-GARCH-MVT (رجوع شود به رابطه (۱۲) تا (۱۴)) وجود وابستگی غیرخطی در بین متغیرها به وسیله الگوهای مختلف خانواده کاپیولا آزمون شده است. نتایج جدول (۵) حاکی از آن است که الگوی کاپیولای تی استودنت، کلایتون و گامبل نشان از وجود وابستگی غیرخطی در بین متغیرها دارند. عدم وجود وابستگی غیرخطی در الگوی کاپیولای نرمال و همچنین تشخیص وابستگی غیرخطی توسط الگوی کاپیولای تی استودنت به این دلیل است که بین بازده سری‌های زمانی مورد مطالعه در مقادیر حدی و یا به عبارت دیگر، صدک‌های بالای دم‌های توزیع وابستگی غیرخطی وجود دارد. به بیان دیگر، با توجه به اینکه دم توزیع تی استودنت نسبت به دم توزیع نرمال پهن‌تر است، توانایی این توزیع در برازش مقادیر حدی بیشتر از توزیع نرمال است. علاوه بر این، همانطور که در مباحث نظری بخش ۳-۳ بیان شد، الگوی کاپیولای کلایتون تنها به وابستگی دم پایین و الگوی کاپیولای گامبل تنها به وابستگی دم بالای توزیع اشاره دارد. الگوی کاپیولای متقارن فرانک نیز وجود وابستگی غیرخطی بین متغیرها را نفی کرده است.

جدول ۵- نتایج برازش الگوهای مختلف Copula

الگو	پارامتر الگو	تخمین پارامتر	Std. Error	Lower $\lambda$	upper $\lambda$
نرمال	$\theta$	۰/۲۵۱۴	۰/۰۱۲۷	۰	۰
تی-استودنت	$\theta$	۰/۲۵۱۴	۰/۰۱۲۷	۰/۱۴۴	۰/۱۴۴
فرانک	$\lambda$	۱/۵۱۱	۰/۰۰۴	۰	۰
کلایتون	$\delta$	۰/۴۰۱	۰/۰۲۴	۰/۱۷۷	۰
گامبل	$\omega$	۱/۲۰۰	۰/۰۱۲	۰	۰/۲۱۸

ماخذ: یافته‌های پژوهش

با توجه به مطالب بیان شده، در ادامه با استفاده از چهار الگوی مختلف (-DCC-GARCH-MVT، DCC-GARCH-Copula، با توزیع تی استودنت، -DCC-GARCH-Copula با توزیع کلایتون و DCC-GARCH-Copula با توزیع گامبل) به تخمین ارزش در معرض ریسک و ریزش مورد انتظار سبب دارایی در دو سطح

اطمینان ۹۹ و ۹۷/۵ درصد پرداخته شده است. نتایج برآوردها و آزمون‌های مختلف برای پس آزمایی الگوها در جدول (۶) و (۷) آورده شده است. همان‌طور که این جداول نشان می‌دهند پس از تخمین ارزش در معرض ریسک و ریزش مورد انتظار، این الگوها برای یک دوره ۱۰۰۰ روزه پس آزمایی شده‌اند. برای پس آزمایی الگوهای ارزش در معرض ریسک از آزمون‌های پس آزمایی متفاوتی همچون آزمون پوشش غیرشرطی کوپیک، آزمون پوشش شرطی کریستوفرسن و آزمون انگل و منگالی و برای پس آزمایی الگوهای ریزش مورد انتظار از آزمون پس آزمایی مک نیل و فری استفاده شده است. همچنین برای رتبه‌بندی الگوهای ارزش در معرض ریسک و ریزش مورد انتظار به ترتیب از الگوهای لویز و بلانکو و ایهل استفاده شده است (برای مطالعه بیشتر پیرامون مباحث نظری مربوط به الگوهای پس آزمایی مطرح شده، می‌توان به دود<sup>۱</sup> (۲۰۰۷) و مقاله ترزیچ و میلوجویچ<sup>۲</sup> (۲۰۱۶) مراجعه کرد). در ادامه نتایج تخمین‌های مذکور توضیح داده شده است.

