

## آزمون ناپارامتری ترجیحات آشکار شده برای رفتار عقلایی

مصرف کنندگان

(خانوارهای شهری)<sup>۱</sup>

محمدعلی دهقان دهنوی \*

دکتر نوروز کهزادی \*\*

دکتر صادق خلیلیان \*\*\*

تاریخ ارسال: ۱۳۸۳/۱۰/۱ تاریخ پذیرش: ۱۳۸۴/۴/۷

### چکیده

آزمون ناپارامتری ترجیحات آشکار شده روشی است که با مقایسه انتخابهای مصرف‌کننده در دوره‌های زمانی مختلف، رجحانهای وی را در هر دوره مشخص می‌کند. اصطلاح ناپارامتری بیانگر این است که برخلاف روشهای سنتی، در این روش هیچ پارامتری تخمین زده نمی‌شود و هیچ شکل خاص تبعی به تابع مطلوبیت یا تقاضا تحمیل نمی‌شود. برقرار بودن اصل تعمیم یافته ترجیحات آشکار شده برای یکسری داده‌های مصرف، شرط لازم و کافی برای وجود تابع مطلوبیت مقعر، پیوسته، یکنواخت و اشباع‌ناپذیری است که مشاهدات مزبور را به صورت عقلایی تعبیر می‌کند. هدف مقاله حاضر نیز، بررسی فرضیه وجود رفتار عقلایی در قالب یک تابع مطلوبیت نئوکلاسیک است که داده‌های مصرف هم‌فزون خانوارهای شهری ایران طی دوره ۱۳۴۴-۱۳۸۱ می‌تواند پیامد حداکثرسازی آن باشد. داده‌های مذکور شامل بردارهای قیمت و مقدار برای بیست گروه و زیرگروه کالاهای

۱. مقاله حاضر بخشی از پایان‌نامه کارشناسی ارشد محمدعلی دهقان دهنوی است که با راهنمایی دکتر نوروز کهزادی و مشاوره دکتر صادق خلیلیان در دانشگاه تربیت مدرس انجام شده است.

\* کارشناس ارشد اقتصاد کشاورزی دانشگاه تربیت مدرس

e-mail: dehghan\_ma57@yahoo.com

\*\* مدیر عامل و رئیس هیأت مدیره بانک توسعه صادرات و صندوق ضمانت صادرات

\*\*\* استادیار گروه اقتصاد کشاورزی دانشگاه تربیت مدرس

مصرفی است. بر اساس نتایج به دست آمده، فرضیه وجود رفتار عقلایی مورد تأیید قرار گرفت و داده‌های مصرف خانوارهای شهری در خلال سالهای ۱۳۴۴ تا ۱۳۸۱ با یک تابع مطلوبیت نئوکلاسیک قابل تعبیرند.

طبقه‌بندی **Jel**: D11 ، D12

**واژگان کلیدی:** اصل تعمیم یافته ترجیحات آشکار شده، تابع مطلوبیت نئوکلاسیک، تئوری افزیت، شاخص افزیت



## مقدمه

ترجیحات آشکار شده روشی است که با مقایسه انتخابهای مصرف‌کننده در دوره‌های زمانی مختلف، رجحانهای وی را در هر دوره مشخص می‌کند. اصطلاح ناپارامتری بیانگر این است که بر خلاف روشهای سنتی در این روش هیچ پارامتری تخمین زده نمی‌شود و هیچ شکل خاص تبعی به تابع مطلوبیت یا تقاضا تحمیل نمی‌شود (Fleissig et al., 2000).

تعریف ساده‌ترجیحات آشکار شده را می‌توان چنین بیان کرد که مصرف‌کننده سبد کالایی را که در یک زمان خاص انتخاب کرده است بر تمام سبدهای کالایی دیگر که در همان زمان توان خرید آنها را داشته است، ترجیح می‌دهد. در صورتی که این اصل در مورد یکسری داده‌های مصرف نقض شود، صحت فرض رفتار عقلایی مصرف‌کننده مورد تردید قرار خواهد گرفت. وریان<sup>۱</sup> این موضوع را به صورت زیر بیان کرده است:

«برقرار بودن اصل تعمیم یافته‌ترجیحات آشکار شده<sup>۲</sup> برای یکسری داده‌های مصرف، شرط لازم و کافی برای وجود تابع مطلوبیت مقعر، پیوسته، یکنواخت و اشباع‌ناپذیری است که مشاهدات مزبور را به صورت عقلایی تعبیر می‌کند».

در واقع، چنانچه اصل تعمیم یافته‌ترجیحات آشکار شده در مورد یکسری داده مصرف برقرار باشد، می‌توان قائل به وجود یک تابع مطلوبیت نئوکلاسیک بود که داده‌های مزبور حاصل رفتار مصرف‌کننده در فرایند حداکثر سازی آن تابع است. در مورد کاربرد و اهمیت این موضوع می‌توان به تئوری تقاضا اشاره کرد که رفتار عقلایی مصرف‌کننده و تابع مطلوبیت نئوکلاسیک زیربنای آن است به طوری که تابع تقاضا از همین رفتار منتج می‌شود، لذا در مبحث تخمین تابع تقاضا، یک راه این است که پژوهشگر، وجود تابع مطلوبیت را به صورت یک پیش‌فرض در تحقیق خود قرار دهد که در این صورت، صحت نتایج نیز وابسته به صحت آن پیش‌فرض خواهد بود، لیکن راه بهتر آن است که با استفاده از آزمون اصل تعمیم یافته‌ترجیحات آشکار شده از وجود تابع مطلوبیت نئوکلاسیکی که بتواند داده‌های مصرف مورد مطالعه را به صورت عقلایی تعبیر کند، اطمینان حاصل کرده و سپس به تخمین تابع تقاضا بپردازد.

