

روش برنامه ریزی ریاضی برای حل و مدل سازی سناریوهای نبرد در سامانه پشتیبان تصمیم بازی جنگ تاکتیکی و عملیاتی

حمید بیگدلی^{۱*}

جواد طیبی^۲

چکیده

بازی جنگ یکی از فنون آینده پژوهی است که فرماندهان نظامی را در پیش بینی تهدیدات احتمالی آینده و نحوه تصمیم گیری در موقعیت های مختلف آماده می کند. سامانه پشتیبان تصمیم بازی جنگ در استفاده بهینه از نیروی انسانی، تجهیزات و همچنین انتخاب بهترین راهکار در مقابل راهکار حریف مورد استفاده قرار می گیرد. فرآیند تصمیم گیری در سامانه بازی جنگ شامل تصمیم گیرندگان و بازیکنان، عوامل محیطی، اهداف، راهکارها و معیارها است. در این مقاله فرآیند تصمیم گیری در سناریوهای بازی جنگ تاکتیکی و عملیاتی شرح داده شده است. به این منظور به بررسی مدل بازی های مجموع صفر فازی در سامانه پشتیبان تصمیم بازی جنگ در سطح تاکتیکی و عملیاتی پرداخته شده است. در این مدل از متغیرهای زبانی در تنظیم جدول عایدی بازی استفاده شده است. با به کارگیری α - برش های اعداد فازی، ماتریس عایدی بازی با درایه های بازه ای به دست آمده و عایدی مورد انتظار به صورت بازه ای و وابسته به α نوشته شده است. با محاسبه امید ریاضی عایدی مورد انتظار، عایدی ها به صورت قطعی نوشته شده است. پس از ارزیابی اهداف و معیارها یک روش برنامه ریزی ریاضی برای هر یک از بازیکنان پیشنهاد شده است. با حل این مسائل راهکارهای بهینه بازیکنان به دست می آید. در نهایت، نحوه مدل سازی یک سناریوی نبرد بازی جنگ بیان شده و به کارگیری و حل این مدل ها شرح داده شده است.

واژه های کلیدی:

آینده پژوهی، بازی مجموع صفر، بازی جنگ، نظریه فازی، سناریوی بازی جنگ.

^۱ پژوهشگر پژوهشکده عالی جنگ، دانشگاه فرماندهی و ستاد آجا

^۲ استادیار گروه مهندسی صنایع، دانشگاه صنعتی بیرجند

مقدمه

بازی جنگ یک روش حل مسائل تصمیم‌گیری با استفاده از روش‌های ریاضی، مدل‌سازی و شبیه‌سازی است که با توجه به قواعد، داده‌ها و فرآیندهای از پیش تعیین‌شده یا تصادفی از ابعاد منتخب یک سناریو تعریف می‌گردد. بازی جنگ برگرفته از یک وضعیت حقیقی و یک نبرد مبتنی بر ایده فرمانده است تا اینکه یک میدان عمل برای مهارت و تجربه موردنیاز در هدایت و مدیریت جنگ را فراهم کند و یک میدان آزمایشی برای آزمودن طرح‌های راهبردی، عملیاتی و تاکتیکی است. بازی جنگ یکی از فنون آینده‌پژوهی است و فرماندهان نظامی در جنبه‌هایی نظیر شناخت دشمن، بررسی راهکارهای ممکن و نتایج به‌کارگیری آن‌ها، غافلگیری‌ها و ... از آن استفاده می‌کنند. بازی جنگ رویکردی کارآمد در پیش‌بینی و شناسایی تهدیدات احتمالی آینده است و به آمادگی فرماندهان نظامی در بررسی رویارویی با این تهدیدات کمک می‌کند. یکی از اهداف بازی جنگ آموزش روش‌های تصمیم‌گیری در موقعیت‌های مختلف نبرد است.

مسائل تصمیم‌گیری نظامی شامل عدم قطعیت و پیچیدگی است. برای بررسی موقعیت‌های پیچیده نبرد استفاده از مدل‌های نظریه بازی مفید به نظر می‌رسد. نظریه بازی شاخه‌ای از تحقیق در عملیات محسوب می‌شود که رفتار ریاضی حاکم بر یک موقعیت با اهداف متضاد برای بازیکنان را مورد بررسی قرار می‌دهد. محبوبیت نظریه بازی در میان رشته‌های مختلف از جمله علوم نظامی، اقتصاد، زیست‌شناسی، علوم سیاسی، علوم رایانه، مهندسی برق، کسب‌وکار، حقوق و سیاست عمومی در حال افزایش است.

طبقه‌بندی‌های مختلفی برای مسائل بازی در نظریه بازی‌ها ارائه می‌شود. یکی از این دسته‌بندی‌ها بر اساس همکاری یا عدم همکاری بازیکنان در بازی می‌باشد. لذا مسائل بازی را می‌توان در دو دسته مهم طبقه‌بندی کرد: بازی‌های همکاری و غیرهمکارانه. بازی‌های غیرهمکارانه به بازی‌هایی اطلاق می‌شود که بین بازیکنان هیچ‌گونه همکاری وجود ندارد. البته در برخی موارد از این بازی‌ها ممکن است همکاری جزئی صورت گیرد ولی درنهایت بازیکنان راهبرد خود را بدون همکاری انتخاب می‌کنند. بازی‌های غیرهمکارانه شامل دو نوع بازی مجموع صفر و مجموع ناصفر است که بازی‌های مجموع صفر بحث اصلی این مقاله می‌باشد. بازی مجموع صفر برای مدل‌سازی بازی‌های کاملاً رقابتی مورد استفاده قرار می‌گیرد. لذا این نوع بازی‌ها کاربرد زیادی در مدل‌سازی صحنه‌های نبرد دارد. در بازی‌های مجموع صفر همان مقدار که یک بازیکن عایدی دریافت می‌کند بازیکن دیگر از دست می‌دهد. در واقع در این نوع

بازی‌ها عایدی بازیکنان قرینه یکدیگر است. ولی در بازی‌های مجموع ناصفر تمامی عایدی‌ها قرینه هم نیستند.

در مدل‌سازی بازی از قضاوت کارشناسان خبره در اعمال عایدی‌های بازیکنان برای هر پیامد بازی استفاده می‌شود. در کاربردهای جهان واقعی، برآورد مقدار عایدی‌ها به دلیل فهم مبهم کارشناسان و اطلاعات نادقیق آن‌ها، میسر نیست. برای مدل‌سازی این عدم قطعیت‌ها استفاده از نظریه فازی پیشنهاد می‌شود. در این مقاله، یک روش برای حل مسأله بازی مجموع صفر فازی ارائه شده است. برای حل این مسأله از α -برش‌های اعداد فازی استفاده شده است. لذا عایدی مورد انتظار بازیکنان به صورت رابطه‌ای برحسب α حاصل شده است. با محاسبه امید ریاضی این رابطه، عایدی مورد انتظار بازیکنان به صورت قطعی نوشته شده است. سپس برای محاسبه راهبرد بهینه بازیکنان یک مسأله برنامه‌ریزی خطی برای هر یک از بازیکنان معرفی شده است. پس از ارائه مسأله برنامه‌ریزی خطی برای هر یک از بازیکنان فرآیند تصمیم‌گیری در موقعیت‌های مختلف در سناریوهای بازی جنگ شرح داده شده است. در ادامه به نحوه مدل‌سازی بازی و به‌کارگیری مدل برنامه‌ریزی دریافتن راهکار بهینه در یک سناریوی بازی جنگ پرداخته شده است.

