



اتصال خودکار بریدگی‌ها در شبکه‌های استخراج شده به وسیله الگوریتم‌های استخراج راه با استفاده از تکنیک‌های تبدیل رادون و درون‌یابی اسپلاین

علی‌اکبر متکان^۱، محمد حاجب^{۲*}، محمد اسلامی^۳

۱. استاد گروه سنجش از دور و GIS، دانشگاه شهید بهشتی

۲. مربی گروه سنجش از دور و GIS، دانشگاه شهید بهشتی

۳. دانشجوی دکتری برق گرایش مخابرات، دانشگاه شهید بهشتی

تاریخ پذیرش مقاله: ۱۳۹۳/۱۱/۲۷

تاریخ دریافت مقاله: ۱۳۹۱/۷/۸

چکیده

دسترسی به اطلاعات راه‌ها اهمیت زیادی در کاربردهای مختلف نظیر حمل‌ونقل، کنترل ترافیک، سیستم‌های هدایت خودکار وسایل نقلیه و مانند اینها دارد. در سال‌های اخیر طراحی الگوریتم‌های استخراج راه، هدف مطالعات بسیاری از پژوهشگران بوده است. با وجود پیشرفت‌هایی که در این زمینه حاصل شده است، همچنان نواقصی در عملکرد این الگوریتم‌ها وجود دارد که یکی از مهم‌ترین آنها وجود بریدگی در شبکه‌های استخراج شده است. این بریدگی‌ها ممکن است به دلایل مختلفی نظیر قرار گرفتن راه‌ها در زیر درختان یا واقع شدن در سایه باشند. از آنجاکه پیوسته بودن راه‌ها یکی از ویژگی‌های مهم توپولوژیکی آنهاست، رفع این نقیصه ضروری به نظر می‌رسد. هدف پژوهش حاضر ارائه روشی خودکار برای یافتن و اتصال بریدگی‌های موجود در راه‌های استخراج شده به وسیله الگوریتم‌های استخراج راه است. در این الگوریتم ابتدا با استفاده از روشی مبتنی بر تبدیل رادون سر و ته بریدگی‌ها شناسایی می‌شوند، سپس این نقاط با به کارگیری روشی بر پایه تکنیک درون‌یابی اسپلاین به یکدیگر متصل می‌شوند. این الگوریتم روی خروجی یک روش استخراج راه که در آن چهار بریدگی در راه‌های مستقیم و دو بریدگی در تقاطع‌ها وجود دارد، پیاده‌سازی شد. نتایج نشان دادند که الگوریتم قادر به اتصال تمام بریدگی‌های واقع در راه‌های مستقیم بود، ولی دو مورد بریدگی در تقاطع‌ها را نتوانست الگوریتم متصل کند. بنابراین می‌توان گفت که صرف نظر از محل بریدگی که در راه‌های مستقیم یا در تقاطع‌ها واقع شده‌اند، الگوریتم حدود ۶۶/۷ درصد از بریدگی‌های موجود در تصویر را شناسایی و متصل کرده است. این الگوریتم در محیط نرم‌افزار MATLAB برنامه‌نویسی شد.

کلیدواژه‌ها: آشکارسازی عوارض خطی، اتصال قطع‌شدگی‌ها، تبدیل رادون، درون‌یابی اسپلاین.

* نویسنده مکاتبه‌کننده: تهران، اوین، دانشگاه شهید بهشتی، گروه سنجش از دور و GIS، تلفن: +۹۱۲۲۰۱۵۹۳۱

۱- مقدمه

پرکردن فضاهای خالی موجود در شکل‌های خطی در یک تصویر موضوعی است که در حوزه عملکرد پردازش تصویر و بینایی کامپیوتری قرار می‌گیرد و در زمینه‌های مختلفی کاربرد دارد. یکی از این زمینه‌ها پردازش تصاویر پزشکی است. تا کنون الگوریتم‌های زیادی برای پرکردن بریدگی‌های موجود در شکل‌های خطی مانند رگ‌ها، DNA و مانند اینها در تصاویر پزشکی ارائه شده است (Szymczak, 2005; Akhras, 2007; Risser, 2008). زمینه دیگر کاربرد پرکردن فضاهای خالی موجود در شکل‌های خطی، پردازش تصویر به‌منظور استخراج اطلاعات مختلف از تصویر است. به‌عنوان مثال، فاولسل^۱ (۲۰۰۹) روشی را برای پرکردن بریدگی‌ها ارائه کرد و آن را برای جداسازی دانه‌های برنج در یک تصویر به‌کار گرفت. اتصال بریدگی‌ها در علوم ژئوماتیک نیز کاربردهای فراوانی دارد که از آن جمله می‌توان به ویرایش خطوط توپوگرافی در نقشه‌ها (Khotanzad & zink, 2003; Pouderoux & Spinello, 2007) و تکمیل و اصلاح نتایج الگوریتم‌های استخراج عوارض خطی نظیر رودها و راه‌ها اشاره کرد. امروزه به‌دلیل اهمیت ویژه‌ای که راه‌ها به‌عنوان یکی از مهم‌ترین زیرساخت‌های توسعه در هر کشور دارند، استخراج اطلاعات آنها به چالشی مهم در علوم مربوط تبدیل شده است. یکی از فناوری‌هایی که در این زمینه فعالیت گسترده‌ای داشته، سنجش از دور و در کنار آن علم پردازش تصاویر رقومی است. تا به امروز روش‌های زیادی برای استخراج راه‌ها از داده‌های مختلف دورسنجی ارائه شده است. منا^۲ (۲۰۰۳) به بیش از ۲۵۰ تحقیق در این زمینه اشاره کرده است. با اینکه بسیاری از این روش‌ها به مرحله تکامل خود رسیده‌اند ولی باز هم راه‌ها را به‌صورت کامل استخراج نمی‌کنند. از این رو طراحی الگوریتم‌های پس‌پردازش به‌منظور بهبود نتایج آنها بسیار ضروری به‌نظر می‌رسد. یکی از مهم‌ترین مشکلات، وجود بریدگی‌ها در راه‌های

استخراج شده است که می‌تواند ناشی از ضعف عملکرد الگوریتم، هندسه سنجنده، محصورشدن راه به‌وسیله درختان، قرارگرفتن راه در سایه یا دلایل دیگر باشد (Hashemi et al., 2001). از آنجاکه پیوستگی راه‌ها از ویژگی‌های مهم توپولوژیکی آنهاست و بسیاری از تحلیل‌های مکانی با فرض پیوسته‌بودن راه‌ها انجام‌شدنی هستند، نیاز به طراحی الگوریتم‌هایی برای رفع این نقیصه به‌شدت احساس می‌شود. در ادامه به مطالعاتی که در این زمینه انجام شده است، اشاره می‌کنیم. هاشمی و همکاران (۲۰۱۱) الگوریتمی خودکار را برای آشکارسازی و پرکردن فضاهای خالی راه‌های استخراج شده ارائه کردند که در آن بریدگی‌های کوچک با استفاده از عملگرهای مورفولوژی چندمقیاسه و در روبه‌ای سلسله‌مراتبی پر می‌شوند و بریدگی‌های بزرگ با بهره‌گیری از سیستم استنتاج فازی آشکارسازی می‌شوند. در ادامه، بریدگی‌های کوتاه‌تر با استفاده از استراتژی خطی و بریدگی‌های بلندتر با استفاده از استراتژی چندجمله‌ای پر می‌شوند. در مطالعه چیانگ و همکاران (۲۰۰۵ و ۲۰۰۸) از عملگرهای انبساط^۳، سایدگی^۴ و لاغرسازی^۵ مورفولوژی با استفاده تبدیل Hit-or-Miss برای پرکردن بریدگی‌های کوچک‌تر از ۶ پیکسل استفاده شد. در آن مطالعه، نویسندگان اشاره کردند که روش آنها در بریدگی‌های بزرگ‌تر و بریدگی‌های روی خطوط منحنی کارایی خوبی ندارد. ماوریا^۶ و همکاران (۲۰۱۱) در روش خود برای استخراج راه‌ها از عملگرهای مورفولوژی برای اتصال بریدگی‌ها استفاده کردند. هدف اصلی پژوهش مونتراکیس و لو^۷ (۲۰۱۱)، طبقه‌بندی

1. Faessel
2. Mena
3. Dilation
4. Erosion
5. Thinning
6. Maurya
7. Mountrakis & Luo

است، مشخص می‌کند. در نهایت در این محدوده از تصویر که حاوی بریدگی در راه‌هاست، با تصویر قبل از اعمال عملگر گشایش که بدون بریدگی است، جایگزین می‌شود.

