تاریخ علم، دورهٔ ۱۰، شمارهٔ ۲، پاییز و زمستان ۱۳۹۱، ص۳۵-۶۳

مخروطات در متون ریاضی نظام آموزشی معاصر ایران[۱]

محمود شهیدی
کارشناس ارشد تاریخ علم

mshahidy@ut.ac.ir
(دریافت: ۱۳۹۲/۲/۱۴، پذیرش: ۱۳۹۲/۷/۱۳)

چکیده

مخروطات یا همان دانش مطالعهٔ مقاطع مخروطی از عالی‌ترین مباحث نظری هندسهٔ دوران باستان و سده‌های میانه بوده که به خاطر کاربردهای عملی نیز مورد توجه قرار می‌گرفته است. در پژوهش پیشِ رو، پس از اشاره‌ای کوتاه به تاریخچهٔ مخروطات در یونان و در تمدن اسلامی، چگونگی راه‌یابی آن به کتاب‌های درسی دورهٔ قاجار و کمی پس از آن در ایران، و نیز دگرگونی واژگان این علم در جریان این انتقال، بررسی می‌شود.

کلیدواژه‌ها: ایران معاصر، دارالفنون، کرشیش، مخروطات، مهندس‌الملک

پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی
پرتال جامع علوم انسانی

۱. تقدیم به سجّاد نیک‌فهم خوب‌روان

مقدمه

مقاطع مخروطی دسته‌ای از خَم‌های جبری از درجهٔ دوم هستند که آنها را به سبب صورت تعریفشان بر پایهٔ چگونگی برش‌های گوناگون یک مخروط، در یونان باستان و دورهٔ اسلامی در شاخه‌ای از هندسه موسوم به «مخروطات» بررسی می‌کردند. کهن‌ترین متن منسجم و مستقلِ موجود در این موضوع، کتاب آپولونیوس[1] پرگایی[2] (نیمهٔ دوم سدهٔ سوم ق م - اوایل سدهٔ دوم ق م) است. بدین ترتیب خاستگاه این علم را یونان باستان دانسته‌اند. در کنار گرایش به ریاضیات نظری، توجه یونانیان به آینه‌های سوزان و ساعت‌های آفتابی را نیز می‌توان از انگیزه‌های آنها در پرداختن به این علم به حساب آورد. مانند بسیاری از آثار یونانی، کتاب آپولونیوس و برخی دیگر از آثار مرتبط توسط دانشمندان اسلامی از یونانی به عربی ترجمه شده‌اند و از دانشمندان اسلامی نیز آثار بسیاری در این باره به‌جا مانده است که گواه رونق این علم در این دوران است. توجه به کاربردهای مقاطع مخروطی در علومی مانند نورشناسی، کوشش برای یافتن روش‌های جدید برای رسم این مقاطع به صورت پیوسته یا از راه نقطه‌یابی و یافتن راه حل‌های جدید برای مسائلی چون تثلیث زاویه (معصومی همدانی، «تثلیث زاویه»، صص ۵۲۴-۵۲۸) و تضعیف مکعب (همو، «تضعیف مکعب»، صص ۵۵۴-۵۵۷) با استفاده از مقاطع مخروطی همه نشان می‌دهد که علم مخروطات بخش مهمی از ریاضیات این دوره بوده است. با این حال، و با وجود تحریرهایی از مخروطات آپولونیوس که به قصد آموزش این علم تهیه شده است (کرامتی، «تحریر»، صص ۶۰۳-۶۰۵)، به نظر نمی‌رسد این علم در متون آموزشی عمومی ریاضیات دورهٔ اسلامی دارای جایگاه ویژه‌ای بوده باشد، و در واقع مخروطات همواره به عنوان حوزه‌ای تخصّصی مطرح بوده است.

در نیمهٔ دوم سدهٔ سیزدهم هجری، اوایل سدهٔ نوزدهم میلادی، پس از جنگ‌های نسبتاً طولانی بین ایران و روسیه که منجر به انعقاد قراردادهای گلستان و ترکمانچای شد، اندیشمندان جامعهٔ ایران، در پی یافتن علل پیروزی روسیه، وجود نظم و قانون و داشتن علم و فناوری‌های جدید را عامل پیروزی روسیه دانستند. ایشان چارهٔ ایران را برای رهایی از شکست‌های پی در پی دست یافتن به دانش و فناوری جدید از راه

---

1. Ἀπολλώνιος

۲. Πέργη، شهر یونانی کوچکی در جنوب آسیای صغیر

تأسیس مراکز علمی و فنّی، استخدام معلّمان و مشاوران خارجی، اعزام محصّل به خارج و برقراری ارتباط با کشورهای پیشرفته یافتند (معتمدی، ص۱۱۱).

یکی از مهم‌ترین اقدامات برای رسیدن به این هدف تأسیس مدرسهٔ دارالفنون و استخدام معلّمانی از اروپا برای تدریس علوم روز، به‌ویژه در حوزهٔ نظامی، بود. کلاس‌ها معمولاً با حضور مترجمان مربوط به هر استاد برگزار می‌شد، پس از چندی که از تدریس معلّمان گذشته بود، از روی درس گفتارهایشان، کتاب‌هایی توسط مدرّسان خارجی و بعدها دانش‌آموختگان دارالفنون تدوین شده و در اختیار دانشجویان قرار گرفت.

طرح بعضی از مباحث ریاضی در کتاب‌های درسی نظام نوین آموزشی ایران را می‌توان مرتبط با کاربردشان در فنون جنگی نیز دانست. برای مثال، توصیف مسیر حرکت گلولهٔ خمپاره در مبحث توپخانه و متناظر آن حرکت پرتابه در دو بُعد به‌وسیلهٔ منحنی سهمی که گونه‌ای از مقاطع مخروطی ست.

بر پایهٔ جستجو در فهرست‌ها و کتابخانه‌های شهر تهران به نظر می‌رسد در فاصلهٔ ۱۲۷۴ق تا ۱۳۵۳ق چهار کتاب درسی در دارالفنون تألیف شده که در آنها به صورت مستقل یا به عنوان بخشی کوتاه از یک کتاب به مخروطات پرداخته شده است. منظور از «کتاب درسی» کتاب‌های چاپ سنگی‌ست که برای نظام آموزشی تازه‌بنیان در ایران و دانشجویان محصّل در این ساختار جدید تدوین شده بوده‌اند، هر چند که سعی شده تا حدّ امکان، سیر مبحث مخروطات در کتاب‌های دست‌نویس، نیز دور از نظر نماند. روی‌کَرد این مقاله، بررسی مختصر این آثار، تلاش برای کشف ارتباط آنها با علوم قدیم و کتاب‌های غیر فارسی است.

پیشینهٔ مخروطات در یونان باستان و دورهٔ اسلامی[۱]

مکتشف قطوع مخروطی را هندسه‌دانی به نام منایخموس[۲] دانسته‌اند که احتمالاً شکوفایی‌اش حوالی ۳۵۰ ق م بوده است. گواه این انتساب، به‌کارگیری یک سهمی و یک هذلولی قائم‌الزاویه توسّط وی برای حلّ مسألهٔ «تضعیف مکعب» یا «دو واسطهٔ

۱. مقصود این بخش ارائهٔ تاریخچهٔ مقاطع مخروطی در یونان باستان نیست، مطالعهٔ پیشینهٔ نبوغ‌آمیز یونانیان در تدوین مخروطات، خود، فرصت و جایگاهی ویژه می‌طلبد و در این مقال نمی‌گنجد و منابع متعدّدی برای آن وجود دارد.

2. Μέναιχμος

هندسی» است (دایکسترهوئیس،[1] ص۵۶). اقلیدس و ارشمیدس نیز در مورد قطوع مخروطی در آثار خود مطالبی نوشته‌اند. در آثار ایشان مخروطی که خَم‌های سه‌گانهٔ مورد نظر به وسیلهٔ آن تولید می‌شوند، مخروط قائم است که در آن، محور بر قاعدهٔ مخروط عمود است (برگرن،[2] ص۸۹). امّا تبلور نهایی دانش یونانیان در بارهٔ قطوع مخروطی در کتاب جامع آپولونیوس پرگایی یعنی کونیکُن[3] دیده می‌شود که در بخش‌های بعدی از آن یاد خواهد شد.

«مخروطات»، عنوانِ ترجمهٔ عربی کتابِ کونیکن آپولونیوس پرگایی است که به سرپرستی احمد بن موسی بن شاکر (درگذشته در نیمهٔ دوم سدهٔ سوم هجری) به زبان عربی ترجمه شد (قربانی، ص۱۵۱). بر پایهٔ آنچه آپولونیوس در مقدّمهٔ کتاب (روایت یونانی و عربی) گفته، مخروطات دارای هشت مقاله بوده است. از چهار مقالهٔ نخستِ آن، هم به زبان یونانی و هم عربی نسخی در دست است ولی از مقالات پنجم تا هفتم فقط متن ترجمهٔ عربی آن باقی مانده است؛ همچنین متن مقالهٔ هشتم به دست مترجمان دورهٔ اسلامی نرسیده و تا امروز نیز نشانی از آن یافت نشده است. از قرن سوم هجری به بعد در متون عربی، شرح‌ها، حواشی و تکمله‌هایی بر کتاب مخروطات نوشته و تحریر و تلخیص‌هایی از آن فراهم آمده است (جدول ۱).