همان‌طور که در جدول (۶) و (۷) قابل مشاهده است، مقادیر ارزش در معرض ریسک و ریزش مورد انتظار در سطح اطمینان ۹۷/۵ و ۹۹ درصد برآورد شده است. نتایج نشان می‌دهد الگوی DCC-GARCH-MVT و DCC-GARCH-Copula با توزیع تی استودنت، نسبت به سایر الگوها در هر دو سطح اطمینان ۹۷/۵ و ۹۹ درصد نتایج دقیق‌تری را ارائه کرده‌اند. این در حالی است که نتایج پس آزمایی دو الگوی DCC-GARCH-Copula با توزیع‌های گامبل و کلایتون در هر دو سطح اطمینان بیان شده، قابل قبول نیست. الگوی کاپیولای کلایتون دچار خطای کم‌گویی میزان ارزش در معرض ریسک و ریزش مورد انتظار و الگوی گامبل دچار بیش‌گویی مقادیر ارزش در معرض ریسک و ریزش مورد انتظار شده‌اند (نتایج مقادیر خطا، آزمون لویز و آزمون بلانکو و ایهل این امر را تصدیق کرده‌اند).

---

1- Dowd

2- Terzic and Milojevic

جدول ۶- نتایج پس آزمایی الگوهای مختلف تخمین VaR و ES در سطح اطمینان ۹۷/۵ درصد

DCC-GARCH-Copula	DCC-GARCH-Copula	DCC-GARCH-Copula	DCC-GARCH-MVT	Models	
گامبل	کلایتون	تی استودنت	-	Copula Model	
۶	۳۳	۱۹	۲۴	Violation	
۲۱/۲۴۲	۲/۳۸۹	۱/۶۰۸	۰/۰۴۱	t value	LRuc
۰	۰/۱۲۲	۰/۲۰۴	۰/۸۳۸	Prob	
۲۱/۳۱۴	۴/۸۸۱	۲/۴۱۱	۱/۲۲۳	t value	LRcc
۰	۰/۰۸۷	۰/۲۹۹	۰/۵۴۲	Prob	
۱۴/۷۹۴	۴۰/۶۹۵	۱۹/۶۷۸	۱۱/۸۰۲	t value	DQ
۰/۰۳۸	۰	۰/۰۰۶	۰/۱۰۷	Prob	
۰/۱۰۴	۰/۰۰۷	۰/۰۹۰	۰/۰۶۲	Test for ES (Prob)	
۱۸۷۷/۹	۱۷۷۴/۷	۱۸۲۷/۸	۱۸۰۸/۸	Lopez criterion	
۲۷۹۱/۶	۲۲۷۱/۰	۲۵۶۸/۸	۲۶۵۶/۵	Blancohleh criterion	
-۱/۱۳٪	-۱/۰۱٪	-۱/۱۲٪	-۰/۶۸٪	VaR (1 day ahead)	
-۱/۶۸٪	-۱/۱۳٪	-۱/۳۹٪	-۰/۸۹٪	ES (1day ahead)	

ماخذ: یافته‌های پژوهش

جدول ۷- نتایج پس آزمایی الگوهای مختلف تخمین VaR و ES در سطح اطمینان ۹۹ درصد

DCC-GARCH-Copula	DCC-GARCH-Copula	DCC-GARCH-Copula	DCC-GARCH-MVT	Models	
گامبل	کلایتون	تی استودنت	-	Copula Model	
۳	۲۱	۶	۱۲	Violation	
۶/۸۲۵	۹/۲۸۴	۱/۸۸۶	۰/۳۷۹	t value	LRuc
۰/۰۰۸	۰/۰۰۲	۰/۱۶۹	۰/۵۳۷	Prob	
۶/۸۴۳	۱۲/۴۵۵	۱/۹۵۸	۰/۶۷۱	t value	LRcc
۰/۰۳۲	۰/۰۰۱	۰/۳۷۵	۰/۷۱۴	Prob	
۵/۰۱۲	۶۶/۷۲۲	۱/۸۳۶	۱/۳۳۲	t value	DQ
۰/۶۵۸	۰	۰/۹۶۸	۰/۹۸۷	Prob	
۰/۱۳۴	۰/۰۲۰	۰/۰۷۴	۰/۰۵۶	Test for ES (Prob)	
۱۹۴۸/۳	۱۸۷۷/۹	۱۹۳۶/۵	۱۹۱۲/۹	Lopez criterion	
۲۵۴۳/۰	۲۱۴۲/۵	۲۴۶۷/۹	۲۳۷۶/۱	Blancohleh criterion	
-۱/۸۰٪	-۱/۱۷٪	-۱/۳۹٪	-۰/۹۰٪	VaR (1 day ahead)	
-۲/۱۴٪	-۱/۲۸٪	-۱/۶۰٪	-۱/۰۹٪	ES (1day ahead)	