فیشلر و هالر^۱ (۱۹۹۸) روشی موسوم به Semantic Linker را برای اتصال ناپیوستگی‌ها در شبکه راه‌های استخراج شده مطرح کردند. پوریکلی و کیتون^۲ (۲۰۰۰) روشی را برای ردیابی و اتصال قطعه‌های راه استخراج شده پیشنهاد کردند. در این روش با در نظر گرفتن طول قطعه و راستای آن، یک پنجره جست‌وجو به شکل برگ در نقطه انتهایی هر قطعه تشکیل می‌شود و در آن پنجره با در نظر گرفتن معیارهای شباهت و فاصله، بهترین نقطه برای اتصال به نقطه پایانی مورد نظر انتخاب می‌شود. تسر و پاولیدیس^۳ (۲۰۰۰) روشی را برای استخراج خودکار راه‌ها از تصاویر با قدرت تفکیک پایین معرفی کردند و یک تابع هزینه برای پرکردن بریدگی‌های راه‌های استخراج شده اراده کردند.

بسیاری از این الگوریتم‌ها به‌ویژه آنهایی که مبتنی بر عملگرهای مورفولوژی هستند در مواجهه با بریدگی‌های بزرگ مشکل دارند، از این‌رو نیاز به رفع نقص الگوریتم‌های پیشین و طراحی الگوریتم‌های جدید احساس می‌شود. در سال‌های اخیر استفاده از تبدیلات ریاضی مانند هوق و رادون^۴ برای استخراج خطوط مستقیم در تصاویر به‌طور عام و استخراج راه‌ها

سطوح نفوذناپذیر بود. برای این منظور، راه‌ها با استفاده از یک تبدیل رادون تکرار شونده آشکارسازی شدند و بریدگی‌های موجود در آنها با استفاده از عملگر انبساط جهت‌دار با یک عنصر ساختاری 5×1 پر شدند. گارسیا^۱ و همکاران (۲۰۰۸) یک مدل خطی را برای پرکردن بریدگی‌ها در شبکه راه‌های مستقیم و یک مدل چندجمله‌ای را برای پرکردن بریدگی‌ها در شبکه راه‌های منحنی ارائه کردند. در مطالعه لینتون (۲۰۰۹)^۲، هندرسون و لینتون^۳ (۲۰۰۹) برای پرکردن بریدگی‌های موجود در راه‌های استخراج شده از نقشه‌های رستری، از تکنیک Tensor voting استفاده شد. گاردنر^۴ و همکاران (۲۰۰۱) روشی را بر اساس تکنیک فیلتر Q-tree برای استخراج راه‌ها ارائه کردند و از نوع دیگری از فیلتر Q-tree برای طبقه‌بندی مجدد پیکسل‌های درختان و قراردادن آنها در کلاس راه استفاده کردند. آنها بدین ترتیب توانستند بریدگی‌های ناشی از پوشیده شدن راه‌ها به وسیله درختان را پر کنند. منیه و هینتون^۵ (۲۰۱۰) با استفاده از شبکه‌های عصبی، راه‌ها را استخراج کردند و با انجام عملیات پس‌پردازش بر اساس Convolutional neural network اقدام به پرکردن بریدگی‌های موجود در شبکه راه‌های استخراج شده و همچنین حذف لکه‌های غیرمتصل به راه‌ها کردند. در مطالعات روچری^۶ و همکاران (۲۰۰۴، ۲۰۰۵، ۲۰۰۶، ۲۰۰۷)، روش Higher-Order Active Contour برای پرکردن بریدگی‌های موجود در شبکه راه‌های استخراج شده به‌کار گرفته شد. ژانگ^۷ و همکاران (۱۹۹۹) روشی را برای استخراج راه‌ها با استفاده از مورفولوژی ریاضی ارائه کردند و در آن الگوریتمی را برای پرکردن بریدگی‌های ناشی از عملگر گشایش مورفولوژی به‌کار گرفتند که در آن ابتدا نقاط انتهایی در شبکه راه‌ها که تا عرض یک پیکسل لاغرسازی شده‌اند مشخص می‌شوند. سپس الگوریتم در یک دامنه تعیین شده، نقطه پایانی دیگر را جست‌وجو می‌کند و محدوده‌ای را که حاوی هر دو نقطه پایانی

1. Garcia
2. Semantic feature analysis in raster maps. Master's thesis, University of Utah, Salt Lake City, Utah, June.
3. Henderson & Linton
4. Gardner
5. Mnih & Hinton
6. Rochery
7. Zhang
8. Fischler & Haller
9. Porikli & Keaton
10. Tesser & Pavlidis
11. Hough & Radon

پارکینگ‌های روباز با تعدادی اتومبیل در اطراف مناطق صنعتی وجود دارد. در گوشه سمت چپ بالای تصویر، پوشش گیاهی نسبتاً متراکمی وجود دارد. شبکه راه‌های منطقه حاوی چندین تقاطع است. راه‌های مستقیم و راه‌های دارای انحنای نیز در منطقه به چشم می‌خورند.

۲-۲- داده‌های مورد مطالعه

داده‌های به کار گرفته شده در پژوهش حاضر خروجی یک الگوریتم آشکارسازی راه هستند که در مطالعه متکان و همکاران (۲۰۱۱) به دست آمده است. در تحقیق مذکور فرایند اتصال بریدگی‌ها در راه‌های آشکارسازی شده به صورت دستی انجام شده است. در راه‌های آشکارسازی شده به وسیله این الگوریتم انواع مختلفی از بریدگی‌ها نظیر بریدگی‌های کوچک، بریدگی‌های بزرگ و بریدگی در تقاطع‌ها وجود دارد و برای ارزیابی کارایی الگوریتم اتصال بریدگی‌ها در مواجهه با شکل‌های مختلف بریدگی بسیار مناسب است. شکل ۱۰-الف راه‌های آشکارسازی شده اولیه، قبل از اتصال بریدگی‌ها را نشان می‌دهد.

۲-۳- روش‌ها

۲-۳-۱- تبدیل رادون

تبدیل رادون را نخستین بار یوان رادون^۵ (۱۹۱۷) معرفی کرد. رادون یک تبدیل انتگرالی است که مجموع درایه‌های ماتریس شکل را در راستایی مشخص بر صفحه‌ای عمود بر این راستا، تصویر Project می‌کند، یعنی انتگرال‌های خطی را از منابع چندگانه در طول پرتوهای موازی در راستایی مشخص محاسبه می‌کند. هر منبع با راستای پرتوهای آن (θ) مشخص می‌شود. این پرتوها معمولاً به فاصله یک پیکسل از یکدیگر قرار گرفته‌اند. این مفهوم در شکل ۲ به تصویر کشیده شده است.

به طور خاص مورد توجه قرار گرفته‌اند که از آن جمله می‌توان به لی^۱ و همکاران (۲۰۱۰)، ژانگ و کولوویگنر^۲ (۲۰۰۷)، مورفی^۳ (۱۹۸۶)، و مونتراکیس و لو^۴ (۲۰۱۱) اشاره کرد.

هدف اصلی پژوهش حاضر، اتصال بریدگی‌های موجود در شبکه راه‌های استخراج شده به وسیله الگوریتم‌های استخراج راه است و تمرکز اصلی بر اتصال بریدگی‌های بزرگ و در جایی است که روش‌های مبتنی بر عملگرهای ساده مورفولوژی کارایی خوبی ندارند. با توجه به توانایی تبدیل رادون در استخراج خطوط، از این تکنیک برای اتصال بریدگی‌های خطی استفاده شده است.

۲- مواد و روش‌ها

۲-۱- ناحیه مورد مطالعه

ناحیه مورد مطالعه در پژوهش حاضر، یک منطقه شهری واقع در ناحیه راین در غرب کشور آلمان است (شکل ۱).