جدول ۱

دورهٔ فعالیت	نام	فعّالیّت
درگذشتهٔ ح۲۷۰ق	هلال بن ابی هلال حمصی	ترجمهٔ چهار مقالهٔ نخست مخروطات به عربی
۲۲۱-۲۸۸ق	ثابت بن قرّه	ترجمهٔ مقالات پنجم تا هفتم مخروطات به عربی
سدهٔ سوم هجری	احمد بن موسی بن شاکر	تألیف کتابی در بارهٔ مقاطع استوانه
سدهٔ سوم هجری	بنو موسی بن شاکر	تصحیح و بازنگری ترجمه‌های هلال و ثابت؛ تألیف مقدّمه و ارائهٔ قضایایی برای تسهیل درک مخروطات
۲۹۶-۳۳۵ق	ابراهیم بن سنان بن ثابت بن قرّه	شرحی بر مقالهٔ نخست مخروطات؛ متنش گم‌شده است (ابن ندیم، ص۳۳۲)
درگذشتهٔ بین ۳۵۰ و ۳۶۰ق	ابوجعفر خازن	تألیف اصلاح کتاب المخروطات که ظاهراً فقط قسمتی از آن، در بارهٔ تثلیث زاویه، موجود است (قربانی، ص۶۶)

1. Dijksterhuis
2. Berggren
3. ΚΩΝΙΚΩΝ

دورهٔ فعالیت	نام	فعّالیّت
نیمهٔ دوم سدهٔ چهارم هجری	علاء بن سهل	رساله‌ای در بارهٔ ویژگی‌های مقاطع مخروطی سه‌گانه (فی خواص القطوع الثلاثة)؛ کاربرد مخروطات در نظریهٔ آینه‌ها و عدسی‌های سوزان
ح۳۳۰-ح۴۱۵ق	سجزی	الف) تألیف در بارهٔ هذلولی‌وار، سهمی‌وار و بیضی‌وار؛ ب) رساله‌ای در بارهٔ خطوط مجانب هذلولی
سده‌های ۴ و ۵ق	محمّد بن احمد قمی (ابن‌کشنه)	بحث در بارهٔ مجانب‌های هذلولی (رسالة فی إبانة الخطین اللذین یقربان أبداً ولا یلتقیان)
۳۵۴-۴۳۰ق	ابن هیثم	الف) تألیف رساله‌ای در بارهٔ یکی از قضایایی که بنو موسی در مقدّماتِ تسهیلِ درکِ مخروطات نوشته بوده‌اند؛ ب) بازسازی مقالهٔ هشتم مخروطات
زنده و فعّال در ۵۱۳ق	ابوالفتح اصفهانی	تألیف تلخیص المخروطات
درگذشته پیش از ۶۰۰ق	عبدالملک شیرازی	تألیف خلاصه‌ای به نام تصفح المخروطات؛ نیز برای تسهیل درک قضایای مقالهٔ هفتم، مقدّماتی را آورده است
۵۲۹-۶۰۱ق	موسی بن میمون	یادداشت‌ها و حاشیه‌هایی بر بعضی از قضایای کتاب مخروطات در رساله‌ای با عنوان حواشٍ علی بعض أشکال کتاب المخروطات نوشته است
درگذشتهٔ ح۶۱۰ق	شرف الدین طوسی	رساله‌ای (یا قسمتی از کتاب جبر) در بارهٔ مجانب هذلولی
۵۵۱-۶۳۹ق	کمال‌الدین ابن یونس	بیان و اثبات دو مقدمّه (لِم) مربوط به اواخر مقالهٔ نخست مخروطات
۵۹۷-۶۷۲ق	نصیر الدین طوسی	الف) تحریر المخروطات[1] ب) فی مقدّمات کتاب المخروطات
درگذشتهٔ ۶۸۲ق	محیی‌الدین مغربی	شرح کتاب ابلونیوس فی المخروطات (تهذیب مخروطات ابلونیوس)

۱. رساله‌های بسیاری در فهرست‌های نسخ خطّی وجود دارند که اشتباهاً به نام تحریر المخروطات نصیرالدین طوسی ثبت شده‌اند مانند نسخهٔ چستربیتی که در واقع رسالهٔ تصفّح المخروطات عبد الملک شیرازی است.

دورهٔ فعالیت	نام	فعّالیّت
۶۶۵-۷۱۸ق	کمال‌الدین فارسی	در مقدّمهٔ تنقیح المناظر نوشته: «و اگر روزگار یاری کند بار دیگر، بنا بر فرمان مطاع، به مخروطات خواهم پرداخت و تا آنجا که از چون منی ساخته است در آن خواهم کوشید»[1]؛ معلوم نیست که این کار به سرانجام رسیده یا نه؟ (قربانی، ص۴۱۲)

علاوه بر موارد مندرج در جدول بالا رساله‌های بسیاری در بارهٔ کاربردهای مخروطات در حلّ معادلات درجهٔ سوم، تثلیث زاویه، ترسیم چندضلعی‌ها، آینه‌های سوزان و ... نوشته شده است که می‌توان به آثار ثابت بن قرّه، ابو سهل کوهی، علاء بن سهل و دیگران اشاره کرد.[2]

چون در بخش‌های بعدی مقاله، به تحول واژگان این علم در متون درسی‌ای که در دارالفنون تدوین شده است می‌پردازیم، لازم می‌دانیم برخی از واژگانی را که در متون مخروطات دوران اسلامی رایج بوده است ذکر کنیم:

- سه قطع مخروطی که امروزه سهمی و هذلولی و بیضی نامیده می‌شوند، در این متون به‌ترتیب «قطع مکافی» و «قطع زائد» و «قطع ناقص» نام دارند. این نامگذاری با توجه به معنای لغوی اصل یونانی این نام‌ها انجام گرفته است.
- خط مجانب هذلولی نام خاصی ندارد، در کتاب‌های مخروطات و نیز رساله‌هایی که به‌اختصاص به مجانب‌های هذلولی می‌پردازند، از هذلولی و مجانب آن به صورت «دو خط که به هم نزدیک می‌شوند اما به هم نمی‌رسند» (الخطان اللذان یقربان ولا یلتقیان) یاد شده است (کریمیان، سراسر رساله).
- کانون نام خاصی ندارد، هرچند در برخی از آثار از دو کانون به صورت دو «مرکز» هذلولی یاد شده است (بیرونی، صص ۷۹۴-۷۹۵).

---

۱. «وإن ساعد القدر فسوف انتهض ثانیاً إلی المخروطات حسب الأوامر المطاعة وابذل فیها جهدی علی ما یسع لمثلی واللّه تعالی أسأل أن یوفقنی لما یوافق رضاه قولاً وفعلاً...» گ۳پ، نسخهٔ خطّی شمارهٔ ۵۳۰۰ کتابخانهٔ مجلس شورای اسلامی.

۲. ابن صلاح همدانی نیز در آغاز رسالهٔ خود، في کیفیة تسطیح الکری، به کتابی مجزّا اشاره کرده است که در آن مختصری در بارهٔ علم مخروطات بحث کرده است.

- مفهوم خط هادی در آثار این دوره وجود ندارد و طبعاً واژه‌ای هم برای آن وضع نشده است.

مخروطات در دوران نوزایی علم در اروپا

در اروپای دوران نوزایی و نخستین قرن‌های دوران جدید از سه منظر به مخروطات می‌توان نگریست:

۱. همان دیدگاهی که در کتاب آپولونیوس متبلور شده و در متون عربی نیز استمرار یافته است؛

۲. به عنوان شاخه‌ای از دانش هندسه، «هندسهٔ تصویری»[1]؛

۳. و یا روشی در هندسه، «هندسهٔ تحلیلی».

از اواسط قرن شانزدهم تا اوایل قرن هجدهم میلادی بر اساس نسخه‌های بازماندهٔ یونانی و عربی، ترجمه‌های لاتینی از مخروطات در اروپا فراهم آمد (هیث،[2] ص۱۲۷). از میان این ترجمه‌ها، شاید بتوان شاخص‌ترین اثر را از آنِ اِدموند هالی[3] (۱۶۵۶-۱۷۴۳م) دانست که در ۱۷۱۰ در آکسفورد منتشر شده است. وی در ترجمهٔ مقاله‌های پنجم تا هفتم به خلاصه‌های عبدالملک شیرازی و ابوالفتح اصفهانی نیز توجه کرده است (همو، ص۱۲۸). او همچنین تلاش کرده است تا مقالهٔ گم شدهٔ هشتم را نیز بازسازی کند. بنیان‌های خوانش جدید از مخروطات در قرن هفدهم شکل گرفتند. کپلر[4] (۱۵۷۱-۱۶۳۰م) اصل «پیوستگی» را وضع کرد که بر اساس آن وجود نقاط آرمانی و یک خط آرمانی در بی‌نهایت یک صفحه که دارای بسیاری از خواص نقاط و خطوط معمولی هستند، مسلّم فرض می‌شود. با استناد به این اصل می‌توان یک خط را در بی‌نهایت، بسته انگاشت و دو خط موازی را باید در بی‌نهایت، متقاطع تلقی کرد و یک سهمی را می‌توان حالت حدّی یک بیضی یا یک هذلولی تصوّر کرد.

حوزهٔ دیگری از ریاضیات که محل بررسی مخروطات شد شاخه‌ای از هندسه موسوم به هندسهٔ تصویری است که ریشه در مطالعات هندسی هنرمندان از قرن پانزدهم دارد و بیشتر با مسألهٔ پرسپکتیو مرتبط است (اُلری،[5] صص ۲۹۴-۲۹۵). به عبارت ساده اگر هندسهٔ اقلیدسی، شکل‌ها را آن طور که هستند، توصیف می‌کند، هندسهٔ

1. Projective geometry
2. Heath
3. Edmond Halley
4. Kepler
5. O'Leary

تصویری، شکل‌ها را آن طور که به نظر می‌رسند، وصف می‌کند. مثلاً اگر از بالا به دایره‌ای نگاه کنیم یک دایره خواهیم دید و اگر از کنار به آن بنگریم همان دایره به صورت بیضی دیده خواهد شد. نقطهٔ آغاز هندسهٔ تصویری را رساله‌ای از دزارگ[1] (۱۵۹۳-۱۶۶۲م) می‌دانند. دزارگ که خود معمار بود رساله‌ای را با عنوان پیش‌نویس کوششی در باب نتایج برخورد یک مخروط با یک صفحه[2] در ۱۶۳۹ منتشر کرد. ریاضی‌دانان در آن زمان اعتنایی به این رساله نکردند و نسخه‌های منتشر شدهٔ آن از بین رفت. در ۱۸۴۵ میشل شال[3] (۱۷۹۳-۱۸۸۰م)، مهندس فرانسوی، یک نسخهٔ دست‌نویس از این رساله را که فیلیپ دو لائیر[4] (۱۶۴۰-۱۷۱۸م)، شاگرد دزارگ، تهیه کرده بود به دست آورد و از آن پس این اثر به صورت یکی از آثار کلاسیک در بسط اولیهٔ هندسهٔ تصویری ترکیبی در آمده است. سادگی هندسهٔ تحلیلی که دو سال پیش از آن دکارت بنیان نهاده بود و سبک نگارش نامساعد و غیرمعمول دزارگ را می‌توان از علل توجه نکردن به اثر دزارگ دانست. لائیر اما تکنیک‌های دزارگ و دکارت را با هم ترکیب کرد (اُلری، ص۲۹۴). وی کوشید تا نشان دهد کلیهٔ قضایای قطوع مخروطی آپولونیوس را می‌توان به وسیلهٔ تصویر مرکزی دزارگ از دایره استخراج کرد. با وجود همهٔ اینها هندسهٔ تصویری تا اوایل قرن نوزدهم و توجه ریاضی‌دانانی مانند پونسله،[5] بریانشون[6]، دوپن[7] و شال که در آن به پیشرفت‌های بزرگی دست یافتند، مسکوت ماند (ایوز، صص۲۱-۲۲).

