

**A Comparative Comparison of Murabahah and Salam Contracts through  
the Effect on the Utility of the Parties to the Contract  
(Applied to the Genetic Algorithm)**

**Rafi Hasani Moghadam\***

Received: 24/07/2017

**Hassan Dana Mazrae\*\***

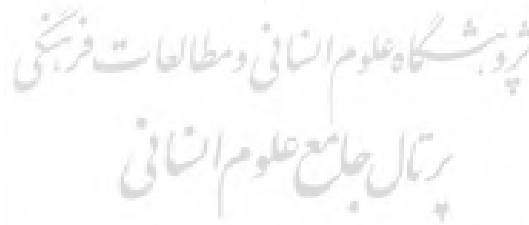
Accepted: 04/03/2018

**Abstract**

The purpose of this paper is to compare the two types of Islamic finance instruments (Murabahah and Salam contracts) by influencing the contracting parties' utility. In other words, in this paper, the behavior of the economic agent in the form of the consumer of intermediate goods and the producer of intermediate goods in a two-period economy for the contracts of Murabahah and Salam is examined and optimized, and then using the genetic algorithm, The model has a numerical solution and it is determined: the total expected utility of the producer and consumer of the intermediary commodity in the financing of Murabahah method is more than the sum of the expected utility of the producer and consumer of the intermediary commodity in the financing by the inductor. In economic terms, Murabahah's contract is related to the Salam Pareto Optimal. In other words, given the degree of risk aversion, the utility of the intermediate goods producer and consumer in the Murabahah contract is more than the Salam. In this article, the necessary conditions for maximizing the utility of the parties to the contract are also extracted in the contracts of the Salam and Murabahah.

**Keywords**

Genetic Algorithm, Optimization, Salam, Murabahah, Expected Utility.  
JEL Classification: A20, C70, G85.



---

\* Assistant Professor of Economics, Faculty of Humanities, Damghan University, Damghan, Iran  
(Correspondence Author). hmoghadam@du.ac.ir

\*\* Lecture in Computer Science, Faculty of Computer Science & Mathematics, Damghan University,  
Damghan, Iran. dana@du.ac.ir

## مقایسه تطبیقی عقود مرابحه و سلف از طریق اثرگذاری بر مطلوبیت طرفین قرارداد (کاربرد از الگوریتم ژنتیک)

رفیع حسنی مقدم\*

حسن دانا مزرعه\*\*

تاریخ دریافت: ۱۳۹۶/۰۵/۰۲ تاریخ پذیرش: ۱۳۹۶/۱۲/۱۳

مقاله برای اصلاح به مدت ۱۲ روز نزد نویسنده (گان) بوده است.

### چکیده

هدف از این مقاله مقایسه تطبیقی دو نوع از ابزارهای مالی اسلامی (عقود مرابحه و سلف) از طریق تأثیرگذاری بر مطلوبیت طرفین قرارداد است. به بیان دیگر در این مقاله رفتار کارگزار<sup>۱</sup> اقتصادی در قالب مصرف‌کننده کالای واسطه‌ای و تولیدکننده کالای واسطه‌ای در یک اقتصاد دو دوره‌ای برای قراردادهای مرابحه و سلف مورد بررسی و بهینه‌سازی قرار می‌گیرد و پس از آن با استفاده از الگوریتم ژنتیک، مدل مذکور عددی حل و مشخص می‌شود. مجموع مطلوبیت انتظاری تولیدکننده و مصرف‌کننده از کالای واسطه‌ای در تأمین مالی به روش مرابحه بیشتر از مجموع مطلوبیت انتظاری تولیدکننده و مصرف‌کننده از کالای واسطه‌ای در تأمین مالی به روش سلف است. به بیان اقتصادی قرارداد مرابحه نسبت به قرارداد سلف بهینه‌تر<sup>۲</sup> است. به عبارت دیگر در یک مقدار مشخص ضریب ریسک‌گریزی، مطلوبیت تولیدکننده و مصرف‌کننده کالای واسطه‌ای در قرارداد مرابحه بیشتر از قرارداد سلف می‌باشد. در این مقاله شروط لازم برای حداکثرسازی مطلوبیت طرفین قرارداد در عقود سلف و مرابحه نیز استخراج شده است.

### واژگان کلیدی

الگوریتم ژنتیک، بهینه‌سازی، سلف، مرابحه، مطلوبیت انتظاری.  
طبقه‌بندی JEL: A20, C70, G85

\* استادیار اقتصاد دانشکده علوم انسانی دانشگاه دامغان، دامغان، ایران (نویسنده مسئول)

hmoghadam@du.ac.ir

dana@du.ac.ir

\*\* مربی علوم کامپیوتر دانشکده ریاضی و علوم کامپیوتر دانشگاه دامغان، دامغان، ایران

## مقدمه

امروزه استفاده از شیوه‌های مختلف تأمین مالی اسلامی در جهان رو به تزاید است. این شیوه‌ها از تنوع زیادی برخوردار است که متناسب با تنوع نیاز طرفین مبادله انجام می‌پذیرد. در ایران نیز روش‌های مختلف تأمین مالی اسلامی از طرق مختلف به‌خصوص انتشار صکوک جریان دارد. روش‌های تأمین مالی اسلامی از نوع انتفاعی را می‌توان به دو دسته کلی مبادله‌ای و مشارکتی تقسیم نمود. این روش‌های تأمین مالی متناسب با نوع کارکردی که دارند در موقعیت‌های متنوع استفاده می‌شوند. اکنون سؤالی که مطرح می‌شود این است که استفاده از این عقود در قالب‌های مختلف مالی تا چه اندازه براساس ترجیحات طرفین قرارداد مالی اسلامی (تأمین مالی اسلامی) است؟ به تعبیر دیگر، عقود مالی اسلامی چگونه بر مطلوبیت طرفین مبادله مالی اثر می‌گذارد؟ به‌عنوان مثال در عقود مبادله‌ای، هریک از روش‌های تأمین مالی چه تأثیری بر مطلوبیت طرفین مبادله دارد؟ برهمن اساس هدف از این مقاله مقایسه تطبیقی عقود مرابحه و سلف از طریق اثرگذاری این عقود بر مطلوبیت طرفین مبادله از طریق الگوریتم ژنتیک است. بر همین اساس این مقاله در پی پاسخ به سؤالات ذیل است:

۱. شرط ماکزیم‌سازی مطلوبیت تولیدکننده و مصرف‌کننده کالایی که طبق قرارداد سلف به مبادله و تأمین مالی می‌پردازند، چیست؟ (استخراج شرایط لازم).
۲. شرط ماکزیم‌سازی مطلوبیت تولیدکننده و مصرف‌کننده کالایی که طبق قرارداد مرابحه به مبادله و تأمین مالی می‌پردازند، چیست؟ (استخراج شرایط لازم).
۳. چگونه می‌توان تغییر مطلوبیت تولیدکننده و مصرف‌کننده کالا در قالب عقود مرابحه و سلف را حل عددی نمود؟
۴. کدام یک از عقود مرابحه و سلف، مطلوبیت مصرف‌کننده و تولیدکننده کالا را بیشتر افزایش می‌دهد؟ (از طریق الگوریتم ژنتیک).

از این‌رو در این مقاله پس از مروری بر مطالعات پیشین، به بررسی اجمالی قراردادهای مرابحه و سلف پرداخته می‌شود. پس از این قسمت، ارائه مدل‌سازی مقاله صورت می‌پذیرد. در این قسمت شروط لازم جهت ماکزیم‌سازی مطلوبیت تولیدکننده و مصرف‌کننده کالا به‌طور مستقل برای هریک از قراردادهای مرابحه و سلف در یک

اقتصاد دو دوره‌ای از طریق برنامه‌ریزی پویا<sup>۳</sup> استخراج می‌شود. پس از آن به بررسی الگوریتم ژنتیک و مزایای استفاده آن در حل مدل‌های بهینه‌سازی پرداخته خواهد شد. قسمت بعد اختصاص به حل عددی مدل و تفسیر نتایج آن دارد. در قسمت آخر نیز نتیجه‌گیری ارائه شده است. این مقاله براساس هدف، از نوع بنیادی<sup>۴</sup>، و از نظر ماهیت، توصیفی است. بنابراین در این مقاله از دو روش مطالعه کتابخانه‌ای در گردآوری اطلاعات و از روش توصیفی در طراحی مدل استفاده شده است.