شکل ۱. منطقه مورد مطالعه

همان‌طور که در شکل مشاهده می‌شود، تغییرات فاحشی در بافت منطقه وجود دارد. در سمت راست تصویر مناطق مسکونی با ساختمان‌های تقریباً کوچک دیده می‌شود، در حالی که در سمت چپ تصویر مناطق صنعتی با ساختمان‌های بزرگ به چشم می‌خورد.

1. Li
2. Zhang & Couloigner
3. Murphy
4. Mountrakis & Luo
5. Johann Radon

اتصال خودکار بریدگی‌ها در شبکه راه‌های استخراج شده به وسیله الگوریتم‌های استخراج راه با استفاده از تکنیک‌های تبدیل ...

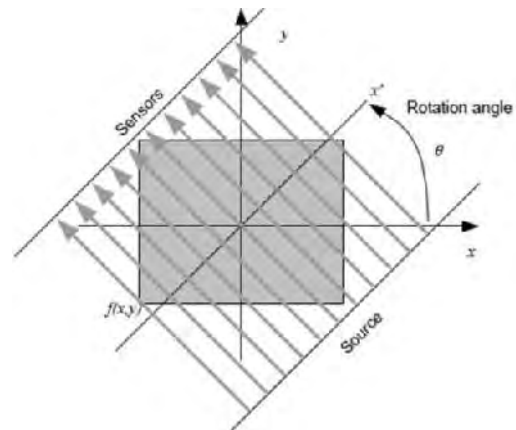
$\theta \in [0, \pi)$ و $x' \in R, R(x', \theta)$ تصویر می‌کند.

$$R(x', \theta) = \iint_{-\infty}^{\infty} f(x, y) \delta(x \cos \theta + y \sin \theta - x') dx dy \quad (1) \text{ رابطه}$$

$$\delta(x \cos \theta + y \sin \theta - x')$$

که در آن، $\delta(\cdot)$ تابع دیراک است که مقدار آن به‌ازای مقادیر غیر صفر برابر صفر است (Dirac, 1984) و x' فاصله قائم پرتوها از مرکز تصویر است.

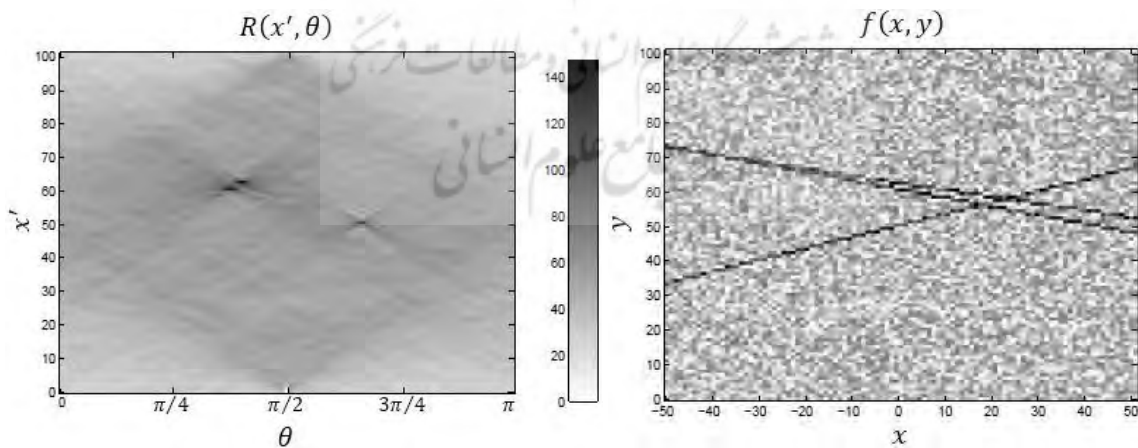
با انجام تبدیل رادون برای یک شکل، تصویرهای آن شکل در طول پرتوها، متناسب با زاویه هر پرتو و فاصله آن از مرکز شکل حاصل می‌شود. بنابراین تبدیل رادون، هر خط روشن در تصویر را با یک نقطه اوج و هر خط تیره در تصویر را با یک نقطه حوض در فضای رادون (x', θ) نشان می‌دهد (Zhang & Couloigner, 2007). با استفاده از تبدیل رادون مسئله آشکارسازی خطوط در فضای تصویر به مسئله آشکارسازی نقاط اوج در فضای رادون، (x', θ) تبدیل می‌شود که بسیار آسان‌تر است. این امر منجر به کاربرد فراوان تبدیل رادون در زمینه‌های مختلف پردازش تصویر و بینایی کامپیوتری که نیازمند فرایند آشکارسازی خط هستند، می‌شود.



شکل ۲. نمایش شماتیک تصویر کردن رادون

منبع: Miciak, 2010

تابع رادون برای نمایش یک شکل، آن را در طول چندین پرتوی موازی از زاویه‌های مختلف تصویر می‌کند. زاویه‌های مختلف با چرخش منبع پرتوها حول مرکز تصویر حاصل می‌شوند. شکل ۲ یک نمونه شماتیک از تصویر کردن یک شکل در طول پرتوهایی با منبع x' است که به اندازه θ درجه حول محور x چرخیده است. تبدیل رادون با استفاده از رابطه (۱) یک تصویر با تابع $f(x, y) \in R^2$ را به تابع

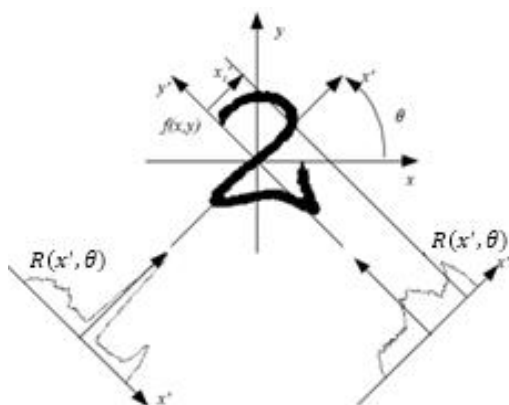


ب

الف

شکل ۳. الف) یک تصویر با سه خط تیره ب) فضای رادون (x', θ) متناظر با تصویر الف

منبع: Toft, 1996

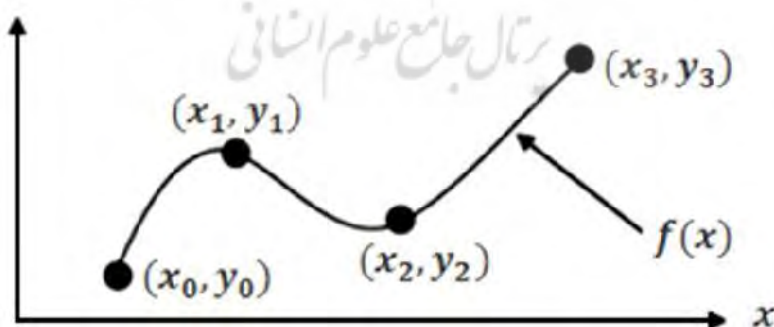


شکل ۴. ضرایب رادون برای یک شکل از دو زاویه مختلف

۲-۳-۲- درون‌یابی اسپلاین

اسپلاین‌ها توابع ریاضیاتی‌ای هستند که برای درون‌یابی بین چند مقدار به‌کار می‌روند و به‌صورت چندجمله‌ای‌های چندضابطه‌ای هستند، به این ترتیب که هر بازه دارای چندجمله‌ای جداگانه‌ای است. اسپلاین‌ها به‌دلیل سادگی ساختمان‌شان، سهولت و دقت ارزیابی، و توانایی در تقریب شکل‌های پیچیده، کاربرد فراوانی در گرافیک کامپیوتری دارند. یک نمونه ساده از درون‌یابی به‌روش اسپلاین برای مسئله برآزش منحنی در شکل ۵ نمایش داده شده است.

