شناسایی بدفهمی‌های رایج دانش‌آموزان پایهٔ چهارم ابتدایی در حوزهٔ محتوایی هندسه و اندازه‌گیری و مقایسهٔ عملکرد آن‌ها با میانگین عملکرد در سطح بین‌المللی

■ شهرناز بخشعلی‌زاده* ■ ناصر بروجردیان**

چکیده:

بدفهمی‌ها از عواملی هستند که منجر به بروز مشکلات جدی در یادگیری ریاضیات می‌شوند. شناخت بدفهمی‌ها و ریشه‌های ایجاد آن‌ها می‌تواند زمینه را برای بهبود یادگیری فراهم سازد. یکی از هدف‌های پژوهش حاضر شناسایی بدفهمی‌های رایج دانش‌آموزان پایهٔ چهارم ابتدایی در هندسه و اندازه‌گیری و مقایسهٔ عملکرد آن‌ها با میانگین عملکرد در سطح بین‌المللی بوده است. بدفهمی‌های مورد بررسی در آزمون تیمز سال‌های ۲۰۰۳، ۲۰۰۷ و ۲۰۱۱ از طریق تحلیل محتوا به روش تفسیر متن شناسایی شدند. سپس برای درک این مطلب که آیا بدفهمی‌های شناسایی‌شده خاص دانش‌آموزان ایرانی است یا خیر، مشابهت‌ها و تفاوت‌های عملکرد دانش‌آموزان در ایران و در سطح بین‌المللی از طریق تحلیل ثانویه و آمار توصیفی بررسی شد. میزان شیوع هر بدفهمی با عددی از ۴-۰ نمایش داده شد. ابزار مورد استفاده در پژوهش، سؤالات مرتبط با حوزهٔ هندسه و اندازه‌گیری در آزمون‌های تیمز ۲۰۰۳، ۲۰۰۷ و ۲۰۱۱ است. جامعهٔ آماری این پژوهش، دانش‌آموزان ایرانی مشغول به تحصیل در کلاس چهارم دبستان در زمان اجرای آزمون‌های فوق و نمونهٔ آماری مورد استفاده شامل دانش‌آموزان شرکت‌کننده در آزمون‌های تیمز در سال‌های ذکرشده است. بدفهمی‌های شناسایی‌شده در پژوهش‌های مختلف در جداول بدفهمی ارائه شده‌اند. نتایج نشانگر وجود بدفهمی‌های مختلف هم در بین دانش‌آموزان ایرانی و هم خارج از ایران بود؛ ولی میزان شیوع این بدفهمی‌ها در دانش‌آموزان ایران و دانش‌آموزان دیگر کشورها متفاوت بود. در متن مقاله تفاوت‌ها مشخص و تحلیل شده‌اند.

کلید واژه‌ها: **درک، بدفهمی، ارزشیابی تشخیصی**

▣ تاریخ دریافت مقاله: ۹۵/۱۰/۲۲ ▣ تاریخ شروع بررسی: ۹۵/۱۲/۲۲ ▣ تاریخ پذیرش مقاله: ۹۶/۷/۲۱

* کارشناس پژوهش علوم پایه پژوهشگاه مطالعات آموزش و پرورش و دانشجوی دکترا برنامه‌ریزی درسی آموزش عالی دانشگاه شهید بهشتی (نویسنده مسئول)
sbakhshalizadeh@yahoo.com

** دانشیار گروه ریاضی دانشگاه صنعتی امیرکبیر broojerd@aut.ac.ir

مقدمه

بدفهمی‌ها از عواملی هستند که منجر به بروز مشکلات جدی در یادگیری ریاضیات می‌شوند. بدفهمی‌ها به‌طور مستقل وجود ندارند بلکه در یک چارچوب مفهومی خاص بروز می‌کنند و می‌توانند با تغییرات چارچوب تغییر کنند یا ناپدید شوند. شناخت بدفهمی‌ها و ریشه‌های ایجاد آن‌ها در حوزه‌های مفهومی و در سطوح مختلف تحصیلی، می‌تواند موجب ارتقای یادگیری گردد؛ زیرا بدفهمی‌ها بخشی از ساختار مفهومی ذهن دانش‌آموز را تشکیل می‌دهند که با مفهوم جدید در تعامل است. به دلیل اینکه بدفهمی‌ها منشأ بروز خطا هستند، این تأثیرات اغلب منفی هستند (استرایک[1]، ۱۹۸۳ به نقل از الیویر[2]، ۱۹۸۹). آگاهی از مفاهیم درک شده و بدفهمی‌های دانش‌آموزان از عناصر اساسی دانش پداگوژیکی محتواست. پژوهش‌ها نیز نشان می‌دهند درک معلمین از چگونگی درک و تفکر دانش‌آموزان بسیار محدود است. این آگاهی، معلم را در فرایند طراحی آموزشی و اجرای آن یاری می‌دهد و معلمان می‌توانند برای جلوگیری از بروز بدفهمی‌ها، یا مواجهه با آن‌ها آمادگی لازم را در خود ایجاد نمایند.

ماهیت درک (فهم) و بدفهمی چیست؟

مفهوم‌سازی، تلاشی فردی و فرایندی پویا است که از طریق آن شخص سعی می‌کند به وقایع دنیای اطراف خود معنا ببخشد و همواره در حال تغییر و تکامل است. مسترز[3] (۱۹۸۷، به نقل از مسترز و چپمن[4]، ۱۹۸۳) بیان می‌کنند که دانش جدید، زمانی به‌خوبی درک و یکپارچه می‌شود که هم‌راستا با شبکهٔ دانش موجود باشد. آن‌ها ادامه می‌دهند که متأسفانه اغلب دانش‌آموزان توانایی برقراری ارتباط بین دانش جدید و شبکهٔ دانش موجود را ندارند زیرا یا دانش موجود ناقص است و یا درست است ولی آن‌گونه توسعه نیافته است که با دانش جدید هم‌راستا شود. در این دو وضعیت دانش‌آموز تفسیرهای خود از اطلاعات را می‌سازد و بر مبنای آن با اطلاعات پیشین پیوندهای خود را برقرار می‌کند. این تفسیرها و پیوندهای ناقص و معیوب به خطاهای سیستماتیک منجر می‌شوند (هیبرت و کارپنتر، ۱۹۹۲، نقل‌شده در چپمن و مسترز، ۲۰۱۱) که از آن‌ها با عنوان بدفهمی یاد می‌شود. معلم نقش بزرگی در فراهم کردن فرصت‌های آموزشی مناسب برای جلوگیری از بروز بدفهمی‌ها و یا مواجهه با آن‌ها دارد. اگر خطاهای دانش‌آموزان به‌عنوان یکی از منابع یادگیری آن‌ها در نظر گرفته شود، می‌تواند موجب بهبود یادگیری و بالا رفتن کارایی دانش‌آموزان شود، زیرا بهترین یادگیری، زمانی رخ می‌دهد که متعلم فعالانه در ساختن دانش شرکت داشته باشد. بنابراین، دانش‌آموزان باید آزادانه استدلال‌ها و فهم خود را ارائه کنند و بدانند که خطاهای آن‌ها در واقع می‌تواند در توسعه و رشد فراشناخت آن‌ها تأثیر داشته باشد. اگرچه ممکن است نتوان همواره از بروز بدفهمی‌ها جلوگیری کرد، ولی می‌توان در جهت اصلاح آن‌ها قدم برداشت. برای مثال، انجام فعالیتی که در آن از دانش‌آموز خواسته می‌شود تا درستی یا نادرستی قانونی را در وضعیت‌های مختلف بررسی کند، این امکان را فراهم می‌سازد تا اعتبار

تعمیم‌ها مورد بررسی قرار گیرد و از قوت بدفهمی‌ها در ذهن بکاهد. انجام فعالیت‌هایی که در آن‌ها از دانش‌آموزان خواسته می‌شود تا بر فرایندها و اعمال خود نظارت داشته و آن‌ها را تحلیل کند می‌تواند به رفع اشتباهات، قبل از آنکه به بدفهمی تبدیل شوند کمک کند.

بـه عقیـدهٔ بن‌هور[۵] مفهـوم بدفهمی، بر فرضیـهٔ تقابل «منطـق عینی[۶]» یعنی فهمیـدن با «منطق ذهنی[۷]» یعنی بدفهمی اسـتوار است. سـازنده‌گرایان معتقدند که منطق ذهنی، تأثیر معناداری بر رشد و توسـعهٔ مفهومی دارد. دانش‌آموزان پس از مواجهه با مفاهیم صوری و رسـمی، بدفهمی‌های خود را «فراموش» نمی‌کنند. آن‌ها ریاضی را ابتدا با توجه به تصوراتی که در آن‌ها به‌اشـتباه شـکل گرفته اسـت، درک می‌کنند و سـپس به‌تدریج شـروع به اصلاح و سـازمان‌دهی مجدد دانش خود می‌کنند. بنابرایـن، سـازنده‌گرایان بـه بدفهمی به‌عنوان وضعیـت و مرحله نگاه می‌کنند و آن‌هـا را با واژگان رشـدی همچون «پیش‌مفهوم‌سـازی[۸]»، «چارچوب جایگزین اولیه[۹]» یا «ایده‌های شهودی اولیه[۱۰]» می‌خواننـد. مفهوم‌سـازی[۱۱]، فرایند یادگیری شـامل جذب و جای‌دادن ایده‌های جدید در سـاخت شـناختیِ درحال‌توسعه و طرح‌واره‌های مفهومی اسـت. در طول فرایند یادگیری، پیش‌مفهوم‌سازی، ممکن است با بیش تعمیمی[۱۲]، یا با کم‌تعمیمی[۱۳] مفاهیم ریاضی همراه باشد.