#### ۱. فرضیه تحقیق

این تحقیق دارای یک فرضیه اصلی بدین شرح می‌باشد که مجموع مطلوبیت انتظاری تولیدکننده و مصرف‌کننده از کالای واسطه‌ای در تأمین مالی به روش مرابحه بیشتر از مجموع مطلوبیت انتظاری تولیدکننده و مصرف‌کننده از کالای واسطه‌ای در تأمین مالی به روش سلف است.

#### ۲. پیشینه تحقیق

عمده مطالعاتی که تاکنون در مورد مقایسه تطبیقی شیوه‌های متنوع تأمین مالی اسلامی صورت پذیرفته بر مبنای ریسک این شیوه‌ها بوده و تا کنون تحقیقی در مورد مقایسه تطبیقی این عقود در قالب اثرگذاری بر مطلوبیت طرفین انجام نشده است. مهم‌ترین تحقیقاتی که در مورد مقایسه تطبیقی عقود مالی اسلامی (با تأکید بر صکوک) از منظر ریسک صورت گرفته عبارتند از:

نظریور و دیگران (۱۳۹۳) در مقاله‌ای با عنوان «اولویت‌بندی ریسک صکوک مرابحه از طریق نظرسنجی توسط خبرگان مالی و مقایسه آن با دیگر ابزارهای بازار سرمایه» به رتبه‌بندی ریسک‌های صکوک مرابحه و مقایسه آن ابزارهای با بازدهی انتفاعی پرداخته‌اند. آنچه که از این تحقیق به دست آمده این است که ریسک تورم در بین تمامی ریسک‌های بازار اولیه و ثانویه اهمیت بیشتری دارد و ریسک‌های سیاسی، نرخ بازده، بازار، نوسانات نرخ ارز و... در جایگاه بعدی این ریسک قرار دارد و به عبارتی ریسک‌های بازار ثانویه از اهمیت بیشتری نسبت به ریسک‌های بازار اولیه برخوردار است.

خزائی (۱۳۹۰) در پایان‌نامه کارشناسی‌ارشد با عنوان «بررسی درجه ریسک اوراق مشارکت ارزی در بازارهای ثانویه در مقایسه با اوراق قرضه بین‌المللی» به بررسی و مقایسه دو نوع اوراق با بازدهی ثابت و بازدهی انتظاری پرداخته است. وی در تحقیق خود به این نتایج دست یافت که ریسک‌های تورم، سیاسی و شریعت ریسک‌هایی هستند که به ترتیب بیشترین تأثیر را بر انتخاب سرمایه‌گذاران برای خرید اوراق مورد مطالعه دارند. وی همچنین براساس روش تحلیل سلسله مراتبی<sup>۵</sup> به این نتیجه رسید که اوراق مشارکت ارزی به نسبت اوراق قرضه بین‌المللی دارای ریسک بیشتری است.

شیرمردی (۱۳۹۰) نیز در پایان‌نامه کارشناسی‌ارشد با موضوع «شناسایی و اولویت‌بندی ریسک اوراق مضاربه»، به رتبه‌بندی اوراق مضاربه پرداخته است. نتایجی که در مورد داده‌ها به دست آورده حاکی از آن است که فعالان بازار مالی ضریب اهمیت ۵۰ تا ۹۰ درصدی را به ریسک‌های این ورقه داده‌اند، که ریسک نوسان قیمت کالا و ریسک تورم و همچنین ریسک تعهدات مضاربه به ترتیب بیشترین اهمیت را در بین ریسک‌ها داراست.

رحیمی نجف‌آبادی (۱۳۸۹) در پایان‌نامه کارشناسی‌ارشد با عنوان «شناسایی و طبقه‌بندی ریسک‌های مربوط به اوراق بهادار اجاره (صکوک اجاره)» به اولویت‌بندی ریسک‌های اوراق بهادار اجاره به اولویت‌بندی ریسک‌های اوراق بهادار اجاره با استفاده از روش تحقیق دلفی پرداخته است.

### ۳. عقود مرابحه و سلف

در این قسمت به طور مختصر به معرفی عقود مرابحه و سلف پرداخته می‌شود.

#### ۳-۱. قرارداد مرابحه

عقد مرابحه یکی از اقسام بیع است و به‌عنوان عقود با بازدهی ثابت در بازارهای مالی شناخته شده است. در بیع مرابحه فروشنده، هزینه تمام شده تحصیل دارایی (کالا) اعم از قیمت خرید، هزینه‌های حمل و نقل و نگهداری و سایر هزینه‌های مربوط را به اطلاع مشتری می‌رساند و سپس تقاضای مبلغ یا درصدی به‌عنوان سود می‌کند (نظرپور و دیگران، ۱۳۹۳، ص. ۱۶۱). به دیگر بیان یکی از انواع قرارداد بیع، بیع مرابحه است که از

زمان‌های قدیم بین مردم رایج بوده و مقصود از آن بیعی است که فروشنده قیمت تمام شده کالا شامل قیمت خرید، هزینه‌های حمل و نقل و نگهداری و هزینه‌های دیگر مرتبط را به اطلاع مشتری می‌رساند، سپس تقاضای مبلغ یا درصدی اضافی به عنوان سود می‌کند. به‌طور مثال، اعلان می‌کند این کالا را هزار تومان خریده و حاضر است هزار و صد تومان یا با ده درصد سود به مشتری بفروشد (موسویان، ۱۳۹۰، ص. ۳۴).

### ۳-۱-۱. تفاوت مرابحه و فروش اقساطی

تا سال ۱۳۸۹ تنها نوع خاصی از قرارداد مرابحه در قالب فروش اقساطی در قانون عملیات بانکی بدون ربا برای ایران وجود داشت. در این سال و با تصویب قانون برنامه پنجم توسعه، قراردادهای مرابحه، خرید دین و استصناع به فصل سوم قانون عملیات بانکی بدون ربا اضافه شد. پیرو آن هیأت وزیران با پیشنهاد بانک مرکزی و به استناد ماده ۹۸ قانون برنامه پنج ساله پنجم توسعه مصوب ۱۳۸۹، آیین‌نامه قرارداد مرابحه را ابلاغ کرد. اگر چه در بانک‌های کشور از فروش اقساطی به‌عنوان یکی از ابزارهای طراحی شده بر مبنای بیع نسبه، استفاده می‌شود، ولی مرابحه از لحاظ موضوع، دامنه کاربرد و نیز تنوع در شیوه‌های پرداخت، جامع‌تر و کامل‌تر از فروش اقساطی است و می‌تواند جایگزین مناسبی برای آن باشد. برخی از مهم‌ترین تفاوت‌های این دو ابزار به شرح ذیل است (موسویان، ۱۳۹۰، ص. ۳۵):

۱. فروش اقساطی به‌لحاظ کاربرد موضوعی فقط برای کالاهای محدود و معینی قابل استفاده است.<sup>۶</sup> در حالی که مرابحه منحصر به کالای خاصی نیست و می‌توان از آن برای تمامی کالاهای مصرفی و با دوام مورد نیاز خانوارها، مواد اولیه، کالاهای واسطه‌ای و سرمایه‌ای مؤسسات تولیدی، صنعتی و بازرگانی استفاده نمود.
۲. مرابحه علاوه بر پوشش گسترده کالاها برای خرید خدمات مورد نیاز خانوارها، مؤسسات تولیدی، صنعتی و حتی بازرگانی نیز قابل استفاده است، در حالی که در فروش اقساطی چنین امکانی وجود ندارد.