ماخذ: یافته‌های پژوهش

در بین دو الگوی DCC-GARCH-MVT و DCC-GARCH-Copula با توزیع تی استودنت نیز الگوی DCC-GARCH-MVT نتایج معتبرتری را نسبت به الگوی DCC-GARCH-Copula با توزیع تی استودنت ارائه کرده است به طوری که الگوی DCC-GARCH-Copula با توزیع تی استودنت در آزمون انگل و منگالی در سطح اطمینان ۹۷/۵ درصد فرض  $H_0$  مبنی بر عدم وجود وابستگی بین خطاهای صورت گرفته را رد کرده است. با این حال، هر دو الگو در سایر آزمون‌ها موفق عمل کرده‌اند. در مقایسه دو الگوی یاد شده مشخص است که الگوی DCC-GARCH-Copula با توزیع تی استودنت نسبت به الگوی DCC-GARCH-MVT مقادیر ارزش در معرض ریسک و ریزش مورد انتظار را محتاطانه‌تر برآورد کرده و همین امر موجب شده تا مقادیر خطای این الگو نسبت به الگوی DCC-GARCH-MVT کمتر باشد. همچنین نتایج دو آزمون لویز و بلانکو و ایهل حاکی از این است که الگوی DCC-GARCH-MVT نسبت به الگوی DCC-GARCH-Copula با توزیع تی استودنت برآورد دقیق‌تری از میزان ارزش در معرض ریسک و ریزش مورد انتظار ارائه می‌کند. این نکته نیز قابل تأمل است که طبق مباحث مطرح شده در رهنمودهای کمیته بال مبنی بر جایگزینی الگوی ریزش مورد انتظار به جای الگوی ارزش در معرض ریسک، مشاهده می‌شود که مقادیر ریزش مورد انتظار در سطح اطمینان ۹۷/۵ درصد بسیار نزدیک به مقادیر ارزش در معرض ریسک در سطح اطمینان ۹۹ درصد است و تغییرات ذکر شده در رهنمود کمیته بال، موجب افزایش یا کاهش میزان سرمایه پوششی برای ریسک بازار نخواهد شد و تنها موجب افزایش دقت الگوی محاسبه ریسک بازار در مواقع بحرانی شده است. علاوه بر این، موفقیت توزیع تی استودنت در برازش مقادیر سبب دارایی به پهن بودن دم‌های این توزیع بازمی‌گردد و نتایج پژوهش حاضر نشان داد که سری‌های زمانی در بازار ایران نیز همچون سایر بازارهای بین‌المللی دارای دم پهن هستند. نمودارهای مربوط به پس‌آزمایی ارزش در معرض ریسک و ریزش مورد انتظار هر ۴ الگوی استفاده در مقاله در دو سطح اطمینان ۹۷/۵ و ۹۹ درصد در پیوست‌های (۱) تا (۴) ارائه شده است.