فرما[8] (۱۶۰۱-۱۶۶۵م) و دکارت[9] (۱۵۹۶-۱۶۵۰م) را مبدع هندسهٔ تحلیلی دانسته‌اند. هدف اولیهٔ هندسهٔ تحلیلی حل مسائل هندسی به روش‌های جبری بود. فرما نشان داد هر معادلهٔ درجهٔ دوم بر حسب دو مجهول x و y نمایش یک خط راست یا یک قطع مخروطی است (جدول ۲). دکارت نیز این نتیجه را با روشی متفاوت ثابت کرد (وان در واردن، صص۹۴، ۹۹).

1. Desargues
2. *Brouillon projet d'une atteinte aux événemens des rencontres d'un cone avec un plan*
3. Michel Chasles
4. Philippe de Lahire
5. Poncelet
6. Brianchon
7. Dupin
8. Fermat
9. Descartes

جدول ۲

خط راست	$ax = by$
هذلولی	$xy = b$
یک جفت خط	$c^2 \pm xy = ay^2$
سهمی	$x^2 = ay$
دایره	$b^2 - x^2 = y^2$
بیضی	$b^2 - x^2 = ay^2$
هذلولی	$b^2 + x^2 = ay^2$

نتیجهٔ کار فرما و دکارت نشان می‌دهد که معادلهٔ درجهٔ دوم به صورت

$$Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Ex + Dy + F = 0$$

ضابطهٔ کلّی قطوع مخروطی و خط راست است. چیزی شبیه به این تعبیر در آثار ریاضی‌دانان دورهٔ اسلامی نیز دیده می‌شود. مثلاً در رساله‌های پرگار تام ابو سهل کوهی و هبة اللّه بدیع اسطرلابی همین پنج نمودار خط راست و قطوع مخروطی در رده‌ای به نام «خطوط قیاسیّ»[1] دسته‌بندی شده‌اند. هر چند برخی روش‌های هندسهٔ تحلیلی به نحوی در آثار ریاضی‌دانان یونان و دورهٔ اسلامی دیده می‌شود ولی استقلال و تکوین آنها را به عنوان علم مستقل نمی‌توان مربوط به آن دوران دانست زیرا برای استقلال یک علم دست‌کم این شرایط باید برقرار باشند:

- کلیت یافتن مسائل آن علم و جدا شدن آنها از مسائل خاصی که آن علم، به لحاظ تاریخی، در اثر کوشش برای حل آنها پدید آمده است؛
- جدا شدن آن علم از کاربردهای آن، یا دست‌کم پرداختن به این دو موضوع در بخشهای جداگانه؛
- استقلال واژگان آن؛
- تألیف آثار جداگانه در آن (معصومی همدانی، «حسام‌الدین سالار...»، ص۹۶).

با وجود نقشی که ریاضی‌دانان دوران اسلامی در تکوین و توسعهٔ دانش مخروطات داشتند، با تأسیس دارالفنون است که مخروطات وارد نظام آموزشی ریاضیات می‌شود.

---

۱. ویکه عبارت lignes régulières و راشد measurable lines را معادل این واژه دانسته‌اند (برای مقایسه، نک : راشد، ص۶۶۸).

در این تحول، متون درسی، شیوهٔ آموزش و زبان و واژگان بنیادی این علم دستخوش تحولاتی شد که در بخش‌های بعدی این مقاله بررسی می‌شود.

معلّمان و مؤلّفان دارالفنون

همان گونه که گفته شد، انگیزهٔ اصلی تأسیس مدرسهٔ دارالفنون روزآمد کردن فنون جنگی بر پایهٔ مدل‌های اروپایی بوده است. توجّه به علم و فناوری جدید از زمان عبّاس میرزا (۱۲۰۳-۱۲۴۹ق) و محمّد شاه (سلطنت: ۱۲۵۰-۱۲۶۴ق) آغاز شد و شاگردانی برای تحصیل به اروپا فرستاده شدند، همچنین مستشارانی از اروپا به ایران آمدند. امیرکبیر، مؤسس دارالفنون، برای جلوگیری از مداخلهٔ معلّمان خارجی در امور سیاسی مملکت، از آوردن استادان انگلیسی، فرانسوی و روسی روی‌گردان بود و به علّت بی‌طرفی اتریش و توجه خاصی که او به دولت‌های آلمانی داشت، معلمانی را از اتریش به خدمت گرفت (آدمیت، ص۳۵۶).

شاگردان دارالفنون اغلب شاهزادگان یا فرزندان خانواده‌های اعیان بودند و استادان هم اغلب به زبان فرانسه تدریس می‌کردند و مترجمان به طور هم‌زمان کار ترجمه را انجام می‌دادند. پس از چند سال که از تدریس استادان خارجی گذشت، مترجمانِ آنها با استفاده از یادداشت‌هایی که خود آماده کرده بودند و یا کتاب‌هایی که استادان از خارج به همراه آورده یا در ایران نوشته بودند، نخستین کتاب‌های درسی را فراهم کردند. این کتاب‌ها در چاپخانهٔ دارالفنون به صورت چاپ سنگی تهیه می‌شد (معتمدی، صص ۱۱۳-۱۱۲). بررسی ما نشان می‌دهد که چهار کتاب از مجموعهٔ کتاب‌هایی که در دارالفنون تألیف شده‌اند به مخروطات اختصاص دارند. در ادامه دو تن از مؤلفان این کتاب‌ها به اختصار معرّفی می‌شوند:

۱. آگوست کارل کرشیش نمساوی، (۱۲ مه ۱۸۱۴م/۲۲ اردیبهشت ۱۱۹۳ش-۱۹ ژانویه ۱۸۸۶م/۲۹ دی ۱۲۶۴ش)

نام وی در منابع فارسی دورهٔ قاجار، تقریباً در همه‌جا، به صورت «کرشیش» آمده است. در ستون دوم صفحهٔ نخست شمارهٔ چهل و دوم وقایع اتّفاقیه (تاریخ ۲۶ محرم ۱۲۶۸ق) که در آن خبر ورود معلّمان اتریشی به تهران درج شده است، نام وی به صورت چیزی شبیه «اوکُوشت کیِژیژو» دیده می‌شود. در دست‌نوشتهٔ ترجمهٔ فارسی متن قرارداد استخدام وی که در ۱۸۵۱م در وین (به زبان آلمانی) تنظیم شده، نامش

به صورت «اوقوست کرژیژ» نوشته شده است (نک : اصفهانیان،[۱] مقدّمه و ص ۴). ضبط کامل نام وی در منابع آلمانی عموماً به شکل Krzič (Kržič), August Karl (اِگِر،[۲] ص ۳۰۹) و در منابع چِکی به صورت August (Augustin) Karel Kříž آمده است.[۳]

زادگاه کرشیش، تابور[۴] و محلّ درگذشتش خرودیم[۵] است، هر دو محلّ یادشده جزء منطقهٔ بُومِن[۶] هستند که امروزه در جمهوری چک واقع است (همانجا). موطن وی جزء امپراتوری هابسبورگ[۷] (بعدها اتریش - مجارستان) بوده است. در دورهٔ قاجاریه به کشور اتریش، «نمسه» نیز می‌گفتند که مأخوذ از زبان روسی و به معنای گُنگ است زیرا روس‌ها، ساکنان پادشاهی اتریش - مجارستان را گنگ می‌دانستند (خیراندیش و شایان، ص۵۹). از همین رو صفت نسبی «نمساوی» به معنی «اتریشی» است.

کرشیش پیش از ورود به ایران، در توپخانهٔ ارتش اتریش، ستوان یکم بود و در هجدهم ماه جولای ۱۸۵۱م (با شرط حفظ درجه) از ارتش کناره‌گیری کرد تا به عنوان استاد علم توپخانه در ایران مشغول به خدمت شود. وی علاوه بر توپخانه در دارالفنون حساب، هندسه و فیزیک نیز تدریس می‌کرد. وی سرهنگ توپخانهٔ ایران بود و توانست زرّادخانه‌ای پیشرفته بر پا و نقشه‌ای نیز از تهران ترسیم کند. همچنین وی از بانیان استفاده از تلگراف در تهران است (اِسلبی،[۸] صص۷۸-۷۹؛ وقایع اتفاقیه، شمارهٔ ۳۸۵، ص۲). کرشیش در ایران، به منصب سرتیپی نائل شده بود

---

۱. تصویر بعضی از اسناد در ابتدای کتاب مجموعه اسناد و مدارک فرّخ خان امین الدوله چاپ شده است.