ازآنجاکه بدفهمی‌ها به فرد کمک می‌کنند تا توجیهی برای وقایع دنیای اطراف خود داشته باشند، در مقابل تغییر و اصلاح مقاوم هسـتند (کلامر[۱۴]، ۱۹۹۸، به نقـل از کوتلوی[۱۵]، ۲۰۰۵). به‌این‌ترتیب، برخی از این بدفهمی‌ها برای مدت‌های مدید در فرد باقی می‌مانند.

● دسته‌بندی بدفهمی‌های رایج در علوم و ریاضی

گرابر و جانسون[۱۶] (۱۹۹۱) بدفهمی‌ها را در چهار گروه قرار می‌دهند:

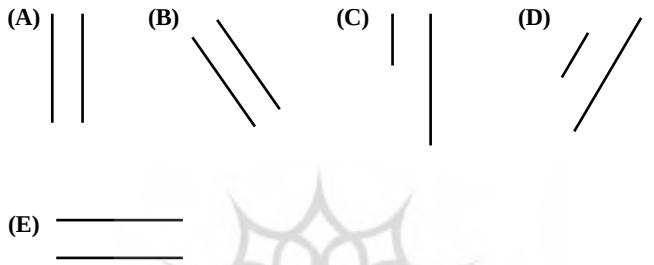
- **بیش‌تعمیمی:** دانش‌آموز مفهوم یا رویه‌ای را که در یک وضعیت درسـت اسـت به وضعیتی دیگر تعمیم می‌دهد.
- **بیش‌تخصیصی:** دانش‌آموز محدودیتی را که ویژگی یک مفهوم، یا رویه نیست، به آن نسبت می‌دهد.
- **ترجمهٔ نادرست:** دانش‌آموز در ترجمهٔ واژگان، نمادها، جداول یا نمودارها به یکدیگر اشتباه می‌کند.
- **مفهوم‌سازی محدود:** ریشهٔ بدفهمی دانش‌آموز به عدم درک مفهوم یا رویه برمی‌گردد.

وایلی و سیوفالو[۱۷] (۲۰۰۸) مجموعه‌ای از بدفهمی‌های رایج در دانش‌آموزان در علوم و ریاضی را شناسـایی کرده و بر مبنای آن، چارچوبی برای معلمان برای شناسـایی بدفهمی‌ها در دانش‌آموزان تهیه کرده‌اند که در ادامه به پنج گروه از بدفهمی‌های شناسایی‌شده توسط آنها اشاره می‌شود (DIMS):

۱. عدم‌تشخیص محدودیت‌های نمودارها، مدل‌ها و نمایش‌های دیگر

نمودارها، مدل‌ها و نمایش‌های دیگر که در گفتمان‌ها و فرایندهای آموزش ریاضی و علوم از آن‌ها استفاده می‌شوند، ممکن است از دقت کافی برخوردار نباشند، مقیاس اندازه‌گیری در آن‌ها به‌درستی رعایت نشده و یا ناقص باشد. برای مثال دانش‌آموزان در سال‌های اولیه ممکن است مستطیل‌هایی را که قاعدهٔ افقی ندارند مستطیل به حساب نیاورند. برای مثال به سؤال زیر توجه کنید:

● *کدام گزینه دو خط موازی را نشان می‌دهد؟*



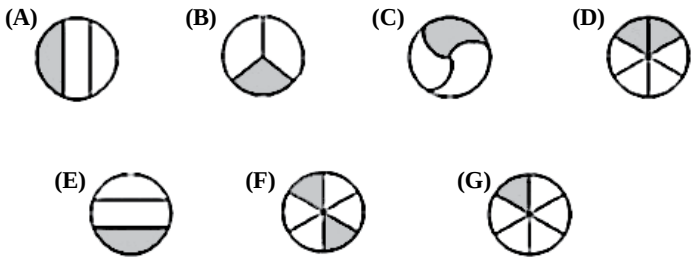
شکل شمارهٔ ۱. DIMS ریاضیات پایهٔ چهارم. مرکز ارزیابی‌های آموزشی ۲۰۰۷

دانش‌آموزانی که گزینه‌های C و D را انتخاب نمی‌کنند، ممکن است فرض برابری طول‌های ارائه‌شده را برای موازی بودن در ذهن داشته باشند.

۲. افراط در انتزاع، تعمیم (بیش تعمیمی) و ساده‌سازی

ممکن است ویژگی‌ها و توصیف رویه‌ها، مفاهیم و عبارات ریاضی، تعمیم نابجا داده شوند، یا (با حذف، یا نادیده انگاشتن فرض‌ها) ساده شده باشند. دانش‌آموزان باید بدانند کدام «حقیقت» ریاضی در وضعیتی دیگر درست نمی‌باشد و یک حکم کلی نیست. برای مثال این واقعیت که حاصل جمع همیشه بزرگ‌تر از جمع‌وندها است فقط تا زمانی درست است که اعداد منفی در صحنه نیستند. برای مثال به سؤال زیر توجه کنید:

● *در کدام گزینه، یک‌سوم شکل رنگ شده است؟*



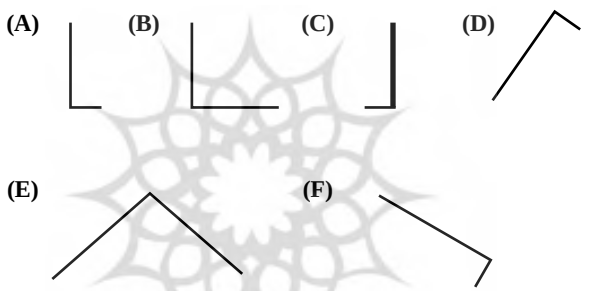
شکل شمارهٔ ۲. DIMS ریاضیات پایهٔ چهارم. مرکز ارزیابی‌های آموزشی ۲۰۰۷

دانش‌آموزانی که گزینه‌های E و A را انتخاب می‌کنند، با نادیده گرفتن فرض برابری قسمت‌ها در واحد، تعریف را ساده می‌کنند. دانش‌آموزانی که گزینه‌های C و D و F را انتخاب نمی‌کنند، احتمالاً با توجه به تجربهٔ کسر به شکل گزینهٔ B، محدودیت‌های ارائه‌های مرسوم را درک نمی‌کنند و جامعیت تعریف را در نظر نمی‌گیرند.

۳. عدم درک زبانی و واژگان

واژگان مورد استفاده در ارتباطات زندگی روزانه ممکن است معنای دیگری در زبان ریاضی داشته باشند. برای مثال واژهٔ «صفحه» در زندگی روزمره در ذهن دانش‌آموز ممکن است با معنای آن در ریاضی تفاوت داشته باشد. برای مثال به سؤال زیر توجه کنید:

● *کدام گزینه یک زاویهٔ راست را نشان می‌دهد؟*



شکل شمارهٔ ۳. DIMS ریاضیات پایهٔ چهارم. مرکز ارزیابی‌های آموزشی ۲۰۰۷

دانش‌آموزانی که گزینهٔ C را انتخاب نمی‌کنند، «زاویهٔ راست» را در مقابل «زاویهٔ چپ» در نظر می‌گیرند و معنای جهت در زندگی روزمره را به «راست» می‌دهند.

٤. درک «تعاریف»

«تعاریفی» که صرفاً بر مبنای شهود یا استدلال‌های ناقص شکل گرفته باشند، ممکن است در ارتباط با مفاهیم ریاضی گمراه‌کننده، بی‌دقت و ناقص باشند. برای مثال به سؤال زیر توجه کنید:

● *در این شکل چند مستطیل دیده می‌شود؟*

الف. (۲)
ب. (۴)
پ. (۵)
ت. (۶)

شکل شمارهٔ ٤. DIMS ریاضیات پایهٔ چهارم. مرکز ارزیابی‌های آموزشی ۲۰۰۷

دانش‌آموزانی که گزینهٔ B را انتخاب می‌کنند بر مبنای استدلالی ناقص، مربع را مستطیل نمی‌دانند. اغلب این دسته از دانش‌آموزان، مربع و مستطیل را در زمان‌های مختلف آموخته‌اند و در نتیجه تصور می‌کنند که این دو شکل کاملاً متفاوت هستند. این حقیقت که نام این دو شکل نیز از نظر واژه‌ای با هم مرتبط نیستند، نیز این ایده را تقویت می‌کند. این موضوع را در ارتباط با بقیهٔ چهارضلعی‌ها نیز می‌توان مشاهده نمود. دانش‌آموزانی که گزینهٔ A را انتخاب می‌کنند، علاوه بر اینکه مربع را مستطیل نمی‌دانند، مستطیل‌هایی را هم که طول آن‌ها در امتداد محور yها است (گوش‌ها) مستطیل نمی‌دانند.

۵. پذیرش هم‌ارزی‌های نادرست

در مـواردی، برخی از مفاهیم یا رویه‌های ریاضی به‌طور نادرسـت هم‌ارز تصور می‌شـوند. برای مثال، برخی از دانش‌آموزان ممکن است از استدلال‌های حاکم بر اعداد حسابی در محاسبات با کسرها استفاده کنند، یا محاسبات با «زمان» را مشابه با محاسبات با اعداد اعشاری انجام دهند. برای مثال به سؤال زیر توجه کنید:

زمان اجرای سـه آهنگ از چهار آهنگ در یک CD در جدول زیر آورده شـده است. اگر مجموع زمان هر چهار آهنگ ۲۰ دقیقه باشد و وقفه‌ای بین اجرای آهنگ‌ها نباشد، زمان اجرای آهنگ چهارم چقدر است؟

شماره آهنگ	۱	۲	۳	۴
زمان (برحسب دقیقه و ثانیه)	۵:۱۴	۴:۵۷	۶:۰۳	؟

☐ **الف.** ۳ دقیقه و ۴۶ ثانیه ☐ **ب.** ۳ دقیقه و ۸۶ ثانیه ☐ **ج.** ۴ دقیقه و ۲۶ ثانیه

DIMS ریاضیات پایهٔ چهارم. مرکز ارزیابی‌های آموزشی ۲۰۰۷

دانش‌آموزانی که گزینه‌های «ب» و «ج» را انتخاب می‌کنند، در محاسـبه با اعداد مرکب (نمایش زمان) همانند اعشاری‌ها عمل می‌کنند. این دسته از دانش‌آموزان از تفاوت بین «/» (ممیز برای جداسازی قسمت صحیح از اعشاری) و « : » (برای جداسازی واحدهای دقیقه و ساعت از هم) آگاهی ندارند.