## ۶- جمع‌بندی و نتیجه‌گیری

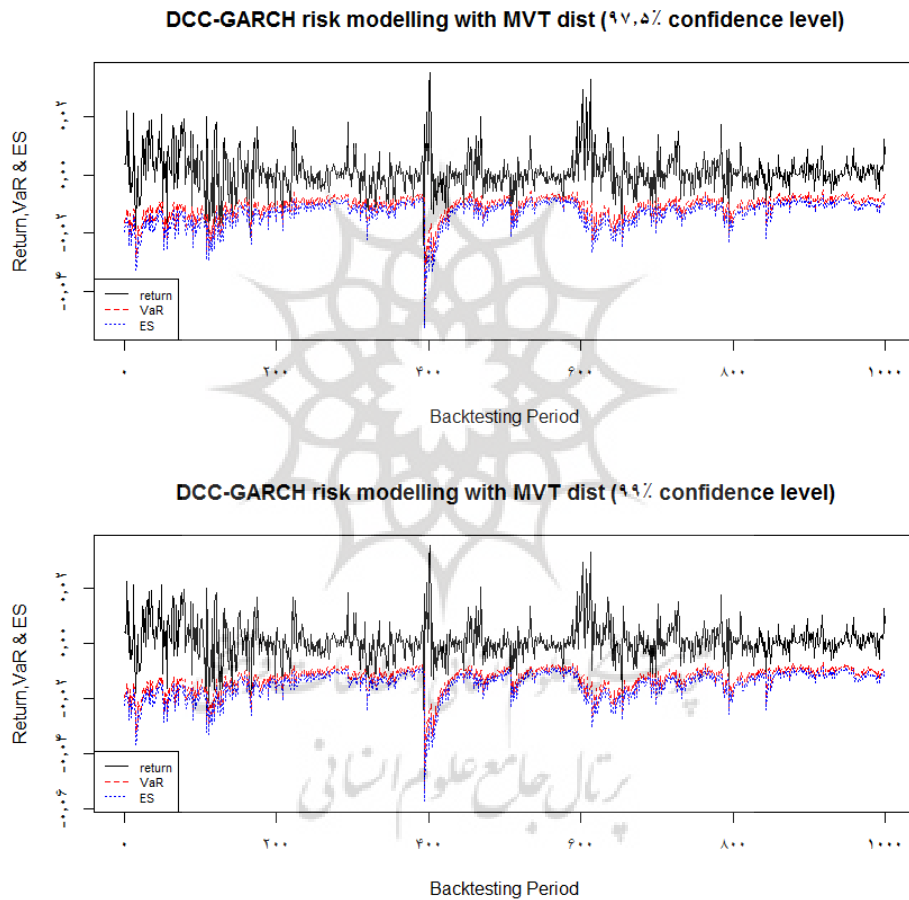
در این مقاله به منظور محاسبه ریسک بازاری سبیدی از ۱۰ شاخص صنایع منتخب بورس اوراق بهادار تهران از دو الگوی ارزش در معرض ریسک (VaR) و ریزش مورد انتظار (ES) استفاده شد. در این راستا برای تخمین تلاطم‌های سبید مطرح شده از الگوهای مختلف گارچ چندمتغیره که شامل الگوهای DCC-GARCH، CCC-GARCH و aDCC-GARCH با سه توزیع نرمال، تی استودنت و لاپلاس می‌شد، استفاده شد. برای محاسبه همبستگی غیرخطی سبید دارایی نیز از الگوهای مختلف کاپیولا مشتمل از نرمال، تی استودنت، گامبل، کلایتون و فرانک، بهره‌برداری شد. همچنین پس‌آزمایی الگوها با آزمون‌های کوپیک، کریستوفرسن، انگل و منگالی و مک‌نیل و فری صورت گرفت. نتایج این پژوهش نشان داد که الگوی DCC-GARCH با توزیع تی استودنت نسبت به سایر الگوهای رقیب بهترین نتایج را در تخمین تلاطم‌های سبید دارایی ارائه کرده است. همچنین از بین تمامی الگوهای کاپیولای بررسی شده در پژوهش، الگوی کاپیولای تی استودنت نتایج بهتری برای تخمین وابستگی بین دارایی‌ها نشان داده است. نتایج پس‌آزمایی الگوهای مختلف نشان داد که هر دو الگوی DCC-GARCH با توزیع تی استودنت و DCC-GARCH-Copula با توزیع تی استودنت در برآورد ارزش در معرض ریسک و ریزش مورد انتظار نتایج قابل قبولی دارند. با این حال آزمون لویز و بلانکو و ایهل نشان دادند که الگوی DCC-GARCH با توزیع تی استودنت نسبت به الگوی DCC-GARCH-Copula با توزیع تی استودنت برآورد دقیق‌تر و کاراتری از ارزش در معرض ریسک و ریزش مورد انتظار سبید دارایی ارائه می‌کند.

## تقدیر و تشکر

این پژوهش تحت حمایت معاونت پژوهشی دانشگاه علامه طباطبائی و از تیم تحقیقاتی هسته پژوهشی «مالیه شرکتی، قیمت‌گذاری دارایی‌ها و ریسک در اقتصاد مالی» صورت پذیرفته است که بدینوسیله از همکاری‌ها و مساعدت‌های لازم در ایشان تشکر و قدردانی می‌شود.