2. Egger

۳. با مراجعه به منابع چِکی و افراد سخن‌گو به این زبان، مناسب‌ترین شکل آوانگاری برای نام وی در زبان فارسی، همان «**کرشیش**» به نظر می‌رسد. در واقع، بیشتر، حرف ř آوای مورد مناقشه در تلفّظ این واژه (به معنای صلیب) است، که به صورت لرزشی لثوی و با بر افراشتگی زبان ادا شده (raised alveolar trill) و بعضاً سایشی (fricative) است. آوانگاری نام وی به شکل «کرژیژ» احتمالاً بر پایهٔ تفکیک حرف به حرف این واژه بوده است امّا به علّت بعضی ملاحظات زبان‌شناختی (از جمله آلوفونی) برخی از این حروف در مجموع، به خاطر نوع حروف پیرامون خود، متفاوت از حالت منفردشان تلفّظ می‌شوند، به عنوان یک مثال نسبتاً مشابه، حرف «ج» در واژهٔ «مجتبی»، آوای حالت منفرد خود را بروز نداده و این واژه به صورت «مشتبی» تلفّظ می‌شود. در نهایت، حالت استاندارد فونتیک نام کرشیش به این صورت است: [kɾʃiːʃ]

4. Tábor
5. Chrudim
6. Böhmen
7. Habsburg Monarchy
8. Slaby

(وقایع اتفاقیه، شماره ۳۸۴، ص۲) و در اوّل دسامبر ۱۸۵۹م با درجهٔ سروانی، مجدّداً وارد ارتش اتریش شد و سال‌های پایانی زندگی را با عنوان سرگرد بازنشسته شد و در خرودیم روزگار می‌گذراند.[۱]

کرشیش پس از بازگشت به میهن، در بارهٔ مشاهداتش در ایران مقاله‌هایی به زبان‌های آلمانی و چکی می‌نوشت. محتوای مقاله‌های وی شامل نمودهای گوناگونی از ایران از جمله مسائل اجتماعی، فرهنگی و علمی بوده و عمدتاً با عنوان «تصاویری از ایران»[۲] در نشریات مختلف منتشر می‌شدند. وی در مقالهٔ مفصّلِ «توصیف، تشریح علمی و شیوهٔ کاربرد اسطرلاب ایرانی-عربی»[۳] در سال ۱۸۶۶، اسطرلاب عبدالائمه را که در دربار ناصرالدین شاه دیده بوده، توصیف کرده است.[۴] حدود چهل سال بعد، فرزند وی، هنگام سکونت در براتیسلاوا، مقالهٔ پدر را با عنوان «اسطرلاب ایرانی-عربی عبدالائمه»[۵] بازچاپ کرده است.[۶]

تصویر ۱، تصویری که ظاهراً متعلق به «میرزا زکی خان سرهنگ قورخانهٔ مبارکه» است. برگرفته از مجموعهٔ تصاویر کتابخانهٔ مرکزی و مرکز اسناد دانشگاه تهران، شمارهٔ ۴۴۶۶/۹۴؛ اصل تصویر در کاخ موزهٔ گلستان

مترجم کرشیش، میرزا زکی مازندرانی پسر حاجی میرزا مقیم مازندرانی علی آبادی، از محصّلان اعزامی دورهٔ محمد شاه به فرانسه بود (محبوبی اردکانی، صص ۲۵۲-۲۵۳؛ حقیقت، شمارهٔ ۱۹۰، ص۶۹). نام وی به

۱. برخی از مطالبی که در این بخش آمد برگرفته از تصاویر اسنادی است که توسّط موزهٔ محلّی شهر خرودیم در اختیار نگارنده قرار گرفته است. همچنین با وجود استعلام از بایگانی و موزهٔ شهر خرودیم، کتابخانهٔ ملّی جمهوری چِک، بایگانی ارتش چک، بایگانی جنگ اتریش و آلبوم‌خانهٔ کاخ موزهٔ گلستان، تا کنون هیچ تصویری از چهرهٔ کرشیش به دست نیامده است.

2. Bilder aus Persien; Obrazy z Persie

3. "Beschreibung, wissenschaftliche Zergliederung und Gebrauchsweise des persisch-arabischen Astrolabium's"

4. *Archiv der Mathematik und Physik*; vol. 45; pp.289-315.

5. "Das persisch-arabische Astrolabium des Ab-dul Aiméh"

6. *Das Weltall, Illustrierte Zeitschrift für Astronomie und verwandte Gebiete*; 5.Jahrgang, Heft; 1905 Januar 1; pp.121-130/144-152.

عنوان تحصیل‌کردهٔ پاریس و مترجم کرشیش در خلال مطلبی کوتاه در شمارهٔ ۱۲۷ (هشتم مه ۱۸۶۵م/ هجدهم اردیبهشت ۱۲۴۴ش) روزنامهٔ «نارُود»[1] (به معنای ملّت) که به زبان چکی منتشر می‌شد، نیز آمده است.[2] این مطلب در واقع نقل قولی از کتاب خاطرات یاکوب ادوارد پولاک،[3] پزشک ناصر الدین شاه بوده است. بر پایهٔ مندرجات مقدمهٔ کتاب علم هندسه (مساحت)، وی در زمان چاپ کتاب، سرگرد (یاور) توپخانه بوده و بعداً به مقام سرهنگی توپخانه رسیده است.

از کتاب‌های تدریس/ترجمه‌شده توسط کرشیش/میرزا زکی خان می‌توان به علم توپخانه (تعلیمات توپخانهٔ اطریشی)، میزان الحساب،[4] علم هندسه (مساحت) و فیزیک (جرّ اثقال و حکمت طبیعی) اشاره کرد.

نسل اوّل معلّمان دارالفنون عمدتاً خارجی بودند ولی نسل دوم دانش‌آموختگان دارالفنون را نیز شامل می‌شد. از میان این دانش‌آموختگان می‌توان میرزا رضا خان تبریزی را نام برد.

۲.میرزا رضاخان نجمی تبریزی (مهندس‌الملک) فرزند میرزا باقرخان، زادهٔ ۱۱ رجب ۱۲۹۶ق (۱۰ تیر ۱۲۵۸ش، ۱ جولای ۱۸۷۹م) در تبریز

تصویر۲، مهندس‌الملک (مشار، ص۲۰۳)

وی ریاضیات عالیه و علوم مهندسی و طبیعی و زبان فرانسه را در دارالفنون تحصیل کرد و در سال ۱۳۱۷ق با ماهی سه تومان حقوق به معلّمی کلاس یک ریاضیات و جغرافیای دارالفنون منصوب شد. او همچنین در مدرسهٔ اسلام که میرزا محمدصادق طباطبایی تأسیس کرده بود، تدریس می‌کرد. وی به پاس خدماتی که در تربیت شاگردان کرده بود در ماه جمادی الاول ۱۳۲۰ق موفق به کسب نشان طلای درجهٔ اوّل علمی شد و در شوّال ۱۳۲۴ق «مهندس‌الملک» لقب گرفت.

---

1. Národ
2. … Mirza Zeky Chan, který byl v Paříži studoval.
3. Jak. Eduard Polák

۴. متمایز از رسالهٔ میزان الحساب (= زبدة الحساب) علاءالدین علی بن محمّد سمرقندی معروف به ملا علی قوشچی (درگذشتهٔ حدود ۸۷۹ق) است.

او مدّتی مترجم موسیو «داوید» مهندس و مدّتی نیز مترجم موسیو «رواک» استاد ریاضی بود و در سال ۱۳۳۳ق نشان درجه سوم شیر و خورشید گرفت و سال بعد عضو افتخاری شورای عالی معارف شد (یغمایی، ۱۳۵۵، ص۴۴۴). از آثار و تألیفات وی می‌توان به موارد زیر اشاره کرد:

هندسهٔ ابتدایی؛ هندسهٔ متوسطه در دو جلد (مسطّحه و فضائی)؛ هندسهٔ رسمیه و هندسهٔ رقومی؛ متمّم هندسهٔ متوسّطه و مخروطات؛ مثلّثات مستقیمة الخطوط؛ جبر و مقابلهٔ متوسّطه در دو جلد؛ جغرافیای مفصّل ایران؛ نقشهٔ ایران؛ دورهٔ نقشه‌جات دیواری پنج قطعهٔ عالم؛ نقشهٔ جهان‌نمای مسطّح. نام این آثار نیز در فهرست کتابخانهٔ ملی ایران آمده‌اند: نقشهٔ آسیا؛ اصول علم هندسه؛ اصول علم هیئت؛ نقشهٔ آمریکای جنوبی؛ اطلس تازهٔ جغرافی عهد جدید مشتمل بر شانزده ورق نقشهٔ رنگین؛ امریکای شمالی. استوری[1] (ص۲۳) نیز کتابی با عنوان هزار مسألهٔ جبر و مقابله را به او نسبت داده است.

کتاب‌های مرتبط با مخروطات

در این بخش کتاب‌هایی را که در آنها مخروطات به شیوه‌ای جدید تدریس می‌شده معرفی می‌کنیم. چنان که پیش‌تر آمد بسط نظریهٔ مخروطات با استفاده از قاعدهٔ پیوستگی هندسی[2] که بر اساس آن منحنی‌های قطوع مخروطی پنج حالت گوناگون از یک شکل هندسی هستند و پارامتری به نام «خروج از مرکز» در همهٔ آنها مشترک است منجر به تعبیر تازه‌ای از مخروطات شد. افرادی مانند کپلر و پونسله در تبیین این تعبیر نقش داشتند. دانشمندان دیگری مانند دزارگ و پاسکال با به‌کارگیری هندسهٔ تصویری[3] نظریهٔ مخروطات را توسعه دادند همچنین توسعهٔ هندسهٔ تحلیلی دکارت موجب تبدیل مسائل «هندسی» مخروطات به مسائل «جبری» در اروپا شد.

به نظر می‌رسد ایرانیان برای نخستین بار پس از تأسیس دارالفنون و از طریق آثاری که معلمان اروپایی آنجا به همراه می‌آورده‌اند با این تعابیر جدید آشنا شده باشند. در ادامه برآنیم که با معرفی نخستین کتاب مرتبط آغاز کنیم و تا پیش از ظهور کتاب‌هایی با عناوینی شبیه «هندسه با اسلوب جدید»، یعنی تا پیش از حدود سال ۱۳۲۰ش پیش رویم.