● تیمز و زمینه‌های ارزیابی در تیمز[۱۸] (TIMSS)

شناسـایی بدفهمی‌ها کاری دشوار اسـت. برخی از پژوهشگران از شـیوه‌ها و ابزارهایی همچون مصاحبه و نیز به‌کارگیری نقشـه‌های مفهومی در ارزشـیابی‌های تشخیصی اسـتفاده می‌کنند. ازآنجاکه مصاحبه و تحلیل نقشه‌های مفهومی، کاری زمان‌بر است، استفاده از سؤالات چندگزینه‌ای که هر گزینهٔ نادرست به بدفهمی یا یک اشتباه رایج اشاره دارد، می‌تواند ابزاری مناسب محسوب شود. گرچه در این وضعیت نمی‌توان به درون ذهن پاسخ‌دهنده و نحوهٔ تفکر وی پی برد، ولی از نتایج آن می‌توان به‌منظور حدسیه‌سازی و به‌عنوان پایه‌ای برای انجام تحقیقات بعدی استفاده نمود.

تیمز یک ارزیابی در حوزهٔ آموزش ریاضیات و علوم پایه‌های چهارم ابتدایی و هشتم است که هدف آن، تهیهٔ داده‌ها و اطلاعات مقایسه‌ای در مورد عملکرد آموزشی کشورهای شرکت‌کننده به‌منظور ارتقا و بهبود کیفیت فرایند یاددهی- یادگیری در ریاضیات و علوم است. ارزیابی در ریاضیات و علوم در دو حیطه، تحت عنوان «حوزه‌های موضوعی» و «حیطه‌های شناختی» انجام می‌پذیرد. حوزه‌های موضوعی به ارزیابی محتوای موضوعی (برای مثال: اعداد و عملیات، جبر، هندسه، داده‌ها و احتمال در ریاضی پایهٔ هشتم) اختصاص دارد. حیطه‌های شناختی به ارزیابی فرآیندهای تفکر (برای مثال دانستن، به‌کاربستن و استدلال‌کردن) می‌پردازد و مجموعه‌ای از رفتارها را ارزیابی می‌کند که انتظار می‌رود دانش‌آموزان با درگیر شدن با ریاضی و علوم از خود بروز دهند. آزمون تیمز به مثابهٔ یک ارزشیابی تشخیصی با در اختیار گذاردن حجم وسیعی از داده‌ها، انجام مطالعات تطبیقی و تشخیصی را امکان‌پذیر می‌نماید. سیستم نمره‌گذاری تشخیصی به‌منظور تعیین میزان صحت و طبقه‌بندی یا ردیابی خطاهای متداول یا تصورات نادرست و بدفهمی‌ها طراحی شده است و به پژوهشگران امکان می‌دهد تا به بررسی خطاها یا تصورات نادرست متداول در جامعه آموزشی مورد نظر بپردازند (کریمی، ۱۳۸۷).

● سیستم نمره‌گذاری تشخیصی تیمز

سؤالات پاسخ‌ساز نسبت به سؤالات چندگزینه‌ای اطلاعات معتبرتری برای بررسی برخی از اهداف و دستاوردهای آموزشی در اختیار قرار می‌دهند. معمولاً از دانش‌آموزان خواسته می‌شود تا یک پاسخ عددی یا توضیحی کوتاه در یک یا دو سطر ارائه کنند، یا این که جدولی را تکمیل کنند و یا نموداری را رسم کنند. پاسخ‌های دانش‌آموزان شواهدی از درک یا بدفهمی‌های آن‌ها، یا اشتباهات رایج در بین دانش‌آموزان را در اختیار قرار می‌دهد.

سیستم نمره‌گذاری تشخیصی تیمز، از دو رقم استفاده می‌کند. رقم سمت چپ، میزان درست بودن پاسخ را نشان می‌دهد و رقم سمت راست در کدگذاری، پاسخ‌های درست، یا نادرست و اطلاعات تشخیصی را در اختیار قرار می‌دهد (کدهای ۱۰-۱۹، ۲۰-۲۹، ۷۰-۷۹). بررسی این کدها می‌تواند ما را در یافتن پاسخ سؤالات زیر یاری نماید.

■ اهداف پژوهش

هدف این پژوهش، شناسایی بدفهمی‌های رایج بین دانش‌آموزان پایهٔ چهارم در حوزهٔ محتوایی هندسه و اندازه‌گیری بر اساس مطالعات تیمز و مقایسهٔ عملکرد آن‌ها با میانگین عملکرد در سطح بین‌المللی است. در راستای نیل به این هدف، اهداف ویژهٔ زیر مشخص می‌شوند.

۱. شناسایی بدفهمی‌های دانش‌آموزان دورهٔ ابتدایی در هندسه و اندازه‌گیری بر مبنای پژوهش‌های انجام شده و مبانی نظری؛

۲. شناسایی بدفهمی‌های دانش‌آموزان دورهٔ ابتدایی ایران در حوزهٔ هندسه و اندازه‌گیری بر مبنای عملکرد دانش‌آموزان در آزمون‌های تیمز؛

۳. بررسی مشابهت‌ها و تفاوت‌های بین دانش‌آموزان ایرانی و دانش‌آموزان دیگر کشورهای شرکت‌کننده در تیمز.

■ سؤال‌های پژوهش

در این پژوهش سؤالات زیر مورد بررسی قرار می‌گیرند.

۱. بر مبنای پژوهش‌های انجام شده و مبانی نظری، بدفهمی‌های دانش‌آموزان دورهٔ ابتدایی در هندسه و اندازه‌گیری کدامند؟

۲. بدفهمی‌هایی که آزمون تیمز در ریاضی شناسایی می‌کند کدامند؟

۳. بدفهمی‌های دانش‌آموزان دوره ابتدایی ایران در هندسه و اندازه‌گیری چیستند؟

۴. مشابهت‌ها و تفاوت‌های بین بدفهمی‌های دانش‌آموزان ایرانی و دانش‌آموزان کشورهای دیگر شرکت‌کننده در تیمز کدامند؟

■ روش تحقیق و فرایند اجرای پژوهش

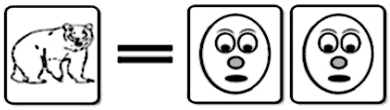
ابتدا در بررسی پیشینه، بدفهمی‌های شناسایی‌شده در پژوهش‌های مختلف، از نگاه نظری مورد بررسی قرار گرفتند. شناسایی بدفهمی‌ها از دیدگاه نظری، نه صرفاً به‌منظور تکمیل پیشینه و ادبیات تحقیق، بلکه به‌منظور ارائهٔ پشتوانهٔ تحقیقاتی در تأیید تحلیل گزینه‌ها و کدهای نادرست انجام گرفت. بدفهمی‌های شناسایی‌شده در جداول مرتبط با حوزه‌های مفهومی ـ شناختی تحت عنوان «تحقیقات جهانی در بدفهمی‌ها» ارائه شده‌اند. این بدفهمی‌ها در دو حوزهٔ موضوعی زیر دسته‌بندی می‌شوند:

- **بدفهمی‌های اندازه‌گیری**
- **بدفهمی‌های هندسه**

سؤال‌های تیمز هم شامل سؤال‌های چندگزینه‌ای و هم سؤال‌های پاسخ‌ساز می‌باشد. گزینه‌های نادرست (گزینه‌های انحرافی) در سؤال‌های چندگزینه‌ای غالباً برای شناسایی یک بدفهمی انتخاب شده‌اند.

در سؤال‌های پاسخ‌ساز، هر یک از کدهای ۷۹-۷۰ (کدهای متناظر با اشتباه‌ها و بدفهمی‌های مختلف) و کدهای ۱۹ - ۱۰ در سؤالات ۲ امتیازی به شناسایی یک بدفهمی می‌پردازد. پاسخ‌های دانش‌آموزان شواهدی از میزان درک یا بدفهمی‌های آن‌ها و یا اشتباهات رایج در بین دانش‌آموزان در اختیار قرار می‌دهند. سؤال زیر یک نمونه از سؤال‌های پاسخ‌ساز به همراه هدف و راهنمای کدگذاری آن است.

در شهربازی، اتاقکی وجود دارد که بچه‌ها می‌توانند کارت‌های خود را در آنجا عوض کنند.



ارزش یک کارت حیوان برابر ارزش ۲ کارت کارتونی است.

ارزش ۲ کارت حیوان برابر ارزش ۳ کارت ورزشی است.

بهمن ۸ کارت کارتونی داشت. او می‌خواست کارت‌هایش را با تعدادی کارت ورزشی عوض کند. او چند کارت ورزشی خواهد گرفت؟ محاسبات خود را بنویسید.