مبانی نظری و پیشینه پژوهش

در این بخش مقدماتی از مفاهیم بازی جنگ، مجموعه‌های فازی و بازی‌های مجموع صفر که موردنیاز بخش‌های آتی است، مرور می‌شود.

بازی جنگ

بازی جنگ یک روش تصمیم‌سازی و تصمیم‌گیری و حل مسائل در محیط تعاملی، تنازع یا همکاری است که در آن طرف‌های تصمیم‌گیری تلاش می‌کنند با استفاده از روش‌های محاسباتی و تحقیقاتی داده‌های جمع‌آوری شده را تحلیل نظری و تجربی نموده و بر اساس آن گزینه‌های مختلف را آزمون و پردازش کرده و گزینه بهینه تصمیم را انتخاب نمایند. روش هر بازی جنگ شامل هشت مرحله است:

(۱) تهیه سناریوی تمرین

(۲) بازی‌وارسازی تمرین

(۳) تهیه سناریوی بازی جنگ

- (۴) تهیه برآوردهای بازی جنگ مبتنی بر سناریو (اطلاعات، عملیات، آماد و پیش، سایر موارد)
 (۵) تهیه طرح‌های بازی جنگ
 (۶) تهیه طرح ارزیابی و کنترل بازی جنگ
 (۷) اجرای بازی جنگ
 (۸) ارزیابی و مستندسازی (Mchugh et al., 1969).

سامانه پشتیبان تصمیم بازی جنگ

این بخش از سامانه بازی جنگ اغلب شامل روش‌های محاسباتی است که به فرماندهان در تصمیم‌گیری و انتخاب راهکار کمک می‌کند. این بخش از سامانه می‌تواند شامل روش‌های تصمیم‌گیری چند شاخصه، چندهدفی و نظریه بازی باشد. در این مقاله به نقش نظریه بازی در محیط عدم قطعیت در این سامانه پرداخته می‌شود.

بازی مجموع صفر

این نوع از بازی‌های غیرهمکارانه کاملاً رقابتی هستند، به عبارت دیگر زمانی که یک بازیکن مقداری دریافت می‌کند بازیکن دیگر به همان میزان از دست می‌دهد. در ادامه تعریف ریاضی بازی مجموع صفر ارائه می‌گردد.

تعریف: فرض کنید $I = \{1, \dots, m\}$ و $J = \{1, \dots, n\}$ به ترتیب مجموعه راهبردهای محض بازیکنان آبی و قرمز و f_1 و f_2 توابع عایدی بازیکنان آبی و قرمز باشند. وقتی بازیکن آبی راهبرد محض $i \in I$ و بازیکن قرمز راهبرد محض $j \in J$ را انتخاب می‌کند، $f_1(i, j)$ و $f_2(i, j)$ به ترتیب عایدی‌های بازیکنان آبی و قرمز هستند. اگر

$$\forall i \in I, \forall j \in J \quad f_1(i, j) + f_2(i, j) = 0$$

بازی را مجموع صفر می‌نامند. با تعریف $a_{ij} = f_1(i, j) = -f_2(i, j)$ بازی مجموع صفر در شکل نرمال را می‌توان توسط یک ماتریس به صورت زیر نشان داد:

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & \dots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix}$$

راهبردهای محض بازیکن آبی و قرمز به ترتیب در سطرها و ستون‌های ماتریس نمایش داده می‌شود و این ماتریس، ماتریس عایدی بازی نام دارد. به همین دلیل بازی مجموع صفر دو نفره

را بازی ماتریسی نیز می نامند. راهبردهای آمیخته بازیکنان آبی و قرمز از طریق توزیع های احتمال تعریف شده روی راهبردهای محض تعریف می گردد که به ترتیب به صورت زیر هستند:

$$X = \left\{ x \in \mathbb{R}^m \mid \sum_{i=1}^m x_i = 1, x_i \geq 0, i = 1, \dots, m \right\},$$

$$Y = \left\{ y \in \mathbb{R}^n \mid \sum_{j=1}^n y_j = 1, y_j \geq 0, j = 1, \dots, n \right\}.$$

در این مقاله فرض می کنیم که بازیکن آبی بیشینه کننده و بازیکن قرمز کمینه کننده است. زمانی که بازیکنان آبی و قرمز به ترتیب راهبردهای آمیخته $x \in X$ و $y \in Y$ را انتخاب می کنند، عایدی مورد انتظار آن ها به ترتیب $x^T A y$ و $-x^T A y$ خواهد بود. زوج راهبردهای (x^*, y^*) که در رابطه زیر صدق کنند را نقطه تعادل بازی مجموع صفر دو نفره گویند.

$$\max_{x \in X} \min_{y \in Y} x^T A y = \min_{y \in Y} \max_{x \in X} x^T A y$$

مفاهیم اولیه مجموعه های فازی

یک مجموعه فازی به صورت زیرمجموعه \tilde{a} از مجموعه مرجع X با تابع عضویت $\mu_{\tilde{a}}: X \rightarrow [0,1]$ تعریف می شود که به هر عنصر $x \in X$ یک عدد حقیقی $\mu_{\tilde{a}}(x)$ از بازه $[0,1]$ تخصیص می دهد.

مجموعه فازی \tilde{a} از مجموعه اعداد حقیقی را که تابع عضویت آن $\mu_{\tilde{a}}(x)$ در شرایط زیر صدق کند، یک عدد فازی گویند.

$$(۱) \quad \mu_{\tilde{a}}: X \rightarrow \mathbb{R} \quad \text{یک تابع نیمه پیوسته باشد.}$$

$$(۲) \quad \text{در خارج از بازه ای مانند } [a, d], \mu_{\tilde{a}}(x) = 0.$$

$$(۳) \quad \text{اعدادی حقیقی مانند } b, c \text{ موجود باشند به طوری که } a \leq b \leq c \leq d \text{ و}$$

(الف) $\mu_{\tilde{a}}(x)$ در $[a, b]$ صعودی باشد،

(ب) $\mu_{\tilde{a}}(x)$ در $[c, d]$ نزولی باشد،

$$(ج) \quad \text{در } [b, c], \mu_{\tilde{a}}(x) = 1. \text{ (Sakawa, 1993)}$$

برای هر $\alpha \in (0,1]$ ، برش مجموعه فازی \tilde{a} که با \tilde{a}_α نمایش داده می شود یک مجموعه معمولی است که به صورت $\tilde{a}_\alpha = \{x \mid \mu_{\tilde{a}}(x) \geq \alpha\}$ تعریف می شود و چنانچه $\alpha = 0$ ، \tilde{a}_0 به صورت $\{x \mid \mu_{\tilde{a}}(x) > 0\}$ تعریف می شود که cl به معنی بستار مجموعه است. تکیه گاه \tilde{a} که با $Supp(\tilde{a})$ نمایش داده می شود، مجموعه تمام نقاط $x \in X$ است که

$\mu_{\tilde{a}}(x) > 0$ هر α -برش عدد فازی \tilde{a} یک بازه‌ی بسته به صورت $[a_{\alpha}^L, a_{\alpha}^R]$ است که در آن

$$a_{\alpha}^L = \inf \{x \in \mathbb{R} \mid \mu_{\tilde{a}}(x) \geq \alpha\}, \quad a_{\alpha}^R = \sup \{x \in \mathbb{R} \mid \mu_{\tilde{a}}(x) \geq \alpha\}.$$

عدد فازی مثلثی $\tilde{a} = (a^l, a^m, a^r)$ ، یک عدد فازی خاص است که تابع عضویت آن

به صورت زیر می‌باشد:

$$\mu_{\tilde{a}}(x) = \begin{cases} \frac{(x - a^l)}{(a^m - a^l)} & a^l \leq x \leq a^m \\ \frac{(a^r - x)}{(a^r - a^m)} & a^m \leq x \leq a^r \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