1. Storey
2. Geometric continuity
3. Projective Geometry

نخستین کتاب دارالفنون، یا به تعبیری دیگر نخستین کتاب فارسی که مبحث مخروطات جدید در آن مشاهده می‌شود، کتاب علم مساحت (هندسه) است که کرشیش آن را درس می‌داده است و میرزا زکی مازندرانی آن را ترجمه کرده است. در بخشی از مقدّمهٔ این کتاب آمده است:

> ... در این وقت باهتمام و مراقبت و اجتهاد و مواظبت عمدة الامراء العظام مقرب الخاقان محمّد خان امیر تومان و بیگلربیگی و رئیس مدرسه نظامیه عالیجاه **موسیو کرشیش سرهنگ معلّم کل توپخانهٔ مبارکه** و هندسه که در عرض مدّت توقّف ایران و خدمت دیوان اصلاً در تعلیم علوم بتلامذهٔ خود بمسامحه و قصوری منسوب نگشته و جمعی از متعلّمینش ترقیات کلّیه کرده قابل مناصب شده‌اند و بخدمات مأمور گردیده بعد از اتمام کتاب علم توپخانه و کتاب حساب بعلم هندسه پرداخته و بمتعلّمین خود تعلیم نموده و مطالب و حقایق آنرا عالیجاه **میرزا زکی مترجم کامل و یاور توپخانه مبارکه** ترجمه نموده حسب الامر اعلی در دارالطباعه چاکر درگاه رضا قلی ناظم مدرسه نسخ متعدده بقالب طبع در آمد که بهر یک از متعلّمین نسخه خاص داده شود و بقیّه کتاب در کتابخانه مدرسه مبارکه دارالفنون جمع و ضبط افتد

در انتهای کتاب تاریخ چهارشنبه، ۴ جمادی الثانی ۱۲۷۴ق (۳۰ دی ماه ۱۲۳۶ش) درج شده و عبارت زیر آمده است:

> کمترین خانه‌زاد جان‌نثار محمّدتقی مقدّم حروفات فرانسه را نوشته و اشکال را کشیده مقابله‌اش را نیز نموده است.

کتاب به قطع رُقعی و چاپ سنگی[1] و حدوداً دارای ۳۹۷ صفحه است. صفحات کتاب شماره‌گذاری نشده‌اند. شکل‌های مربوط به مباحث در انتهای کتاب به صورت یک جا و در برگه‌هایی تاشُده، آورده شده‌اند که بالای آنها شماره‌گذاری با اعداد رومی دیده می‌شود. از مقدّمهٔ کتاب بر می‌آید که تدوین آن پس از دو کتاب دیگر، یعنی علم توپخانه و حساب بوده است. مطالب کتاب در پنج بخش (و یک بخش تکمیلی حاوی چندین مثال) موسوم به «باب» و هر باب در چند «فصل» تنظیم

---

۱. دست‌کم دو کتاب دست‌نویس مجهول المؤلّف به تاریخ کتاب ۱۲۷۱ق وجود دارند (در کتابخانه‌های آیت اللّه مرعشی نجفی و مجلس شورای اسلامی) که با مقایسه با این کتاب چاپ سنگی، می‌توان گفت که احتمالاً حاصل تدریس کرشیش هستند.

شده‌اند. مباحث از اصول اوّلیهٔ هندسه آغاز شده و به بخش‌هایی کاربردی می‌رسند. از مطالب مندرج در کتاب بر می‌آید که اهدافی عملی مدّ نظر مدرّس بوده تا آموخته‌های هندسی در میدان عمل نیز به کار گرفته شوند، مثال‌ها و اصطلاحات نظامی مانند «آجودان» در این کتاب وجود داشته و مطالب گوناگونی از مثلّثات، لگاریتم، اعداد موهومی، جغرافیای هندسی، جایگاه زمین در عالم، ساعت آفتابی، محاسبهٔ ارتفاعات با مفاهیم فیزیکی و توضیح چگونگی به کارگیری ابزاری مانند بارومتر (فشارسنج) و ... در آن دیده می‌شود.

عنوان فصل دوم از باب سوم کتاب، «در بیان خطوط منحنی» است. در چند سطر کوتاه به شیوه‌های گوناگون برش یک مخروط مستدیر و استحصال دایره، بیضی و سهمی اشاره شده است.[۱] سپس روش ترسیم بیضی، به شیوه‌ای غیر از روش باغبانی، آمده است و پس از آن معادلهٔ بیضی به‌دست آمده است. در ادامه تعریف سهمی در مختصات دکارتی و روش محاسبهٔ معادلهٔ جبری آن آمده است. در این متن «کانون سهمی» «مرکز پارابول» نامیده شده و برای «خطّ هادی» اصطلاح ویژه‌ای به کار نرفته است. پس از این بخش هذلولی به این صورت تعریف شده است:

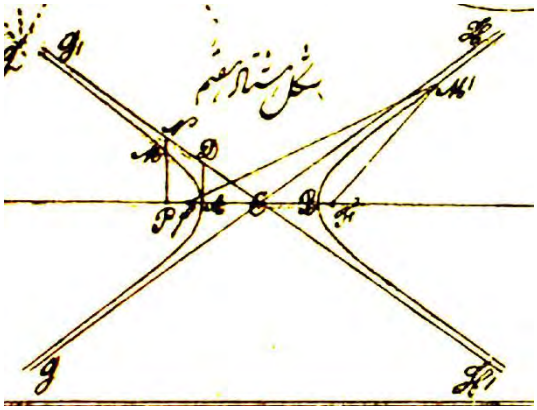
> شکل هشتاد و هفتم آن خط منحنی که متصف باشد باین صفت که اگر هر نقطهٔ از آن را مثلاً نقطهٔ M و یا M_1 را بدو نقطهٔ معین تغییرناپذیر[۲] وصل نمایند مثلاً نقطهٔ (f) و (F) این تساوی حاصل شود
>
> $$fM_1 - FM_1 = AB$$
>
> آن را خط هیپربول[۳] (Hiperbole) می‌نامند و هیپربول را دو محور است که یکی AB و دیگری AD باشد و دو خطی را که از نقطهٔ C گذشته‌اند و خط هیپربول در میان آن دو خط واقع شده است مثل خط gH و g_1H_1 آسیمپتوت (Asymptôtes)می‌نامند و هر گاه خط آسیمپتوت و هیپربول را امتداد بدهند رفته رفته بهمدیگر نزدیک می‌شوند اما هرگز تقاطع نمی‌کنند...

---

۱. از هذلولی در این قسمت از کتاب نام برده نشده است.

۲. منظور کانون هذلولی است.

3. Hyperbole



تصویر۳، هیپربول

پس از آوردن اثبات عدم تقاطع هذلولی و مجانب‌هایش موضوع مقاطع مخروطی تقریباً به پایان می‌رسد. از حدودِ هجده صفحهٔ این فصل تقریباً نیمی از آن به محاسبهٔ عدد پی، مساحت منحنی‌ها و حجم حاصل از دوران اختصاص دارد. در ادامه نیز محاسباتی بر پایهٔ بسط چندجمله‌ای‌ها مانند بسط مک لورن[۱] آمده است؛ مثلاً:

> در باب دویم و سیم معلوم شد که در هر خط منحنی خط اُردینات[۲] و آبسیس[۳] وجود دارد از برای هر یک از آن خطوط منحنی مابین آبسیس و اُردینات آنها یک تساوی می‌نویسیم که عموماً شامل جمیع خطوط منحنی باشد و آن این است
>
> $$y = Ax^a + Bx^b + Cx^c + \cdots$$
>
> در این تساوی کوفیسیانهای[۴] A و B و C و اکسپوزانهای[۵] a و b و c را می‌توان اعدادی فرض نمود که در تساویهای مخصوص وجود دارند آنوقت این تساوی می‌تواند بهمهٔ خطوط منحنی شامل شود

سپس محاسبات مفصّل تقریب نقصانی و اضافی برای مساحت منحنی محصور آمده است:

---

۱. البته در این بخش نام این بسط نیامده است.
۲. محور عرض‌ها
۳. محور طول‌ها
۴. ضریب
۵. توان

$$F = \left(A\frac{x^{a+1}}{a+1} + B\frac{x^{b+1}}{b+1} + C\frac{x^{c+1}}{c+1} + \cdots \right)$$

پس بواسطهٔ این تساوی از برای پیدا کردن سطح مربّع یک شکلی که واقع است مابین دو خط متوازی میباید یک تساوی از برای نامعلوم x و y پیدا نموده ...

با استفاده از این عبارت در واقع تابع اوّلیه یا همان انتگرال[۱] بسط چندجمله‌ای محاسبه شده است. این فرمول‌ها برای یافتن عدد پی، مساحت و حجم اَشکالی که معادلهٔ (تابع) آنها به صورت بسط چندجمله‌ای ست، عرضه شده‌اند. در انتهای فصل مربّع سطح (مساحت) بیضی و سهمی، مکعب بیضی (حجم حاصل از دوران: بیضی‌گون) محاسبه شده‌اند. از این رو به نظر می‌رسد که هدف این کتاب تنها اشارهٔ کلّی به قطوع سه‌گانهٔ مخروطی بوده است.

اصطلاحات مربوط به قطوع مخروطی در این کتاب، بیشتر به صورت آوانگاری شده با املای زبان فرانسه آمده‌اند. از میان اصطلاح‌های شناخته شدهٔ امروز زبان فارسی فقط نام «بیضی» به چشم می‌خورد که البته آن هم در متون پیش‌تر زبان فارسی به همین معنا موجود بوده مانند رساله‌های مربوط به هیئت جدید[۲].

اصطلاح امروزی در زبان فارسی	اصطلاح کتاب علم مساحت (هندسه)
سهمی	پارابول
هذلولی	هیپربول Hiperbole
خطّ مجانب	آسیمپتوت
کانون	مرکز

در کتاب‌های ریاضی فارسی نخستین بار اصطلاح «**مقاطع** مخروطی» در کتاب اصول علم هندسه (دورهٔ دویم) تألیف میرزا رضاخان مهندس‌الملک، سال ۱۳۲۶ق[۳] به‌کار رفته است. مهندس‌الملک در مقدّمه آورده که «در صدد تألیف هندسه در سه

۱. اصطلاح «انتگرال» و نمادش در کتاب فیزیک نمساوی (ص ۲۱) به کار رفته است.

۲. مثلا ابوطالب حسینی در رسالهٔ خود در بارهٔ هیئت جدید، مسیر ستارگان دنباله‌دار را «بیضی» دانسته است (معصومی همدانی، «رساله‌ای در اثبات هیئت جدید»، ص ۱۵۷).

۳. چاپ دوم این کتاب در ۱۳۲۹ق فراهم آمده است. نگارنده مراتب سپاس‌گزاری خود را از سرکار خانم حرّی (بخش نسخ خطّی دانشگاه تهران) بابت مساعدت ویژه برای تهیهٔ تصاویر این کتاب ابراز می‌دارد.