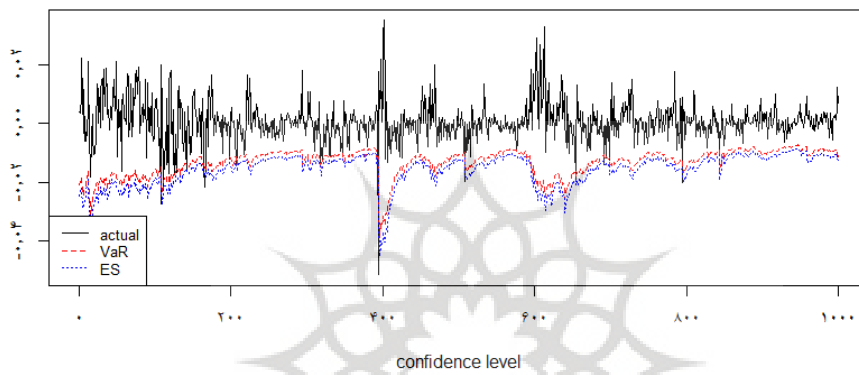


پیوست ۱- نتایج پس‌آزمایی ارزش در معرض ریسک و ریزش مورد انتظار الگوی DCC-GARCH-MVT در دو سطح اطمینان ۹۷/۵ و ۹۹ درصد

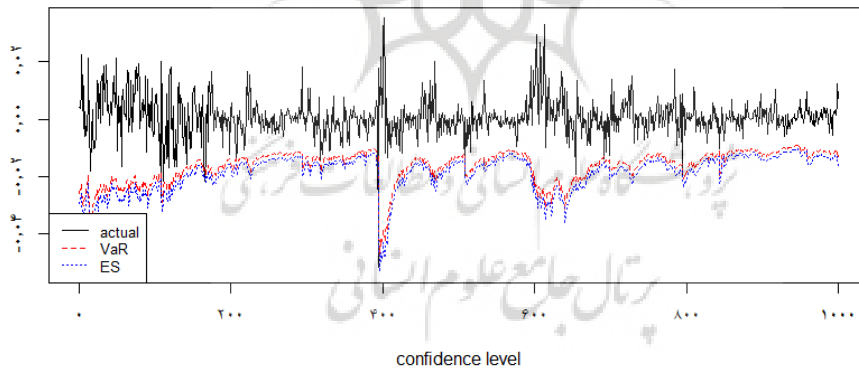


پیوست ۲- نتایج پس آزمایی ارزش در معرض ریسک و ریزش مورد انتظار  
الگوی DCC-GARCH-Copula با توزیع تی استودنت در دو سطح اطمینان  
۹۲/۵ و ۹۹ درصد

DCC-GARCH-Copula (t-Student) risk modelling (۹۷/۵% confidence level)



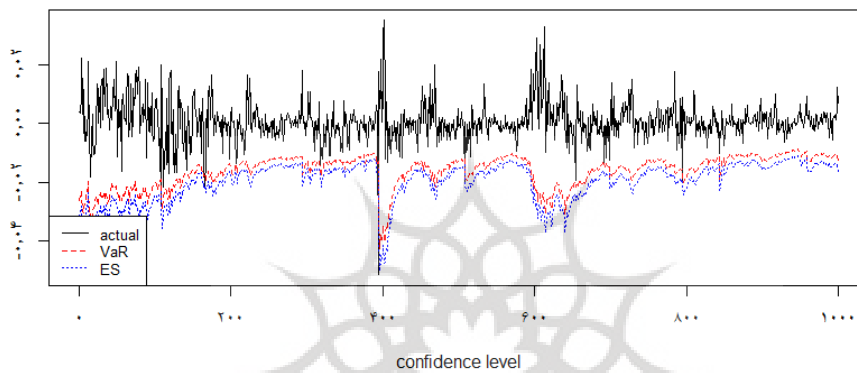
DCC-GARCH-Copula (t-Student) risk modelling (۹۹% confidence level)



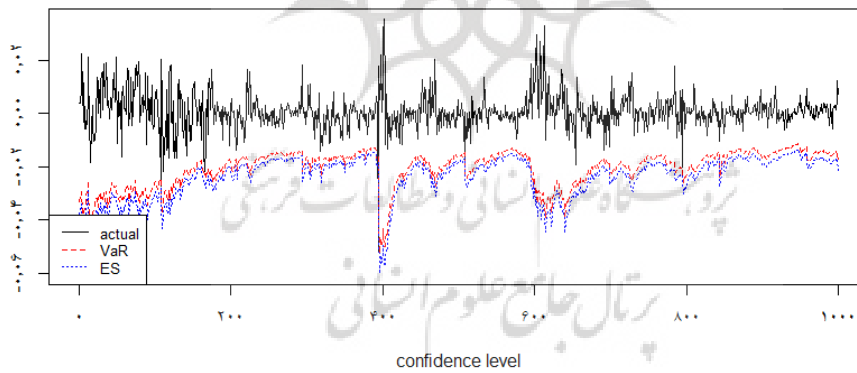
ماخذ: یافته‌های پژوهش

پیوست ۳- نتایج پس‌آزمایی ارزش در معرض ریسک و ریزش مورد انتظار الگوی DCC-GARCH-Copula با توزیع گامبل در دو سطح اطمینان ۹۷/۵ و ۹۹ درصد