از سوی دیگر، اگر تناقضی در اصل تعمیم یافته‌ترجیحات آشکار شده مشاهده شود، این تناقض ممکن است به یک یا چند مورد از دلایل زیر باشد:

- مصرف‌کننده مزبور رفتار عقلایی نداشته است.
- رفتار مصرف‌کننده با یک تابع مطلوبیت نئوکلاسیک قابل تعبیر نیست.
- توابع مطلوبیت افراد جامعه که داده‌های مصرف آنها هم‌فزون<sup>۳</sup> شده است، همگن نبوده‌اند.

1. Hal Varian (1982)
2. Generalized Axiom of Revealed Preference (GARP)
3. aggregated

- روش همفزونی که در مورد داده‌های اولیه استفاده شده است، صحیح نبوده است.  
 - یک تغییر ساختاری ناشی از عاملی مانند تغییر سلیقه در تابع مطلوبیت مصرف‌کننده مزبور رخ داده است (Fleissig et al., 2000).

البته، هدف مقاله حاضر شناخت دلیل به وجود آمدن تناقض نیست؛ بلکه آنچه اهمیت دارد، وجود یا عدم وجود تناقض است و نه عامل ایجاد تناقض. چرا که هدف اصلی، استفاده از داده‌های همفزون - شده مصرف در مطالعات اقتصادی است و برای این منظور، برقرار بودن فرض رفتار عقلایی ضرورتی اجتناب‌ناپذیر است. در مقاله حاضر هر جا که از رفتار عقلایی یاد می‌شود منظور همان رفتار عقلایی است که در قالب یک تابع مطلوبیت نئوکلاسیک (پیوسته، مقعر، یکنواخت و اشباع‌ناپذیر) تفسیر می‌شود، زیرا برخی از انواع ترجیحات علی‌رغم عقلایی بودن نمی‌توانند در قالب یک تابع مطلوبیت نئوکلاسیک بیان شوند) مانند ترجیحات Lexicographic Ordering که تابع آن به صورت نقطه‌ای و ناپیوسته است، بنابراین فاقد یک تابع تقاضای پیوسته است).

فرضیه‌های مورد آزمون به شکل زیر مطرح می‌شوند:

(۱) هیچ تناقضی از اصل تعمیم یافته ترجیحات آشکار شده در مورد داده‌های همفزون شده مصرف خانوارهای ایرانی وجود ندارد و داده‌های مزبور در قالب یک تابع مطلوبیت نئوکلاسیک به صورت عقلایی قابل تعبیرند.

(۲) تناقضات مشاهده شده با توجه به شاخص تعمیم یافته افریت<sup>۱</sup> ناشی از خطای اندازه‌گیری هستند و بنابراین نمی‌توان فرضیه رفتار عقلایی را رد کرد.

اگر فرضیه یک تأیید شود، یعنی هیچ تناقضی در اصل تعمیم یافته ترجیحات آشکار شده مشاهده نشود خود به خود نیازی به بررسی فرضیه دیگر نخواهد بود. ولی اگر این فرضیه رد شود، فرضیه دو آزمون می‌شود.

## ۱. مروری بر مطالعات انجام شده

هرچند ساموئلسون و هوتاکر<sup>۲</sup> تئوری ترجیحات آشکار شده را مطرح کردند ولی این افریت<sup>۳</sup> بود که با بیان تئوری خود امکان استفاده عملی از تئوری ترجیحات آشکار شده را به وجود آورد. تئوری افریت پایه و اساس گسترش تجربی آزمونهای ترجیحات آشکار شده قرار گرفت و آزمون اصل تعمیم یافته ترجیحات آشکار شده مستقیماً از این تئوری استخراج شد.

1. Generalized Afriat Index
2. Samuelson (1938) & Houthakker (1950)
3. Afriat (1967)

تئوری افريت شامل چهار شرط هم‌ارز است که برقرار بودن هریک از آنها بیانگر وجود یک تابع مطلوبیت خوش رفتار است که داده‌ها را به صورت عقلایی تعبیر می‌کند. این چهار شرط به صورت زیر بیان شده‌اند:

۱. یک تابع مطلوبیت اشباع‌ناپذیر وجود دارد که داده‌ها را به صورت عقلایی تعبیر می‌کند.