دوره به سبک پروگرام‌های جدید فرنگ برآمده و این کتاب دورهٔ دوّم هندسه از برای شاگردان طب و مدارس علمیه متوسّطه است».

کتاب، شامل هندسهٔ مسطّحه (در چهار مقاله) و هندسهٔ فضائیه (در سه مقاله) است. پس از آن در بخش بعدی «ضمیمهٔ هندسه» در منحنیات مستعمله است که شامل «بیضی»، «شلجمی»،[۱] «هذلولی» و «مارپیچ» است. در واقع این کتاب نخستین متن منسجم فارسی در بارهٔ مقاطع مخروطی و بیشتر اصطلاحات این حوزه از ریاضیات در زبان فارسی است. به عبارت دیگر اینها میراثِ این کتاب مهندس‌الملک و دو کتاب دیگرش هستند. وی حدود ۳۷ صفحه از این کتاب ۴۷۰ صفحه‌ایِ چاپ سنگی را به موضوع مقاطع مخروطی اختصاص داده است.

در آغاز بحث سه منحنی مربوط را با چگونگی برش مخروط معرّفی کرده و نام آنها را در کنار نام‌های آمده در متون عربی دورهٔ اسلامی آورده است: **بیضی** یا **قطع ناقص**، **شلجمی** یا **قطع مُکافئ** و **هذلولی** یا **قطع زائد**. به نظر می‌رسد که این کتاب مهندس‌الملک نخستین متن فارسی‌ست که واژهٔ «**هذلولی**» به عنوان یک **اصطلاح ریاضی** در آن دیده می‌شود.

در اینجا بیضی بر پایهٔ دو کانونش تعریف شده و همین جاست که از اصطلاحات «کانون»[۲]، «بُعد کانونی» و «شعاع حامل» سخن گفته شده است. سپس ترسیم بیضی با شیوهٔ نقطه‌یابی و بعد به طور پیوسته (حرکات اتّصالی) بیان شده که همان شیوهٔ معروف باغبانی است. در ادامه نیز چند قضیه در بارهٔ بیضی آمده است که یکی را در اینجا نقل می‌کنیم:

> مساحت سطح بیضی واسطهٔ هندسی است مابین دو سطح دو دایرهٔ که قطرشان دو محور بیضی باشند. اثبات این قضیه در اینجا مناسب نیست قناعت می‌کنیم به نمودن دستور ذیل
>
> $$S = \pi ab \text{ یا } S = \sqrt{\pi a^2 . \pi b^2}$$

---

۱. سهمی

۲. شاید بتوان کهن‌ترین سابقهٔ حضور «کانون» را در متون علمی زبان فارسی، در بخش مربوط به نورِ کتاب فیزیک نمساوی کرشیش یافت: «... اینها را اشعهٔ مرکزیه می‌نامند و نقطه‌ای را که مجمع اشعهٔ متوازیه با محور است کانون اصلیه می‌نامند که به فرانسه Le Foyer Capitale می‌گویند و آن را همیشه به حرف F در اشکال معلوم و مشهود می‌نمایند...». (ص ۱۲۴)

در ادامه روش ترسیم خطّ مماس بر بیضی از نقطه‌ای مفروض شرح داده شده و پس از آن چند خاصیت فیزیکی این منحنی در تبصره آمده است.

هذلولی نیز به شیوه‌ای مشابه تعریف شده و چگونگی ترسیم دو شعبهٔ[۱] آن به دو طریق گسسته و پیوسته آمده است. پس از آن به نخستین معادل برای آنچه در کتاب علم مساحت (هندسه) با عنوان **آسیمپتوت** دیده شد، برمی‌خوریم، «**مماس ازلی**» که معادل امروزی آن در اصطلاحات زبان فارسی «**مجانب**» است.

در تعریف شلجمی یا قطع مکافئ، اصطلاح «**خطّ هادی**» در کنار کانون برای نخستین بار آشکار شده است. فاصلهٔ کانون تا خط هادی نیز، «**ممیّز**» شلجمی نامیده شده است. کمی از خواصّ فیزیکی شلجمی نیز در انتهای بحث آمده است. در این کتاب محاسبات به‌دست آوردن معادلهٔ خَم‌های مقاطع مخروطی نیامده است.

مبحث مقاطع مخروطی به طور مفصّل و نسبتاً جامع در نخستین اثر مستقل مهندس‌الملک در این حوزه، یعنی در کتاب هندسه، دورهٔ دوّم، مخروطات مطرح می‌شود که برای سال ششم متوسّطه، مطابق پروگرام وزارت جلیلهٔ معارف تألیف شده است. کتاب یادشده در ۸۰ صفحه در سال ۱۳۴۵ق چاپ شده است. مطالب کتاب در صفحهٔ آغازین به این صورت، فهرست شده‌اند:[۲]

> قطع ناقص (بیضی)-ترسیم بیضی-خط مماس-مسائل ساده راجع بخطوط مماس-معادلهٔ بیضی نسبت بدو محور آن-بیضی که بمنزلهٔ تصویر دایره باشد-مسائل ساده در خصوص خطوط مماس-فصل مشترک بیضی و خط مستقیم-قطع زائد (هذلولی)-ترسیم هذلولی-خط مماس-مماس‌های اَزَلی-مسائل ساده در خصوص خطوط مماس-معادلهٔ هذلولی نسبت بدو محور آن-قطع مکافی (شلجمی)-ترسیم آن-مسائل ساده راجع بخطوط مماس-معادله شلجمی نسبت به محور آن و خط مماس بر رأس آن-تعریف مشترکهٔ این منحنیات بوسیلهٔ کانون و یک خط هادی-مقاطع مستویهٔ مخروط و استوانه مستدیرالقاعده.

از مطالب جدید در این کتاب می‌توان به تعریف «خروج از مرکز»، یافتن معادلهٔ جبری بیضی، هذلولی و شلجمی و استفاده از چند قضیه، تعریف و برهان جدید مانند قضیهٔ

---

۱. شاخه

۲. مبحث انتهایی کتاب، منحنی حلزونی (یا مارپیچ) Hélice است.

پونسله و کورسل اشاره کرد. اصطلاح مترادفی برای مماس ازلی با عنوان «**خط مجاذب**» و برای خط هادی با عنوان «**خط مدیر**» ظاهر شده و **ممیّز** شلجمی نیز با **پارامتر** یا **میزان** جایگزین می‌شود.
صورت یکی از قضایای کتاب را مرور می‌کنیم:

> شلجمی را می‌توان حدّ بیضی یا هذلولی تصوّر نمود باین طریق که هرگاه یک کانون و یک رأس مجاور بآن از محور کانونی بیضی یا هذلولی را ثابت فرض کنیم و کانون ثانی را از کانون ثابت دور نماییم منحنی مفروض (بیضی یا هذلولی) در حدّش مبدّل گردد به شلجمی

در انتهای کتاب، در بخشی با عنوان «**خواص مشترکه در قطعات ثلاثه**» به قضیهٔ داندلن[1] و به‌دست آوردن خَم‌های یاد شده با قطع کردن یک مخروط توسّط یک صفحه مخروط اشاره شده است.[2] وجه تسمیهٔ «**قطوع مخروطیة**» یا «**مخروطیّات**» نیز در این بخش آمده است و در نهایت در بخش «**خصایص مشترکه بیضی و هذلولی و شلجمی**»، قضیه‌ای به این صورت آمده است:

> مکان نقاطی از سطح که نسبتِ فواصلِ هر کدام از یک نقطه ثابته F و از یک خط ثابت D یا KL مقداری ثابت و مساوی عدد معلوم λ باشد عبارتست از یک بیضی یا یک هذلولی و یا یک شلجمی بحَسَب آنکه عدد λ کوچکتر یا مساوی و یا بزرگتر از واحد باشد و نقطه F را کانون منحنی و D یا KL را خط مدیر گوئیم

پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی
پرتال جامع علوم انسانی

1. Dandelin

۲. قضیه‌ای به نام داندلن (۱۷۹۴-۱۸۴۷م)، ریاضی‌دان و مهندس نظامی فرانسوی- بلژیکی ثبت شده که در هندسهٔ ترسیمی کاربرد فراوان دارد: «هنگامی که صفحه‌ای مخروط دوّاری را در یک مقطع مخروطی قطع می‌کند، کانون‌های آن (یا کانونِ آن، در مورد یک سهمی) نقاطی هستند (نقطه‌ای است) که در آنجا، این صفحه بر کره‌هایی که در آن مخروطِ محاط شده‌اند، مماس می‌شود.

(هندسه)

دورهٔ دوم

(مخروطات)

برای سال ششم مدارس متوسطه

مطابق پروگرام رسمی متوسطه

تألیف

میرزا رضا خان (مهندس الملك)

معلم و مؤلف ریاضیات عالیه

چاپ اول

طهران ـ ۱۳۰۵ هجری شمسی

حق طبع و تقلید محفوظ

مطبعهٔ سعادت ـ طهران

تصویر ۴

در پایان کتاب، در قسمت «امثله»، بیست تمرین آورده شده است.

کتاب بعدی مهندس‌الملک، اثری دو بخشی با عنوان متمم هندسه و مخروطات چاپ ۱۳۰۹ ش[1] است. بخش ۱۳۲ صفحه‌ای نخست، مربوط به مقاطع مخروطی و مطالبش تقریباً با کتاب پیشین یکسان است.

فصل اوّل مربوط به بیضی است، یکی از بخش‌های افزوده به آن تعریف «پارامتر» بیضی به صورت زیر است:

> عرض هر نقطه که بر کانون تصویر شود و یا نصف وتر کانونی عمود بر محور اطول را پارامتر بیضی گویند:[2]

$$p = \frac{b^2}{a}$$

۱. در صفحهٔ ابتدایی داخل کتاب (نسخه‌ای که در دسترس نگارنده بوده) که عنوان و مؤلف نیز ذکر شده، تاریخ ۱۳۱۳ هجری شمسی نیز آمده است!

۲. نصفِ آن کمّیتی که در مخروطات دورهٔ اسلامی، «ضلع قائم» خوانده می‌شده است.