که در آن a^m نقطه میانی و a^l و a^r به ترتیب نقاط انتهایی چپ و راست $Supp(\tilde{a})$ می‌باشند. α -برش عدد فازی مثلثی به صورت بازه بسته $[a_{\alpha}^L, a_{\alpha}^R]$ است که

$$a_{\alpha}^L = (a^m - a^l)\alpha + a^l,$$

$$a_{\alpha}^R = -(a^r - a^m)\alpha + a^r.$$

از رابطه‌ی فوق به سادگی نتیجه می‌شود که هر عدد فازی مثلثی را می‌توان مستقیماً از $\alpha = 0$ -

$$\text{برش و } \alpha = 1 \text{ برش آن به دست آورد. در واقع } [a_{\alpha}^L, a_{\alpha}^R] = \tilde{a}_1 + (\alpha - 1)\tilde{a}_0.$$

در حساب بازه‌ها برای دو بازه بسته $A = [a_1, b_1]$ و $B = [a_2, b_2]$ داریم:

$$A + B = [a_1 + a_2, b_1 + b_2] \quad (1)$$

$$A - B = [a_1 - b_2, b_1 - a_2] \quad (2)$$

$$(3) \quad \text{قرینه } A = [a_1, b_1] \text{ به صورت } -A = [-b_1, -a_1] \text{ است.}$$

(4) اگر $A = [a_1, b_1]$ یک بازه بسته در مجموعه اعداد حقیقی نامنفی باشد و $k \geq 0$ آنگاه

$$kA = [ka_1, kb_1]$$

متغیرهای زبانی

متغیر زبانی متغیری است که می‌تواند واژگان زبان طبیعی را به صورت یک مقدار بپذیرد. به کارگیری مفهوم متغیر زبانی ما را قادر می‌سازد که مفاهیم مبهم و دارای عدم قطعیت موجود در زبان طبیعی را به عنوان عبارات ریاضی بیان نماییم.

به‌عنوان یک مثال، فرض کنید متغیر زبانی طول قد باشد. عبارات این متغیر زبانی که هرکدام یک مجموعه فازی هستند را می‌توان به‌صورت بلند، کوتاه، خیلی بلند، خیلی کوتاه و ... بیان کرد. طبق قاعده‌ای که توسط فرد خبره مشخص می‌شود به هر عبارت یک تابع عضویت نسبت داده می‌شود. برای فرموله‌سازی هر عبارت می‌توان از اعداد فازی استفاده کرد. برای جزئیات بیشتر در این رابطه به (Sakawa, 1993) رجوع شود.

در تشریح خروجی راهکارهای بازی، قضاوت‌های انسانی به‌قدری مبهم هستند که امکان نمایش آن‌ها با اعداد دقیق وجود ندارد. به‌طورکلی اطلاعات دقیق برای مدل‌سازی موقعیت‌های واقعی ناکافی هستند. متغیرهای زبانی در مسائل تصمیم با موقعیت‌های پیچیده که با بیان کمی مرسوم قابل تعریف نیستند مورد استفاده قرار می‌گیرد. در این‌گونه مسائل معمولاً رتبه‌بندی و وزن دهی به معیارها را می‌توان با کمک متغیرهای زبانی انجام داد (Aplak et al., 2014).

پیشینه پژوهش

وان نیومن و مورگنسترن^۱، اولین کسانی بودند که نظریه بازی‌ها را گسترش داده و کتاب نظریه بازی و رفتار اقتصادی را تألیف و منتشر کردند (Neumann, 1944). پس از انتشار این کتاب نظریه بازی به‌سرعت رشد یافت و کاربردهای وسیعی در علوم مختلف پیدا کرد. سرهنگ الیور هایوود^۲ (Haywood, 1989) در مقاله خود اهمیت نظریه بازی را در تصمیم‌گیری فرماندهی نشان داد. او نبردهای مختلفی از جنگ جهانی دوم را از دید نظریه بازی بررسی کرد و نتیجه گرفت که تصمیم دکتترین نظامی مشابه با جواب به‌دست‌آمده از نظریه بازی است. استفاده از نظریه بازی‌ها برای تحلیل مسائل نظامی و به‌ویژه بازی جنگ توسط نویسندگان مختلفی مورد مطالعه قرار گرفته است. به‌عنوان نمونه براینلسون^۳ از نظریه بازی‌ها در سامانه پشتیبان تصمیم فرماندهی و کنترل استفاده کرد و سناریوی بازی جنگ را به‌صورت یک بازی در فرم گسترده مدل‌سازی و حل کرد (Brynielsson, 2006). گیلارم^۴ و همکارانش قالب نظریه بازی را برای تشخیص طرح دشمن به کاربردند و از بازی‌های مارکف در مدل‌سازی مسائل طرح‌ریزی استفاده کردند (Guillarme et al., 2015). سناریوهای دزد و پلیس (Gatti, 2008)، سیستم دفاع موشکی ضدبالستیک (Brown et al., 2005) و تروریسم (Sandler and A.M., 2003)

1. Von Neumann and Morgenstern

2. Oliver Haywood

3. Brynielsson

4. Guillarme

از جمله مقالات مورد نظر در زمینه دفاعی و امنیتی هستند. اپلاک^۱ و همکارانش از بازی مجموع صفر فازی در مدل سازی فرآیند تصمیم گیری در موقعیت های نبرد استفاده کردند. آن ها یک روش بر اساس رتبه بندی اعداد فازی برای حل این مسائل ارائه دادند (Aplak et al., 2014).

بیگدلی و همکاران بازی های ماتریسی و دوماتریسی را در محیط فازی مورد بررسی قرار دادند و موقعیت آورانشه در جنگ جهانی دوم را به صورت یک بازی ماتریسی با عایدی های فازی مدل سازی کرده و نشان دادند که راهبردهای به دست آمده از روش پیشنهادی با تصمیم دکترین آمریکا مطابقت دارد (Bigdeli et al., 2016; Bigdeli and Hassanpour, 2016). همچنین بازی مذاکرات هسته ای بین دو کشور را به صورت یک بازی دوماتریسی چند هدفی مدل سازی کرده و یک روش برای محاسبه نقاط تعادل کارای ضعیف آن ارائه دادند (Bigdeli et al., 2018). در مقاله (Bigdeli and Hassanpour, 2016) به بررسی بازی های چند هدفی در محیط قطعی پرداختند و از روش برنامه ریزی آرمانی در محاسبه راهبرد بهینه مدافع استفاده کردند. آن ها در مقاله دیگری علاوه بر ارائه یک روش حل بازی های امنیتی چند هدفی با عایدی های فازی، کاربردی از این مدل را در ایجاد امنیت در ایستگاه های مترو ارائه دادند (Bigdeli et al., 2018). در آن مقاله با استفاده از عملگر تقریب نزدیک ترین بازه اعداد فازی، مدل بازی امنیتی فازی به مدل بازه ای تبدیل شده و به کمک شرایط کاروش کان تاکر در مسائل بازه ای راهبرد بهینه مدافع محاسبه می شود.