۳. به لحاظ شیوه پرداخت، فروش اقساطی عموماً شیوه پرداخت اقساطی تدریجی را مورد توجه قرار داده است، در حالی که مرابحه شیوه‌های دیگر پرداخت در عقد بیع شامل بیع نقدی، بیع نسبه دفعی و بیع نسبه اقساطی را در بر می‌گیرد.
۴. از قابلیت‌های دیگر مرابحه می‌توان به امکان طراحی و انتشار اوراق مرابحه (صکوک مرابحه) براساس آن اشاره نمود.

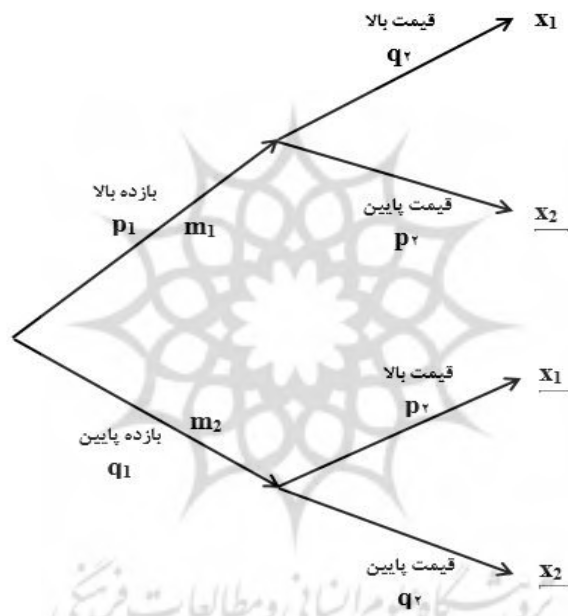
#### ۳-۱-۲. قرارداد سلف

قرارداد سلف قراردادی است که براساس آن عرضه‌کننده، مقدار معینی از دارایی پایه را براساس مشخصات قرارداد سلف در ازای بهای نقد می‌فروشد تا در دوره تحویل به خریدار تسلیم کند. بنابراین پرداخت وجه نقد، نقداً (آنی) انجام می‌شود، اما تحویل کالا برای مدت معینی به تعویق می‌افتد. سلف را بیع در ذمه، بیع سلم، پیش‌فروش و پیش‌خرید نیز می‌گویند؛ اما از آنجا که بنا بر فتوای مشهور فقیهان شیعه و سنی، فروش مبیع قبل از سررسید جایز نیست، در بازارهای اسلامی معاملات سلف در دو دسته ساده یا موازی انجام می‌شود که در معاملات ساده، تا زمان تحویل کالا، امکان فروش گواهی از سوی آنها وجود ندارد و خریداران نمی‌توانند در بازارهای ثانویه حضور یابند. اما شرکت‌کنندگان در معاملات سلف موازی، با شرایطی مجازند گواهی خریداری شده را حتی قبل از تحویل کالا در بازار ثانویه بفروشند، زیرا در معاملات سلف موازی، سلف دوم به‌طور کامل از سلف اول جداست و خریدار قرارداد اول با قطع نظر از قرارداد نخست، اقدام به فروش سلف می‌کند، هرچند که نوع کالا و مقدار آن مثل مبیع سلف اول باشد و اعطای حواله کالا و مقدار آن مثل مبیع سلف اول باشد و اعطای حواله کالا از باب حواله به شخص ثالث است. در این صورت برای نشان دادن استقلال معاملات از یکدیگر می‌توان در زمان واگذاری برگه حواله، در پشت آن به استقلال معامله فروشنده تصریح کرد (شیرمردی، ۱۳۹۰، ص. ۱۴۵).

#### ۴. ارائه مدل

در این قسمت به ارائه مدل می‌پردازیم. برای ساده‌تر شدن مدل فرض می‌کنیم دو زمان جاری و آینده به صورت  $t_0$  و  $t_1$  وجود دارد. همچنین فرض می‌کنیم ساختار و تکنولوژی

تولید به دو صورت است. ساختار اول برای تولید کالای واسطه‌ای و ساختار دوم برای تولید کالای نهایی که از کالای واسطه به‌عنوان داده (عامل تولید) استفاده می‌کند. در این مدل دو کارگزار اقتصادی وجود دارد. به این صورت که یک کارگزار، کالا تولید می‌کند و کارگزار دیگر کالا را برای ایجاد کالای نهایی استفاده می‌نماید. ریسک‌هایی که این دو کارگزار با آن مواجه‌اند عبارتند از بازدهی تولید ( $\tilde{m}$ ) و قیمت کالای نهایی ( $\tilde{x}$ ) که در نمودار (۱) نشان داده شده است.



نمودار (۱): رابطه بین قیمت و مقدار

منبع: یافته‌های تحقیق

در نمودار (۱)  $p_1, p_2, q_1, q_2$  نشان‌دهنده میزان احتمال متناسب با هر وضعیت است. همچنان که بیان شد فرض می‌کنیم دو نوع کارگزار اقتصادی وجود دارد. یک کارگزار تولیدکننده کالا و دیگری مصرف‌کننده آن می‌باشد. فرض می‌کنیم تولیدکننده برای تولید کالا نیاز به سرمایه دارد که می‌تواند از طریق دو عقد مالی اسلامی یعنی مرابحه یا سلف آن را تأمین کند. مصرف‌کننده نیز این سرمایه را از طریق یکی از این عقود در اختیار



تولیدکننده قرار می‌دهد. هدف دو کارگزار (مصرف‌کننده و تولیدکننده)، ماکزیم‌سازی تابع مطلوبیت انتظاری ناشی از مصرف است. اکنون به صورت مجزا، بهینه‌سازی رفتار دو کارگزار (مصرف‌کننده و تولیدکننده کالا)، متناسب با هریک از شیوه‌های تأمین مالی یعنی مباحه یا سلف مورد بررسی قرار می‌گیرد.

#### ۴-۱. تأمین مالی از طریق قرارداد سلف

در این حالت فرض می‌کنیم مصرف‌کننده کالا، وجوه را از طریق قرار داد سلف در اختیار تولیدکننده قرار می‌دهد. بنابراین بررسی رفتار تولیدکننده و مصرف‌کننده به صورت جداگانه بررسی می‌شود.

#### ۴-۱-۱. بررسی رفتار تولیدکننده کالا در حالت قرارداد سلف

هدف تولیدکننده ماکزیم‌سازی مطلوبیت انتظاری ناشی از مصرف کالا و خدمات با توجه به قید آن است.

$$\text{Max} : E_0 \{U(c_0) + \beta U(c_1)\} \quad (1) \quad \text{رابطه (۱):}$$

قید بودجه تولیدکننده در زمان‌های اکنون و آتی به صورت زیر است:

$$c_0 = w_0 + sf_s \quad (2) \quad \text{رابطه (۲):}$$

$$\tilde{c}_1 = w_1 + \tilde{x}(\tilde{m} - s) \quad (3) \quad \text{رابطه (۳):}$$

در روابط بالا  $E_0\{.\}$  نشان‌دهنده انتظارات در زمان  $t_0$  است. همچنین  $U(.)$  تابع مطلوبیت مشتق‌پذیر و شبه مقعر و  $c_0$  مقدار مصرف تولیدکننده در زمان جاری،  $c_1$  مقدار مصرف تولیدکننده در زمان آتی،  $w_0$  مقدار ثروت اولیه،  $w_1$  مقدار ثروت اولیه در زمان  $t_1$  است. همچنین  $\beta$  نشان‌دهنده فاکتور تنزیل،  $\tilde{m}$  نشان‌دهنده بازده تولید است که به صورت تصادفی تعیین می‌شود.  $l$  مقدار کالای فروش رفته از طریق قرارداد سلف و  $f_s$  قیمت کالا طبق قرارداد سلف می‌باشد. رابطه (۲) قید بودجه تولیدکننده در زمان  $t_0$  را نشان می‌دهد. در این رابطه مشخص است بودجه تولیدکننده در زمان  $t_0$  عبارت است از ثروت اولیه به اضافه درآمدی که از طریق فروش کالا از طریق قرارداد سلف