DCC-GARCH-Copula (Gumbel) risk modelling (۹۷.۵% confidence level)



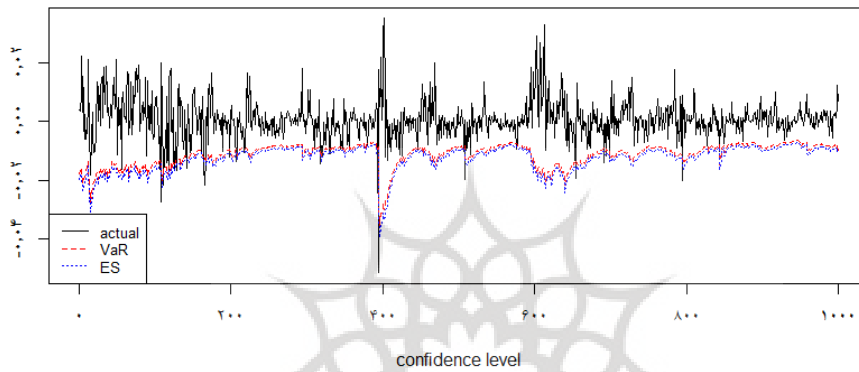
DCC-GARCH-Copula (Gumbel) risk modelling (۹۹% confidence level)



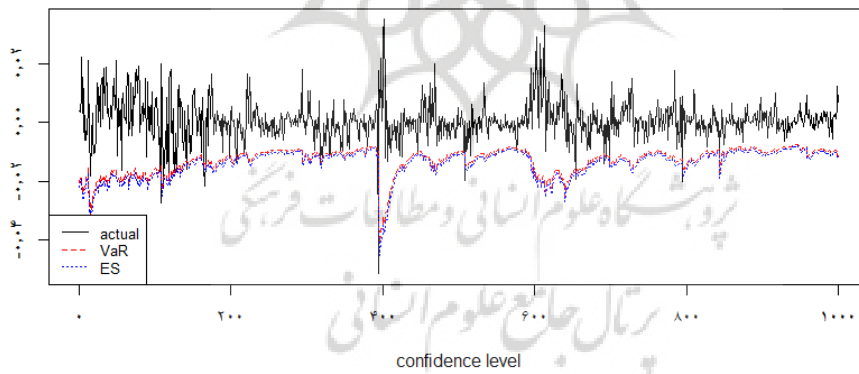
ماخذ: یافته‌های پژوهش

پیوست ۴- نتایج پس آزمایی ارزش در معرض ریسک و ریزش مورد انتظار الگوی DCC-GARCH-Copula با توزیع کلایتون در دو سطح اطمینان ۹۷/۵ و ۹۹ درصد

DCC-GARCH-Copula (clayton) risk modelling (۹۷.۵% confidence level)



DCC-GARCH-Copula (clayton) risk modelling (۹۹% confidence level)