۲. داده‌ها، سازگاری چرخه‌ای را ارضا می‌کنند یعنی:

$$\text{اگر } P^r X^r \geq P^r X^s, P^s X^s \geq P^s X^t, \dots, P^q X^q \geq P^q X^r$$

$$\text{بنابراین: } P^r X^r = P^r X^s, P^s X^s = P^s X^t, \dots, P^q X^q = P^q X^r$$

۳. اعداد  $U^i$  و  $\lambda^i > 0$  وجود دارند به گونه‌ای که:

$$U^i \leq U^j + \lambda^j P^j (X^i - X^j), \quad i, j = 1, \dots, n$$

۴. یک تابع مطلوبیت اشباع‌ناپذیر، پیوسته، مقعر و یکنواخت وجود دارد که داده‌ها را تعبیر می‌کند. وریان (۱۹۸۲) و (۱۹۸۳) نشان داد که اصل ضعیف ترجیحات آشکار شده تأمین‌کننده شرط لازم و اصل قوی ترجیحات آشکار شده تأمین‌کننده شرط کافی برای وجود یک تابع مطلوبیت است که بتواند داده‌های مورد مطالعه را به صورت عقلایی تعبیر کند. وی همچنین، اصل تعمیم یافته ترجیحات آشکار شده را معرفی کرد که تأمین‌کننده هر دو شرط لازم و کافی برای تابع مذکور است. شروطی مثل اشباع‌ناپذیری، تعقر و ... را نمی‌توان با یکسری داده محدود آزمون کرد، سازگاری چرخه‌ای نیز مستقیماً قابل آزمون نیست، لیکن وریان (۱۹۸۲)، سازگاری چرخه‌ای (شرط دوم تئوری افريت) را به گونه‌ای تعریف کرد که قابل آزمون باشد و آن را اصل تعمیم یافته ترجیحات آشکار شده نامید.

• داده‌ها اصل تعمیم یافته ترجیحات آشکار شده را ارضا می‌کنند:

$$\text{اگر } X^i \in R \text{ و } X^j \text{ بنابراین: } P^j X^j \leq P^j X^i$$

بر اساس اصل تعمیم یافته ترجیحات آشکار شده، اگر سبدي از کالاها به صورت غیر مستقیم بر سبدي دیگر ترجیح یافت، در هیچ دوره زمانی دیگری نباید عکس این قضیه به صورت ترجیح مستقیم رخ بدهد.

آزمونهای ترجیحات آشکار شده طبیعتی غیر تصادفی دارند، یعنی اگر حتی یک تناقض در تعدادی از داده‌های مصرف مشاهده شود، نشان می‌دهد که داده‌های مذکور را نمی‌توان در قالب یک تابع مطلوبیت عقلایی تعبیر کرد. این موضوع باعث ایجاد یک نقطه ضعف در آزمونهای مذکور شده است. به عنوان نمونه چالفانت و الستون (۱۹۸۸)<sup>۱</sup> که داده‌های مربوط به مصرف گوشت در استرالیا را طی فصول مختلف سالهای ۱۹۶۱ تا ۱۹۸۴ بررسی کردند، پس از مقایسه نود و شش سبدي مصرف گوشت در خلال این دوره زمانی که در واقع شامل چهار هزار و پانصد و شصت مقایسه بود، تنها دو مورد تناقض در اصول

ترجیحات آشکار شده مشاهده کردند. بنابراین با توجه به غیر تصادفی بودن آزمون مذکور، باید فرض رفتار عقلایی را در مورد این داده‌ها رد می‌کردند، ولی دو مورد تناقض در چهارهزار و پانصد و شصت مقایسه خیلی کمتر از آن به نظر می‌رسد که به وسیله آن بتوان فرض مذکور را با قاطعیت رد کرد.

افریت (۱۹۸۷) معتقد بود ممکن است به دلیل خطایی که در اندازه‌گیری مقدار داده‌ها یا در هنگام همفزون کردن آنها رخ داده باشد، تناقضی در اصول ترجیحات آشکار شده مشاهده شود، در حالی که در واقعیت چنین تناقضی وجود ندارد. بنابراین وی شاخصی به نام شاخص افریت را طراحی کرد تا طبیعت غیرتصادفی آزمون مذکور را تعدیل کند.

بعد از اینکه واریان (۱۹۸۲) اصل تعمیم یافته ترجیحات آشکار شده را مطرح کرد، شاخص افریت را نیز به اصل مذکور تعمیم داد و تحت نام شاخص تعمیم یافته افریت نامگذاری کرد (Varian, 1990). شاخص تعمیم یافته افریت نشان دهنده عددی است که تناقضات اصل تعمیم یافته ترجیحات آشکار شده را برطرف می‌کند.

در تحقیق دیگری که فلیسیگ و وایتنی (۲۰۰۳)<sup>۱</sup> انجام دادند، با استفاده از روش شبیه سازی مونت کارلو و با در نظر گرفتن دو تابع مطلوبیت کاب داگلاس فرضی، قدرت تشخیص آزمون اصل تعمیم یافته ترجیحات آشکار شده را در برابر خطای اندازه‌گیری بررسی کردند. نتایج تحقیق آنها نشان می‌داد که خطای اندازه‌گیری معمولاً تعداد اندکی تناقض ایجاد می‌کند و بنابراین، در حالتی که تعداد زیادی تناقض مشاهده شود، خطای اندازه‌گیری نمی‌تواند منبع تولید این تناقضات باشد.

## ۲. روش‌شناسی آزمون اصل تعمیم یافته ترجیحات آشکار شده

هرگاه تابع مطلوبیت چهار خاصیت: پیوستگی، یکنواختی، اشباع‌ناپذیری و شبه مقعر (مقعر نسبت به مبدأ) بودن را داشته باشد، شرایط لازم و کافی را برای حداکثر سازی دارد. بنابراین با توجه به نظریه رفتار مصرف‌کننده که حداکثر کردن تابع مطلوبیت را هدف مصرف‌کننده عقلایی می‌داند، اگر ثابت شود یک تابع مطلوبیت پیوسته، یکنواخت، اشباع‌ناپذیر و مقعر (نسبت به مبدأ) وجود دارد که داده‌های مربوط به رفتار وی را تعبیر می‌کند، در واقع ثابت شده است که وی رفتاری عقلایی دارد (Varian, 1982).