شکل ۳-الف یک تصویر با سه خط تیره در آن در فضای (x, y) را نشان می‌دهد. همان‌طور که در شکل ۳-ب مشاهده می‌شود، در فضای رادون (x', θ) هریک از این خط‌ها به‌صورت یک نقطه تیره دیده می‌شوند. از ویژگی‌های منحصر به‌فرد تبدیل رادون، توانایی آن در استخراج خط‌ها و به‌طور کلی منحنی‌ها در تصاویر نویزی است. رادون خواص جالبی در خصوص کاربردهای تبدیل‌های افاین دارد. با استفاده از تبدیل رادون هر تصویر که چرخیده شده یا مقیاس آن تغییر داده شده است، با داشتن تبدیل رادون تصویر اصلی و اعمال پارامترهای تبدیل افاین روی آن، بازسازی می‌شود. این توانایی بسیار ویژه‌ای برای تشخیص سمبل‌ها و نمادها مانند حروف و اعداد و همچنین امضا و دستخط اشخاص است، زیرا امکان ارتباط بین دو تصویر را که یکی تبدیل یافته دیگری با استفاده از یکی از تبدیل‌های افاین است، فراهم می‌سازد (Terrades & Valveny, 2003). این امر توانایی تبدیل رادون را در تشخیص نوری کاراکترها (OCR) نشان می‌دهد. تبدیل رادون قادر به آشکارسازی منحنی‌ها با رفتار غیرخطی است (Toft, 1996). شکل ۴ نحوه تصویر کردن یک شکل را با استفاده از تبدیل رادون در دو زاویه مختلف نشان می‌دهد.



شکل ۵. درون‌یابی داده‌های گسسته به‌روش اسپلاین

۲-۳-۳- تشریح الگوریتم پیشنهادی

الگوریتم پیشنهاد شده برای اتصال بریدگی‌ها دارای سه مرحله اصلی است:

۱. آشکارسازی نقاط پایانی: برای این کار ابتدا راه‌ها تا مرز یک پیکسل لاغرسازی می‌شوند، سپس به راحتی با استفاده از عملگرهای مورفولوژی ریاضی نقاط پایانی آشکارسازی می‌شوند.

۲. حذف نقاط پایانی که مربوط به ابتدا و انتهای یک بریدگی نیستند: در مرحله اول همه نقاط پایانی موجود در تصویر تعیین می‌شوند، اما همه آنها مربوط به یک بریدگی نیستند. در این مرحله با در نظر گرفتن معیارهایی، نقاط پایانی نامطلوب شناسایی و حذف می‌شوند. شرط اصلی برای انجام این کار این است که اگر یک نقطه پایانی مربوط به یک بریدگی باشد، در یک همسایگی در اطراف آن هیچ خط پیوسته‌ای نباید وجود داشته باشد. مراحل انجام کار به صورت زیر است:

الف) یک پنجره $B \times B$ در اطراف نقطه پایانی مورد نظر تعیین می‌شود، به طوری که آن نقطه در مرکز آن قرار گرفته باشد. اندازه B متناسب با پهناى راه انتخاب می‌شود. پیشنهاد می‌شود مقدار BS حداقل سه برابر پهناى راه باشد.

ب) درون این پنجره ضرایب رادون در راستاهای $\theta = \{0, \theta_1, 2\theta_1, 3\theta_1, \dots, 180 - \theta_1\}$ محاسبه می‌شود. θ_1 گام تغییرات راستاست.

ج) با آستانه‌گذاری روی ضرایب رادون آنها به صورت باینری تبدیل می‌شوند. مقدار 0.1 برای آستانه پیشنهاد می‌شود. سپس مجموع مقادیر باینری (S_θ) برای هر یک از راستاهای $\theta = \{0, \theta_1, 2\theta_1, 3\theta_1, \dots, 180 - \theta_1\}$ محاسبه می‌شود.

د) اگر S_θ برای یک راستا از اندازه پنجره (B) بزرگ‌تر باشد بدین معنی است که یک راه پیوسته در آن راستا در پنجره وجود دارد. بنابراین نقطه مورد نظر از لیست نقاط پایانی باید حذف شود.

فرض کنید که مقادیر گسسته‌ای از تابع نامشخص $f(x)$ در یک زیرمجموعه متناهی $k+1$ عضوی از دامنه تابع وجود داشته باشد. برای مثال تصور کنید که مقادیر تابع در نقاط گسسته $a = x_0 < x_1 < \dots < x_k = b$ مشخص باشد. در این صورت بازه $[a, b]$ متشکل از k تا زیر بازه به صورت $[x_{i-1}, x_i]$ ، $i = 1, 2, \dots, k$ است. هدف، یافتن چند جمله‌ای چندضابطه‌ای $S: [a, b] \rightarrow R$ به منظور برآورد کردن تابع $f(x)$ است. یک چندجمله‌ای در بازه $[x_{i-1}, x_i]$ به صورت $P_i(x): [x_{i-1}, x_i] \rightarrow R$ است، بنابراین S به صورت رابطه (۲) تعریف می‌شود.

رابطه (۲)

$$S(x) = \begin{cases} P_1(x), & x_0 \leq x \leq x_1 \\ P_2(x), & x_1 \leq x \leq x_2 \\ \vdots \\ P_k(x), & x_{k-1} \leq x \leq x_k \end{cases}$$

بیشترین درجه چندجمله‌ای‌ها $P_i(x)$ درجه اسپلاین S است. ایده این است که چندجمله‌ای‌ها از روشی انتخاب شوند که نرمی کافی برای S تضمین شود. برای این منظور، برای یک اسپلاین از درجه n لازم است S تا مرتبه $n-1$ ام در نقاط x_i یعنی نقاط مرزی بازه‌ها مشتق پذیر باشد. به عبارت دیگر برای همه آنها $i = 1, 2, \dots, k$ و همه زها $0 \leq j \leq n-1$ باید داشته باشیم:

رابطه (۳)

$$P_i^{(j)}(x_i) = P_{i+1}^{(j)}(x_i)$$

که در آن، $P_i^{(j)}(x_i)$ مشتق مرتبه j ام $P_i(x)$ است. این شرط پیوستگی S در نقاط مرزی، بازه‌ها یعنی x_i ها را نیز تضمین می‌کند. برای کسب اطلاعات بیشتر در مورد اسپلاین‌ها به ماسوپوست^۱ (۲۰۱۰) مراجعه کنید.

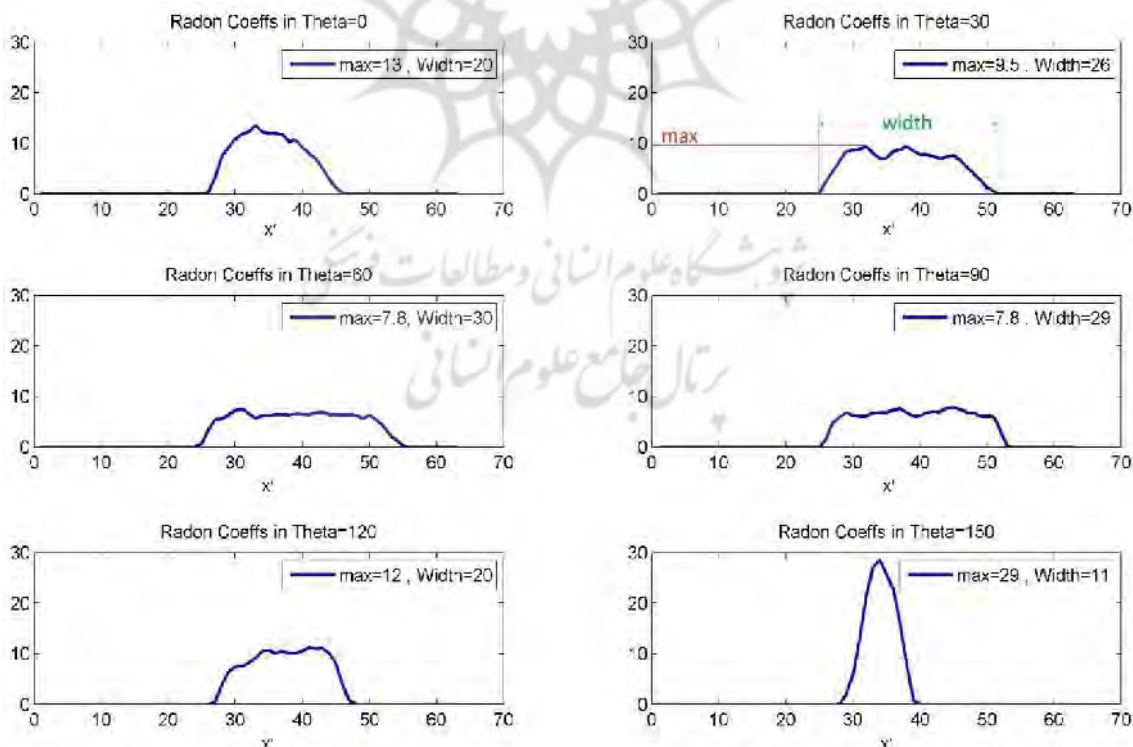
1. Massopust

نمودارهای شکل ۷ برای هریک از راستاها، محور افقی دامنه تابع رادون $R(x', \theta)$ ، یعنی مجموعه مقادیر x' است که برحسب تعداد پیکسل بیان می‌شود و محور عمودی مقدار به دست آمده برای تابع رادون (ضریب رادون) در آن راستاست. برای درک بهتر چگونگی ترسیم این نمودارها شکل ۴ را ببینید.