به دست می‌آورد ( $sf_s$ ) که این مقدار باید با مصرف تولیدکننده در زمان صفر نیز برابر باشد. رابطه (۳) نیز قید بودجه تولیدکننده در زمان یک را نشان می‌دهد. در این رابطه نیز مشخص است که بودجه فرد عبارت است از ثروت اولیه فرد در زمان یک به اضافه درآمدی که از مقدار کالای باقیمانده ( $\tilde{m}-s$ ) در قیمت کالا ( $\tilde{x}$ ) در زمان یک به دست می‌آید که مجموع این دو متغیر باید با مصرف در زمان یک برابر باشد. اگر رابطه لاگرانژ<sup>۹</sup> را برای روابط بالا تشکیل دهیم خواهیم داشت:

رابطه (۴):

$$L = E_0 \{ [U(c_0) + \beta U(\tilde{c}_1)] + \lambda_0 [w_0 + sf_s - c_0] + \lambda_1 \beta [w_1 + \tilde{x}(\tilde{m}-s) - \tilde{c}_1] \} \quad (4)$$

با حل رابطه شماره (۴) و استخراج شرایط مرتبه اول<sup>۹</sup> به رابطه ذیل می‌رسیم:

$$f_s = \beta E_0 \left\{ \frac{U'(\tilde{c}_1)}{U'(c_0)} \right\} [\tilde{x}] \quad (5) \quad \text{رابطه (۵):}$$

از رابطه (۵) می‌توان قیمت بهینه قرارداد سلف یعنی قیمتی که مطلوبیت تولیدکننده را ماکزیمم می‌کند به دست آورد. شرایط مرتبه دوم (شرایط کافی) معادله (۵) نیز برقرار است، زیرا در صورتی که تابع هدف شبه مقعر بوده و قیود خطی باشد شرایط مرتبه دوم نیز برقرار است (برای جزئیات بیشتر ن.ک: Chiang, 1984).

#### ۴-۱-۲. بررسی رفتار مصرف‌کننده کالا در حالت قرارداد سلف

در این حالت نیز مانند مورد قبل، هدف مصرف‌کننده ماکزیمم‌سازی مطلوبیت انتظاری با توجه به قید بودجه آن خواهد بود:

$$\text{Max} : E_0 \{ V(c'_0) + \beta V(\tilde{c}'_1) \} \quad (6) \quad \text{رابطه (۶):}$$

$$c'_0 = w'_0 - s'f_s \quad (7) \quad \text{رابطه (۷):}$$

$$\tilde{c}'_1 = w'_1 + (\tilde{m}-s')(d-\tilde{x}) + s'd \quad (8) \quad \text{رابطه (۸):}$$

در روابط بالا،  $V(\cdot)$  نشان‌دهنده تابع مطلوبیت مصرف‌کننده کالا است که این تابع مطلوبیت مشتق‌پذیر و شبه مقعر است. همچنین متغیر  $d$  نشان‌دهنده قیمت کالای نهایی

است که مصرف‌کننده کالای واسطه آن را تولید می‌کند. بقیه متغیرها نیز تعریفی مشابه با متغیرهای مربوط به مدل تولیدکننده دارد.

از طرف دیگر قید بودجه در زمان صفر (رابطه ۷) نشان می‌دهد که مصرف در زمان صفر می‌بایست با ثروت اولیه منهای مخارجی که تولیدکننده کالای نهایی (خریدار کالای واسطه) بابت خرید کالای واسطه به صورت سلف  $(s'f_s)$  پرداخت می‌کند، برابر باشد. همچنین قید بودجه در زمان یک نشان می‌دهد مصرف در زمان یک می‌بایست با ثروت اولیه در زمان یک به اضافه باقیمانده کالا  $(\tilde{m}-s')$  در حاشیه سود  $(d-\tilde{x})$  که این حاشیه سود نیز به صورت تصادفی می‌باشد، برابر باشد. همچنین این مقادیر با مقدار سلف در قیمت کالای نهایی یعنی  $(s'd)$  نیز جمع می‌شود.

اکنون اگر لاگرانژ را برای روابط بالا تشکیل می‌دهیم:

رابطه (۹):

$$L' = E_0 \{ [V(c'_0) + \beta'V(\tilde{c}'_1)] + \lambda_0 [w'_0 - s'f_s - c'_0] + \lambda_1 \beta' [w'_1 + (\tilde{m}-s')(d-\tilde{x}) + s'd - \tilde{c}'_1] \} \quad (9)$$

با حل رابطه (۹) و استخراج شرایط مرتبه اول به رابطه ذیل می‌رسیم:

$$f_s = \beta' E_0 \left\{ \left[ \frac{V'(\tilde{c}'_1)}{V'(c'_0)} \right] [\tilde{x}] \right\} \quad (10) \quad \text{رابطه (۱۰):}$$

رابطه (۱۰) شرط لازم برای ماکزیم‌سازی تابع مطلوبیت مصرف‌کننده کالای واسطه را نشان می‌دهد. با توجه به اینکه تابع هدف شبه مقعر و قید خطی است، بنابراین شرط کافی نیز برقرار است.

#### ۲-۴. تأمین مالی از طریق قرارداد مراهجه

با توجه به اینکه تولیدکننده کالای واسطه‌ای برای تولید این کالا نیاز به تجهیزات و ملزومات دارد. لذا در قالب قرارداد مراهجه و به صورت نسبه این ملزومات را از مصرف‌کننده کالای واسطه‌ای می‌خرد. فرض می‌کنیم مصرف‌کننده کالای واسطه‌ای، وکالت خرید ملزومات از طرف خودش را در اختیار تولیدکننده کالای واسطه‌ای قرار می‌دهد. به دیگر بیان فرض می‌شود تخصیص وجه نقد از سوی مصرف‌کننده کالا به تولیدکننده کالای واسطه‌ای به منزله اعطای وکالت مصرف‌کننده کالا به تولیدکننده کالا

جهت خرید ملزومات و تجهیزات است. البته این وکالت زمانی انجام می‌پذیرد که تولیدکننده کالای سرمایه‌ای، فاکتور خرید تجهیزات و ملزومات را به مصرف‌کننده کالا تحویل دهد. فرض می‌کنیم مقدار این وجه برابر  $Q$  می‌باشد. فرض می‌شود سررسید قرارداد مرابحه در دوره  $t_1$  بوده و تولیدکننده کالای سرمایه‌ای (دریافت‌کننده وجوه) می‌بایست در این زمان مبلغ دریافتی به اضافه سود آن  $Q(1+r)$  را به مصرف‌کننده کالا پرداخت کند. از دیگر سو فرض می‌شود تولیدکننده کالای واسطه‌ای، طبق یک قرارداد آتی<sup>۱</sup> متعهد می‌شود در دوره  $t_1$  کالای واسطه‌ای را به قیمت  $f_c$  در اختیار مصرف‌کننده کالای واسطه‌ای قرار دهد. مدلسازی این قرار داد به صورت ذیل خواهد بود.

#### ۴-۲-۱. بررسی رفتار تولیدکننده کالا در حالت قرارداد مرابحه

در این قسمت نیز مانند موارد قبل، هدف تولیدکننده کالای واسطه‌ای حداکثر کردن مطلوبیت ناشی از مصرف با توجه به قید است.

$$\text{Max: } E_0\{U(c_0) + \beta U(\tilde{c}_1)\} \quad (12) \quad \text{رابطه (۱۱)}$$

$$c_0 = w_0 + Q \quad (13) \quad \text{رابطه (۱۲)}$$

$$\tilde{c}_1 = w_1 + \tilde{x}(\tilde{m} - s) + sf_c - Q(1+r) \quad (14) \quad \text{رابطه (۱۳)}$$

در معادلات فوق  $f_c$ ، نشان‌دهنده قیمت کالای واسطه‌ای در قرارداد آتی است. به عبارت دیگر  $f_c$  قیمت کالای واسطه‌ای است که تولیدکننده این کالا در زمان  $t_1$  طبق قرارداد آتی به مصرف‌کننده کالای واسطه‌ای می‌فروشد. همچنین  $Q$  ارزش (قیمت) ملزومات و تجهیزاتی است که طبق قرارداد مرابحه، تولیدکننده کالای واسطه‌ای آن را می‌خرد. همچنین  $r$  نرخ سود قرارداد مرابحه می‌باشد. بقیه متغیرها نیز همان مفاهیم قبلی را دارند.