### ۲-۱. انواع رابطه ترجیحی آشکار شده

ارتباطات ترجیحی بین سبدهای مصرفی مختلف به صورت سه نوع رابطه آشکار می‌شود:  $X^i = (x_1, x_2, \dots, x_k)$  بردار کالاهای درون یک سبد،  $P^i = (p_1, p_2, \dots, p_k)$  بردار قیمت‌های متناظر آن و  $i = 1, 2, \dots, n$  دوره‌های زمانی را نشان می‌دهد.

(۱) ترجیحات به طور مستقیم آشکار شده<sup>۱</sup> (R)

$$X^i R X^j \Leftrightarrow P^i X^i \geq P^i X^j$$

سبد مصرفی  $X^i$  بر سبد مصرفی  $X^j$  مستقیماً ترجیح دارد، اگر و تنها اگر در دوره زمانی  $i$  که سبد  $X^i$  خریداری شده است، امکان خرید سبد  $X^j$  نیز وجود داشت.  $P^i X^i$  قیمت تمام شده سبد کالایی  $X^i$  و  $P^i X^j$  قیمت تمام شده سبد کالایی  $X^j$  در دوره زمانی  $i$  است و بدیهی است وقتی امکان خرید سبد  $X^j$  برای مصرف‌کننده وجود داشته، ولی سبد  $X^i$  را خریداری نموده، مؤید آن است که وی  $X^i$  را بر  $X^j$  ترجیح می‌دهد.

(۲) ترجیحات به طور مستقیم و اکیداً آشکار شده<sup>۲</sup> ( $R^\circ$ )

$$X^j R^\circ X^i \Leftrightarrow P^i X^i > P^i X^j$$

سبد مصرفی  $X^i$  مستقیماً و واضح بر سبد  $X^j$  ترجیح دارد، اگر و تنها اگر در دوره زمانی  $i$  که سبد  $X^i$  خریداری شده است، خرید سبد  $X^j$  ارزان‌تر تمام می‌شد.

(۳) ترجیحات آشکار شده انتقال پذیر<sup>۳</sup> (P)

$$X^i P X^j \Leftrightarrow X^i R X^s R X^t R \dots R X^j$$

سبد مصرفی  $X^i$  به شکل انتقالی بر سبد  $X^j$  ترجیح دارد، اگر و تنها اگر یک سلسله ترجیحات مستقیم به صورت بالا وجود داشته باشد.

## ۲-۲. اصول ترجیحات آشکار شده

اصول ترجیحات آشکار شده اصول منطقی‌ای هستند که بر اساس انواع رابطه ترجیحی ساخته شده‌اند. به عنوان مثال؛ اگر مصرف‌کننده‌ای در یک دوره زمانی سبدی را بر سبد دیگر مستقیماً ترجیح داد بدیهی است که با فرض ثابت بودن ترجیحات (تابع مطلوبیت) نباید در هیچ دوره زمانی دیگری عکس این قضیه رخ بدهد. بر این اساس سه اصل برای ترجیحات آشکار شده ساخته شده است:

(۱) اصل ضعیف ترجیحات آشکار شده<sup>۴</sup> (WARP)

اگر  $X^i$  به طور مستقیم بر  $X^j$  ترجیح داده شود، نباید  $X^j$  به طور مستقیم بر  $X^i$  ترجیح داده شود

1. Directly Revealed Preference
2. Strictly Directly Revealed Preference
3. Transitive Closure of Revealed Preference
4. Weak Axiom of Revealed Preference

$$X^i P X^j_{(i \neq j)} \Rightarrow \text{not}(X^j R X^i)$$

(۲) اصل قویّ ترجیحات آشکار شده<sup>۱</sup> (SARP)

اگر  $X^i$  بر  $X^j$  به صورت انتقالی ترجیح یافت، نباید  $X^j$  به طور انتقالی بر  $X^i$  ترجیح یابد.

$$X^i P X^j_{(i \neq j)} \Rightarrow \text{not}(X^j P X^i)$$

(۳) اصل تعمیم یافته ترجیحات آشکار شده (GARP)

اگر  $X^i$  به صورت انتقالی بر  $X^j$  ترجیح داده شد، نباید  $X^j$  به طور مستقیم و واضح بر  $X^i$  ترجیح داده شود.

$$X^i P X^j_{(i \neq j)} \Rightarrow \text{not}(X^j R^\circ X^i)$$

با توجه به اینکه برقرار بودن اصل تعمیم یافته ترجیحات آشکار شده، شرط لازم و کافی برای صحت فرضیه رفتار عقلایی و وجود تابع مطلوبیت نئوکلاسیک است، لذا فرضیه شماره یک در مقاله حاضر با استفاده از همین اصل مورد آزمون قرار می‌گیرد. آزمون اصل تعمیم یافته ترجیحات آشکار شده، در چهار مرحله به شرح زیر انجام می‌شود:

#### الف) ساختن ماتریس DRP

هر عضو از این ماتریس که ترجیحات آشکار شده مستقیم را نشان می‌دهد به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$P^i X^j \geq P^i X^i \quad \text{اگر } \text{DRP}(i, j) = 1$$

$$P^i X^j < P^i X^i \quad \text{اگر } \text{DRP}(i, j) = 0$$

اگر عضو  $(i, j)$  ام این ماتریس معادل یک باشد به این معنی است که سبد مصرفی دوره  $i$  بر سبد مصرفی دوره  $j$  مستقیماً ترجیح دارد.