روش شناسی پژوهش

ارائه یک روش برای حل بازی مجموع صفر فازی با چند هدف

با توجه به اینکه مدل سناریوی نبرد مطرح شده در بخش بعد به صورت یک بازی مجموع صفر چند هدفی است، لذا در این بخش بازی مجموع صفر چند هدفی با عایدی های فازی را بررسی کرده و یک روش برای حل این نوع از بازی ها ارائه می دهیم. فرض کنید هر کدام از دو بازیکن آبی و قرمز p هدف مختلف داشته باشد. ماتریس های عایدی فازی چند گانه زیر نمایش دهنده بازی چند هدفی با عایدی های فازی هستند:

^۱. Aplak

$$\tilde{A}^1 = \begin{bmatrix} \tilde{a}_{11}^1 & \dots & \tilde{a}_{1n}^1 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \tilde{a}_{m1}^1 & \dots & \tilde{a}_{mn}^1 \end{bmatrix}, \dots, \tilde{A}^p = \begin{bmatrix} \tilde{a}_{11}^p & \dots & \tilde{a}_{1n}^p \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \tilde{a}_{m1}^p & \dots & \tilde{a}_{mn}^p \end{bmatrix} \quad (1)$$

که در آن \tilde{A}^k ماتریس عایدی هدف k ام بازی است و فرض می‌کنیم که درایه‌های ماتریس‌های عایدی اعداد فازی مثلثی باشند.

اگر بازیکن آبی و قرمز به ترتیب راهبردهای i ام و j ام را انتخاب کنند، \tilde{a}_{ij}^k عایدی بازیکن آبی و $-\tilde{a}_{ij}^k$ عایدی بازیکن قرمز از هدف k ام خواهد بود.

برای بررسی این بازی ماتریسی با عایدی‌های فازی، ابتدا α - برش هر عدد فازی را به دست می‌آوریم. با این کار مسأله بازی چند هدفی با عایدی‌های فازی به ازای هر $0 \leq \alpha \leq 1$ به مسأله بازی چند هدفی با عایدی‌های بازه‌ای $(A_\alpha^1, A_\alpha^2, \dots, A_\alpha^p)$ تبدیل می‌شود. سپس بازیکنان اهمیت هر هدف (w_1, w_2, \dots, w_p) را مشخص می‌کنند. به این منظور می‌توان از روش‌های تصمیم‌گیری چندشاخصه استفاده کرد. این کار می‌تواند توسط بازیکن آبی و قرمز به صورت جداگانه صورت گیرد. در این مقاله مسأله از دید بازیکن آبی مورد بررسی قرار می‌گیرد. بنابراین یک بازی تک‌هدفی با عایدی‌های بازه‌ای به ازای هر α به دست می‌آید. ماتریس عایدی بازی به صورت زیر می‌شود:

$$A_\alpha^w = w_1 A_\alpha^1 + w_2 A_\alpha^2 + \dots + w_p A_\alpha^p$$

اکنون با انتخاب راهبردهای $x \in X$ و $y \in Y$ به ترتیب توسط بازیکنان آبی و قرمز، عایدی مورد انتظار بازی به صورت زیر می‌باشد:

$$v(x, y) = x^T A_\alpha^w y = \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^m x_i (a_{ij})_\alpha^w y_j = [x^T A_\alpha^{wL} y, x^T A_\alpha^{wR} y] \quad (2)$$

که در آن

$$A_\alpha^{wL} = [(a_{ij})_\alpha^{wL}]_{m \times n}, \quad A_\alpha^{wR} = [(a_{ij})_\alpha^{wR}]_{m \times n}$$

و

$$(a_{ij})_\alpha^{wL} = (a_{ij}^m - a_{ij}^l)\alpha + a_{ij}^l,$$

$$(a_{ij})_\alpha^{wR} = -(a_{ij}^r - a_{ij}^m)\alpha + a_{ij}^r$$

همان‌گونه که ملاحظه می‌شود عایدی مورد انتظار وابسته به α است. برای رسیدن به یک مدل مشخص نیاز است تا تأثیر α را از میان برداریم. با توجه به اینکه می‌توان α را به عنوان

یک مقدار احتمال در انتخاب هر عایدی توسط بازیکنان در نظر گرفت، لذا طبق تعریف امید ریاضی مقدار مورد انتظار برای دستیابی به یک عایدی بازیکن آبی به صورت زیر خواهد بود:

$$\begin{aligned} E(v(x, y)) &= \int_0^1 \alpha \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^m x_i [(a_{ij})_{\alpha}^{wL}, (a_{ij})_{\alpha}^{wR}] y_j d\alpha \\ &= \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^m x_i \int_0^1 \alpha [(a_{ij})_{\alpha}^{wL}, (a_{ij})_{\alpha}^{wR}] d\alpha y_j \\ &= \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^m x_i [(a_{ij})^{wL}, (a_{ij})^{wR}] y_j \end{aligned} \quad (3)$$

که در آن

$$(a_{ij})^{wL} = \frac{1}{3}(a_{ij}^m - a_{ij}^l) + \frac{1}{2}a_{ij}^l = \frac{1}{3}a_{ij}^m + \frac{1}{6}a_{ij}^l,$$

$$(a_{ij})^{wR} = \frac{1}{3}(-a_{ij}^r + a_{ij}^m) + \frac{1}{2}a_{ij}^r = \frac{1}{3}a_{ij}^m + \frac{1}{6}a_{ij}^r.$$

بازیکن آبی (بیشینه کننده) باید راهبرد خود را چنان انتخاب کند که بیشترین عایدی را در مقابل هر راهبرد $y \in Y$ از بازیکن قرمز (کمینه کننده) کسب کند. بازیکن قرمز نیز به طریق مشابه عمل خواهد کرد. بنابراین با توجه به این رفتار منطقی، سطح امنیت هر بازیکن را بدترین مقدار سود دریافتی آن بازیکن با انتخاب هر راهبردی از سوی بازیکن دیگر تعریف می کنیم. سطح امنیت بازیکن آبی به صورت زیر است.

$$v(x) = \min_{y \in Y} x^T A^w y = \min_{y \in Y} [x^T A^{wL} y, x^T A^{wR} y] \quad (4)$$

$$A^{wL} = [(a_{ij})^{wL}]_{m \times n} \text{ و } A^{wR} = [(a_{ij})^{wR}]_{m \times n} \quad \text{که}$$

بازیکن آبی باید راهبرد x را طوری انتخاب کند که $v(x)$ را بیشینه سازد و عایدی

$$v_I = \max_{x \in X} \min_{y \in Y} x^T A^w y = \max_{x \in X} \min_{y \in Y} [x^T A^{wL} y, x^T A^{wR} y] \quad (5)$$

را به دست آورد.

در مسائل تصمیم گیری نظامی سطح امنیت با احتیاط و عاقلانه انتخاب می شود. لذا بازیکن آبی با این فرض که بازیکن قرمز به دنبال انتخاب راهبردی برای حداقل کردن میزان موفقیت او است، راهبرد خود را انتخاب می کند. بنابراین بازیکن آبی فرض می کند که بازیکن قرمز درصد

انتخاب راهبرد برای کمینه سازی حداقل میزان عایدی مورد انتظار (کران چپ عایدی مورد انتظار) است. لذا مسأله فوق به صورت زیر در نظر گرفته می شود.

$$\max_{x \in X} \min_{y \in Y} x^T A^{wL} y . \quad (۶)$$

جواب بهینه به دست آمده از حل این مسأله را به عنوان جواب بهینه بازیکن آبی از مسأله بازی مجموع صفر چندهدفی با عایدی های فازی تعریف می کنیم (به طور مشابه می توان جواب بهینه بازیکن قرمز را تعریف کرد).