- **هدف: گزینش اطلاعات مناسب و به‌کارگیری آن‌ها برای حل مسائل چندمرحله‌ای**
- **حوزهٔ موضوعی: اعداد**
- **موضوع: اعداد حسابی**
- **حیطهٔ شناختی: استدلال کردن**

پاسخ درست	کد ۱۰: ۶
پاسخ‌های نادرست	کد ۷۰: ۴
	کد ۷۱: ۱۲
	کد ۷۲: ۲۴
	کد ۷۹: سایر موارد نادرست

پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی
پرتال جامع علوم انسانی

با توجه به اینکه غالب گزینه‌های نادرست و هرکدام از کدهای نادرست بدفهمی خاصی را شناسایی می‌نمایند، به‌منظور تعیین بدفهمی‌های مورد بررسی در آزمون تیمز، کدهای نادرست در سؤالات تشریحی و گزینه‌های نادرست در سؤالات چندگزینه‌ای آزمون تیمز سال‌های ۲۰۰۳، ۲۰۰۷ و ۲۰۱۱ به روش تحلیل محتوا بررسی شدند. این تحلیل تفسیر پژوهشگران از کدها و گزینه‌های نادرست است. به‌منظور تحلیل عملکرد دانش‌آموزان، هر سؤال، به همراه این توصیف‌ها و درصد پاسخ‌گویی دانش‌آموزان در ایران و در خارج از ایران (درصد بین‌المللی) به هر کد یا گزینهٔ نادرست ارائه شدند. در مواردی که سؤال در دوره‌های مختلف برگزاری آزمون تیمز تکرار شده بود، میانگین درصدهای پاسخ‌گویی در نظر گرفته شد. اگر چند گزینهٔ نادرست در یک سؤال چندگزینه‌ای، یا چند کد نادرست در یک سؤال پاسخ‌ساز یک بدفهمی را ارزیابی می‌کردند، درصد کل آن‌ها در نظر گرفته شد. با توجه به اینکه درصد ارائه‌شده به‌طور خام ممکن است اطلاعات زیادی در اختیار قرار ندهد، نسبت هر کد

نادرســت، یا ناقص (کد ناقص، کدی اســت که به پاسخ‌هایی داده می‌شــود که فقط بخشی از سؤال را جواب داده و یا اشتباهی در آن وجود دارد) به کد درست یا نسبت درصد هر گزینهٔ نادرست به درصد گزینهٔ درست، در ایران و در سطح بین‌المللی ارائه شده است.

برای مثال جدول زیر تفســیر کدهای متناظر با پاســخ‌های نادرست سؤال فوق را نشان می‌دهد. در این جدول کد ۱۰ نشان‌دهندهٔ پاسخ درست ۱ امتیازی است.

کد ۷۰: ۴ عدم تکمیل مراحل حل مسئله (تبدیل کارت‌های کارتونی به کارت‌های حیوان)			
متوسط درصد ایران	۷/۱	متوسط درصد بین‌المللی	۷
نسبت پاسخ‌های کد ۷۰ به کد ۱۰ در ایران	۱/۴	نسبت پاسخ‌های کد ۷۰ به کد ۱۰ در سطح بین‌المللی	۰/۴
کد ۷۱: ۱۲ عدم درک روابط بین متغیرها در مسئله (تبدیل کارت‌های کارتونی به کارت‌های حیوان، سپس به کارت‌های ورزشی بدون تبدیل واحد)			
متوسط درصد ایران	۳/۲	متوسط درصد بین‌المللی	۹/۷
نسبت پاسخ‌های کد ۷۱ به کد ۱۰ در ایران	۰/۷	نسبت پاسخ‌های کد ۷۱ به کد ۱۰ در سطح بین‌المللی	۰/۴
کد ۷۲: ۲۴ عدم درک روابط بین متغیرها در مسئله (تبدیل مستقیم کارت‌های کارتونی به ورزشی بدون در نظر گرفتن روابط این کارت‌ها با کارت‌های حیوان)			
متوسط درصد ایران	۵/۷	متوسط درصد بین‌المللی	۷/۸
نسبت پاسخ‌های کد ۷۲ به کد ۱۰ در ایران	۰/۸	نسبت پاسخ‌های کد ۷۲ به کد ۱۰ در سطح بین‌المللی	۰/۴

پــس از ایــن مرحله برای دریافت شــواهد بیشــتر و درک این مطلب که آیا ایــن بدفهمی خاص دانش‌آموزان ایرانی است یا خیر، مشابهت‌ها و تفاوت‌های محتمل بدفهمی‌های دانش‌آموزان ایرانی و دانش‌آموزان در ســطح بین‌المللی مورد بررســی قرار می‌گیرد. این مطالب از طریق تحلیل ثانویه و آمار توصیفی گردآوری شــده‌اند. در این مرحله برای هر یک از موارد، درصد پاســخ‌گویی دانش‌آموزان و نسبت درصد پاسخ‌گویی دانش‌آموزان به هر کد، به درصد پاسخ‌گویی به گزینه یا کدهای صحیح محاسبه می‌شود. از این نسبت برای تعیین میزان شیوع بدفهمی در بین دانش‌آموزان استفاده می‌شود. میزان شیوع بدفهمی با عددی از ۴-۰ نمایش داده می‌شــود. اگر این نســبت کوچک‌تر از ۰/۱ باشــد، مورد خاص،

بدفهمی در نظر گرفته نمی‌شود. اگر این نسبت بیشتر از ۰/۱ و کوچک‌تر از ۰/۴ باشد، مورد خاص، بدفهمی با شدت شیوع ۱ در نظر گرفته می‌شود. اگر این نسبت بیشتر از ۰/۴ و کوچک‌تر از ۰/۷ باشد، مورد خاص، بدفهمی با شدت شیوع ۲ در نظر گرفته می‌شود. اگر این نسبت بیشتر از ۰/۷ و کوچک‌تر از ۱ باشد، مورد خاص، بدفهمی با شدت شیوع ۳ و در حالتی که این نسبت بزرگ‌تر از ۱ باشد، میزان شیوع بدفهمی ۴ در نظر گرفته می‌شود. نتایج بررسی وضعیت پاسخ‌گویی دانش‌آموزان به سؤالات در آزمون‌های اجراشده، عملکرد دانش‌آموزان در جدولی با عنوان «عملکرد دانش‌آموزان در بدفهمی‌های پیش‌بینی‌شده در تیمز» در هندسه و اندازه‌گیری ارائه می‌شود. در این جداول، نوع بدفهمی، درجهٔ (میزان شیوع) بدفهمی، کد و شماره سؤال در هر دوره آزمون تیمز ارائه می‌شود. با توجه به ماهیت سؤال و پاسخ‌های دانش‌آموزان و بدفهمی‌هایی که کدها و گزینه‌های مختلف شناسایی می‌کنند، یک سؤال، یا گزینه‌های آن ممکن است در چند جدول قرار گیرند.

درصورتی‌که یک بدفهمی در بیش از یک سؤال مورد ارزیابی قرار گرفته باشد، میانه این اعداد گزارش داده می‌شود. این نتایج در جداولی با عنوان میانه عملکرد دانش‌آموزان در هندسه و اندازه‌گیری ارائه شدند. گرچه فاصلهٔ زیادی بین رویکرد آماری آزمون‌های روان‌سنجی (مانند تیمز) و رویکرد کیفی به ارزشیابی وجود دارد و به‌منظور درک بهتر وضعیت به‌کارگیری هر دو شیوه به همراه یکدیگر نتیجه بهتری به دست می‌دهد. تحلیل گزینه‌ها و پاسخ‌های متناظر با کدهای نادرست می‌تواند ایدهٔ اولیه برای انجام تحقیقات کیفی بعدی را در اختیار قرار دهد.

■ جامعهٔ مورد بررسی، روش نمونه‌گیری و حجم نمونه

جامعهٔ آماری: جامعهٔ آماری در این پژوهش شامل کلیهٔ دانش‌آموزان مشغول به تحصیل در کلاس چهارم دبستان در زمان اجرای آزمون‌های تیمز در سال‌های ۲۰۰۳، ۲۰۰۷ و ۲۰۱۱ در ایران است.

حجم نمونه: نمونهٔ آماری مورد استفاده شامل دانش‌آموزان شرکت‌کننده در آزمون‌های تیمز در سال‌های ۲۰۰۳، ۲۰۰۷ و ۲۰۱۱ است.

روش نمونه‌گیری: در مطالعهٔ تیمز از روش نمونه‌گیری خوشه‌ای طبقه‌ای چندمرحله‌ای برای انتخاب واحدهای نمونه‌گیری استفاده می‌شود. این طبقه‌بندی هم به صورت صریح و هم به صورت تلویحی است. در این طبقه‌بندی، پنج طبقهٔ دخترانهٔ دولتی، پسرانهٔ دولتی، مختلط دولتی، دخترانهٔ غیرانتفاعی و پسرانهٔ غیرانتفاعی در نظر گرفته شده است. در طبقه‌بندی تلویحی استان‌های کشور در نظر گرفته می‌شوند (کبیری، ۱۳۹۰).

■ داده‌های مورد نیاز

داده‌های مورد نیاز در این پژوهش شامل کدهای اعطاشده به هر سؤال پاسخ‌ساز و گزینه‌های انتخاب‌شده در سؤالات چندگزینه‌ای است.

■ ابزار اندازه‌گیری

ابزار مورد استفاده در این پژوهش عبارت‌اند از:

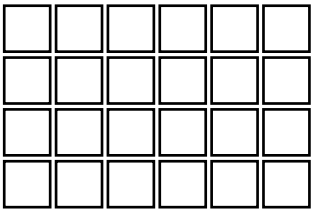
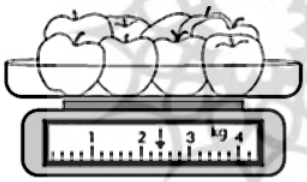
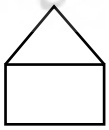
سؤالات چندگزینه‌ای و پاسخ‌ساز آزمون‌های تیمز ۲۰۰۳، ۲۰۰۷ و ۲۰۱۱. سؤال‌های پاسخ‌ساز در دو شکل کوتاه‌پاسخ و بلندپاسخ، سؤال‌هایی هستند که دانش‌آموزان برای پاسخ‌گویی به آن‌ها باید جواب را تولید کنند. بر اساس میزان پیچیدگی، سؤالات پاسخ‌ساز، ۱ یا ۲ امتیاز برای پاسخ‌های کاملاً درست، اختصاص داده می‌شود.