#### ب) ساختن ماتریس SRP

هر عضو از این ماتریس که ترجیحات آشکار شده مستقیم و واضح را نشان دهد به شکل زیر

تعریف می‌شود:

$$P^i X^j > P^i X^i \quad \text{اگر } \text{SRP}(i, j) = 1$$

$$P^i X^j \leq P^i X^i \quad \text{اگر } \text{SRP}(i, j) = 0$$

اگر عضو  $(i, j)$  ام این ماتریس معادل یک باشد نشان می‌دهد که سبد مصرفی دوره  $i$  به طور مستقیم و واضح بر سبد مصرفی دوره  $j$  ترجیح دارد.

### 1. Strong Axiom of Revealed Preference



**ج) ساختن ماتریس RP**

در مرحله سوم ماتریسی به نام RP ساخته می‌شود که ترجیحات آشکارشده انتقالی را نشان می‌دهد. عناصر این ماتریس در واقع بسط انتقالی عناصر ماتریس DRP هستند و به منظور تعیین این عناصر از الگوریتم وارشل استفاده می‌شود. الگوریتم وارشل تمام مسیرهای بین دو سبد مصرفی را جستجو می‌کند و چنانچه یک سلسله ترجیحات ترتیبی بین دو سبد مذکور وجود داشته باشد، عنصر معادل آن دو سبد در ماتریس RP را معادل یک قرار می‌دهد. بنابراین عناصر این ماتریس را می‌توان به شکل زیر تعریف کرد:

$$RP(i, j) = 1 \quad \text{اگر} \quad X^i R X^j$$

$$RP(i, j) = 0 \quad \text{در غیر این صورت:}$$

برای اینکه  $X^i R X^j$  باشد، باید یک سلسله ترجیحات ترتیبی به صورت زیر در ماتریس DRP موجود باشد:

$$DRP(i, r) = DRP(r, s) = \dots = DRP(t, j) = 1$$

**۱) تشخیص تناقض از طریق مقایسه ماتریسهای RP و SRP**

در مرحله نهایی تناقضاتی که احتمالاً ممکن است در اصل تعمیمی ترجیحات آشکارشده موجود باشد از طریق مقایسه بین عناصر ماتریس RP با ماتریس SRP مشخص می‌شود. طبق تعریف اصل تعمیمی ترجیحات آشکارشده، هرگاه یک سبد مصرفی بر سبد مصرفی دیگر به شکل انتقالی ترجیح یابد، نباید در دوره دیگر سبد دوم به صورت مستقیم و واضح بر سبد اول (سبد مرجح) ترجیح یابد. بنابراین یک تناقض در اصل تعمیمی ترجیحات آشکارشده را به صورت زیر می‌توان تعریف کرد:

اگر  $RP(i, j) = 1$  و  $SRP(j, i) = 1$  آن گاه نشان دهنده وقوع یک تناقض در اصل تعمیمی ترجیحات آشکار شده خواهد بود.

یعنی اگر عنصری از ماتریس RP معادل یک باشد و عنصر قرینه آن در ماتریس SRP نیز معادل یک باشد، بیانگر وجود یک تناقض در اصل تعمیمی ترجیحات آشکارشده است. به عنوان مثال؛ اگر  $RP(2, 7) = 1$  و  $SRP(7, 2) = 1$  باشد، نشان می‌دهد که رفتار مصرف‌کننده در انتخاب سبدهای مصرفی دوره دوم و هفتم حاوی یک تناقض در اصل تعمیمی ترجیحات آشکارشده است.

**۳-۲. آزمون خوبی برآزش**

هرگاه تعداد تناقضات اندک باشد نمی‌توان به سادگی فرضیه رفتار عقلایی را رد کرد، زیرا همیشه امکان بروز خطای اندازه‌گیری وجود دارد. خطای اندازه‌گیری ممکن است در جمع آوری داده‌ها یا در هنگام

همفزون کردن آنها رخ داده باشد. در آزمون اصل تعمیم یافته ترجیحات آشکار شده چون هیچ فرم تبعی لحاظ نمی‌شود، لذا، هیچ توزیع احتمالی نیز برای خطای اندازه‌گیری در دسترس نیست. جهت رفع این مشکل اولین بار افریت (۱۹۸۷) شاخصی به نام شاخص کارایی هزینه بحرانی افریت<sup>۱</sup> معرفی کرد که در اینجا به اختصار شاخص افریت نامیده می‌شود. شاخصی که وی طراحی کرد در مورد اصل ضعیف ترجیحات آشکار شده کاربرد داشت و بعد از آن زمانی که وریان (۱۹۸۲) اصل تعمیم یافته ترجیحات آشکار شده را ساخت، شاخص افریت را نیز به اصل مذکور تعمیم داد و به این لحاظ آن را شاخص تعمیم یافته افریت نامید (Varian, 1990). شاخص افریت و شاخص تعمیم یافته افریت با روابط زیر تعریف می‌شوند:

## - شاخص افریت

$$e^t \in (Q1)$$

$$X^t R^D(e^t) X^s \text{ iff } e^t P^s X^s < P^s X^t$$

$$t, s = 1, 2, \dots, n$$

$$\Rightarrow e^t < \frac{P^s X^t}{P^s X^s}$$

## - شاخص تعمیم یافته افریت

$$e^{t*} \in (Q1)$$

$$X^t R(e^{t*}) X^s \text{ iff } e^{t*} P^s X^s \leq P^s X^t$$

$$t, s = 1, 2, \dots, n$$

$$\Rightarrow e^{t*} = \frac{P^s X^t}{P^s X^s}$$

شاخص تعمیم یافته افریت در واقع تناقض در اصل تعمیم یافته ترجیحات آشکار شده را برطرف می‌کند. طبق تعریف اصل مذکور هرگاه  $X^t$  به صورت انتقالی بر  $X^s$  ترجیح یابد، نباید  $P^s X^s$  بزرگتر از  $P^s X^t$  باشد.

$$\text{اگر } X^t R X^s \text{ بنابراین } P^s X^s \leq P^s X^t$$

لذا اگر زمانی چنین اتفاقی رخ بدهد و  $P^s X^s$  از  $P^s X^t$  بزرگتر شود، می‌توان عدد  $e^{t*}$  را به نحوی تعیین کرد که با ضرب کردن آن در  $P^s X^s$  جهت نامعادله تغییر کرده و  $P^s X^s$  کوچکتر از

## 1. Afriat Critical Cost Efficiency Index

$P^s X^t$  شود. در چنین حالتی تناقض مشاهده شده در سطح  $e^t$  شاخص تعمیم یافته افریت از بین رفته است.

حال اینکه تا چه حدی از شاخص تعمیم یافته مورد قبول است و می‌توان تا آن حد را به عنوان خطای اندازه‌گیری لحاظ کرد به نظر محقق بستگی دارد، ولیکن، معمولاً سطح ۰/۹۵ به عنوان حد آستانه شاخص تعمیم یافته افریت در نظر گرفته می‌شود و تا جایی که مقدار محاسبه شده شاخص مذکور از این سطح آستانه بالاتر باشد، می‌توان تناقض مشاهده شده را ناشی از خطای اندازه‌گیری دانست.

در اصل تعمیم یافته ترجیحات آشکار شده که بر پایه رابطه ترجیح آشکار شده انتقالی قرار دارد، گاهی یک رشته از ترجیحات که شامل چند سبد مصرفی در سالهای متفاوت است، اصل مذکور را نقض کرده و به صورت یک چرخه در می‌آیند:

$$X^t R X^m R \dots R X^n R X^t$$

با تعیین شاخص تعمیم یافته افریت برای هر یک از عناصر موجود در چرخه، ممکن است خود به خود چرخه شکسته و تناقض مشاهده شده رفع شود. لذا، برای محاسبه شاخص مذکور هر یک از روابط زیر را می‌توان مورد استفاده قرار داد:

$$e^{t^*} = \frac{P^s X^t}{P^s X^s}, \quad e^{t^*} = \frac{P^n X^t}{P^n X^n}, \quad e^{t^*} = \frac{P^m X^t}{P^m X^m}, \quad \dots$$

بنابراین، به جای محاسبه تنها یک شاخص برای هر تناقض، باید تمام شاخصهای ممکن برای رفع یک تناقض محاسبه شود و سپس از میان تمام شاخصهایی که تناقض را کاملاً رفع می‌کنند، شاخصی که بزرگترین مقدار عددی را دارد و یا در واقع، کمترین خطای اندازه‌گیری را نشان می‌دهد به عنوان شاخص تعمیم یافته افریت در نظر گرفته شود (Varin, 1990).

### ۳. داده‌ها

داده‌های مورد استفاده در مقاله حاضر شامل قیمت و مقدار متوسط مصرف خانوارهای شهری طی سالهای ۱۳۴۴ تا ۱۳۸۱ است. در سالهای ۱۳۵۵، ۱۳۵۷ و ۱۳۶۰ آمارگیری از بودجه خانوارهای شهری انجام نشده است، لذا، سه سال مذکور از دوره مورد مطالعه حذف شده‌اند و مجموع تعداد مشاهدات سی و پنج سال است.

منبع جمع‌آوری داده‌های مذکور بانک مرکزی جمهوری اسلامی و مرکز آمار ایران است. بیست بردار زمانی قیمت و بیست بردار زمانی مقدار مصرف که مربوط به گروهها و زیرگروههای کالایی به شرح جدول (۱) است، داده‌های مذکور را تشکیل می‌دهند.

هشت مورد اول به عنوان گروههای اصلی غیرخوراکی معرفی شده‌اند و دوازده مورد بعدی زیرگروههای مربوط به گروه اصلی هزینه‌های خوراکیها، دخانیات و آشامیدنیها است.

## جدول ۱- داده‌ها

۱	پوشاک و کفش	۱۱	لبنیات و تخم مرغ
۲	مسکن	۱۲	میوه‌ها و سبزیها
۳	اثاثه منزل	۱۳	انواع روغنها
۴	خدمات و کالاهای بی دوام منزل	۱۴	حبوبات
۵	حمل و نقل و ارتباطات	۱۵	خشکبار
۶	بهداشت و درمان	۱۶	ادویه جات، ترشیها و چاشنیها
۷	تفریح، تحصیل و مطالعه	۱۷	قند، شکر و فراورده‌های آن
۸	کالاها و خدمات متفرقه	۱۸	غذاهای آماده
۹	آرد، نان، رشته و غلات	۱۹	آشامیدنیها
۱۰	انواع گوشتها	۲۰	دخانیات

## ۴. نتایج

فرضیه یک ( این فرضیه با استفاده از روش آزمون اصل تعمیم یافته ترجیحات آشکار شده و با به‌کارگیری کل داده‌های مصرف متوسط خانوارهای شهری طی دوره زمانی ۱۳۴۴ تا ۱۳۸۱ با نرم افزار Matlab مورد آزمون قرار گرفت.