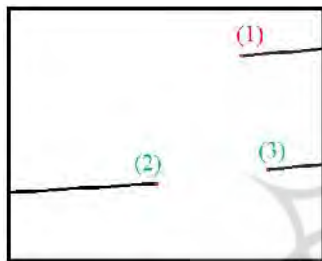
شکل ۴. تصویر نمونه راه فرضی و پنجره انتخاب شده در آن

۳. محاسبه راستای راه برای هریک از نقاط پایانی باقی مانده، یک پنجره $B \times B$ به شرحی که در مرحله ۲-الف گفته شد در نظر گرفته می‌شود. سپس در این پنجره ضرایب رادون برای راستاهای $\theta = \{0, \theta_1, 2\theta_1, 3\theta_1, \dots, 180 - \theta_1\}$ محاسبه می‌شود. اگر پنجره حاوی یک راه باشد، نمودار ضرایب رادون در راستای آن راه دارای تیزترین برجستگی است. اگر در آن راستا ضرایب به دست آمده رادون را در مقابل مقادیر x' ترسیم کنیم، نمودار حاصل در مقایسه با نمودار به دست آمده از سایر راستاها دارای بلندترین قله و کمترین دامنه است. شکل ۵ یک نمونه راه فرضی و پنجره انتخاب شده در آن را نشان می‌دهد. شکل ۶ نمودار ضرایب رادون در پنجره مشخص شده در شکل ۶ را در راستاهای $\theta = 0^\circ, 30^\circ, 60^\circ, 90^\circ, 120^\circ, 150^\circ$ گام تغییرات راستا در این مثال ۳۰ درجه است. در



شکل ۷. نمودار ضرایب رادون در پنجره مشخص شده در شکل ۵

با گام تغییرات راستا و برابر با آستانه مرحله الف است. دلیل در نظر گرفتن این شرط در قالب نمونه‌ای شماتیک در شکل ۸ آمده است، که در آن نقطه پایانی شماره (۱) به نقطه پایانی شماره (۲) وصل نمی‌شود، هر چند که راستاهای راه در آنها با هم یکسان است. دلیل این امر این است که راستای خط وصل آنها با راستای راه‌ها یکی نیست. در مورد نقاط پایانی (۲) و (۳) راستاهای راه در هر دو نقطه و راستای خط فرضی وصل‌کننده آنها یکی است، به همین دلیل این دو نقطه به‌عنوان سر و ته یک بریدگی برای وصل شدن کاندیدا می‌شوند.



شکل ۸. نمونه شماتیک برای تشریح دلیل بررسی یکی بودن راستای راه در سر و ته یک بریدگی با راستای خط وصل دو نقطه

(ج) اگر یک نقطه پایانی با دو شرط بالا یافت شود، این نقطه و نقطه پایانی مورد نظر به‌عنوان سر و ته یک بریدگی در نظر گرفته می‌شوند. پیش از اتصال بریدگی، ابتدا با استفاده از مختصات سر و ته بریدگی، یک بلوک به‌گونه‌ای که حاوی بریدگی باشد در تصویر اولیه در نظر گرفته می‌شود. این بلوک با مستطیل خط‌چین در شکل ۱۰-الف نشان داده شده است. سپس قطعه‌راه‌هایی که خارج از راستای راه محاسبه شده در مرحله قبل هستند، حذف می‌شوند. نتیجه این فرایند در شکل ۹-ب نمایش داده شده است. پس از انجام این کار دو نقطه کاندیدا شده به‌عنوان سر و ته یک بریدگی با روش درون‌یابی اسپلاین به هم وصل می‌شوند. برای اجرای درون‌یابی اسپلاین می‌بایست منحنی راه به‌صورت تابع عمل کند، بدین معنی که به‌ازای هر x تنها یک پیکسل با ارزش یک (پیکسل راه) وجود داشته باشد که با توجه

با در نظر گرفتن پنجره حاوی نقاط پایانی و شکل نمودار ضرایب رادون در شکل‌های ۶ و ۷ می‌توان استنباط کرد که راستای راه زاویه‌ای است که نسبت $\eta(\theta)$ در آن بیشینه باشد. $\eta(\theta)$ به‌صورت رابطه (۴) تعریف می‌شود:

رابطه (۴)

$$\eta(\theta) = \frac{\max(\text{Radon Coefficients})}{\text{width}}$$

که در آن، \max بیشینه مقدار تابع رادون یا همان ارتفاع قله نمودار ضرایب رادون است و پارامتر width دامنه مقادیر غیرصفر نمودار ضرایب رادون یا همان پهناي آن است. به‌عنوان مثال برای شکل ۷، نسبت $\eta(\theta)$ برای زاویه‌های صفر، ۳۰، ۶۰، ۹۰، ۱۲۰ و ۱۵۰ درجه، به‌ترتیب $\frac{13}{20}$ ، $\frac{9.5}{26}$ ، $\frac{7.8}{29}$ ، $\frac{7.8}{30}$ ، $\frac{12}{20}$ و $\frac{29}{11}$ خواهد بود. بنابراین بزرگ‌ترین نسبت $\frac{29}{11}$ است که در راستای ۱۵۰ درجه اتفاق افتاده است. نکته اینکه مبدأ در فرایند تصویر کردن رادون محور عمودی و جهت چرخش مخالف حرکت عقربه‌های ساعت است.

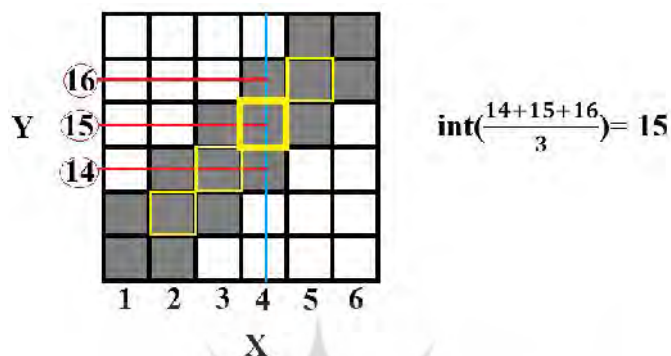
۴. یافتن بریدگی‌های واقعی و اتصال آنها
به‌منظور انجام این کار مراحل زیر برای هر یک از نقاط پایانی باقی‌مانده انجام می‌شود:

الف) تمام نقاط پایانی که راستای قطعه راه متناظر آنها دارای اختلافی کمتر از یک آستانه معین با راستای قطعه راه متناظر با نقطه پایانی مورد نظر است، برای اتصال به این نقطه کاندیدا می‌شوند. درنهایت از بین نقاط پایانی که دارای این شرط هستند، نقطه‌ای که کمترین فاصله را تا نقطه مورد نظر دارد انتخاب می‌شود. مقدار آستانه گفته شده متناسب با گام تغییرات راستا که در مرحله ۲-ب از آن یاد شده انتخاب می‌شود.