از اینکه مسأله $\min_{y \in Y} x^T A^{wL} y$ یک مسأله برنامه ریزی خطی است پس جواب بهینه در یکی از نقاط رأسی ناحیه شدنی واقع می شود. از طرف دیگر، هر نقطه رأسی \bar{y} یک راهبرد محض آن است پس با استفاده از این خاصیت و روش تبدیل مسائل مینیماکس به مسائل خطی، مسأله زیر را خواهیم داشت.

$$\begin{aligned} \max \quad & \underline{v} \\ \text{s.t.} \quad & \sum_{i=1}^m (a_{ij})^{wL} x_i \geq \underline{v} \quad j = 1, \dots, n, \\ & \sum_{i=1}^m x_i = 1, \\ & x_i \geq 0 \quad i = 1, \dots, m. \end{aligned} \quad (۷)$$

فرض کنید $x'_i = \frac{x_i}{\underline{v}}$. بدون از دست دادن کلیت مسأله، فرض کنید $\underline{v}_\alpha > 0$ (می توان یک مقدار به اندازه کافی بزرگ را به تمام عایدی های ماتریس اضافه کرد تا این فرض بدون تغییر جواب بهینه برقرار گردد). در این صورت $x'_i \geq 0$ و $\sum_{i=1}^m x'_i = \sum_{i=1}^m \frac{x_i}{\underline{v}} = \frac{1}{\underline{v}}$. بنابراین مسأله فوق را می توان به صورت زیر بازنویسی کرد:

$$\begin{aligned} \min \quad & \sum_{i=1}^m x'_i \\ \text{s.t.} \quad & \sum_{i=1}^m (a_{ij})^{wL} x'_i \geq 1 \quad j = 1, \dots, n, \\ & x'_i \geq 0 \quad i = 1, \dots, m. \end{aligned} \quad (۸)$$

جواب بهینه مسأله فوق را می‌توان به روش سیمپلکس به دست آورد. ارزش این بازی v^* و راهبرد بهینه x_i^* بازیکن آبی از روابط

$$x_i^* = x_i^* v^* \text{ و } v^* = \frac{1}{\sum_{i=1}^m x_i^*} \quad (۹)$$

به دست می‌آیند، که (x_1^*, \dots, x_m^*) جواب بهینه مسأله برنامه‌ریزی خطی (۸) است. مشابه روش مذکور، تصمیم‌گیری برای بازیکن قرمز با احتیاط خواهد بود. لذا بازیکن قرمز با این فرض که بازیکن آبی به دنبال رسیدن به بیشترین موفقیت است، راهبرد خود را انتخاب خواهد کرد. برای محاسبه ارزش بازی برای بازیکن قرمز w^* و راهبرد بهینه متناظر آن y_j^* ، مسأله زیر پیشنهاد می‌شود.

$$\begin{aligned} \max \quad & \sum_{j=1}^n y_j' \\ \text{s.t.} \quad & \sum_{j=1}^n (a_{ij})^{wR} y_j' \leq 1 \quad i = 1, \dots, m, \\ & y_j' \geq 0 \quad j = 1, \dots, n, \end{aligned} \quad (۱۰)$$

$$\sum_{j=1}^n y_j' = \frac{1}{w} \text{ و } y_j' = \frac{y_j}{w} \quad \text{که در آن}$$

گزاره: ارزش بازی بازیکن آبی (v^*) کوچک‌تر یا مساوی ارزش بازی بازیکن قرمز w^* است. اثبات: دوگان مسأله برنامه‌ریزی خطی (۸) را در نظر بگیرید:

$$\begin{aligned} \max \quad & \sum_{j=1}^n y_j' \\ \text{s.t.} \quad & \sum_{j=1}^n (a_{ij})^{wL} y_j' \leq 1 \quad i = 1, \dots, m, \\ & y_j' \geq 0 \quad j = 1, \dots, n. \end{aligned}$$

با توجه به اینکه تفاوت مسأله (۱۰) و مسأله دوگان تنها در ضرایب محدودیت‌ها است و ضرایب مسأله دوگان کوچک‌تر یا مساوی ضرایب مسأله (۱۰) می‌باشد، یعنی $(a_{ij})^{wL} \leq (a_{ij})^{wR}$ ، بنابراین ناحیه شدنی مسأله (۱۰) کوچک‌تر یا مساوی ناحیه شدنی مسأله

دوگان است. لذا مقدار بهینه مسأله (۱۰) کوچک‌تر یا مساوی مقدار بهینه مسأله دوگان است. همچنین از قضیه قوی دوگان مقادیر بهینه مسائل اولیه و دوگان باهم برابرند. بنابراین مقدار

$$\sum_{i=1}^m x_i^* \geq \sum_{j=1}^n y_j^* \text{ یعنی مسأله (۸) است،}$$

بهینه مسأله (۱۰) کوچک‌تر یا مساوی مقدار بهینه مسأله (۸) است،

لذا
$$v^* = \frac{1}{\sum_{i=1}^m x_i^*} \leq \bar{w}^* = \frac{1}{\sum_{j=1}^n y_j^*}$$
 پس گزاره برقرار است.

استفاده از مدل بازی‌های مجموع صفر فازی در سامانه پشتیبان تصمیم بازی جنگ در این بخش به نحوه به‌کارگیری و مدل‌سازی بازی‌های مجموع صفر فازی در سامانه پشتیبان تصمیم بازی جنگ پرداخته می‌شود. فرآیند تصمیم‌گیری در یک موقعیت خاص از سناریوی بازی جنگ شامل مراحل زیر است (Aplak et al., 2014):

- ۱) تحلیل موقعیت
 - ۲) تعیین هدف و راهبرد
 - ۳) ارزیابی اهداف
 - ۴) ارزیابی راهبردها برای هر هدف به کمک متغیرهای زبانی
 - ۵) تبدیل ماتریس عایدی
 - ۶) حل و تصمیم بهینه
 - ۷) تفسیر جواب و بیان میزان موفقیت یا شکست با استفاده از متغیرهای زبانی.
- در این بخش یک سناریوی نبرد تاکتیکی فرضی مورد بررسی قرار می‌گیرد. توجه داشته باشید که کلمه راهبرد^۱ به‌کاررفته در نظریه بازی می‌تواند به معنای تاکتیک، راهکار یا راهبرد نظامی اطلاق شود.
- با توجه به سناریو، نیروهای آبی در موقعیت حمله و نیروهای قرمز در موقعیت دفاع از زمین هستند. عوامل محیطی شامل شرایط آب و هوایی و نوع زمین در نظر گرفته شده است.
- مرحله ۱) تحلیل موقعیت: در فرآیند تصمیم‌گیری نظامی تحلیل موقعیت اهمیت حیاتی برای پیدا کردن بهترین اقدام دارد. این گام شامل آگاهی از وضعیت و ارزیابی تمام عوامل محیطی است.

^۱. Strategy

مرحله ۲) تعیین اهداف و راهبردها: پس از شناسایی موقعیت، به تحلیل و بیان مأموریت پرداخته می‌شود. بخش مهم تحلیل شرح اهداف و راهکارها است. فرض کنید در این سناریو اهداف نیروهای آبی به صورت زیر بیان گردد:

(۱) بیشینه‌سازی تلفات نیروهای قرمز

(۲) تسخیر زمین نیروهای قرمز

(۳) کمینه‌سازی تلفات نیروی انسانی، سلاح و تجهیزات.

در حالی که نیروهای آبی به دنبال بیشینه‌سازی تحقق این اهداف هستند از طرف دیگر نیروهای قرمز به دنبال کمینه‌سازی آنها می‌باشند. فرض کنید بازیکنان آبی و قرمز پس از دریافت اطلاعات و بررسی موقعیت، راهکارهای خود برای رسیدن به اهداف را به صورت زیر ارائه دهند:

راهکارهای آبی:

(۱) حمله از جناح چپ

(۲) حمله از جناح راست

(۳) حمله به قلب دشمن

(۴) حمله توسط نیروهای هوایی

راهکارهای قرمز:

(۱) دفاع از جناح راست

(۲) دفاع از جناح چپ

(۳) دفاع از مرکز

مرحله ۳) ارزیابی اهداف: در این مرحله تصمیم‌گیرندگان اهداف را با توجه به اطلاعات و هدف مأموریت مورد ارزیابی قرار می‌دهند. فرض کنید در این سناریو سه هدف برای بازیکنان دارای درجه اهمیت یکسان و برابر $\frac{1}{3}$ باشند. توجه داشته باشید که در این مرحله نیز می‌توان از متغیرهای زبانی برای مقایسه اهداف استفاده کرد.