ماخذ: یافته‌های پژوهش

## منابع

- پویان‌فر، احمد و موسوی، سید حمید (۱۳۹۵). تخمین ارزش در معرض ریسک داده‌های درون‌روزی با رویکرد EVT-COPULA. مدل‌سازی ریسک و مهندسی مالی، دوره ۱، شماره ۲، ۱۴۴-۱۲۹.
- راغفر، حسین و آجرلو، حسین (۱۳۹۵). برآورد ارزش در معرض خطر پرتفوی ارزی یک بانک نمونه با روش GARCH-EVT-Copula. فصلنامه پژوهش‌های اقتصادی ایران، دوره ۲۱، شماره ۶۷، ۱۴۱-۱۱۳.
- فلاح‌پور، سعید و باغبان، مهدی (۱۳۹۳). استفاده از کاپیولا-CVaR در بهینه‌سازی سبد سرمایه‌گذاری و مقایسه تطبیقی آن با روش Mean-CVaR. فصلنامه پژوهش‌ها و سیاست‌های اقتصادی، دوره ۲۲، شماره ۷۲، ۱۷۲-۱۵۵.
- کشاوری‌حداد، غلامرضا و حیرانی، مهرداد (۱۳۹۳). برآورد ارزش در معرض ریسک با وجود ساختار وابستگی بین بازدهی‌های مالی: رهیافت مبتنی بر کاپیولا. فصلنامه تحقیقات اقتصادی، دوره ۴۹، شماره ۴، ۹۰۲-۸۶۹.
- Autchariyapanitkul, K., Chanaim, S., & Sriboonchitta, S. (2014). Portfolio optimization of stock returns in high-dimensions: A copula-based approach. *Thai Journal of Mathematics*, 11-23.
- Bauwens, L., Hafner, C. M., & Laurent, S. (2012). *Handbook of volatility models and their applications* (Vol. 3). John Wiley & Sons.
- Bauwens, L., Laurent, S., & Rombouts, J. V. Rombouts (2006). Multivariate GARCH models: A survey. In *Journal of Applied Econometrics*.
- Berkowitz, J. (2001, July). 2002, How accurate are value-at-risk models at commercial banks. In *Journal of Finance*.
- Blanco, C., & Ihle, G. (1999). How good is your VaR? Using backtesting to assess system performance. *Financial Engineering News*, 11(8), 1-2.
- Bob, N. K. (2013). Value at risk estimation. a garch-evt-copula approach. *Mathematiska institutionen*, 1-41.
- Bollerslev, T. (1990). Modelling the coherence in short-run nominal exchange rates: a multivariate generalized ARCH model. *The review of economics and statistics*, 498-505.
- Boubaker, H., & Sghaier, N. (2013). Portfolio optimization in the presence of dependent financial returns with long memory: A copula based approach. *Journal of Banking & Finance*, 37(2), 361-377.
- Caporin, M., & McAleer, M. (2012). Robust ranking of multivariate GARCH models by problem dimension.
- Cappiello, L., Engle, R. F., & Sheppard, K. (2006). Asymmetric dynamics in the correlations of global equity and bond returns. *Journal of Financial*

- econometrics*, 4(4), 537-572.
- Cherubini, U., Luciano, E., & Vecchiato, W. (2004). *Copula methods in finance*. John Wiley & Sons.
- Cherubini, U., Mulinacci, S., Gobbi, F., & Romagnoli, S. (2011). *Dynamic copula methods in finance*. John Wiley & Sons.
- Chollete, L., De la Pena, V., & Lu, C. (2006). Security comovement: Alternative measures, and implications for portfolio diversification. *Unpublished Working paper*. Columbia University and NHH.
- Christoffersen, P. F. (1998). Evaluating interval forecasts. *International economic review*, 841-862.
- Clayton, D. G. (1978). A model for association in bivariate life tables and its application in epidemiological studies of familial tendency in chronic disease incidence. *Biometrika*, 65(1), 141-151.
- Danielsson, J. (2011). *Financial risk forecasting: the theory and practice of forecasting market risk with implementation in R and Matlab* (Vol. 588). John Wiley & Sons.
- Deng, L., Ma, C., & Yang, W. (2011). Portfolio optimization via pair copula-GARCH-EVT-CVaR model. *Systems Engineering Procedia*, 2, 171-181.
- Dowd, K. (2007). *Measuring market risk*. John Wiley & Sons.
- Embrechts, P., McNeil, A., & Straumann, D. (2002). Correlation and dependence in risk management: properties and pitfalls. *Risk management: value at risk and beyond*, 1, 176-223.
- Engle, R. F., & Manganelli, S. (2004). CAViaR: Conditional autoregressive value at risk by regression quantiles. *Journal of Business & Economic Statistics*, 22(4), 367-381.
- Engle, R. (2002). Dynamic conditional correlation: A simple class of multivariate generalized autoregressive conditional heteroskedasticity models. *Journal of Business & Economic Statistics*, 20(3), 339-350.
- Engle, R. F., & Sheppard, K. (2001). *Theoretical and empirical properties of dynamic conditional correlation multivariate GARCH* (No. w8554). National Bureau of Economic Research.
- Frank, M. J. (1979). On the simultaneous associativity of  $F(x, y)$  and  $x+y-F(x, y)$ . *Aequationes mathematicae*, 19(1), 194-226.
- Ghalanos, A. (2015). The rmgarch models: Background and properties. *R Package version 1.3*.
- Gumbel, E. J. (1960). Bivariate exponential distributions. *Journal of the American Statistical Association*, 55(292), 698-707.
- Han, Y., Li, P., & Xia, Y. (2017). Dynamic robust portfolio selection with copulas. *Finance Research Letters*, 21, 190-200.
- Holton, G. A. (2002). History of value-at-risk: 1922-1988. *Working paper*, 25.
- Holton, G. A., (2003), Value-at-risk: Theory and practice, *Academic Press*. New York, Vol 2.
- Hotta, L. K., Lucas, E. C., & Palaro, H. P. (2008). Estimation of VaR using copula and extreme value theory. *Multinational Finance*