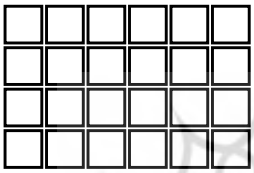
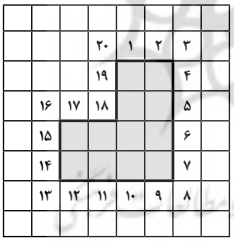
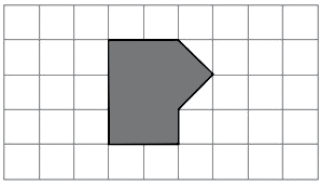
■ یافته‌های پژوهش

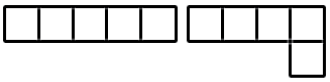
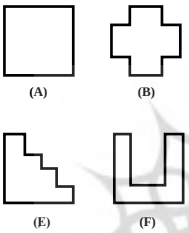
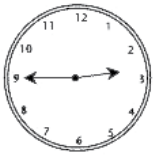
جدول‌هـــای این بخش بدفهمی‌های شناسایی‌شـــده در تحقیقات جهانی در حوزه‌های مختلف را نشان می‌دهند.

جدول شمارهٔ ۱. بدفهمی‌های اندازه‌گیری

ردیف	بدفهمی	توضیح بدفهمی	مثال	منبع
۱	عدم توجه به مبدأ اندازه‌گیری	دانش‌آمـــوزان فقط به انتهای شـــیء نگاه می‌کننـــد که در کجای خط‌کـــش قرار گرفته است، بدون آنکه به نقطه صفر یا جایی که شیی از آن شروع شده است توجه کنند.	دانش‌آموزان طول مداد را ۸ واحد گزارش می‌کنند.	کلمنتس[19] (۱۹۹۹)
۲	اشتباه در تشخیص مبدأ اندازه‌گیری	دانش‌آموز ابتدای شیء مورد نظر را در ســـر خط‌کش قرار می‌دهد.	دانش‌آمـــوزان طول مـــداد را ۸۲/۷ واحد گزارش می‌کنند.	هدایت‌گر ریاضی[20] (۲۰۰۶)، اوترد[21] (۲۰۰۳)
۳	شمارش خط نشان‌ها روی خط‌کش به‌عنوان طول	دانش‌آموزان، خط نشان‌های روی خط‌کش را می‌شـــمارند و طول را به‌عنـــوان مجموع فاصلهٔ بین خط نشـــان‌ها در نظر نمی‌گیرند. در این حالت یک خط اضافـــی وجود دارد و دانش‌آموزانـــی کـــه چنین اشـــتباهی می‌کننـــد، اندازهٔ طول را به‌عنوان تعداد بازه‌ها نفهمیده‌اند.	در این وضعیت، دانش‌آموز طول پاره‌خط داده‌شده را ۶ بیان می‌کند.	هدایت‌گر ریاضی (۲۰۰۶)، اوترد (۲۰۰۳)

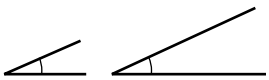
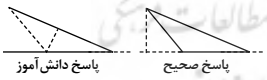
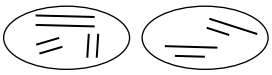
ردیف	بدفهمی	توضیح بدفهمی	مثال	منبع
۴	اشتباه گرفتن واحد طول با واحد سطح	دانش‌آموز در رسم اشکال هندسی به‌جای واحد طول از واحد سطح استفاده می‌کند.	وقتی از دانش‌آموز خواسته می‌شود یک مستطیل ۵ × ۴ رسم کند، به‌اشتباه یک مستطیل ۶ × ۴ رسم می‌کند 	استروچنس، مارتین و کنی[۲۲] (۲۰۰۳)
۵	اشتباه در تشخیص و تفسیر مقیاس در اندازه‌گیری.	تجارب دانش‌آموزان با ابزار اندازه‌گیری معمولاً به‌گونه‌ای است که مقیاس اندازه‌گیری اغلب یکی‌یکی و به‌ندرت دو تا دو تا، یا چهار تا چهار تا افزایش می‌یابد. به این دلیل دانش‌آموزان در چنین وضعیت‌هایی، مقیاس اندازه‌گیری را تشخیص نمی‌دهند.	برخی از بچه‌ها، وزن سیب‌های روی ترازوی شکل زیر را ۲/۲ کیلوگرم بیان می‌کنند. 	رایان و ویلیامز[۲۳] (۲۰۰۷)
۶	عدم درک محیط در شکل‌های افراز شده و احتساب خط‌های داخلی در محاسبه محیط.	برخی از دانش‌آموزان به هنگام پیدا کردن محیط شکل‌های پیچیده (که به سطوح مختلف افراز شده‌اند)، طول اضلاع شکل‌های افراز شده را نیز جمع می‌کنند.	برای پیدا کردن محیط شکل زیر اندازه هر ۶ پاره‌خط را با هم جمع می‌کنند. 	مرکز ملی تعالی تدریس ریاضی[۲۴] (NCETM)
۷	تعمیم فرمول مساحت مستطیل به محیط.	دانش‌آموز به دلیل عدم درک مفهومی از محیط، و معرفی فرمول‌ها، قبل از شکل‌گیری مفهوم، اندازهٔ یک طول را با یک عرض جمع می‌کنند.		هدایت‌گر ریاضی (۲۰۰۶)

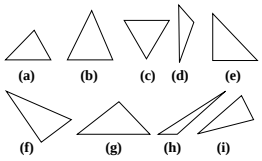
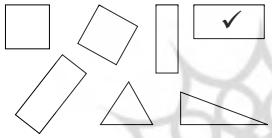
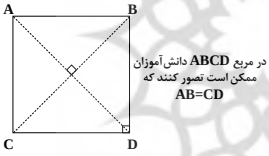
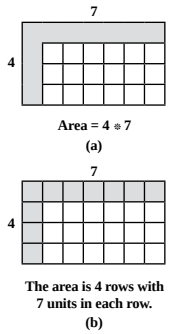
ردیف	بدفهمی	توضیح بدفهمی	مثال	منبع
۸	در نظر گرفتن اطلاعات قابل‌مشاهده	دانش‌آموز به دلیل عدم درک مفهومی از محیط، درصورتی‌که اندازه یک طول و یک عرض روی شکل مشخص شده باشند، اندازه یک طول را با یک عرض جمع می‌کند.		رایان و ویلیامز (۲۰۰۷)
۹	اشتباه گرفتن واحد طول با واحد سطح	دانش‌آموز در پیدا کردن محیط یک شکل به کمک صفحه شطرنجی، مربع‌هایی را که در راستای طول و عرض قرار دارند به عنوان واحد طول می‌شمارد.	دانش‌آموز محیط شکل زیر را ۱۶ بیان می‌کند 	استروچنس، مارتین و کنی (۲۰۰۳)
		دانش‌آموز در پیدا کردن محیط یک شکل به کمک صفحه شطرنجی، مربع‌هایی که در راستای طول و عرض در بیرون شکل قرار دارند را به‌عنوان واحد طول می‌شمارد.	دانش‌آموز محیط شکل زیر را ۱۶ بیان می‌کند. 	رایان و ویلیامز (۲۰۰۷)
۱۰	عدم توانایی اندازه‌گیری مساحت با استفاده از شمارش واحدهای مساحت در صورت وجود قسمت‌های با مساحت کمتر از واحد.	در محاسبهٔ مساحت شکل‌های نامنظم که نمی‌توان با مربع‌های واحد به‌طور کامل آن‌ها را پوشاند، قسمت‌های پوشیده نشده نادیده گرفته می‌شوند یا با مربع‌های اضافه‌تر شکل پوشانده می‌شود و مربع‌های اضافه در محاسبه مساحت شمرده می‌شوند.	در محاسبه مساحت شکل زیر که قسمت‌هایی دارد که با مربع واحد پوشیده نشده‌اند، یا این قسمت‌ها نادیده گرفته می‌شوند یا به‌طور کامل حساب می‌شوند. دانش‌آموز در این وضعیت ممکن است مساحت را ۸ یا ۶ بیان کند. 	کورداکی و پوتاری[25] (۱۹۹۸)