پس از اجرای آزمون تعداد چهار تناقض در اصل تعمیم یافته ترجیحات آشکار شده مشاهده شد. جدول زیر نشان می‌دهد که تناقضهای مشاهده شده در مقایسه بین کدام دو سال رخ داده است:

## جدول ۲- تناقض در اصل تعمیم یافته ترجیحات آشکار شده

شماره	سال	سال
۱	۱۳۴۵	۱۳۵۰
۲	۱۳۵۰	۱۳۴۵
۳	۱۳۶۷	۱۳۶۹
۴	۱۳۶۹	۱۳۶۷

هر چند تعداد تناقضات اندک است، ولی به هر حال فرضیه یک مبنی بر عدم وجود تناقض را رد می‌کند. با رد شدن فرضیه یک، فرضیه دو باید مورد آزمون قرار گیرد.

**فرضیه دو** هر چند آزمون اصل تعمیم یافته ترجیحات آشکار شده غیر تصادفی است و با مشاهده حتی یک تناقض باید فرضیه رفتار عقلایی را رد کرد، ولی در مواردی که تعداد تناقضات اندک باشد، به راحتی نمی‌توان آنها را ناشی از رفتار غیر عقلایی دانست. در چنین مواردی شاخص تعمیم یافته افریت می‌تواند به نوعی طبیعت غیر تصادفی آزمون را تعدیل کند. چنانچه شاخص مذکور برای تمام تناقضات مشاهده شده بالاتر از ۰/۹۵ باشد، می‌توان بروز تناقضها را به خطای اندازه‌گیری نسبت داد.

نتیجه محاسبه شاخص تعمیم یافته افریت برای تناقضهای مشاهده شده در اصل تعمیم یافته ترجیحات آشکار شده در جدول (۳) آمده است:

جدول-۳. شاخص تعمیم یافته افریت برای تناقضات مشاهده شده

شماره تناقض	سالهای متناقض	شاخص تعمیم یافته افریت
۱	۱۳۴۵-۱۳۵۰	۰/۹۹۷۹
۲	۱۳۵۰-۱۳۴۵	۰/۹۹۹۶
۳	۱۳۶۷-۱۳۶۹	۰/۹۹۹۸
۴	۱۳۶۷-۱۳۶۹	۰/۹۹۵۷

همان‌طور که ملاحظه می‌شود، شاخص تعمیم یافته افریت برای تمام تناقضهای مشاهده شده بالاتر از ۰/۹۹ است و بنابراین، می‌توان تناقضها را به خطای اندازه‌گیری نسبت داد. به این ترتیب فرضیه دو پذیرفته می‌شود.

## ۵. بحث

فرضیه یک به دلیل مشاهده چهار مورد تناقض در اصل تعمیم یافته ترجیحات آشکار شده رد شد. برای سی و پنج مشاهده، یک‌هزار و صد و نود مقایسه بین مشاهدات (سالهای) مختلف انجام می‌شود، به نحوی که هر مشاهده با سی و چهار مشاهده دیگر مقایسه می‌شود، لذا بروز چهار مورد تناقض در هزار و صد و نود مورد مقایسه تعداد کمی به نظر می‌رسد.

بر اساس نظر افریت (۱۹۸۷)، وریان (۱۹۹۰)، فلیسیگ و وایتنی (۲۰۰۳)، بروز تعداد اندکی تناقض در بررسی یک دوره زمانی طولانی می‌تواند ناشی از خطای اندازه‌گیری باشد. خطای اندازه‌گیری از دو منبع منشأ می‌گیرد؛ یک مورد هنگام جمع‌آوری داده‌ها ممکن است رخ بدهد، این نوع خطا به علت اطلاعات نادرستی که افراد مورد مطالعه (خانوارها) می‌دهند یا بر اثر خطا در ثبت داده‌ها به وجود می‌آید. نوع دیگر خطای اندازه‌گیری ناشی از خطای هم‌فزون کردن داده‌ها است، مثلاً گروهی که به عنوان آرد، نان، رشته و غلات ثبت شده در واقع شامل چندین کالای مختلف بوده است که بر اساس

ضرایب اهمیت در سبد مصرف در قالب یک کالا همفزون شده‌اند، پس اگر ضرایب اهمیت یا نوع کالاهایی که در هم ادغام شده‌اند تصویر درستی از واقعیت مصرف نباشد، باعث بروز خطای اندازه‌گیری می‌شود.

بنابراین، هرچند فرضیه یک رد شده است و سازگاری کامل با اصل تعمیم‌یافته ترجیحات آشکار شده وجود ندارد، ولی به احتمال زیاد بروز تناقض ناشی از خطای اندازه‌گیری است.