- Journal*, 12(3/4), 205-218.
- Hu, L. (2006). Dependence patterns across financial markets: a mixed copula approach. *Applied financial economics*, 16(10), 717-729.
- Huang, J. J., Lee, K. J., Liang, H., & Lin, W. F. (2009). Estimating value at risk of portfolio by conditional copula-GARCH method. *Insurance: Mathematics and economics*, 45(3), 315-324.
- Hull, J. (2012). *Risk management and financial institutions, + Web Site* (Vol. 733). John Wiley & Sons.
- Jondeau, E., & Rockinger, M. (2006). The copula-garch model of conditional dependencies: An international stock market application. *Journal of international money and finance*, 25(5), 827-853.
- Philippe, J. (2007). *Value at risk: the new benchmark for managing financial risk*. NY: McGraw-Hill Professional.
- Kakouris, I., & Rustem, B. (2014). Robust portfolio optimization with copulas. *European Journal of Operational Research*, 235(1), 28-37.
- Karmakar, M. (2017). Dependence structure and portfolio risk in Indian foreign exchange market: A GARCH-EVT-Copula approach. *The Quarterly Review of Economics and Finance*, 64, 275-291.
- Kupiec, P. (1995). Techniques for verifying the accuracy of risk measurement models. *The J. of Derivatives*, 3(2).
- Lopez, J. A. (1997). Regulatory evaluation of value-at-risk models. *FRB of New York Staff Report*, (33).
- Mashal, R., & Zeevi, A. (2002). Beyond correlation: Extreme co-movements between financial assets. *Unpublished, Columbia University*.
- McNeil, A. J., & Frey, R. (2000). Estimation of tail-related risk measures for heteroscedastic financial time series: an extreme value approach. *Journal of empirical finance*, 7(3-4), 271-300.
- Morimoto, T., & Kawasaki, Y. (2008). Empirical comparison of multivariate GARCH models for estimation of intraday value at risk. *Available at SSRN 1090807*.
- Patton, A. J. (2006). Modelling asymmetric exchange rate dependence. *International economic review*, 47(2), 527-556.
- Pérignon, C., & Smith, D. R. (2010). The level and quality of Value-at-Risk disclosure by commercial banks. *Journal of Banking & Finance*, 34(2), 362-377.
- Pries, H. (2016). Market risk calculations in stock-and bond prices: a garch-copula approach.
- Sampid, M. G., & Hasim, H. M. (2018). Estimating value-at-risk using a multivariate copula-based volatility model: Evidence from European banks. *International economics*, 156, 175-192.
- Santos, A. A., Nogales, F. J., & Ruiz, E. (2013). Comparing univariate and multivariate models to forecast portfolio value-at-risk. *Journal of financial econometrics*, 11(2), 400-441.
- Sheikh, A. Z., & Qiao, H. (2009). Non-normality of market returns: A framework for asset allocation decision making. *The Journal of Alternative Investments*, 12(3), 8-35.

- So, M. K., & Philip, L. H. (2006). Empirical analysis of GARCH models in value at risk estimation. *Journal of International Financial Markets, Institutions and Money*, 16(2), 180-197.
- Terzić, I., & Milojević, M. (2016). Risk model backtesting. *Ekonomika*, 62(1), 151-162.
- Tsay, R. S. (2013). *Multivariate time series analysis: with R and financial applications*. John Wiley & Sons.
- Tursunalieva, A., & Silvapulle, P. (2007). Assessing and modeling the changes in dependence between exchange rates. *Working Paper of Monash University*.