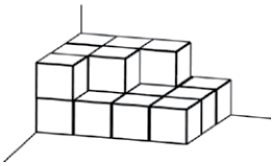
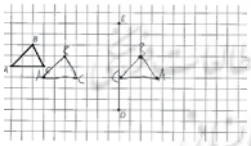
ردیف	بدفهمی	توضیح بدفهمی	مثال	منبع
۱۱	فرض برابری محیط‌های دو شکل با مساحت‌های مساوی.	برخی از دانش‌آموزان فکر می‌کنند محیط اشکالی که مساحت برابر دارند با هم برابر است.	این دسته از بچه‌ها محیط دو شکل زیر را یک اندازه می‌دانند زیرا دو شکل مساحت‌های برابر دارند. 	هدایت‌گر ریاضی (۲۰۰۶)
۱۲	فرض برابری نسبت مساحت‌های دو شکل متشابه با نسبت اضلاع آن‌ها.	در این وضعیت، دانش‌آموز نسبت مساحت دو ناحیه را برابر با نسبت ابعاد آن دو ناحیه می‌داند. با این فرض اگر دانش‌آموز دو مربع ببیند که مساحت یکی دو برابر دیگری است، گمان می‌برد ضلع‌های مربع بزرگ‌تر نیز دو برابر ضلع‌های مربع کوچک‌تر است.	کدام چندضلعی دارای بیش‌ترین محیط است؟ 	کورداکی و پوتاری (۱۹۹۸)
۱۳	اشتباه گرفتن محیط و مساحت با هم.	برخی از دانش‌آموزان دو مفهوم محیط و مساحت را نمی‌توانند به‌خوبی از هم تفکیک کنند و آن‌ها را به‌جای هم فرض می‌کنند.	در مورد محاسبهٔ محیط (شکل زیر) ۲۱ درصد دانش‌آموزان پاسخ A را انتخاب کردند که مساحت شکل را به دست می‌دهد.	مارچیس[۲۶] (۲۰۰۸)
۱۴	اشتباه گرفتن عقربه کوچک و بزرگ در ساعت به‌جای هم	برخی از دانش‌آموزان به هنگام خواندن زمان از روی شکل ساعت، عقربه بزرگ و عقربه کوچک را با یکدیگر اشتباه می‌گیرند.	این دسته از دانش‌آموزان، زمان نشان داده‌شده در شکل را ۹:۱۵ بیان کرده‌اند. 	رایان و ویلیامز (۲۰۰۷)

پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی
پرتال جامع علوم انسانی

جدول شمارهٔ ۲. بدفهمی‌های هندسه

ردیف	بدفهمی	توضیح بدفهمی	مثال	منبع
۱	عدم درک اندازه زاویه	دانش‌آموزان گمان می‌برند که طول اضلاع زاویه در اندازهٔ زاویه مؤثر است و هر چه طول اضلاع زاویه بزرگ‌تر باشد، اندازهٔ زاویه نیز بزرگ‌تر است.	زاویه B بزرگ‌تر از زاویه A در نظر گرفته می‌شود.  زاویه A زاویه B	لهرر[۲۷] (۲۰۰۳)
۲	بیش تعمیمی تعاریف هندسی	برخی از دانش‌آموزان تعریف «چندضلعی سادهٔ بسته» را به «منحنی سادهٔ بسته» تعمیم می‌دهند.	این دسته از دانش‌آموزان شکل‌های زیر را نیز مثلث در نظر می‌گیرند. یا همه شکل‌های زیر را چندضلعی می‌دانند. 	اشلاک[۲۸] (۲۰۰۶)
۳	بیش تخصیصی تعاریف هندسی	برخی از دانش‌آموزان تعاریف را به حالت‌های خاص محدود می‌کنند برای مثال نمی‌توانند تصور کنند که ارتفاع مثلث در خارج از مثلث هم می‌تواند قرار بگیرد و یا یک ویژگی که نیازی به آن نیست را به آن نسبت می‌دهند.	برخی از دانش‌آموزان فکر می‌کنند ارتفاع مثلث همواره داخل مثلث باید باشد.  پاسخ دانش‌آموز پاسخ صحیح و یا شرط برابری طول‌ها را در نمایش خطوط موازی در نظر می‌گیرند. برای مثال دانش‌آموزان شکل‌های مجموعه‌های A را به‌عنوان خطوط موازی تعیین می‌کنند ولی شکل‌های مجموعه B را به‌عنوان خطوط موازی قبول ندارند.  A B	اشلاک (۲۰۰۶) و هانسن[۲۹] (۲۰۱۱)

ردیف	بدفهمی	توضیح بدفهمی	مثال	منبع
۴	بدفهمی در نظر گرفتن یک «قالب نمونه» یا «شکل مرجع» یا درک مفاهیم هندسی فقط در یک وضعیت خاص	اگر یک شکل مانند مربع یا مثلث دوران داده شود، شکل جدید، مربع یا متوازی‌الاضلاع در نظر گرفته نمی‌شود.	در شکل زیر مثلث‌های قائم‌الزاویه دوران یافته تشخیص داده نمی‌شوند  و فقط مستطیلی که علامت زده‌شده را مستطیل می‌دانند 	رایان و ویلیامز (۲۰۰۷)، بن هور[۳۰] (۲۰۰۶)، مارچیس (۲۰۰۸)، کلمنتس و باتیستا[۳۱] (۱۹۹۲)، می‌بری[۳۲] (۱۹۸۳)
۵	یکسان دانستن طول قطر و ضلع مربع.	برخی از دانش‌آموزان طول ضلع مربع و قطر مربع را هم‌اندازه می‌پندارند.	 	اشلاک (۲۰۰۶)
۶	عدم درک مفهوم مساحت به‌عنوان اندازهٔ سطح	در آموزش مساحت، معلمین فرمول را جایگزین اندازه‌گیری با ابزارهای اندازه‌گیری می‌کنند و این امر مانع درک دانش‌آموزان از مفهوم و معنای واحد اندازه‌گیری و نقش آن می‌شود.	در این وضعیت، گرچه دانش‌آموز از فرمول محاسبهٔ مساحت به‌درستی استفاده می‌کند ولی بین اندازهٔ سطح به‌عنوان پوشاندن سطح و اندازهٔ سطح به‌عنوان حاصل‌ضرب طول و عرض ارتباط برقرار نمی‌کند.  	لهرر (۲۰۰۳)

ردیف	بدفهمی	توضیح بدفهمی	مثال	منبع
۷	تجسم فضایی ضعیف و عدم‌تشخیص وجود قسمت‌هایی که در تصویر دیده نمی‌شوند	وقتی دانش‌آموزان یاد می‌گیرند که می‌توانند حجم را با جادهی مکعب‌های واحد به دست آورند، بسیاری از آن‌ها فقط مکعب‌های قابل‌مشاهده از یک زاویهٔ خاص را می‌شمارند.	دانش‌آموزان در شمارش مکعب‌های موجود، فقط مکعب‌های قابل‌مشاهده را می‌شمارند. 	اوترد (۲۰۰۳)
۸	خط‌های نصف‌کنندهٔ شکل را خط تقارن در نظر می‌گیرد.	دانش‌آموزان فکر می‌کنند که هر خطی که شکل را به دو قسمت مساوی تقسیم می‌کند، لزوماً یک دو شکل متقارن نیز ایجاد می‌کند.	دانش‌آموزان برای این شکل چهار خط تقارن در نظر می‌گیرند.	هارت[۳۳] (۱۹۸۱)
۹	تشخیص نادرست محور تقارن	دانش‌آموز توجه نمی‌کند که محور تقارن باید کاملاً در وسط قرار گرفته باشد.	در شکل زیر خط رسم شده محور تقارن در نظر گرفته می‌شود. 	
۱۰	تعداد خط‌های تقارن یک چندضلعی به‌اندازه تعداد اضلاع است.	این بدفهمی زمانی بروز می‌کند که دانش‌آموز به‌طور مداوم خطوط تقارن اشکال منتظم را بررسی می‌کند. این دسته از دانش‌آموزان نتیجهٔ به‌دست‌آمده برای اشکال منتظم را برای تمام چندضلعی‌ها تعمیم می‌دهند (بیش تعمیمی)	این دسته از دانش‌آموزان چون همه مربع‌ها چهار خط تقارن دارند، تصور می‌کنند که همهٔ چهارضلعی‌ها چهار خط تقارن دارند.	NCETM

در جداول این بخش، بدفهمی‌هایی که آزمون تیمز شناسایی می‌کند به همراه شماره سؤال‌ها و شدت بروز بدفهمی در هر سؤال در دانش‌آموزان ایرانی شرکت‌کننده در آزمون و دانش‌آموزان در سطح بین‌المللی ارائه می‌شود. لازم به ذکر است که سؤالات چندگزینه‌ای و یا سؤال‌هایی که بیشتر از یک کد

نادرســت دارند، ممکن اســت چند بدفهمی را شناسایی کنند. بنابراین کد این سؤال‌ها ممکن است در چند مقوله مشاهده شود. شدت بروز بدفهمی در هر یک از این وضعیت‌ها بر مبنای درصدهای مرتبط با همان گزینه یا کد نادرست گزارش می‌شود.

جدول شمارهٔ ۳. عملکرد دانش‌آموزان در هندسه و اندازه‌گیری

بدفهمی	نوع بدفهمی	درجهٔ بدفهمی		شمارهٔ سؤال	کد بلوک در ۲۰۰۳	کد بلوک در ۲۰۰۷	کد بلوک در ۲۰۱۱
		در ایران	در سطح بین‌المللی				
نقطه، خط، زاویه	اشتباه در درک «عمود بر» و «عمود از»	۱	۱	۱۰	-	۱۲M	۱۱M
	عدم‌تشخیص انواع زاویه	۰	۰	۷	-	۰۶M	۰۳M
	عدم توانایی مقایسهٔ زاویه‌ها	۳	۳	۱۰	۱۱M	۰۹M	۰۵M
	عدم توجه یا اشتباه در تشخیص مبدأ اندازه‌گیری	۴	۴	۷	۱۲M	۱۱M	۰۷M
		۲	۲	۹	-	۱۴M	۱۳M
		۲	۲	۱۰	-	-	۰۸M
	در نظر نگرفتن انحناها در اندازه‌گیری طول	۳	۱	۷	۱۲M	۱۱M	۰۷M
		۱	۱	۹	-	۱۴M	۱۳M
	اشتباه در تشخیص و تفسیر و به‌کارگیری مقیاس اندازه‌گیری	۴	۴	۱۰	-	۰۴M	-
		۴	۳	۹	۰۱M	-	-
		۴	۳	۸	-	۱۴M	۱۳M
		۲	۲	۹	۰۸M	۰۷M	-
		۴	۳	۷	۱۱M	۰۹M	۰۵M
		۴	۴	۷	۰۸M	۰۷M	-