شاخص تعمیم‌یافته افريت به خوبی این مسئله را روشن می‌کند؛ اختلاف بین مخارج روی سبدهای مصرفی در سالهای نقض‌کننده اصل تعمیم یافته ترجیحات آشکار شده خیلی کم است، به طوری که مثلاً اختلاف بین مخارج روی سبد مصرفی سالهای ۱۳۵۰ و ۱۳۴۵ کمتر از ۰/۰۰۱ است (شاخص تعمیم یافته افريت معادل ۰/۹۹۷۹ است)، یعنی در سال ۱۳۵۰ امکان خرید سبد مصرفی سال ۱۳۴۵ با ۰/۱ درصد هزینه کمتر وجود داشته است. حال اگر چنین فرض شود که مقادیر مصرف سال ۱۳۴۵ با ۰/۱ درصد خطا اندازه‌گیری شده است، در این صورت، تناقض در مقایسه دو سال ۱۳۴۵ و ۱۳۵۰ از بین می‌رود. نتایج تحقیق فلیسیگ و وایتنی (۲۰۰۳) نیز مؤید این مطلب است، آنها حساسیت آزمون فرضیه رفتار عقلایی را نسبت به خطای اندازه‌گیری مورد بررسی قرار دادند. بر اساس نتایج تحقیق مذکور با وجود ۵ درصد خطای اندازه‌گیری امکان بروز شش مورد یا کمتر از شش مورد تناقض در اصل تعمیم یافته ترجیحات آشکار شده وجود دارد و در سطح ۱۰ درصد خطای اندازه‌گیری نیز امکان بروز ده مورد یا کمتر از ده مورد تناقض در اصل مزبور وجود دارد.

بر این اساس فرضیه دو مورد پذیرش قرار گرفت و تعداد اندک (چهار مورد) تناقضات مشاهده شده به خطای اندازه‌گیری نسبت داده شد. لذا می‌توان فرضیه رفتار عقلایی را در طی دوره مذکور برقرار دانست. برقرار بودن فرضیه رفتار عقلایی به این معنی است که داده‌های مصرف خانوارهای شهری ایران طی دوره ۱۳۴۴ تا ۱۳۸۱ را می‌توان در قالب یک تابع مطلوبیت پیوسته، یکنواخت، اشباع‌ناپذیر و مقعر تعبیر کرد.

وجود تابع مذکور پیش فرض اساسی برای تحقیقاتی است که از این داده‌ها استفاده می‌کنند. بنابراین با توجه به این نتیجه، محققین می‌توانند از کل دوره زمانی مذکور یا زیردوره‌های کوچکتری از آن برای تحقیقاتی که با پیش فرض وجود تابع مطلوبیت انجام می‌شود، استفاده کنند. به عنوان مثال؛ محققى که قصد دارد سیستم معادلات تقاضا را برای دوره مزبور تخمین بزند، می‌تواند با استناد به نتیجه تحقیق حاضر از وجود تابع مطلوبیت اطمینان حاصل کند، چرا که وجود تابع مطلوبیت نئوکلاسیک، شرط لازم و کافی برای وجود تابع تقاضا است.

## منابع

- دهقان دهنوی، محمدعلی. (۱۳۸۲). آزمون ناپارامتری اصل تعمیم یافته ترجیحات آشکار شده برای رفتار عقلایی مصرف‌کنندگان کالاهای کشاورزی بر اساس مدل عامل نوعی. پایان‌نامه کارشناسی ارشد، گروه اقتصاد کشاورزی، دانشکده کشاورزی دانشگاه تربیت مدرس.
- Afriat, S. N. (1973). On a System of Inequalities in Demand Analysis. *International Economic Review*, No. 14, PP.460-472.
- Chalafant, J. A. and Alston, J. M. (1988). Accounting for Change in Tasts. *Journal of Political Economy*, No. 96, PP. 391-410.
- Diewert, W. E. (1973). Afriat and Revealed Preference. *Review of Economic Studies*, No. 40, PP. 419-426.
- Fleissig, A. R., Alastair, R. H. and Seater, J. J. (2000). GARP, Separability, and the Representative Agent. *Macroeconomic Dynamics*, No. 4, PP. 324-342.
- Fleissig, A. R. and Whitney, G. A. (2003). A New PC-Based Test for Varian's Weak Separability Conditions. *Journal of Business & Economic Statistics*, No.21, PP. 133-144.
- Houthakker, H. (1950). Revealed Preference and the Utility Function. *Economica*, No.17, PP. 59-174.
- Kohzadi, N. and Mupondwa, E. (1993). Nonparametric Test for Changes in Consumer Preferences for Fats and Oils in Canada. *International Conference on Agricultural Economics*, Edmonton, Canada.
- Samuelson, P. A. (1938). A Note on the Pure Theory of Consumer Behaviour. *Econometrica*, No. 5, PP. 61-71
- Swofford, J. and Whitney, G. (1986). Flexible Functional Forms and Utility Approach to the Demand for Money. *Journal of Money*, No.18, PP. 383-389.
- Unur, A. S. (2003). Revealed Preference Analysis using Matlab and/or Octave. Available in: [people.cornell.edu/pages/asul/notes/revpref.html](http://people.cornell.edu/pages/asul/notes/revpref.html).
- Varian, H. (1982). The Nonparametric Approach to Demand Analysis. *Econometrica*, No. 50, PP. 945-974
- Varian, H. (1983). Nonparametric Test of Consumer Behaviour. *Review of Economic Studies*, No.50, PP. 99-110
- Varian, H. (1985). Nonparametric Analysis of Optimizing Behaviour with Measurement Error. *Journal of Econometric*, No. 30, PP. 445-459.
- Varian, H. (1990). Goodness-of-fit in Optimizing Models. *Journal of Econometric*, No.46, PP.125-140.