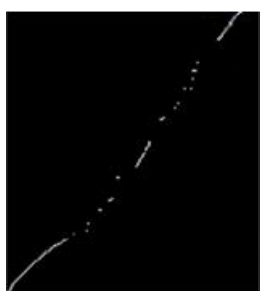
ب) زاویه خط فرضی که این دو نقطه را به هم متصل می‌کند محاسبه می‌شود. اختلاف این زاویه با راستای قطعه راه متناظر با نقطه پایانی باید از یک آستانه معین کمتر باشد. مقدار این آستانه نیز متناسب

نشده، از جزء صحیح آن استفاده می‌شود. به‌منظور درک بهتر عملکرد این فرایند نمونه‌ای شماتیک در شکل ۹ آمده است. به‌جای این روش می‌توان از روش نازک‌سازی مورفولوژی استفاده کرد، که نتایج مشابهی دارد. نتیجه این فرایند در شکل ۱۰-ج نشان داده شده است.

به پهنای راه‌ها در تصویر اولیه این شرط برقرار نخواهد بود. برای حل این مسئله از جزء صحیح میانگین مقادیر لا پیکسل‌های راه استفاده می‌شود، بدین ترتیب که به‌ازای هر مقدار x روی مقادیر y متناسط با آن میانگین‌گیری انجام می‌شود و اگر حاصل عدد صحیح



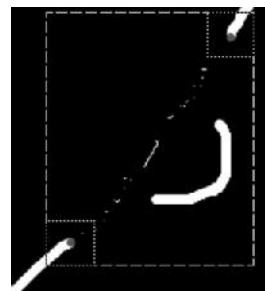
شکل ۹. نمونه شماتیک روش تبدیل شکل راه‌ها به یک تابع (نازک‌سازی تا مرز یک پیکسل)



(ج)



(ب)



(الف)



(ه)



(د)

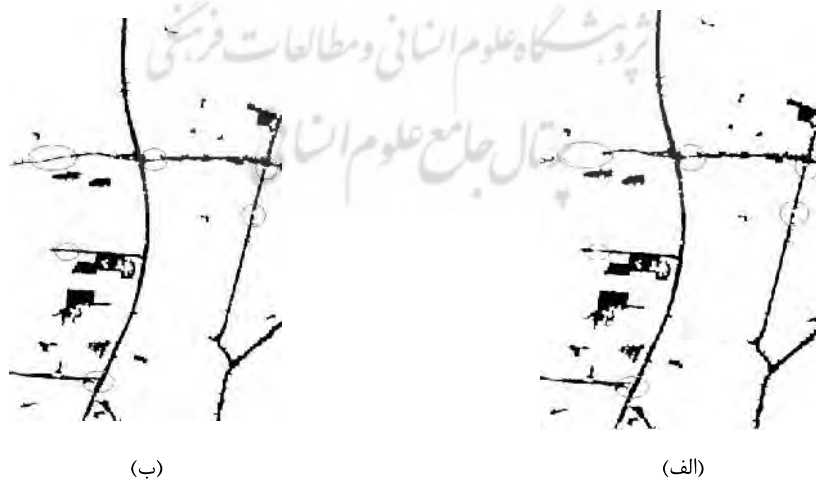
شکل ۱۰. مراحل مختلف الگوریتم پیشنهاد شده برای نمونه فرضی شکل ۵. (الف) بلوک حاوی بریدگی. (ب) حذف قطعه راه خارج از راستای راه. (ج) تبدیل منحنی راه به یک تابع. (د) درون‌یابی اسپلاین و اتصال بریدگی. (ه) ضخیم‌کردن راه، خروجی نهایی الگوریتم.

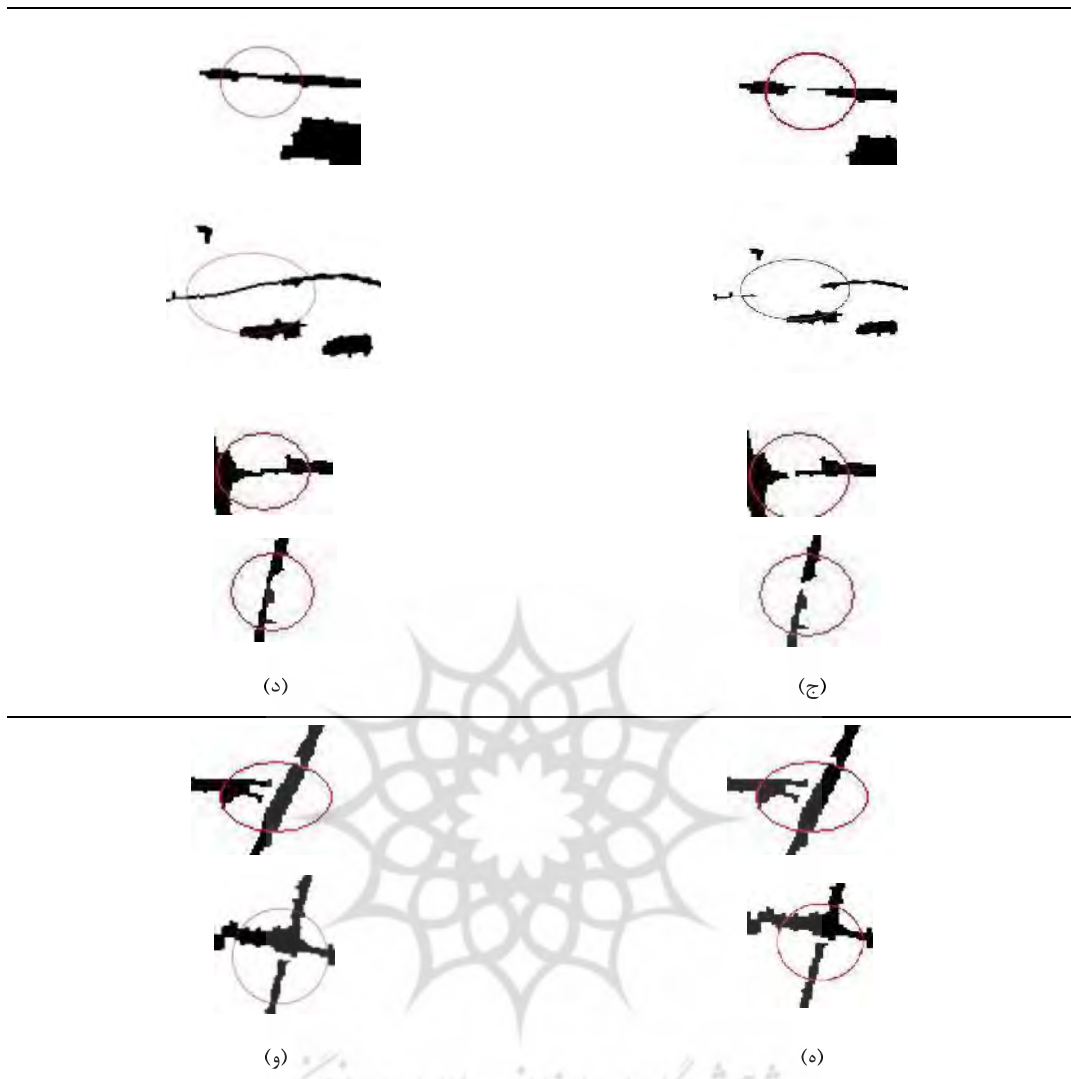
اتصال خودکار بریدگی‌ها در شبکه راه‌های استخراج شده به وسیله الگوریتم‌های استخراج راه با استفاده از تکنیک‌های تبدیل ...

۳- نتایج و بحث

مراحل مختلف الگوریتم پیشنهادی در محیط نرم‌افزار MATLAB برنامه‌نویسی شد و روی داده‌های تست پیاده‌سازی گردید. اندازه پنجره احاطه‌کننده نقاط پایانی سه‌برابر پهنای عریض‌ترین راه در تصویر انتخاب شد. با توجه به اینکه پهن‌ترین راه دارای ۸ پیکسل عرض است، پنجره مورد نظر به ابعاد 25×25 انتخاب شد. پهن‌ترین راه موجود در منطقه به صورت تفسیر بصری تصویر مشخص شد. گام تغییرات راستا برابر ۱۰ درجه انتخاب گردید. بدین ترتیب مقادیر آستانه برای آزمون یکی‌بودن راستاهای راه در دو نقطه سر و ته یک بریدگی و نیز خط واصل آنها برابر ۱۰ درجه در نظر گرفته شد. شکل ۱۱ نتایج الگوریتم پیشنهاد شده در پژوهش حاضر را نشان می‌دهد. راه‌های آشکارسازی شده اولیه پیش از اتصال بریدگی‌ها در شکل ۱۱-الف و راه‌های استخراج شده پس از اجرای الگوریتم در شکل ۱۱-ب آمده‌اند.