با توجه به معادلات بالا می‌توان گفت مقدار مصرف برای تولیدکننده کالای واسطه‌ای در زمان صفر می‌بایست با مقدار سرمایه اولیه در زمان صفر به اضافه ارزش ملزومات و تجهیزاتی که طبق قرارداد مرابحه می‌خرد، برابر باشد. همچنین مصرف در زمان یک نیز باید با سرمایه اولیه در زمان یک به اضافه درآمدی که از فروش کالای واسطه‌ای طبق

قرارداد آتی به دست می‌آید  $(sf_c)$  به اضافه باقیمانده کالای واسطه‌ای  $(\tilde{m}-s)$  در قیمت کالا در دوره یک  $(\tilde{x})$  منهای بازپرداخت مراحه در دوره یک  $Q(1+r)$  برابر باشد. اکنون تابع لاگرانژ را تشکیل می‌دهیم:

$$L = E_0\{[U(c_0) + \beta U(\tilde{c}_1)] + \lambda_0[w_0 + Q - c_0] + \lambda_1\beta[w_1 + \tilde{x}(\tilde{m}-s) + sf_c - Q(1+r) - \tilde{c}_1]\} \quad (15)$$

پس از استخراج شرایط مرتبه اول خواهیم داشت:

$$\beta E_0 \left[ \frac{U'(\tilde{c}_1)}{U'(c_0)} \right] = \frac{1}{(1+r)} \quad (16)$$

رابطه (۱۵):

$$f_c = E_0 \left\{ \frac{U'(\tilde{c}_1)\tilde{x}}{U'(\tilde{c}_1)} \right\} \quad (17)$$

رابطه (۱۶):

شرایط مرتبه دوم (شرط کافی) نیز با توجه به تابع هدف و قید برقرار است.

#### ۲-۲-۴. بررسی رفتار مصرف‌کننده کالا در حالت قرارداد مراحه

مانند حالت‌های قبل، در این حالت نیز هدف مصرف‌کننده کالای واسطه‌ای ماکزیمم کردن تابع مطلوبیت با توجه به قید می‌باشد:

$$Max: E_0 \{V(c'_0) + \beta V(\tilde{c}'_1)\} \quad (18)$$

رابطه (۱۷):

$$c'_0 = w'_0 - Q' \quad (19)$$

رابطه (۱۸):

$$\tilde{c}'_1 = w'_1 + (\tilde{m}-s')(d-\tilde{x}) + s'(d-f_c) + Q'(1+r) \quad (20)$$

رابطه (۱۹):

معادله شماره (۲۰) قید بودجه فرد در زمان  $t_0$  نشان می‌دهد که مصرف در این دوره می‌بایست برابر با ثروت یا سرمایه اولیه منهای مبلغی که بابت قرارداد مراحه پرداخت می‌شود، باشد. همچنین در دوره یک، مصرف می‌بایست برابر باشد با ثروت یا سرمایه اولیه در این دوره به اضافه باقیمانده کالای واسطه‌ای  $(\tilde{m}-s')$  در حاشیه سود  $(d-\tilde{x})$ ، به اضافه مقدار کالای واسطه‌ای  $(s')$  در حاشیه سود ناشی از تغییر قیمت

این کالا در قرارداد آتی  $(d - f_c)$  که به این مقادیر بازگشت وجوه طبق قرارداد مرابحه  $Q'(1+r)$  نیز اضافه می‌شود.

با تشکیل تابع لاگرانژ خواهیم داشت:

رابطه (۲۰):

$$L = E_0 \left\{ [V(c'_0) + \beta V(\tilde{c}'_1)] + \lambda_0 [w'_0 - Q' - c'_0] + \lambda_1 \beta' [w'_1 + (\tilde{m} - s')(d - \tilde{x}) + s'(d - f_c) + Q'(1+r) - \tilde{c}'_1] \right\} \quad (21)$$

با استخراج شرایط مرتبه اول خواهیم داشت:

$$\beta' E_0 \left[ \frac{V'(\tilde{c}'_1)}{V'(\tilde{c}'_0)} \right] = \frac{1}{(1+r)} \quad (22)$$

رابطه (۲۱):

$$f_c = E_0 \left\{ \frac{V'(\tilde{c}'_1) \tilde{x}}{V'(\tilde{c}'_1)} \right\} \quad (23)$$

رابطه (۲۲):

#### ۳-۴. حل مدل

قبل از حل مدل به بررسی شرایط تسویه بازار می‌پردازیم. بدین منظور فرض می‌کنیم: الف) فرض می‌کنیم در قرارداد سلف / آتی مقدار  $Q'$  و  $s'$  برابر است. همچنین فرض می‌کنیم بازدهی تولید  $(\tilde{m})$  حداقل برابر  $Q'$  و  $s'$  است:

$$\min(\tilde{m}) \geq s = s' \geq 0 \quad (24)$$

رابطه (۲۳):

ب) همچنین طبق قرارداد مرابحه فرض می‌کنیم قیمت تجهیزات و ملزوماتی که تولیدکننده کالای واسطه‌ای خریداری می‌کند  $(Q)$  برابر است با مقدار وجهی که مصرف‌کننده کالای واسطه‌ای طبق قرارداد مرابحه  $(Q')$  در اختیار تولیدکننده کالای واسطه‌ای قرار می‌دهد:

$$Q = Q' \quad (25)$$

رابطه (۲۴):

اکنون با توجه به معادلات قبل و اعمال شرط تعادل (تسویه بازار) به معادلات ذیل

می‌رسیم:

شرط لازم برای حداکثرسازی مطلوبیت مصرف‌کننده و تولیدکننده کالای واسطه‌ای

طبق قرارداد سلف از رابطه ذیل استخراج می‌شود:

$$f_s = \beta E_0 \left\{ \left[ \frac{U'(\tilde{c}_1)}{U'(c_0)} \right] [\tilde{x}] \right\} = \beta' E_0 \left\{ \left[ \frac{V'(\tilde{c}'_1)}{V'(c'_0)} \right] [\tilde{x}] \right\} \quad (26)$$

رابطه (۲۵):

همچنین شرط لازم برای حداکثرسازی مطلوبیت مصرف‌کننده و تولیدکننده کالای واسطه‌ای طبق قرارداد مراتبه از روابط ذیل استخراج خواهد شد:

$$\frac{1}{1+r} = \beta E_0 \left[ \frac{U'(\tilde{c}_1)}{U'(c_0)} \right] = \beta' E_0 \left[ \frac{V'(\tilde{c}'_1)}{V'(c'_0)} \right] \quad (27)$$

رابطه (۲۶):

### ۵. الگوریتم ژنتیک

الگوریتم ژنتیک که اولین بار جان هولند<sup>۱۱</sup> آن را ارائه داد، یکی از الگوریتم‌های جستجو به حساب می‌آید که اساس آن مبتنی بر ژنتیک موجودات زنده است. این الگوریتم اصل «حیات مناسب‌ترین»<sup>۱۲</sup> داروین را با یک سری اطلاعات تصادفی ادغام و یک الگوریتم جستجو ایجاد می‌کند.

امروزه الگوریتم ژنتیک جایگاه خاصی در میان روش‌های بهینه‌سازی برای حل مسائل پیچیده پیدا کرده است و به‌عنوان یک روش مؤثر و کارا برای حل این‌گونه مسائل در زمینه‌های تجاری، علمی و مهندسی به حساب می‌آید. این الگوریتم از لحاظ محاسباتی ساده، اما قدرتمند است و فرضیات محدودکننده در خصوص فضای جستجو آن را محدود نمی‌کند.