مطلب تازهٔ دیگر، ارائهٔ یک رابطه به صورت بسط برای محاسبهٔ محیط بیضی است که در آن از e، «خروج مرکز بیضی»، استفاده شده است. در این کتاب نیز از خواص نورشناختی و صوت‌شناختی بیضی مطالبی مطرح شده است.
در انتهای فصل، ۳۱ تمرین آورده شده است.
فصل دوم مربوط به هذلولی است. یکی از مطالب افزوده، تعریف پارامتر هذلولی مانند پارامتر بیضی است، علاوه بر آن می‌توان به این موارد اشاره کرد:

> قضیه مونژ[1] در هذلولی مکان نقاط تلاقی مماسهای متعامده عبارتست از محیط محیط دائرهٔ که بمرکز هذلولی است

در ادامه، روی شرط ایجاد دایرهٔ مونژ بحث شده است. در آغاز کتاب[2] که سرفصل مطالب آورده شده، عبارت «خطوط مجانب» به چشم می‌خورد امّا در جای جای مطالب کتاب، از همان اصطلاح «مماس ازلی» (مماس لایتناهی) استفاده شده است!
یک بخش کوتاه در انتهای فصل دوم (معادلهٔ هذلولی نسبت به مماس‌های ازلی) به دوران محورهای مختصات پرداخته و با محاسباتی معادلهٔ هذلولی، فاقد توان دوم (قائم الزاویه) شده و به شکل کلّیِ $XY = C$ در آمده است. در پایان فصل، ۱۸ تمرین ارائه شده است.
عنوان فصل سوم، «قطع مکافئ یا سهمی (شلجمی)» است. گویا برای نخستین بار در تاریخ ریاضیات ایران، در این کتاب است که واژهٔ «سهمی» به عنوان اصطلاحی برای یک منحنی مقطع مخروطی دیده می‌شود. ۳۰ تمرین، پایان‌بخش فصل سوم است.
باقی مباحث تقریباً مانند کتاب پیشین است. در کتاب‌های مهندس‌الملک قضایایی به نام چند ریاضی‌دان نقل شده، از جمله: آپولونیوس؛ پونسله؛ کورسل؛ لاهیر؛ مونژ؛ نیوطن.

نتیجه

مخروطات که از مباحث عالی ریاضیات دورهٔ باستان و سده‌های میانه بوده و چندان جزءِ مباحث درسی پایه به حساب نمی‌آمده در نخستین کتاب‌های ریاضی دارالفنون نیز وضعیتی مشابه داشته است. چنان که ذکر آن رفت رد پای حضور مخروطات به شکل

---

1. Gaspard Monge

۲. نسخهٔ در دسترس نگارنده؛ این تأکید از این روست که این کتاب به صورت چاپ سربی نبوده و امکان دارد برخی تصرّفات (تناقض‌آمیز) بعداً توسّط کسی افزوده شده باشد.

منحنی‌های جبری، نخستین بار در کتاب علم مساحت کرشیش دیده می‌شود که آن هم به صورتی گذرا و تقریباً ناقص آمده است. علّت این امر هم تا حدی مشخص است و آن این که رسالت اصلی کتاب‌های کرشیش ارائهٔ ریاضیات کاربردی، عمدتاً در حوزهٔ علوم نظامی بوده و مجال چندانی برای طرح ریاضیات محض نبوده است.[۱] امّا پرداخت جدی به مخروطات حدود پنجاه سال بعد، در کتاب‌های مهندس‌الملک صورت می‌پذیرد. بیان جبری مخروطات به شکل جامع در کتاب‌هایی که در این پژوهش از وی شناخته شده، دیده می‌شود. از بررسی این کتاب‌ها مشخص می‌شود که علاوه بر آشنایی مهندس‌الملک با کتاب‌های اروپاییان، وی به متون کلاسیک مخروطات دورهٔ اسلامی نیز نظر داشته است. استفادهٔ وی از این منابع یا مستقیماً بوده یا از طریق کتاب‌های تألیف‌شده به زبان‌های ترکی یا عربی در قلمرو امپراتوری عثمانی؛ مورد دوم تا حدّ بسیار زیادی قطعی‌ست و شواهد مورد اتّکا در بارهٔ این ادّعا شباهت‌های سرفصل‌ها و چینش مطالب و اشتراک برخی اصطلاحات با بعضی از کتاب‌های درسی عثمانی است که سال‌ها قبل از پدید آمدن کتاب‌های مهندس‌الملک چاپ شده بوده‌اند.[۲] بعضی از اصطلاحات کتاب‌های وی، هیچ سابقهٔ حضوری در ریاضیات دورهٔ اسلامی نداشته‌اند، امّا در کتاب‌های عثمانی دیده می‌شوند. یکی از بارزترین آن‌ها، «هذلولی»[۳] است که ظاهراً در زبان فارسی نخستین بار توسّط مهندس‌الملک به کار رفته است. تنها متن هندسی غیر فارسی دربردارندهٔ این اصطلاح که در زمان انجام این پژوهش پیدا شد،[۴] یک رسالهٔ عربی‌ست که ترجمه‌اش از روی متون آلمانی و فرانسوی در دهم محرّم ۱۱۹۳ق (هشتم بهمن ۱۱۵۷ش) در بلگراد به پایان رسیده بوده است.[۵]

۱. ریشه‌های اروپایی کتب فارسی کرشیش در اثری جداگانه معرّفی خواهد شد.

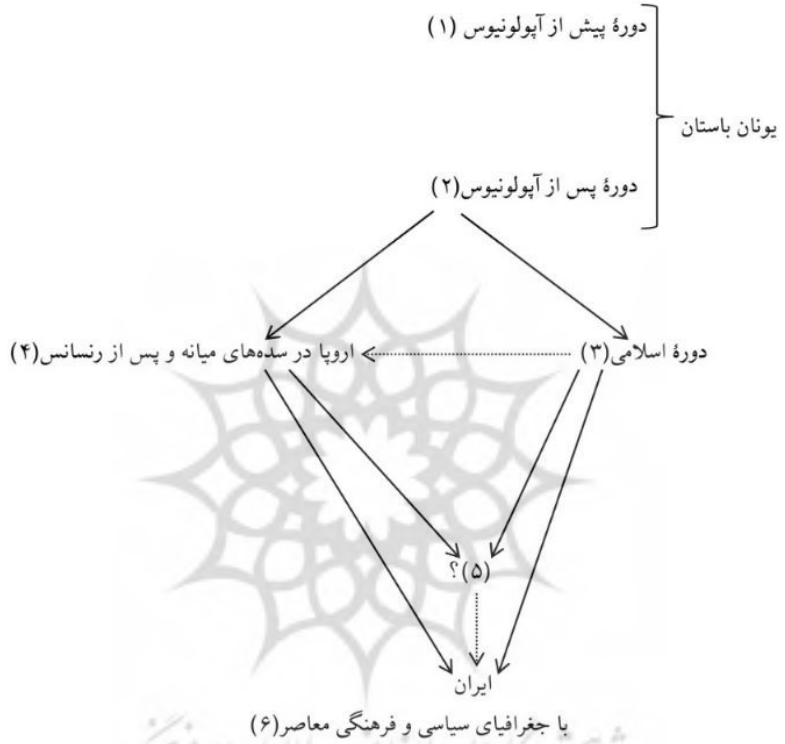
۲. کتاب‌هایی به زبان ترکی عثمانی، در بردارندهٔ مخروطات جدید، در مجموعهٔ چاپ سنگی-سربی کتابخانهٔ مجلس شورای اسلامی وجود دارد که پیش از تأسیس دارالفنون در قلمرو عثمانی چاپ شده بوده‌اند.

۳. به معنی «تپّهٔ کوچک»؛ امروزه، به غیر از ایران، در متون درسی کشورهای معدودی، این اصطلاح ریاضی جاری‌ست مثلاً در مراکش و لیبی.

۴. با سپاس‌گزاری ویژه از پروفسور مهدی عبد الجواد (استاد بازنشستهٔ دانشگاه تونس) که نگارنده را از وجود این دست‌نوشته آگاه کردند.

۵. شرح هدیة المهتدی لإیقاد السراج المنطفئ، نسخهٔ خطّی شمارهٔ ۸۲۹ کتابخانهٔ ملّی قطر (هشت نسخهٔ دیگر نیز از این کتاب موجود است).

اکنون به نظر می‌رسد در شناسایی مسیر راه‌یابی دانش مخروطات به کتاب‌های درسی ایران و تبلور نهایی آن در آثار مهندس‌الملک، بتوان یکی از منزلگاه‌ها (شمارهٔ ۵) را در نمودار پیشِ رو، منابع ترجمه شدهٔ اروپایی به عربی یا ترکی تدوین شده در حوزهٔ امپراتوری عثمانی پنداشت.



پرسش مهم دیگری که در این میان می‌تواند مطرح باشد آن است که آیا در فاصلهٔ پنجاه سالهٔ میان کتاب‌های کرشیش و مهندس‌الملک، این شاخه از ریاضیات در متون درسی ایرانیان مطرح نشده بوده است؟ آیا می‌توان به کشف حلقه‌ای مفقوده در این میان دل بست؟ دست‌کم در آثار یکی از ریاضی‌دانان نامی دورهٔ قاجار، یعنی عبدالغفار نجم‌الدوله (۱۲۵۹-۱۳۲۶ق) چیزی به چشم نمی‌خورد. اما عباراتی تا حدی امیدوار کننده در المآثر و الآثار در بارهٔ میرزا نظام‌الدین غفاری، مهندس‌الممالک (۱۲۶۰-۱۳۳۳ق) که از دانشجویان برجستهٔ اعزامی به فرانسه بود دیده می‌شود که راه را برای پژوهش بیشتر در این حوزه باز می‌گذارد.

> کتب هندسهٔ وسطی و علیای معتمد الخاقان میرزا نظام‌الدین کاشانی مهندس‌الممالک که از روی کتب معتبره صنادید اساتید ممالک اروپا به فارسی ترجمانی کرده است حقّا که زحمت فوق‌العاده کشیده و خدمت زاید الوصف نموده است. دریغا که این کتاب‌های هندسه تا کنون به طبع نرسیده (باب ۸، ص۱۲۸)؛ مهندس‌الممالک از برآمدگان عصر جدید و پروردگان این عهد جاوید است در لغت فرانسه مهارتی کامل حاصل کرده و در علم هندسه باعلی الدرجات رسیده و در فنون خویش آثار بس بزرگ گذاشته (باب ۱۰، ص۱۹۸).