مرحله ۴) ارزیابی راهبردها برای هر هدف با استفاده از متغیرهای زبانی: در این مرحله با نوشتن راهبردهای دو بازیکن آبی و قرمز به ترتیب در سطرها و ستون‌های جدول بازی، تصمیم‌گیرندگان به مقایسه خروجی حاصل از راهبردها می‌پردازند. برای مقایسه از متغیرهای زبانی استفاده می‌شود. این مقایسه توسط فرماندهان و تصمیم‌گیرندگان صورت خواهد گرفت.

به‌عنوان نمونه فرمانده آبی با توجه به تجربه و اطلاعات به‌دست‌آمده و تحلیل ذهنی بررسی می‌کند که اگر راهبرد اول خود را انتخاب کند و بازیکن قرمز نیز راهبرد اول را انتخاب کند نتیجه نبرد به چه صورت خواهد بود (موفق، ناموفق و ...). برای بیان نتیجه، متغیرهای زبانی استفاده می‌شود. لازم به ذکر است که در بازی جنگ برای بیان متغیر زبانی، تحلیل راهبردها توسط گروهی از تصمیم‌گیرندگان خبره انجام می‌گیرد. در این مقاله متغیرهای زبانی با استفاده از اعداد فازی مثلثی نمایش داده شده است. تصمیم‌گیرندگان با شرکت در یک تصمیم‌گیری گروهی مقدار ابتدا، متوسط و انتهای عدد را مشخص می‌کنند. سپس با میانگین‌گیری از ابتدا، متوسط و انتهای مقادیر معرفی شده، یک مقدار مثلثی برای هر عبارت زبانی مشخص می‌گردد. برای بررسی این سناریو، متغیرهای زبانی استفاده شده در این مقاله به‌صورت زیر فرض شده است. این داده‌ها و در ادامه داده‌های ماتریس‌های عایدی توسط نویسنده و تنها برای بیان اعتبار و کاربرد روش پیشنهادی ارائه می‌گردد.

جدول (۱) متغیرهای زبانی پژوهش

کاملاً موفق	موفقیت بالا	موفقیت متوسط	موفقیت کم	کاملاً ناموفق
(8,9,10)	(5,6,8)	(3,5,6)	(2,3,4)	(0,1,2)

فرض کنید جدول عایدی بازیکنان برای هر هدف به‌صورت زیر باشد. در این جداول راهبردهای بازیکن آبی در سطرها و راهبردهای بازیکن قرمز در ستون‌ها نمایش داده شده است و عایدی‌ها براساس متغیرهای زبانی مذکور بیان شده است.

جدول (۲) ارزیابی راهبردها با هدف بیشینه‌سازی تلفات نیروهای قرمز

(۲, ۳, ۴)	(۲, ۳, ۴)	(۵, ۶, ۸)	(۰, ۱, ۲)
(۲, ۳, ۴)	(۲, ۳, ۴)	(۰, ۱, ۲)	(۸, ۹, ۱۰)
(۳, ۵, ۶)	(۰, ۱, ۲)	(۳, ۵, ۶)	(۲, ۳, ۴)
(۲, ۳, ۴)	(۲, ۳, ۴)	(۳, ۵, ۶)	(۳, ۵, ۶)

جدول (۳) ارزیابی راهبردها با هدف گرفتن زمین از نیروهای قرمز

(۰, ۱, ۲)	(۳, ۵, ۶)	(۵, ۶, ۸)	(۰, ۱, ۲)
(۰, ۱, ۲)	(۰, ۱, ۲)	(۰, ۱, ۲)	(۵, ۶, ۸)
(۲, ۳, ۴)	(۰, ۱, ۲)	(۵, ۶, ۸)	(۳, ۵, ۶)
(۲, ۳, ۴)	(۰, ۱, ۲)	(۲, ۳, ۴)	(۲, ۳, ۴)

جدول (۴) ارزیابی راهبردها با هدف کمیته کردن تلفات خودی

(۳, ۵, ۶)	(۸, ۹, ۱۰)	(۵, ۶, ۸)	(۳, ۵, ۶)
(۳, ۵, ۶)	(۳, ۵, ۶)	(۳, ۵, ۶)	(۵, ۶, ۸)
(۲, ۳, ۴)	(۲, ۳, ۴)	(۳, ۵, ۶)	(۳, ۵, ۶)
(۵, ۶, ۸)	(۵, ۶, ۸)	(۲, ۳, ۴)	(۵, ۶, ۸)

مرحله (۵) تبدیل ماتریس عایدی: با توجه به روش شرح داده‌شده در متن مقاله، ماتریس‌های عایدی بازی به ترتیب به صورت زیر نوشته می‌شوند.

$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 3 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 17 & 10 \\ 6 & 3 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 4 & 5 \\ 3 & 3 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 4 & 5 \\ 3 & 3 \end{bmatrix}$
$\begin{bmatrix} 13 & 14 \\ 3 & 3 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 3 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 4 & 5 \\ 3 & 3 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 4 & 5 \\ 3 & 3 \end{bmatrix}$
$\begin{bmatrix} 4 & 5 \\ 3 & 3 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 13 & 8 \\ 6 & 3 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 3 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 13 & 8 \\ 6 & 3 \end{bmatrix}$
$\begin{bmatrix} 13 & 8 \\ 6 & 3 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 13 & 8 \\ 6 & 3 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 4 & 5 \\ 3 & 3 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 4 & 5 \\ 3 & 3 \end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 3 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 17 & 10 \\ 6 & 3 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 13 & 8 \\ 6 & 3 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 3 \end{bmatrix}$
$\begin{bmatrix} 17 & 10 \\ 6 & 3 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 3 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 3 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 3 \end{bmatrix}$
$\begin{bmatrix} 13 & 8 \\ 6 & 3 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 17 & 10 \\ 6 & 3 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 3 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 4 & 5 \\ 3 & 3 \end{bmatrix}$
$\begin{bmatrix} 4 & 5 \\ 3 & 3 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 4 & 5 \\ 3 & 3 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 3 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 4 & 5 \\ 3 & 3 \end{bmatrix}$

$\left[\frac{13}{6}, \frac{8}{3} \right]$	$\left[\frac{13}{3}, \frac{14}{3} \right]$	$\left[\frac{17}{6}, \frac{10}{3} \right]$	$\left[\frac{13}{6}, \frac{8}{3} \right]$
$\left[\frac{13}{6}, \frac{8}{3} \right]$	$\left[\frac{13}{6}, \frac{8}{3} \right]$	$\left[\frac{13}{6}, \frac{8}{3} \right]$	$\left[\frac{17}{6}, \frac{10}{3} \right]$
$\left[\frac{4}{3}, \frac{5}{3} \right]$	$\left[\frac{4}{3}, \frac{5}{3} \right]$	$\left[\frac{13}{6}, \frac{8}{3} \right]$	$\left[\frac{13}{6}, \frac{8}{3} \right]$
$\left[\frac{17}{6}, \frac{10}{3} \right]$	$\left[\frac{17}{6}, \frac{10}{3} \right]$	$\left[\frac{4}{3}, \frac{5}{3} \right]$	$\left[\frac{17}{6}, \frac{10}{3} \right]$