برای حل یک مسئله به روش ژنتیک ابتدا باید پاسخ مسئله را کدگذاری کرده، به‌گونه‌ای که در ادامه اجرای الگوریتم بتوان این پاسخ را مورد ارزیابی قرار داد و عملگرهای مختلف بر آن اعمال کرد. اجرای الگوریتم با ایجاد یک مجموعه ابتدایی از جواب‌های تصادفی که جمعیت اولیه<sup>۱۳</sup> نامیده می‌شود، شروع می‌گردد. هر عضو در جمعیت یک کروموزوم<sup>۱۴</sup> نامیده می‌شود که نمایانگر یک حل برای مسئله موجود است. یک کروموزوم رشته‌ای از اعداد است که در اصطلاح «ژن» نامیده می‌شود و معمولاً و نه لزوماً یک رشته دودویی است. طی هر تکرار الگوریتم ژنتیک، مجموعه جدید از کروموزوم‌ها تولید می‌شود. جمعیت در زمان معلوم را نسل<sup>۱۵</sup> می‌نامند. طی هر نسل، برازش کروموزوم‌ها با تابع برازش<sup>۱۶</sup> که یک کروموزوم را با توجه به تابع هدف مسئله

برآورد می‌کند، تعیین می‌شود. طی فرآیند بازتولید<sup>۱۷</sup>، عملگرهای ژنتیک - یعنی عملگرهای تقاطعی<sup>۱۸</sup> و عملگر جهشی<sup>۱۹</sup> - بر روی کروموزوم‌ها اعمال می‌شوند. لازم به ذکر است به کروموزوم‌هایی که از این طریق تولید می‌شوند، نوزاد<sup>۲۰</sup> اطلاق می‌شود. سپس، برازندگی نوزادان ارزیابی شده و به وسیله یکی از رویه‌های انتخاب کروموزوم‌های بهتر انتخاب و به نسل بعد منتقل می‌شوند، که برای هر یک از عملگرهای ژنتیک یک پارامتر احتمال تعریف می‌شود که عملگرها با این احتمالات بر کروموزوم‌ها اعمال می‌شوند. تکرار این روند یک نسل را ایجاد می‌کند که تعداد نسل‌ها به دلخواه تعیین می‌شود. در این فرآیند، الگوریتم به بهترین کروموزوم همگرا می‌شود که نمایانگر جواب بهینه مسأله است (عشقی و کریمی، ۱۳۹۱، ص. ۴۷).

ساختار کلی الگوریتم ژنتیک به صورت ذیل است:

- ✓ تولید جمعیت اولیه شامل  $n$  کروموزوم.
- ✓ بررسی تابع ارزیابی  $f(x)$  برای هر کروموزوم  $x$  در جمعیت.
- ✓ ایجاد یک جمعیت جدید بر اساس تکرار قدم‌های ذیل:
- ✓ انتخاب دو کروموزوم والد از یک جمعیت بر اساس میزان برازندگی آنها.
- ✓ در نظر گرفتن مقدار مشخصی برای احتمال اعمال عملگر ترکیب (تقاطع) و سپس انجام عملیات ترکیب بر روی والدین به منظور ایجاد فرزندان (اگر هیچ ترکیب جدید صورت نگیرد، فرزندان همان والدین خواهند بود).
- ✓ در نظر گرفتن احتمال جهش و سپس تغییر فرزندان در هر مکان.
- ✓ جایگزین فرزندان جدید در جمعیت جدید.
- ✓ استفاده از جمعیت جدید برای اجراهای بعدی الگوریتم.
- ✓ توقف اجرای الگوریتم در صورت مشاهده شرایط توقف و برگرداندن بهترین جواب در جمعیت فعلی.
- ✓ رفتن به مرحله ۲ (Troitzsch, 2004, p. 27).

با توجه به آنچه تاکنون در مورد الگوریتم ژنتیک گفته شد می‌توان برتری‌های عمده الگوریتم ژنتیک را در حل مسائل بهینه‌سازی به شرح ذیل عنوان نمود:



۱. الگوریتم ژنتیک نیازمندی‌های ریاضی خاصی نداشته و بدون توجه به عملکرد درونی مسأله به حل مسائل بهینه‌سازی می‌پردازد. این الگوریتم قادر به حل هرگونه محدودیتی (برای مثال خطی یا غیر خطی) می‌باشد که روی فضای جستجو پیوسته، ناپیوسته و یا مختلط تعریف شده باشند.
۲. ساختار عملگرهای الگوریتم ژنتیک، این الگوریتم را قادر می‌سازد تا در یافتن جواب‌های بهینه کلی موفق عمل کند. در حالی که در روش‌های سنتی، جستجو از طریق مقایسه با نقاط همسایه انجام یافته و حرکت به سوی نقاط بهینه نسبی صورت می‌گیرد. جواب بهینه کلی تنها وقتی می‌تواند به دست آید که خواص همگرایی مسأله موجب شود هر جواب بهینه نسبی، جواب بهینه کلی نیز باشد.
۳. الگوریتم ژنتیک انعطاف‌پذیری بالایی را جهت تلفیق با تکنیک‌های ابتکاری فراهم می‌سازد و از این طریق حل کارا و مؤثر یک مسأله را میسر می‌سازد. (Reeves, 2012, pp. 92-95).

در این مقاله، از الگوریتم ژنتیک با بردارهای حقیقی برای حل مسأله‌های XY استفاده می‌شود. در این نوع الگوریتم‌ها، هر جواب شدنی<sup>۲۱</sup> مسأله که از برداری با اعداد حقیقی تشکیل شده است معادل با یک فرد کروموزوم در الگوریتم ژنتیک در نظر گرفته می‌شود. هدف پیدا کردن بهترین راه‌حل شدنی براساس شرایط مسأله می‌باشد. در مسأله مربوط به عقد سلف هر کروموزوم یا فرد به صورت زیر در نظر گرفته می‌شود:

$$\text{Chromosome} = [C_0, C_1, C'_0, C'_1, f_s] \quad \text{رابطه (۲۷)}$$

همچنین در مسأله مربوط به عقد مرابحه هر کروموزوم یا فرد به صورت ذیل در نظر گرفته می‌شود:

$$\text{Chromosome} = [C_0, C_1, C'_0, C'_1, Q, r, f_c] \quad \text{رابطه (۲۸)}$$

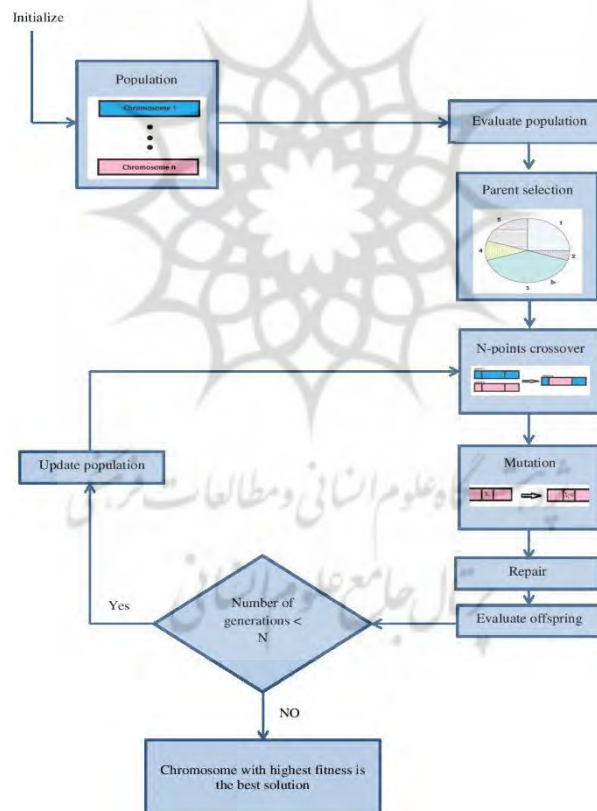
جدول (۱) پارامترهای الگوریتم ژنتیک استفاده شده در این کار را نشان می‌دهد:

جدول (۱): پارامترهای الگوریتم ژنتیک

Representation	Real Valued Vectors
Length of Chromosomes	Length of Solution

Recombination	N-point Crossover
Recombination Probability	90%
Mutation	Adding a Random Value
Mutation Probability	$\frac{1}{n}$
Parent Selection	Roulette Wheel
Survivor Selection	Replace the worst
Population Size	10
Number of Offspring	1
Initialization	Random
Termination Condition	Number of Generation

منبع: یافته‌های تحقیق



نمودار (۲): فلوجارت الگوریتم ژنتیک استفاده شده در مقاله

منبع: یافته‌های تحقیق

### ۵-۱. حل عددی مدل

در این قسمت به حل عددی معادلات مربوط به قراردادهای مراحه و سلف از طریق الگوریتم ژنتیک می‌پردازیم. برای این منظور فرض می‌شود تابع مطلوبیت مصرف‌کننده و تولیدکننده کالای واسطه‌ای به صورت ریسک‌گریزی ثابت<sup>۲۲</sup> باشد. همچنین فرض می‌شود ضریب ریسک‌گریزی  $(\alpha)$  در بازه  $[0.1, 5]$  تعریف می‌شود. به دیگر بیان حل مسأله بهینه‌سازی در ضرایب متفاوت ریسک‌گریزی تعریف می‌شود. در حل عددی مدل فرض می‌شود مقدار ثروت و سرمایه اولیه به صورت  $w_0 = w'_0 = 1, w_1 = w'_1 = 0.2$  تعریف می‌شود. همچنین فرض شده مقدار تولید در دوره آتی از طریق توزیع دو جمله‌ای تعیین می‌شود به طوری که مقدار بازدهی زیاد برابر  $m_1 = 2$  با احتمال 0.6 و مقدار بازدهی کم برابر  $m_2 = 1$  با احتمال 0.4 است. همچنین فرض می‌شود قیمت کالا به طور معکوس با بازدهی تولید در ارتباط است. بدین صورت که زمانی که بازدهی تولید زیاد است، احتمال  $(p_2)$  اینکه قیمت آن کم  $(x_2)$  باشد برابر 0.8 و احتمال  $(q_2)$  اینکه قیمت آن زیاد  $(x_1)$  باشد برابر 0.2 می‌باشد. از دیگر فروض اینست که قیمت کالای نهایی که مصرف‌کننده کالای واسطه آن را تولید می‌کند  $(d)$  برابر 1.2 است. در حل این مدل مقدار ضریب تنزیل  $(\beta)$  متناسب با اقتصاد ایران تعیین شده. جدول (۲) این مقدار را برای مطالعات و پژوهش‌های اقتصادی نشان می‌دهد:

جدول (۲): مقدار دهی ضریب تنزیل در تحقیقات مختلف برای ایران

منبع	مقدار	ضریب تنزیل
کميجانی و توکلیان (۱۳۹۱)	0.9648	$(\beta)$
منظور و دیگران (۱۳۹۳)	0.9745	$(\beta)$
متوسلی و دیگران (۱۳۹۳)	0.98	$(\beta)$

منبع: یافته‌های تحقیق

با توجه به مقادیر بالا مقدار ضریب تنزیل در این تحقیق 0.97 در نظر گرفته می‌شود. اکنون با توجه به مباحث گذشته مقادیر متغیرهای برونزا را می‌توان به صورت ذیل عددگذاری نمود:

رابطه (۲۹):

$$w_0 = w'_0 = 1, w_1 = w'_1 = 0.2, d = 1.2, \beta = 0.27, q_1 = 0.4, p_1 = 0.6, p_2 = 0.8, q_2 = 0.2, m_1 = 2, m_2 = 1, x_1 = 1.1, x_2 = 0.9$$

حال برای حل عددی معادلات مربوط به مسائل قرارداد سلف و قرارداد مباحه از طریق الگوریتم ژنتیک با ۱۰۰۰ تکرار و مقدار  $\alpha$  در بازه  $[0.1, 5]$  در نرم افزار MATLAB به نتایج ذیل می‌رسیم:

جدول (۳): نتایج حاصل از بهینه‌سازی برای قرارداد سلف از طریق الگوریتم ژنتیک

$\alpha$	$S$	$f_s$	$SU(P)$	$SV(U)$	$SU(P) + SV(U)$
0.1	0.2019	0.921	1.9805	1.3722	3.3527
0.2	0.2033	0.927	2.2928	2.1137	4.4865
0.4	0.2140	0.936	3.0472	2.8405	5.8877
0.6	0.2281	0.944	4.2887	4.0801	8.3688
0.8	0.2288	0.946	9.6487	8.9183	18.567
2	0.2077	0.962	-1.1189	-2.5855	-3.7045
3	0.20115	0.968	-0.9389	-3.9682	-4.9071
4	0.1819	1.014	-1.7829	-3.8308	-5.6137
5	0.1808	1.107	-0.76582	-5.4942	-6.2

منبع: محاسبات تحقیق

جدول (۴): نتایج حاصل از بهینه‌سازی برای قرارداد مباحه از طریق الگوریتم ژنتیک

$\alpha$	$S$	$f_c$	$SU(P)$	$SV(U)$	$SU(P) + SV(U)$
0.1	0.6822	0.941	2.2819	1.5603	3.8422
0.2	0.6817	0.948	2.9097	2.1216	5.0313
0.4	0.6804	0.952	3.8418	2.8440	6.6858
0.6	0.6779	0.953	5.0222	4.7213	9.7435
0.8	0.6723	0.971	9.9903	9.262	19.252
2	0.7314	0.991	-1.0286	-1.9712	-2.9998
3	0.7421	0.997	-0.9377	-3.8150	-4.7527
4	0.7551	1.028	-1.1778	-3.7602	-4.9380
5	0.8219	1.131	-0.7562	-5.1600	-5.9162

منبع: محاسبات تحقیق

در جداول بالا  $SU(P)$  و  $SV(U)$  به ترتیب مطلوبیت انتظاری تولیدکننده و استفاده‌کننده از کالای واسطه‌ای متناسب با ضرایب ریسک‌گریزی متفاوت می‌باشد.

با توجه به جداول (۳) و (۴) می‌توان نتیجه‌گیری‌های ذیل را ارائه نمود:

(۱) مجموع مطلوبیت انتظاری تولیدکننده و مصرف‌کننده از کالای واسطه‌ای در تأمین مالی به روش مرابحه بیشتر از مجموع مطلوبیت انتظاری تولیدکننده و مصرف‌کننده از کالای واسطه‌ای در تأمین مالی به روش مرابحه می‌باشد. به بیان اقتصادی قرارداد مرابحه نسبت به قرارداد سلف بهینه پرتو است. در نتیجه در یک مقدار مشخص ضریب ریسک‌گریزی، مطلوبیت تولیدکننده و مصرف‌کننده کالای واسطه‌ای در قرارداد مرابحه بیشتر از قرارداد سلف می‌باشد.

(۲) در یک مقدار مشخص از ضریب ریسک‌گریزی، قیمت کالا در قرارداد مرابحه (که طبق قرارداد آتی در دوره یک تحویل مصرف‌کننده کالای واسطه‌ای می‌شود) بیشتر از قیمت کالا در قرارداد سلف (که در دوره صفر پیش‌فروش می‌شود) می‌باشد.

(۳) در یک مقدار مشخص از ضریب ریسک‌گریزی، مقدار کالای مبادله شده در قرارداد مرابحه بیشتر از قرارداد سلف می‌باشد.