علاوه بر اینها در دو مقالهٔ جداگانه در بارهٔ معرفی مهندس‌الممالک آمده است که:

> ...چند سالی به تألیف کتب علمیه مشغول شد. تألیفات او از این قرار است: دو مجلد در حساب تفاضلی و اصلی، دو جلد در علم قوی و حرکت وسطی و اعلی و یک مجلد در هندسهٔ اعلی (مدرسی چهاردهی، ص۱۰۸)
>
> مهندس‌الممالک برای بسیاری از اسم‌ها و اصطلاحات ریاضی و هیئت که پیش از تألیفات وی در زبان فارسی معادلی نداشته، اسامی و اصطلاحات و علامات عالمانه انتخاب کرده و به‌کار برده (یغمایی، ۱۳۴۶، ص۵۹)[1]

همچنین هر دو آورده‌اند که مهندس‌الممالک کمی بعد از سال ۱۲۸۸ق تا ۱۲۹۴ق در آذربایجان (تبریز) معلم مظفرالدین میرزای ولیعهد بوده است (مدرسی چهاردهی، ص۱۰۷؛ یغمایی، همان، ص۵۶).

نکتهٔ عجیب آن است که در فهارس ایران، کتابی علمی به نام وی به چشم نمی‌خورد و مشخص نیست که آیا واقعاً تألیفاتی از وی وجود داشته یا به شکل مطالب تدریس شده توسط شاگردان وی، احتمالاً در تبریز، منتشر شده بوده است؟ فقدان اطلاعات لازم در بارهٔ مؤسسات آموزشی در تبریز و به‌ویژه در دارالفنون این شهر باعث مبهم ماندن بعضی از نقاط تاریخ علم قرن نوزدهم ایران است. از آنجایی که تبریز یکی از درگاه‌های جدی ورود این آثار به ایران بوده است قطعاً پیش‌آهنگان بسیاری در منطقهٔ آذربایجان ظهور کرده بوده‌اند. در باب نقش مهندس‌الممالک در بنیان‌گذاری و توسعهٔ هندسهٔ تحلیلی در ایران، تنها دست‌آویز احتمالی ما، وجود نسخه‌ای دست‌نویس به زبان فرانسه است که در کتابخانهٔ ملی جمهوری اسلامی ایران

---

۱. این بخش‌ها در هر دو مقاله فاقد ارجاع بودند و فقط همان عبارات المآثر و الآثار دارای ارجاع هستند.

نگهداری می‌شود. این نسخه (شمارهٔ ۱۵۳۸) با نام حساب جامعه و فاضله فهرست شده است. در سه جای نسخه تاریخ و محل کتابت ۲۳ شعبان ۱۲۸۸ بدون نام تبریز و ۲۰ و ۲۲ ربیع‌الثانی ۱۲۹۰ تبریز آمده است. علاوه بر این در انتهای یکی از صفحات، عبارتی تقریباً شبیه note de nizam دیده می‌شود. این نسخهٔ خطی از روی کتب فرانسوی رونویسی شده است.

این اطلاعات پراکنده صرفاً فتح بابی برای آغاز گمانه‌زنی و پژوهش‌های جدی در بارهٔ تاریخ نخستین طلیعه‌های حساب دیفرانسیل و انتگرال در ریاضیات ایران می‌تواند باشد.

پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی
پرتال جامع علوم انسانی

منابع

آدمیّت، فریدون، امیرکبیر و ایران، انتشارات خوارزمی، تهران، چاپ نهم، ۱۳۸۵ش.
ابن ندیم، الفهرست، به‌کوشش رضا تجدّد، انتشارات اساطیر، تهران، ۱۳۸۱ش.
اصفهانیان، کریم، مجموعه اسناد و مدارک فرّخ خان امین الدوله (قسمت دوم، اسناد مربوط به سال ۱۲۷۴)، انتشارات دانشگاه تهران، تهران، ۱۳۴۷ش.
اعتماد السلطنه، المآثر و الآثار، چاپ سنگی، ۱۳۰۶ق.
ایوز، هاورد.و.، آشنایی با تاریخ ریاضیات، ترجمهٔ محمّدقاسم وحیدی اصل، ج ۲، مرکز نشر دانشگاهی، تهران، ۱۳۸۵ش.
بیرونی، ابوریحان، القانون المسعودی، ۳جلد، حیدرآباد دکن، ۱۳۷۵ق/۱۹۵۶م.
حقیقت (رفیع)، عبدالرفیع، «تاریخچهٔ تأسیس مدرسهٔ عالی دارالفنون و تأثیر آن در نهضت مشروطه»، مجلهٔ ماهنامهٔ گزارش، سال هفدهم، شماره‌های ۱۸۹-۱۹۰، مرداد و شهریور ۱۳۸۶ش.
خیراندیش، رسول و شایان، سیاوش، ریشه‌یابی نام و پرچم کشورها، انتشارات کویر، تهران، ۱۳۷۵ش.
قربانی، ابوالقاسم، زندگی‌نامهٔ ریاضی‌دانان دورهٔ اسلامی، مرکز نشر دانشگاهی، تهران، ۱۳۷۵ش.
کرامتی، یونس، «تحریر»، دائرةالمعارف بزرگ اسلامی، ج۱۴، تهران، ۱۳۸۵ش.
کرشیش، آگوست، علم هندسه (مساحت)، ترجمهٔ میرزا زکی مازندرانی، چاپ سنگی، تهران، ۱۲۷۴ق.
ـــــــ، علم توپخانه (تعلیمات توپخانهٔ اطریشی)، ترجمهٔ میرزا زکی مازندرانی، چاپ سنگی، تهران، ۱۲۷۴ق.
ـــــــ، فیزیک نمساوی، ترجمهٔ میرزا زکی مازندرانی، به تصحیح هوشنگ شریف‌زاده، مهرناز طلوع شمس، آرمه زرسازی، مرکز نشر دانشگاهی، تهران، ۱۳۸۲ش.
کریمیان، زینب، بررسی بحث مجانب‌های هذلولی در آثار ریاضی دانشمندان دورهٔ اسلامی به همراه ترجمه و تحقیق رسالهٔ فی کیفیة تصور الخطین اللذین یقربان ولا یلتقیان از ابوسعید سجزی، پایان‌نامه برای دریافت درجهٔ کارشناسی ارشد در رشتهٔ تاریخ علم، دانشگاه تهران، ۱۳۹۱ش.
محبوبی اردکانی، حسین، «سواد قرارداد کرزیز اطریشی»، مجلهٔ یغما، سال بیست و یکم، شمارهٔ ۵ (شمارهٔ مسلسل ۲۳۹)، مرداد ۱۳۴۷ش.
مدرسی چهاردهی، مرتضی، «بزرگ‌ترین دانشمند عصر ناصری - میرزا نظام‌الدین غفاری - مهندس‌الممالک، ارمغان، دورهٔ ۲۶، شمارهٔ ۳، خرداد ۱۳۳۶ش.

مشار، خانبابا، مؤلّفین کتب چاپی فارسی و عربی از آغاز چاپ تا کنون، ج سوم، تهران، ۱۳۴۱ش.
معتمدی، اسفندیار، «کتاب‌های درسی در ایران از تأسیس دارالفنون تا انقلاب اسلامی ۱۲۳۰-۱۳۵۷»، فصلنامهٔ تاریخ معاصر ایران، سال هفتم، شمارهٔ ۲۷، پاییز ۱۳۸۲ش.
معصومی همدانی، حسین، «تثلیث زاویه»، دائرةالمعارف بزرگ اسلامی، ج۱۴، تهران، ۱۳۸۵ش.
ـــــــ، «تضعیف مکعب»، دائرةالمعارف بزرگ اسلامی، ج۱۵، تهران، ۱۳۸۷ش.
ـــــــ، «حسام‌الدین سالار و جامع قوانین علم الهیئة او»، مجلّهٔ تاریخ علم، دانشگاه تهران، شمارهٔ ۹، ۱۳۸۹ش.
ـــــــ، «رساله‌ای در اثبات هیئت جدید»، معارف، شمارهٔ دوم، تهران، ۱۳۶۳ش، صص ۱۱۷-۱۸۵.
مهندس‌الملک، میرزا رضا خان، اصول علم هندسه (دوره دویم)، تهران، چاپ دوم، ۱۳۲۹ق.
ـــــــ، هندسه (دوره دوم) مخروطات، تهران، چاپ اوّل، ۱۳۴۵ق.
ـــــــ، هندسهٔ متوسطه (متمّم هندسه و مخروطات)، تهران، چاپ دوم، ۱۳۰۹ش (۱۳۱۳ش).
وان در واردن، ب. ل.، تاریخ جبر، از خوارزمی تا امی نوتر، ترجمهٔ محمد قاسم وحیدی اصل و علیرضا جمالی، انتشارات مبتکران، تهران، ۱۳۷۶ش.
یغمایی، اقبال، «مدرسهٔ شرف»، آموزش و پرورش (تعلیم و تربیت)، شمارهٔ ۱۳۵، فروردین ۱۳۵۵ش.
ـــــــ، «میرزا نظام‌الدین مهندس‌الممالک وزیر علوم»، آموزش و پرورش، دورهٔ ۳۷، شماره‌های ۷ و ۸، آذر و دی ۱۳۴۶ش.
Dijksterhuis, E.J., *Archimedes*, translated by C.Dikshoorn, Princeton, New Jersey, 1987.
Egger, *Österreichisches Biographisches Lexikon*, vol.IV, 1968.
Heath, Thomas, *a History of Greek Mathematics*, vol. II, Oxford at the Clarendon Press, 1921.
O'Leary, Michael, *Revolutions of geometry*, John Wiley & Sons, Inc, New Jersey (simultaneously in Canada), 2010.
Rashed, Roshdi, *Geometry and Dioptrics in Classical Islam*, Al-Furqān Islamic Heritage Foundation, London, 2005.
Slaby, Helmut, *Bindenschild und Sonnenlöwe die Geschichte der österreichisch-iranischen Beziehungen bis zur Gegenwart*, Graz/Austria, 1982.
Storey, C. A., *Persian Literature a Bibliographical Survey*, vol. II, part 1, London, 1972.