حال فرض کنیم که اندازه بلوک حاوی بریدگی (مستطیل خط‌چین در شکل ۹-الف) $H \times L$ باشد و پیکسل‌های راه به صورت $P_i(x_i, y_i)$ ، $i = 1, 2, \dots, K$ باشند، که در آن تعداد پیکسل‌های غیرصفر در بلوک است و $\{x_i \in [1, L], i = 1, 2, \dots, K, K < L\}$ و $\{y_i \in [1, H], i = 1, 2, \dots, K, K < H\}$ مقادیر موقعیت پیکسل‌های راه به ترتیب در راستاهای X و Y هستند. هدف، پیدا کردن مقادیر $yy = (y_1, y_2, \dots, y_L)$ روی دامنه $xx = (1, 2, 3, \dots, L)$ است که به وسیله درون‌یابی اسپلاین مقادیر $\{y_i \in [1, H], i = 1, 2, \dots, K\}$ روی $\{x_i \in [1, L], i = 1, 2, \dots, K\}$ انجام می‌شود. شکل ۱۰-د منحنی راه درون‌یابی شده را نشان می‌دهد. (د) از آنجاکه در مرحله قبل راه‌ها تا مرز یک پیکسل لاغر شده‌اند، قطعه راه متصل‌کننده با استفاده از اپراتورهای مورفولوژی ریاضی به اندازه‌ای متناسب با پهنای راه ضخیم می‌شود و در تصویر اولیه جایگزین می‌گردد. شکل ۱۰ مراحل مختلف الگوریتم پیشنهاد شده را برای نمونه فرضی شکل ۶ نشان می‌دهد.





شکل ۱۱. نتایج اجرای الگوریتم. الف) راه‌های آشکارشده قبل از اتصال بریدگی‌ها. ب) راه‌های آشکارشده بعد از اتصال بریدگی‌ها. ج) بریدگی در راه‌های مستقیم قبل از اتصال. د) بریدگی بریدگی در راه‌های مستقیم بعد از اتصال. ه) بریدگی در تقاطع قبل از اجرای الگوریتم. و) بریدگی در تقاطع بعد از اجرای الگوریتم.

است از نسبت تعداد بریدگی‌های موجود در تصویر که به وسیله الگوریتم شناسایی و متصل شده‌اند به تعداد کل بریدگی‌ها. همان‌طور که در شکل ۱۱-الف مشاهده می‌شود، ۶ بریدگی در تصویر راه‌های آشکارسازی شده وجود دارد که ۴ مورد از آنها در راه‌های مستقیم و ۲ مورد در تقاطع‌ها واقع شده‌اند. همان‌طور که در شکل ۱۱-د دیده می‌شود، تمام بریدگی‌هایی که در راه‌های مستقیم واقع شده‌اند به درستی متصل شده‌اند

متأسفانه روش تأییدشده‌ای برای ارزیابی دقت الگوریتم‌های اتصال بریدگی وجود ندارد و برای ارزیابی این الگوریتم‌ها باید از نقشه‌های مرجع استفاده کرد (Hashemi et al., 2011). در پژوهش حاضر ارزیابی دقت براساس مقایسه نتایج الگوریتم با نقشه مرجع که به وسیله تفسیر چشمی عامل انسانی تهیه شده، انجام گرفته است. معیاری که در این تحقیق برای بیان میزان توانایی الگوریتم در اتصال بریدگی‌ها ارائه شده عبارت

فرایند درون‌یابی مشارکت می‌کنند (البته در صورت وجود). بدین ترتیب قطعه راه درون‌یابی شده مطابق بیشتر با واقعیت زمینی خواهد داشت. اجرای الگوریتم روی مجموعه داده‌ای با شکل‌های مختلفی از بریدگی، حاکی از عملکرد خوب آن در راه‌های مستقیم است. الگوریتم حاضر در مقایسه با سایر الگوریتم‌ها تأثیرپذیری کمتری نسبت به اندازه بریدگی‌ها دارد و قادر به اتصال بریدگی‌های بزرگ نیز هست. این در حالی است که الگوریتم‌های مبتنی بر مورفولوژی ریاضی صرفاً قادر به اتصال بریدگی‌های کوچک هستند.

۴- نتیجه‌گیری

در پژوهش حاضر به حل مشکل وجود بریدگی‌ها در نتایج الگوریتم‌های آشکارسازی و استخراج راه از تصاویر دورسنجی پرداخته شد. بریدگی‌ها به دلایل مختلفی از جمله محصور شدن راه‌ها به وسیله درختان و ساختمان‌ها، قرار گرفتن آنها در سایه، ضعف الگوریتم‌ها، هندسه سنجنده، قرار گرفتن عوارض کوچک و بزرگ مانند وسایل نقلیه روی راه‌ها و مانند اینها به وجود می‌آیند. در این مطالعه، الگوریتمی برای تبدیل رادون برای یافتن بریدگی‌ها در شبکه راه‌های استخراج شده، ارائه شد. در نهایت بریدگی‌های مشخص شده به وسیله تکنیک درون‌یابی اسپلاین متصل می‌شوند. نتایج پیاده‌سازی الگوریتم حاکی از این است که الگوریتم در بریدگی‌های روی راه‌های مستقیم عملکرد بسیار خوبی داشته است، اما قادر به اتصال بریدگی‌ها در تقاطع‌ها نیست. در این الگوریتم پس از اتصال بریدگی اقدام به ضخیم‌سازی قطعه راه متصل کننده شد، اما در میزان این ضخیم‌سازی توجهی به پهنای همان راه نشد. پیشنهاد می‌شود به منظور محاسبه پهنای راه در محدوده بریدگی روشی ارائه شود و ضخیم‌سازی به همان میزان صورت گیرد تا خروجی الگوریتم علاوه بر توجه به اهمیت توپولوژیک پیوسته بودن راه‌ها، از نظر دقیق بودن مرزهای قطعه راه متصل کننده نیز مطابق بیشتری با واقعیت زمینی داشته باشد.

ولی دو مورد بریدگی در تقاطع‌ها متصل نشده‌اند. بنابراین می‌توان گفت که صرف‌نظر از محل بریدگی، که در راه‌های مستقیم واقع شده باشد یا در تقاطع‌ها، الگوریتم در حدود ۶۶/۷ درصد از بریدگی‌های موجود در تصویر را شناسایی و متصل کرده است. از آنجا که الگوریتم پیشنهاد شده بر اساس راستا کار می‌کند، در راه‌های مستقیم عملکرد بسیار خوبی دارد، اما در تقاطع‌ها کارایی خوبی ندارد زیرا در آنها تغییر ناگهانی راستا رخ می‌دهد. همان‌طور که در شکل ۱۱- و دیده می‌شود، بریدگی موجود در تقاطع به وسیله الگوریتم وصل نشده است.

معیاری که در اینجا برای ارزیابی دقت نتایج به دست آمده ارائه شده است، کامل بودن بریدگی‌های متصل شده را نشان می‌دهد اما در خصوص صحیح بودن بریدگی‌های متصل شده باید گفت که ۱۰۰ درصد آنها صحیح‌اند. بنابراین، الگوریتم فقط بریدگی‌های واقعی در تصویر را متصل کرده است و در خروجی الگوریتم هیچ نوع اتصال نابه‌جایی بین دو نقطه که در تعریف بریدگی در راه نمی‌گنجد، مشاهده نمی‌شود. دلیل این امر در نظر گرفتن معیارهایی است که در مراحل مختلف الگوریتم برای شناسایی بریدگی واقعی تعیین شده‌اند.