با اعمال وزن های به دست آمده در مرحله ۵ و در نظر گرفتن کران چپ درایه های ماتریس عایدی تبدیل شده، ماتریس بازی استفاده شده در مدل برنامه ریزی ریاضی برای بازیکن آبی به صورت زیر به دست می آید.

$$A^{wL} = \begin{bmatrix} \frac{17}{18} & \frac{10}{3} & \frac{38}{18} & \frac{23}{18} \\ \frac{43}{18} & \frac{17}{18} & \frac{23}{18} & \frac{27}{18} \\ \frac{29}{18} & \frac{38}{18} & \frac{17}{18} & \frac{34}{18} \\ \frac{18}{18} & \frac{18}{18} & \frac{18}{18} & \frac{18}{18} \\ \frac{39}{18} & \frac{38}{18} & 1 & \frac{33}{18} \\ \frac{18}{18} & \frac{18}{18} & & \frac{18}{18} \end{bmatrix}$$

به طریق مشابه و با در نظر گرفتن کران های راست، ماتریس بازی استفاده شده در مدل برنامه ریزی ریاضی برای بازیکن قرمز به صورت زیر به دست می آید.

$$A^{wR} = \begin{bmatrix} \frac{4}{3} & \frac{34}{9} & \frac{23}{9} & \frac{5}{3} \\ \frac{32}{9} & \frac{4}{3} & \frac{5}{3} & \frac{17}{9} \\ \frac{18}{9} & \frac{23}{9} & \frac{4}{3} & \frac{7}{3} \\ \frac{23}{9} & \frac{23}{9} & \frac{4}{3} & \frac{20}{9} \\ \frac{4}{9} & \frac{34}{9} & \frac{23}{9} & \frac{5}{3} \\ \frac{32}{9} & \frac{4}{3} & \frac{5}{3} & \frac{17}{9} \\ \frac{18}{9} & \frac{23}{9} & \frac{4}{3} & \frac{7}{3} \\ \frac{23}{9} & \frac{23}{9} & \frac{4}{3} & \frac{20}{9} \end{bmatrix}$$

مرحله ۶) حل مدل و ارائه تصمیم بهینه: برای حل و ارائه تصمیم بهینه برای بازیکن آبی با استفاده از روش ارائه شده در بخش قبل، مسأله زیر را داریم:

$$\begin{aligned}
 \min \quad & x_1' + x_2' + x_3' + x_4' \\
 & \left(\frac{17}{18}\right)x_1' + \left(\frac{43}{18}\right)x_2' + \left(\frac{29}{18}\right)x_3' + \left(\frac{39}{18}\right)x_4' \geq 1 \\
 & \left(\frac{60}{18}\right)x_1' + \left(\frac{17}{18}\right)x_2' + \left(\frac{38}{18}\right)x_3' + \left(\frac{38}{18}\right)x_4' \geq 1 \\
 & \left(\frac{38}{18}\right)x_1' + \left(\frac{23}{18}\right)x_2' + \left(\frac{17}{18}\right)x_3' + (1)x_4' \geq 1 \\
 & \left(\frac{23}{18}\right)x_1' + \left(\frac{27}{18}\right)x_2' + \left(\frac{34}{18}\right)x_3' + \left(\frac{33}{18}\right)x_4' \geq 1 \\
 & x_1', x_2', x_3', x_4' \geq 0
 \end{aligned} \tag{11}$$

جواب بهینه این مسأله با استفاده از نرم افزار لینگو به صورت $(x_1^*, x_2^*, x_3^*, x_4^*)^T = (0.32, 0, 0, 0.32)$ به دست می آید. اکنون می توان راهکار بهینه و ارزش بازی را به صورت زیر به دست آورد.

$$(x_1^*, x_2^*, x_3^*, x_4^*)^T = (0.5, 0, 0, 0.5)$$

$$v^* = 1.56$$

مدل برنامه ریزی ریاضی برای بازیکن قرمز به صورت زیر خواهد بود.

$$\begin{aligned}
 \max \quad & y_1' + y_2' + y_3' + y_4' \\
 & \left(\frac{4}{3}\right)y_1' + \left(\frac{32}{9}\right)y_2' + \left(\frac{18}{9}\right)y_3' + \left(\frac{23}{9}\right)y_4' \leq 1 \\
 & \left(\frac{34}{9}\right)y_1' + \left(\frac{4}{3}\right)y_2' + \left(\frac{23}{9}\right)y_3' + \left(\frac{23}{9}\right)y_4' \leq 1 \\
 & \left(\frac{23}{9}\right)y_1' + \left(\frac{5}{3}\right)y_2' + \left(\frac{4}{3}\right)y_3' + \left(\frac{4}{3}\right)y_4' \leq 1 \\
 & \left(\frac{5}{3}\right)y_1' + \left(\frac{17}{9}\right)y_2' + \left(\frac{7}{3}\right)y_3' + \left(\frac{20}{9}\right)y_4' \leq 1 \\
 & y_1', y_2', y_3', y_4' \geq 0
 \end{aligned} \tag{12}$$

به طور مشابه جواب بهینه برای بازیکن قرمز به صورت زیر به دست می آید:

$$(y_1^*, y_2^*, y_3^*, y_4^*) = (0, 0.2, 0.8, 0), w^* = 2.3.$$

مرحله ۷) تفسیر جواب و بیان میزان موفقیت با استفاده از متغیرهای زبانی: در این مرحله می خواهیم تفسیر جواب های به دست آمده در مرحله قبل را بیان کنیم. داده های ارائه شده در ماتریس های عایدی بر اساس اطلاعات دریافتی و تجربه بازیکنان است و تصمیم گیری بر اساس این داده ها صورت می گیرد. اگرچه به دلیل پیچیدگی نمی توان تمام متغیرهای صحنه نبرد را

در مدل ریاضی نمایش داد، ولی استفاده از متغیرهای مهم تا حدودی به تصمیم گیری بازیکنان کمک خواهد کرد. لذا تصمیم بهینه به دست آمده در مرحله قبل ترکیبی از تجربه و فناوری است و این مدل تنها به تصمیم گیری بازیکن کمک خواهد کرد و یک نسخه همیشگی و بدون خطا نیست. استفاده از فنون تصمیم گیری به همراه تجربه فرمانده در انتخاب راهکار بهینه بسیار کارساز است. با این توضیحات تفسیر جواب های به دست آمده در مرحله قبل در ادامه شرح داده می شود.

جواب به دست آمده از مسأله (۱۱) نشان می دهد که استفاده از هر یک از راهبردهای اول و چهارم برای بازیکن آبی شانس موفقیت ۵۰ درصدی دارد. به عبارت دیگر اگر این بازیکن بخواهد از راهبردهای دوم یا سوم خود استفاده کند، شانس برای موفقیت ندارد و در صورتی که راهبرد اول یا چهارم را به کار گیرد با احتمال ۵۰ درصد پیروز میدان خواهد بود. البته او می تواند ترکیبی از این راهکارها را به کار گیرد. به این معنی که ۵۰ درصد قوای خود را در جناح چپ قرار داده و همچنین ۵۰ درصد از نیروی هوایی کمک بگیرد. به طور مشابه جواب به دست آمده از مسأله (۱۲) نشان می دهد که استفاده از راهکار سوم برای بازیکن قرمز میزان شکست او را پایین می آورد.