بدفهمی	نوع بدفهمی	درجهٔ بدفهمی		شمارهٔ سؤال	کد بلوک در ۲۰۰۳	کد بلوک در ۲۰۰۷	کد بلوک در ۲۰۱۱
		در ایران	در سطح بین‌المللی				
اندازه‌گیری محیط و مساحت	عدم درک محیط در شکل‌های افراز شده	۴	۳	۴	-	-	۰۴M
	شمارش کامل / عدم شمارش قسمت‌هایی از سطح در صفحه شطرنجی که واحد کامل نیستند	۲	۲	۸	۱۱M	۰۹M	۰۵M
		۲	۲	۱۱	-	۰۸M	۰۹M
		۴	۴	۹	-	۱۲M	۱۱M
	اشتباه گرفتن محیط و مساحت با هم	۲	۲	۱۰	-	-	۱۲M
		۴	۲	۸	-	۱۴M	۱۳M
		۱	۱	۷	-	۰۲M	-
		۴	۳	۹	۰۳M	-	-
	به‌کارگیری فرمول اشتباه در محاسبهٔ محیط یا مساحت	۳	۲	۱۱	-	۰۸M	۰۹M
		۲	۱	۹	-	۱۲M	۱۱M
		۳	۳	۱۰	-	-	۱۲M
		۲	۱	۷	-	۰۲M	-
		۲	۱	۸	-	۰۴M	-
		۲	۱	۹	۰۳M	-	-
اشتباه در تشخیص و به‌کارگیری واحد اندازه‌گیری	عدم‌تشخیص واحد	۲	۲	۹	-	۱۴M	۱۳M
		۴	۲	۷	۱۰M	-	-
		۴	۳	۸	-	۰۴M	-
اشکال دو بعدی	داشتن «قالب نمونه» یا «شکل مرجع» و یا «درک مفاهیم فقط در یک» وضعیت خاص	۲	۲	۷	-	۰۶M	۰۳M
		۲	۲	۹	-	-	۰۲M
		۴	۲	۱۰	-	۱۴M	۱۳M
		۲	۱	۷	۰۶M	۰۳M	-

بدفهمی	نوع بدفهمی	درجهٔ بدفهمی		شمارهٔ سؤال	کد بلوک در ۲۰۰۳	کد بلوک در ۲۰۰۷	کد بلوک در ۲۰۱۱
		در ایران	در سطح بین‌المللی				
اشکال سه بعدی	عدم درک ویژگی‌های اشکال سه بعدی	۳	۱	۶	۱۴M	۱۳M	۰۱M
		۴	۴	۹	-	۱۰M	۰۶M
		۲	۱	۷	-	-	۱۴M
		۴	۲	۲	۰۳M	-	-
	عدم‌تشخیص اجزای غیرقابل‌مشاهده در نمایش یک شکل سه بعدی	۴	۲	۹	-	۰۶M	۰۳M
		۴	۲	۹	-	-	۱۰M
		۴	۴	۸	-	۱۲M	۱۱M
		۴	۲	۷	-	۱۴M	۱۳M
		۳	۱	۷	-	-	۱۴M
	عدم توانایی تشخیص نماهای یک شکل سه بعدی	۴	۳	۲	-	-	۱۲M
	عدم توانایی بازنمایی دو بعدی از یک شکل سه بعدی یا برعکس	۴	۲	۲	-	-	۰۸M
		۴	۴	۱۰	-	۱۰M	۰۶M
		۲	۲	۱۰	-	۰۸M	۰۹M
		۴	۴	۸	-	-	۱۴M
		۴	۳	۱۱	۰۸M	۰۷M	-
تبدیلات در صفحه	اشتباه گرفتن تقارن با دوران یا انتقال	۲	۱	۶	۱۴M	۱۳M	۰۱M
		۴	۳	۹	-	۰۲M	-
	تقارن به‌عنوان نصف کردن اشکال هندسی	۲	۳	۹	-	-	۰۲M
		۲	۲	۱۱	۱۲M	۱۱M	۰۷M
		۲	۲	۷	-	-	۱۰M
	تقارن به‌عنوان کامل کردن اشکال هندسی	۱	۱	۶	۰۴M	-	-
	محور تقارن به‌عنوان قطر	۲	۲	۱۱	۱۲M	۱۱M	۰۷M
هندسه مختصاتی	عدم درک جهات (چپ و راست)	۴	۲	۱۰	۱۱M	۰۹M	۰۵M
		۳	۲	۱۰	۱۲M	۱۱M	۰۷M
	عدم‌تشخیص نقطه در صفحه	۴	۲	M۷	-	-	۰۲M

جدول شمارهٔ ٤. میانهٔ عملکرد دانش‌آموزان در هندسه و اندازه‌گیری

بدفهمی	نوع بدفهمی	میانهٔ درجهٔ بدفهمی	
		در ایران	در سطح بین‌المللی
نقطه، خط، زاویه	اشتباه در درک «عمود بر» و «عمود از»	۱	۱
	عدم‌تشخیص انواع زاویه	۰	۰
	عدم توانایی مقایسه زاویه‌ها	۳	۳
	عدم توجه یا اشتباه در تشخیص مبدأ اندازه‌گیری	۲	۲
	در نظر نگرفتن انحناها در اندازه‌گیری طول	۲	۱
	اشتباه در تشخیص و تفسیر و به‌کارگیری مقیاس اندازه‌گیری	۴	۳
اندازه‌گیری محیط و مساحت	عدم درک محیط در شکل‌های افراز شده	۴	۳
	شمارش کامل / عدم شمارش قسمت‌هایی از سطح در صفحهٔ شطرنجی که واحد کامل نیستند	۲	۲
	اشتباه گرفتن محیط و مساحت با هم	۳	۲
	به‌کارگیری فرمول اشتباه در محاسبه محیط یا مساحت	۳	۲
اشتباه در تشخیص و به‌کارگیری واحد اندازه‌گیری	عدم‌تشخیص واحد	۴	۲
اشکال دو بعدی	داشتن «قالب نمونه» یا «شکل مرجع» و یا «درک مفاهیم فقط در یک» وضعیت خاص	۲	۲
اشکال سه بعدی	عدم درک ویژگی‌های اشکال سه بعدی	۳/۵	۱/۵
	عدم‌تشخیص اجزای غیرقابل‌مشاهده در نمایش یک شکل سه بعدی	۴	۲
	عدم توانایی تشخیص نماهای یک شکل سه بعدی	۴	۳
	عدم توانایی بازنمایی دو بعدی از یک شکل سه بعدی یا برعکس	۴	۳
تبدیلات در صفحه	اشتباه گرفتن تقارن با دوران یا انتقال	۳	۲
	تقارن به‌عنوان نصف کردن اشکال هندسی	۲	۲
	تقارن به‌عنوان کامل کردن اشکال هندسی	۱	۱
	محور تقارن به‌عنوان قطر	۲	۲
هندسهٔ مختصاتی	عدم درک جهات (چپ و راست)	۳/۵	۲
	عدم‌تشخیص نقطه در صفحه	۴	۲

■بحث و نتیجه‌گیری■

همان‌گونه که اشاره شد، تحقیقات نشان می‌دهد که بدفهمی‌ها مانعی برای یادگیری‌های جدید محسوب می‌شوند زیرا سبب می‌شوند دانش‌آموزان تفسیری نادقیق از مفهوم جدید پیدا کنند. نتایج پژوهش نشان داد که دانش‌آموزان پایهٔ چهارم در ایران با بدفهمی‌های بسیاری در حوزه‌های موضوعی و فرایندی ریاضی روبه‌رو هستند. البته این بدفهمی‌ها خاص دانش‌آموزان ایرانی نمی‌باشند؛ بلکه مشکل دانش‌آموزان در یک گروه سنی است که در یادگیری یک مفهوم جدید با آن روبه‌رو می‌شوند. با این حال در بسیاری از موارد شدت شیوع بدفهمی در دانش‌آموزان ایرانی بیش‌تر است. بروز این بدفهمی‌ها دلایل متفاوتی می‌تواند داشته باشد. نتایج به‌دست‌آمده بر مبنای پژوهش به شرح زیر می‌باشد:

سؤال‌های ۳ و ۴: بدفهمی‌های دانش‌آموزان دوره ابتدایی ایران در هندسه و اندازه‌گیری چیستند؟

مشابهت‌ها و تفاوت‌های بین بدفهمی‌های دانش‌آموزان ایرانی و دانش‌آموزان دیگر کشورهای شرکت‌کننده در تیمز کدامند؟

ستون‌های ۳ و ۴ در جدول ۳، شدت وجود بدفهمی در دانش‌آموزان دو گروه را نشان می‌دهند. با توجه به این امر که برخی بدفهمی‌ها در بیش از یک سؤال و در بیش از یک دوره از آزمون‌های تیمز شناسایی شد، جدول ۴ به نمایش میانهٔ این بدفهمی‌ها اختصاص دارند. در زیر به بیان برخی نمونه‌ها پرداخته می‌شود.

حوزهٔ موضوعی اندازه‌گیری: در این بخش بیش‌ترین مشکل دانش‌آموزان در تشخیص، تفسیر و به‌کارگیری مقیاس در اندازه‌گیری است. بررسی ۵ سؤال در سه دوره برگزاری تیمز نشان می‌دهد میانگین میزان شیوع بدفهمی در این مفهوم در دانش‌آموزان ایرانی ۴ و در دانش‌آموزان دیگر ۳ است.