### جمع‌بندی و نتیجه‌گیری

در این مقاله ابتدا به صورت اجمالی قراردادهای مرابحه و سلف توضیح داده شد. پس از آن به بررسی رفتار دو کارگزار اقتصادی شامل مصرف‌کننده و تولیدکننده کالای واسطه‌ای در دو دوره جاری و آینده پرداخته شد. پس از این قسمت حل مدل با فرض تعادل و تسویه بازار ارائه شد. در این قسمت شرط لازم برای حداکثرسازی مطلوبیت مصرف‌کننده و تولیدکننده کالای واسطه‌ای طبق قرارداد سلف و مرابحه به صورت مجزا مورد بررسی قرار گرفت. در بخش بعدی ضمن معرفی الگوریتم ژنتیک، حل عددی مدل با استفاده از الگوریتم مذکور مورد تحلیل قرار گرفت و مشخص شد مجموع مطلوبیت مصرف‌کننده و تولیدکننده در قرارداد مرابحه بیشتر از مجموع مطلوبیت مصرف‌کننده و تولیدکننده در

قرارداد سلف می‌باشد. به بیان اقتصادی قرارداد مرابحه نسبت به قرارداد سلف بهینه پرتو می‌باشد. در نتیجه در یک مقدار مشخص ضریب ریسک‌گریزی، مطلوبیت تولیدکننده و مصرف‌کننده کالای واسطه‌ای در قرارداد مرابحه بیشتر از قرارداد سلف می‌باشد. مهم‌ترین کاربردهای این مقاله عبارتند از:

الف) استخراج شرایط لازم برای حداکثر شدن مطلوبیت مصرف‌کننده و تولیدکننده کالای واسطه‌ای. در این مقاله قیمت بهینه کالا طبق قرارداد سلف و قرارداد آتی که مطلوبیت طرفین قرارداد را ماکزیمم می‌کند نیز به دست آمد. بنابراین بانک‌ها و بازار سرمایه می‌توانند با استفاده از مدل ارائه شده قیمت بهینه عقود مذکور را به دست آورند.  
ب) با استفاده از شرایط لازم استخراج شده در این مقاله می‌توان تابع تقاضای کالای واسطه‌ای برای مصرف‌کننده کالا و تابع عرضه برای تولیدکننده کالای واسطه‌ای طبق عقود مرابحه و سلف را به دست آورد.

ج) از دیگر کاربردهای مقاله استخراج تابع تقاضای اعتبار برای تأمین مالی از طریق عقد مرابحه با استفاده از رابطه (۱۶) و تابع عرضه اعتبار برای تأمین مالی از طریق عقد مرابحه با استفاده از رابطه (۲۲) است. با توجه به این روابط می‌توان نرخ سود بهینه عقد مرابحه را با کالیبره کردن توابع مذکور در دنیای واقعی به دست آورد.  
همچنین می‌توان با حل عددی روابط ارائه شده و کالیبره کردن آنها قیمت بهینه قرارداد سلف و نرخ سود بهینه قرارداد مرابحه را به دست آورد.

#### یادداشت‌ها

1. Agent
2. Pareto - Optimal
3. Dynamic Programming
۴. لازم به ذکر است با توجه به رویکرد کلی مقاله، این تحقیق را در زمره تحقیقات کاربردی نیز می‌توان قرار داد.
5. AHP
۶. در بخش نیازهای خانوار شامل خودرو و لوازم خانگی و در بخش مؤسسات تولیدی و صنعتی برای خرید وسایل تولید، ماشین آلات و تأسیسات، مواد اولیه، ابزار کار و لوازم.

7. Endowment
8. Lagrange
9. First Order Condition
10. Future
11. John Holland
12. Survival of the Fittest
13. Initial Population
14. Chromosome
15. Generation
16. Fitness Function
17. Reproduction Operator
18. Crossover Operator
19. Mutation Operator
20. Offspring
21. Feasible Solution
22. Constant Relative Risk Aversion

#### کتابنامه

- خزایی، ایوب (۱۳۹۰). بررسی درجه ریسک اوراق مشارکت ارزی در بازارهای ثانویه در مقایسه با اوراق قرضه بین‌المللی. (پایان‌نامه کارشناسی ارشد). دانشگاه مفید، قم، ایران.
- رحیمی نجف‌آبادی، محمد (۱۳۸۹). شناسایی و طبقه‌بندی ریسک‌های مربوط به اوراق بهادار اجاره صکوک اجاره. (پایان‌نامه کارشناسی ارشد). دانشگاه امام صادق علیه‌السلام، تهران، ایران.
- شیرمردی، مجید (۱۳۹۰). شناسایی و رتبه‌بندی صکوک مضاربه. (پایان‌نامه کارشناسی ارشد). دانشگاه امام صادق علیه‌السلام، تهران، ایران.
- موسویان، سیدعباس (۱۳۸۶). ابزارهای مالی اسلامی (صکوک). تهران: پژوهشگاه فرهنگ و اندیشه اسلامی.
- موسویان، سیدعباس؛ و قراملکی‌بهراری، حسن (۱۳۹۱). مبانی فقهی بازار پول و سرمایه. تهران: دانشگاه امام صادق علیه‌السلام.
- موسویان، سیدعباس؛ وثوق، بلال؛ و فرهادیان‌آرانی، علی (۱۳۹۲). شناخت و رتبه‌بندی ریسک‌های ابزارهای مالی اسلامی (صکوک). ندیشه مدیریت راهبردی، ۱۳، ۲۱۲-۱۸۷.

- Bacha, O. I., (2002). *Financial Derivatives: Markets and Applications in Malaysia*. Penerbit University Putra Malaysia, Selangor Darul Ehsan, Malaysia, 12-24.
- Chiang, A. C., (1984). *Fundamental Methods of Mathematical Economics*. McGraw-Hill, New York.
- Holland, J. (1975). Adaptation in Natural and Artificial Systems: an Introductory Analysis with Application to Biology. *Control and Artificial Intelligence*.
- Khan, T., & Ahmed, H. (2001). *Risk Management: an Analysis of Issues in Islamic Financial Industry*. Islamic Development Bank, Islamic Research and Training Institute.
- Komijani, A., Nazarpour, M. N., & Khazaei, A. (2014). Risk Analysis of the Participation Securities Based on Foreign Currency in Secondary Markets in Comparison to International Bonds.
- Mehra, R., & Prescott, E. C. (1985). The Equity Premium: A puzzle. *Journal of Monetary Economics*, 15(2), 145-161.
- Mousavian, S. A., (2007). *Islamic Financial Instrument*, Tehran: Islamic Research Institute for Culture and Thought.
- Mousavian, S. A., Vosough, B., Farhadian Arani, A., (2013). Recognizing and Ranking Islamic Financial Instruments (SUKUK). *Strategic Management Thought Journal*, 13, 187-212.
- Peck, A. E. (2013). The Development of Commodity Futures Exchanges in Kazakhstan and China: evidence on their Role in Market Development. In *Models of Futures Markets*, 58-76. Routledge.
- Rahimi, M. (2010). Identification and Classification of Ijarah Securities Risks, Master's Thesis for Imam Sadiq University(as), Tehran.
- Reeves, C. R. (2012) *Using Genetic Algorithms with Small Populations*. In S. Forrest (ed.), *Proceedings of the Fifth International Conference on Genetic Algorithms*, University of Illinois at Urbana-Champaign, 92-99. Morgan Kaufmann, San Mateo, CA.
- Ritchken, P. (1996). *Derivative Markets: Theory, Strategy, and Applications*. HarperCollins College Publishers.
- Shirmardi, M. (2011). Identification and Classification of Mudarabah Sukuk, Master's Thesis for Imam Sadiq University(as), Tehran.
- Tariq, A. A., & Dar, H. (2007). Risks of Sukuk structures: Implications for Resource Mobilization. *Thunderbird International Business Review*, 49(2), 203-223.
- Troitzsch, K. G. (2004) *Validating Simulation Models*. In G. Horton (ed.), *18th European Simulation Conference: Networked Simulation and Simulated Networks*, 265-270. SCS Publishing House, Erlangen, San Diego, CA.