اکنون می خواهیم نتیجه به دست آمده را به صورت یک متغیر زبانی برای هر هدف و در نهایت برای هدف وزن دار بیان کنیم. برای این کار از جواب های بهینه به دست آمده در مرحله قبل و ماتریس عایدی فازی هر هدف (و در نهایت ماتریس وزن دار فازی)، عایدی مورد انتظار بازیکن آبی را به صورت زیر به دست می آوریم.

$$x^{*T} \tilde{A}_1 y^* = (2.4, 3.4, 4.5),$$

$$x^{*T} \tilde{A}_2 y^* = (1.9, 3.7, 4.4),$$

$$x^{*T} \tilde{A}_3 y^* = (4.1, 5.1, 6.6),$$

$$x^{*T} \tilde{A}_w y^* = (2.8, 3.94, 5.16).$$

طبق نتایج به دست آمده، با انتخاب راهبردهای بهینه به دست آمده در مرحله قبل، بازیکن آبی در هدف اول خود (بیشینه سازی تلفات نیروهای قرمز) به موفقیت کم، در هدف دوم خود (تسخیر زمین نیروی قرمز) نیز به موفقیت کم و در هدف سوم (کمینه کردن تلفات نیروی خودی) به موفقیت متوسط رو به بالا می رسد. با در نظر گرفتن همه اهداف به صورت هم زمان و اعمال معیارهای بازیکن، نتیجه بازی به موفقیت متوسط نزدیک تر است. لذا می توان نتیجه بازی را به صورت موفقیت متوسط در نظر گرفت.

همان‌گونه که در این مثال نیز مشاهده می‌شود ارزش بازی برای بازیکن آبی کوچک‌تر یا مساوی ارزش بازی برای بازیکن قرمز است.

نتیجه‌گیری و پیشنهادها

یکی از اهداف مهم بازی جنگ آموزش روش‌های تصمیم‌سازی و تصمیم‌گیری نظامی است. در این مقاله به بررسی نحوه مدل‌سازی و حل موقعیت‌های تصمیم‌گیری سناریوهای بازی جنگ تاکتیکی و عملیاتی پرداخته شد. فرآیند تصمیم‌گیری در سامانه بازی جنگ شامل تصمیم‌گیرندگان و بازیکنان، عوامل محیطی، اهداف، راهکارها و معیارها است. برای مدل‌سازی موقعیت‌های پیچیده رقابتی بازی مجموع صفر در نظر گرفته شد. از آنجاکه در اغلب موقعیت‌های تصمیم‌گیری نظامی هر یک از فرماندهان چند هدف را هم‌زمان مدنظر قرار داده و به دنبال رسیدن به این اهداف به صورت هم‌زمان هستند، لذا این مدل بازی با چند هدف موردبررسی قرار گرفت. با توجه به عدم قطعیت در بیان خروجی راهبردها، متغیرهای زبانی فازی در فرموله کردن قضاوت‌های کارشناسان و فرماندهان نظامی به کار گرفته می‌شود. با استفاده از α -برش‌های اعداد فازی قضاوت‌های انجام‌شده به صورت بازه‌ای درآمدند. در ادامه، اهداف توسط بازیکنان ارزیابی شدند. پس از نوشتن مدل بازی به صورت یک ماتریس بازی وزن‌دار، یک مسأله برنامه‌ریزی ریاضی معرفی شد که با حل این مسأله راهکار بهینه هر بازیکن به دست می‌آید. گزاره‌ای ثابت شد که نشان می‌داد ارزش بازی برای بازیکن آبی کوچک‌تر یا مساوی ارزش بازی برای بازیکن قرمز است.

در پایان پیشنهاد می‌شود از ساختار تصمیم‌گیری پیشنهاد شده در این مقاله و توسعه مطالب و مدل مذکور در سامانه پشتیبان تصمیم‌گیری بازی جنگ تاکتیکی و عملیاتی استفاده شود. نحوه به‌کارگیری بازی مجموع ناصفر فازی در سناریوهای بازی جنگ تاکتیکی و عملیاتی را می‌توان به عنوان پژوهش‌های آتی در این زمینه پیشنهاد کرد.

منابع

- Aplak, H., Kabak, M. & Kose, E. (2014). A two person zero sum game oriented to integration of objectives, *Journal of Military Studies*, 5 (2).
- Bazaraa, M.S. & Jarvis, J.J. (1997). *Linear Programming and Network Flows*, John Wiley & Sons, Inc., NewYork .
- Bigdeli, H. & Hassanpour, H. (2016). A satisfactory strategy of multiobjective two person matrix games with fuzzy payoffs, *Iranian Journal of Fuzzy Systems*, 13, 17-33.
- Bigdeli, H. & Hassanpour, H. (2018). Modeling and solving multiobjective security game problem using multiobjective bilevel problem and its application in metro security system, *Journal of Electronical & Cyber Defence (In Persian)*.
- Bigdeli, H., Hassanpour, H. & Tayyebi, J. (2016). The optimistic and pessimistic solutions of single and multiobjective matrix games with fuzzy payoffs and analysis of some of military problems, *Defence Sci & Tech*, Acceptd, (In Persian).
- Bigdeli, H., Hassanpour, H. & Tayyebi, J. (2018). Constrained Bimatrix Games with Fuzzy Goals and its Application in Nuclear Negotiations.
- Bigdeli, H., Hassanpour, H. & Tayyebi, J. (2018). Multiobjective security game with fuzzy payoffs, *Iranian Journal of Fuzzy Systems*.
- Brown, G., Carlyle, M., Kline, J. & Wood, K. (2005). A Two-Sided Optimization for Theater Ballistic Missile Defense, *in Operations Research*, 53: 263° 275.
- Brown, M., An, B., Kiekintveld, C., Ordóñez, F. & Tambe M. (2014). An extended study on multi-objective security games, *Auton Agent Multi-Agent Syst*, 28:31° 71.
- Brynielsson, J. (2007). Using AI and games for decision support in command and control, *Decision Support Systems*, 43: 1454 ° 1463.
- Gatti, N. (2008). *Game Theoretical Insights in Strategic Patrolling: Model and Algorithm in Normal-Form*, in ECAI-08, pp. 403° 407.
- Guillaume, N. L., Mouaddib, A., Lerouvreur, X. & Gatepaille, S. (2015). *A Generative Game-Theoretic Framework for Adversarial Plan Recognition*, Journ es Francophones sur la R hifification, la D cision et l'Apprentissage.
- Haywood, O. G. (1989). Military Decision and Game Theory, *Wiley, Journal of the Operations Research Society of America*, 2 (4): 365-385.
- Kheirkhah, A. S., Navidi, H. R., & Bidgoli, M. M. (2017). Modeling and Solving the Hazmat Routing Problem under Network Interdiction with Information Asymmetry, *Journal of transportation engineering*, 9 (1): 17-36.
- Lye, K. & Wing, J.M. (2005). Game Strategies in Network Security, *International Journal of Information Security*, (1° 2): 71° 86.
- Mchugh, F.J. (1969), *Fundamentals of wargaming*, United states naval college.

- Neumann, J.V. & Morgenstern, O. (1944). *Theory of Games and Economic Behavior*, Wiley, New York.
- Owen, G. (1995). *Game Theory*, Academic Press, San Diego, Third Edition.
- Sakawa, M. & Nishizaki, I. (2009). *Cooperative and Noncooperative Multi-Level Programming*, Springer, New York and london.
- Sakawa, M. (1993). *Fuzzy sets and interactive multiobjective optimization*, Plenum press, New York and london.
- Sandler, T. & D.G.A.M. (2003). Terrorism and Game Theory, *Simulation and Gaming*, 34 (3): 319° 337.
- Tambe, M. (2012). *Security and game theory, algorithms, deployed systems, lessons learned*, Cambridge university press.