تشخیص، و به‌کارگیری واحد اندازه‌گیری از دیگر مشکلات دانش‌آموزان در این پایه است. میانگین میزان شیوع بدفهمی در این مفهوم در دانش‌آموزان ایرانی ۴ و در گروه دیگر ۲ است. بررسی ۴ سؤال در سه دوره برگزاری تیمز نشان می‌دهد که بدفهمی دانش‌آموزان ایرانی در این مفهوم ۲ برابر دانش‌آموزان گروه دیگر است.

در اندازه‌گیری محیط و مساحت بیش‌ترین مشکل درک محیط به‌عنوان مساحت و برعکس، و به‌کارگیری نادرست فرمول محاسبهٔ محیط و مساحت دیده می‌شود. بررسی ۴ سؤال در سه دوره برگزاری تیمز نشان می‌دهد که میانگین میزان شیوع بدفهمی در این مفهوم در دانش‌آموزان ایرانی ۳ و در گروه دیگر ۲/۲۵ است.

در مقایسه زاویه‌ها میانگین میزان شیوع بدفهمی هم در دانش‌آموزان ایرانی و هم در

گروه دیگر ۳ است که نشانگر وجود مشکل به‌طور یکسان است.

حوزهٔ موضوعی هندسه: اَشکال سه بعدی مفهومی است که در این حوزه با بیش‌ترین مشـــکل روبه‌رو است. دانش‌آموزان در نمایش دو بعدی اشکال سه‌بعدی، بازنمایی اشکال ســـه‌بعدی با داشـــتن نمایش دو بعدی آن‌ها و تشخیص اجزای اشکال سه‌بعدی با مشکل روبه‌رو هســـتند. در تشخیص اجزای اشکال ســـه‌بعدی فقط به اجزای قابل‌مشاهده توجه می‌کنند. میانگین میزان شیوع بدفهمی در این مفهوم در دانش‌آموزان ایرانی ۳/۸۸ و در گروه دیگر ۲/۳۸ اســـت. بررسی ۵ سؤال در سه دوره برگزاری تیمز نشان می‌دهد این مشکل در ایران ۱/۶ برابر بیش‌تر از خارج از ایران به چشم می‌خورد. این فاصلهٔ عملکرد بیش‌تر در تشخیص اجزای غیرقابل‌مشاهده دیده می‌شود.

در هندسه مختصاتی تشخیص جهات و موقعیت نقطه در صفحه از مشکلاتی است که دانش‌آموزان در این پایه با آن روبه‌رو هستند. میانگین میزان شیوع بدفهمی در این مفهوم در دانش‌آموزان ایرانی ۳/۷۵ و در گروه دیگر ۲ است. بررسی ۴ سؤال در سه دوره برگزاری تیمز نشان می‌دهد میزان بدفهمی دانش‌آموزان ایرانی ۱/۸۸ برابر بیش‌تر از دانش‌آموزان دیگر است.

محدودیت‌های پژوهش

در بررســـی بدفهمی‌های مورد توجه در سؤال‌های تیمز، گزینه‌ها و کدهای نادرست به شیوهٔ تفسیر متنی توسط پژوهشگران تحلیل شد. در گزارش‌ها و مستندات انجمن بین‌المللی ارزشیابی پیشرفت تحصیلی IEA[۳۴] در دوره‌های گذشته طراحی سؤال‌های آزمون‌ها، مستندی یافت نشد تا از هدف طراحان از انتخاب این گزینه‌های نادرست آگاهی حاصل شود. کدهای ۷۰ تا ۷۲ بدفهمی‌های رایج در بین دانش‌آموزان (از نگاه طراحان سؤال) را مورد بررسی قرار می‌دهند؛ ولی بسیاری از بدفهمی‌ها در آن دسته از پاسخ‌های دانش‌آموزان که کد ۷۹ دریافت کرده‌اند، قابل‌شناسایی است. اما از این جهت که با بررسی صرف داده‌های کمّی نمی‌توان این دسته از پاسخ‌ها را دسته‌بندی کرد، بررسی آن‌ها مغفول واقع شد. از دیگر محدودیت‌هایی که می‌توان به آن اشاره داشت، عدم دسترسی به دانش‌آموزان و معلمین آن‌ها برای مصاحبه با آن‌ها جهت درک بهتر وضعیت است.

پیشنهادها

هدف این پژوهش صرفاً تبیین وضعیت موجود بود. با عنایت به اینکه ریشـــه‌ها و علل شکل‌گیری این بدفهمی‌ها مورد بررسی قرار نگرفته است، پیشنهاد می‌شود به‌منظور ریشه‌یابی و در نتیجه ارائهٔ راهکار برای برطرف کردن بدفهمی‌ها در دانش‌آموزان ایرانی، نقش عوامل دیگر از جمله کتاب‌های درسی، معلم، مدرسه، عوامل اقتصادی – اجتماعی و همچنین دوزبانه بودن دانش‌آموزان مورد بررسی قرار گیرد

منابع

- کبیری، مسعود. (۱۳۹۰). *بررسی میزان هماهنگی بین برنامه‌های مصوب، اجراشده و کسب‌شده در درس علوم پایه سوم راهنمایی بر اساس تیمز ۲۰۰۷*، (طرح پژوهشی). تهران: پژوهشگاه مطالعات آموزش و پرورش.
- عبدالعظیم، کریمی. (۱۳۸۷). *مجموعه سؤال‌های علوم و ریاضیات تیمز، مرکز ملی مطالعات بین‌المللی تیمز و پرلز*. تهران: پژوهشگاه مطالعات آموزش و پرورش.
- Ashlock, R. (2006). *Error Patterns in Computation, Using Error Patterns to improve instruction* (Ninth Ed). Upper Saddle River, NJ: Pearson, Merrill Prentice Hall.
- Ben-Hur, M. (2006). *Concept- Rich MathemTics Instruction: Building strong foundation for reasoning and problem solving. Association for supervision and curriculum development*. Alexandria, VA: Association for Supervision and Curriculum Development (ASCD).
- Clements, D. H. (1999). Teaching length measurement: Research challenges. *School Science and Mathematics, 99*(1), 5-11.
- Clements, D. H. & Battista, M. T. (1992). Geometry and spatial reasoning. In: D. A. Grouws(Ed.), *Handbook on mathematics teaching and learning* (pp. 420-464). New York: Macmillan.
- Graeber, A., & Johnson, M. (1991). *Insights into Secondary School Students' Understanding of Mathematics*. College Park, University of Maryland.
- Hart, K.M. (1981). *Students' Understanding of Mathematics: 11-16*. London: John Murray.
- Hansen, A. (2011). *Children's Errors in Mathematics: Understanding Common Misconceptions in Primary Schools* (2nd Edition). Learning Matters, Exeter.
- Kordaki, M., & Potari, D. (1998). Children's approaches to area measurement through different contexts. *Journal of Mathematical Behavior, 17*(3), 303-316.
- Kutluay, Y. (2005). *Diagnosis of Eleventh Grade Students' Misconceptions about Geometric Optic by a Tree-Tier Test* (Thesis submitted). Graduate School of Natural and Applied Science of Middle East Technical university.
- Lehrer, R., Jaslow, L., & Curtis, C. L. (2003). Developing an understanding of measurement in the elementary grades. In D. H. Clements & G. Bright (Eds.), *Learning and teaching measurement* (pp. 100-122). Reston: NCTM.
- Marchiș, I. (2008). Geometry in primary school Mathematics, *Educația, 6*(2), 131-139.
- Masters J., Chapman L. (2011). *Measuring Geometric Measurement Ability and Misconception with a Single Scale*, Paper presented at the Annual Meeting of the American Educational Research Association. New Orleans, LA.
- *Mathematics Navigator, A Sample of Mathematics Misconceptions and Errors (Grades 2 - 8)*. (2006). America's choice.
- Mayberry, J. (1983). *An investigation of the van Hiele levels of geometricthought in undergraduate preservice teachers* (Unpublished doctoral dissertation).Universityof Georgia, Athens, GA.
- National Centre for Excellence in the Teaching of Mathematics (NCETM) . (2015). *Misconceptions with key objectives*. Retrieved in April 2015 from https://www.ncetm.org.uk/public/files/2042723/Misconceptions+with+the+Key+Objectives2.doc
- Olivier, A. (1989). Handeling pupils' misconceptions, Thirteenth National Convention on Mathematics, Physical Science and Biology Education. Pertoria, 3-7 July 1989.
- Outhred, L., Mitchelmore, M., McPhail, D., & Gould, P. (2003). Count me into measurement: A program for the early elementary school. In D. H. Clements & G. Bright (Eds.), *Learning and teaching measurement*

(pp. 81-99). Reston: NCTM.

- Ryan, J. & Williams, J. (2007). *Children's mathematics 4-15: learning from errors and misconceptions*. Open University Press.
- Strutchens, M. E., Martin, W. G., & Kenney, P. A. (2003). What students know about measurement: Perspectives from the NAEP. In D. H. Clements & G. Bright (Eds.), *Learning and teaching measurement* (pp. 197-208). Reston: NCTM.

پی‌نوشت‌ها

1. Strike
2. Olivier
3. Resnick, Mastre
4. Chapman & Masters
5. Ben - Hur
6. Objective logic
7. Psycho - logic
8. preconceptions
9. Primitive alternative framework
10. Naïve intuitive ideas
11. conceptualizing
12. overgeneralization
13. undergeneralization
14. Klammer
15. Kutluay
16. Graeber and Johnson
17. Wylie and Ciofalo
18. Trends in International Mathematics and Science Study
19. Clements
20. Mathematics Navigator
21. Outhred
22. Strutchens, Martin & Kenney
23. Ryan & Williams
24. National Centre for Excellence in the Teaching of Mathematics
25. Kordaki, M., & Potari
26. Marchiş
27. Lehrer
28. Ashlock
29. Hansen
30. Ben-Hur
31. Battista
32. Mayberry
33. Hart
34. International Association for the Evaluation of Educational Achievement