اگرچه فرایند اتصال بریدگی‌ها اثر بسیار ناچیزی در افزایش دقت کلی الگوریتم‌های آشکارسازی راه دارد، اما از آنجا که پیوستگی راه‌ها از ویژگی‌های مهم توپولوژیکی آنهاست، انجام این فرایند اهمیت فراوانی دارد، چراکه بسیاری از تحلیل‌های مکانی با پیش‌فرض پیوسته بودن راه‌ها انجام پذیرند. دستاوردی ضمنی در پژوهش حاضر، ارائه روشی برای تعیین راستای راه‌هاست و معرفی نسبت $\eta(\theta)$ در مرحله سوم الگوریتم، نوآوری این تحقیق به شمار می‌آید. در مطالعه حاضر پس از یافتن سر و ته یک بریدگی، برای اتصال آنها از تکنیک درون‌یابی اسپلاین استفاده شد. مزیت تکنیک مذکور این است که پیکسل‌های منفرد راه نیز که ممکن است به وسیله الگوریتم آشکارسازی راه برچسب راه خورده باشند و در فضای بریدگی وجود داشته باشند نیز در

۵- منابع

- Akhras, M.S., Unemo, M., Thiyagarajan, S., Nyre'n, P., Davis, R.W., Fire, Z.A. & Pourmand, N., 2007, **Connector Inversion Probe Technology: a powerful one-primer multiplex DNA amplification system for numerous scientific applications**, PLoS ONE 2(9): e915. doi:10.1371/journal.pone.0000915.
- Chiang, Y., Knoblock, C. & Chen, C., 2005, **Automatic Extraction of Road Intersections from Raster Maps**, In GIS '05: Proceedings of the 13th annual ACM international workshop on Geographic information systems, Bremen, Germany, PP. 267-276.
- Chiang, Y., Knoblock, C., Shahabi, C. & Chen, C., 2008, **Automatic and Accurate Extraction of Road Intersections from Raster Maps**, GeoInformatica 13, PP. 121-157.
- Dirac, P.A.M., 1984, **The Principles of Quantum Mechanics**, Oxford University Press, Oxford.
- Faessel, M., Courtois, F., 2009, **Touching Grain Kernels Separation by Gap-filling**, Image Anal Stereol, 28, PP. 195-203.
- Fischler, M.A. & Heller, A.J., 1998, **Automated Techniques for Road Network Modeling**, In: Proceedings of DARPA Image Understanding Workshop, PP. 501-516.
- Garcia, A., Honda, A. & Meves, N., 2008, **Gap Detection in Road Networks with Linear and Polynomial Models**, UCLA Department of Mathematics, August 8th.
- Gardner, M., Roberts, D.A., Funk, Ch. & Noronha, V., 2001, **Road Extraction from AVIRIS Using Spectral Mixture and Q-tree Filter Techniques**, Technical Report, University of California, Santa Barbara, National Consortium on Remote Sensing and Transportation: Infrastructure.
- Hashemi, S., Valadan Zoej, M.J. & Mokhtarzadeh, M., 2011, **Automatic Road Gap Detection Using Fuzzy Inference System**, International Archives of the Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences, XXXVIII-4/W19, PP. 101-103.
- Henderson, T. & Linton, T., 2009, **Raster Map Image Analysis**, In ICDAR '09: Tenth International Conference on Document Analysis and Recognition, Catalonia, Spain, PP. 376-380.
- Khotanzad, A. & Zink, E., 2003, **Contour Line and Geographic Feature Extraction from Usage Color Topographical Paper Maps**, IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 25, 1, PP. 18-31.
- Li, X., Zhang, Sh., Pan, X., Dale, P., Cropp, R., 2010, **Straight Road Edge Detection from High-resolution Remote Sensing Images based on the Ridgelet Transform with the Revised Parallel-beam Radon Transform**, International Journal of Remote Sensing, 31, 19, PP. 5041-5059.
- Massopust, P., 2010, **Interpolation and Approximation with Splines and Fractals**, Oxford University Press, January 14.

- Matkan, A., Sadeghian, S., Mohammadzadeh, A. & Hajeb, M., 2011, **Road Detection from Lidar Data Using SVM Classification**, International Conference on Sensor and Models in Photogrammetry and Remote Sensing (SMPR), May 18-19, Tehran, Iran.
- Maurya, R., Singh, Sh., Gupta, P.R., Sharma, M.K., 2011, **Road Extraction Using K-mean Clustering and Morphological Operations**, International Journal of Advanced Engineering Sciences and Technologies, 5(2), PP. 290-295.
- Mena, J.B., 2003, **State of the Art on Automatic Road Extraction for GIS Update: A novel classification**, Pattern Recognition Letters, 24(16), PP. 3037-3058.
- Miciak, M., 2010, **Radon Transformation and Principal Component Analysis Method Applied in Postal Address Recognition Task**, International Journal of Computer Science and Applications, 7, 3, PP. 33-44.
- Mnih, V., Hinton, G., 2010, **Learning to Detect Roads in High-resolution Aerial Image**, European Conference on Computer Vision, PP. 210-223.
- Mountrakis, G., Luo, L., 2011, **Enhancing and spectral Information with Intermediate Structural Inputs: A case study on impervious surface detection**, Remote Sensing of Environment, 115, 5, PP. 1162-1170.
- Murphy, L.M., 1986, **Linear Feature Detection and Enhancement in Noisy Images via the Radon Transform**, Pattern Recognition Letters, 4, PP. 279-284.
- Porikli, F., Keaton, T., 2000, **Unsupervised Road Extraction Algorithm in Low-resolution Satellite Imagery**, IAPR Pattern Recognition for Remote Sensing Workshop, Andorra.
- Pouderoux, J., Spinello, S., 2007, **Global Contour Lines Reconstruction in Topographic Maps**, In ICDAR '07: Proceedings of the Ninth International Conference on Document Analysis and Recognition, IEEE Computer Society, Washington, DC, USA, PP. 779-783.
- Radon, J. 1917, **Über die Bestimmung von Funktionen durch ihre Integralwerte längs gewisser Mannigfaltigkeiten**, Berichte über die Verhandlungen der Sächsische Akademie der Wissenschaften, Reports on the proceedings of the Saxony Academy of Science, 69, PP. 262-277.
- Risser, L., Plourabou'e, F., Descombes, X., 2008, **Gap Filling of 3-d Microvascular Networks by Tensor Voting**. IEEE Transactions on Medical Imaging, 27, 5, PP. 674-687.
- Rochery, M., Jermyn, I.H., Zerubia, J., 2004, **Gap Closure in (road) Networks Using Higher-order Active Contours**, In: Proc. IEEE International Conference on Image Processing, Singapore, October.
- Rochery, M., Jermyn, I.H., Zerubia, J., 2005, **New Higher-order Active Contour Energies for Network Extraction**, In: Proc. IEEE International Conference on Image Processing, Genoa, Italy, September.

- Rochery, M., Jermyn, I.H., Zerubia, J., 2006, **Higher-order Active Contours**, International Journal of Computer Vision, 69 (1), PP. 27–42.
- Rochery, M., Jermyn, I.H., Zerubia, J.B., 2007, **Higher-order Active Contour Energies for Gap Closure**, Journal of Mathematical Imaging and Vision, 29(1), PP. 1-20.
- Szymczak, A., Tannenbaum, A., Mischaikow, K., 2005, **Coronary Vessel Cores from 3-D Imagery: A topological approach**, in Proc. SPIE-Med. Image Process 2005, 5747, PP. 505–513.
- Terrades, O.R., Valveny, E., 2003, **Radon Transform for Lineal Symbol Representation**, The Seventh International Conference on Document Analysis and Recognition.
- Tesser, H., Pavlidis, T., 2000, **Roadfinder front end: an automated road extraction system**, in: Proc. 15th International Conference on Pattern Recognition, Barcelona, Spain, PP. 338–341.
- Toft, P., 1996, **The Radon Transform - theory and implementation**, Ph.D. Thesis, Dep. of Mathematical Modelling Section for Dsp of Technical University of Denmark.
- Zhang, Ch., Murai, Sh., Baltasvias, E., 1999, **Road Network Detection by Mathematical Morphology**, Proc. of International Workshop on 3D Geospatial Data Production: Meeting Application Requirements, Paris, PP. 185–200.
- Zhang, Q. & Culoigner, I., 2007, **Accurate Centerline Detection and Line Width Estimation of Thick Lines using the Radon Transform**, IEEE Transactions on Image Processing, 16, PP. 310–316.

