

مدل قیمت‌گذاری دارایی‌های سرمایه‌ای با بازده فازی

لیلا وهابی*، افسانه سروش‌یار**

چکیده

در چند دهه اخیر مدل‌های مختلفی در خصوص پیش‌بینی بازده سهام ارائه شده است. در این میان، مدل قیمت‌گذاری دارایی‌های سرمایه‌ای (CAPM) مورد توجه بسیار قرار گرفت، اما انتقادهای بسیاری نیز به آن مطرح شد. یکی از انتقادهای وارد شده بر این مدل نادیده گرفتن نوسان‌های درون‌دوره‌ای و طول دوره در محاسبات است. بر این اساس، در پژوهش حاضر با به‌کارگیری رگرسیون فازی تلاش شده است تا نوسان‌های درون‌دوره‌ای در این مدل در نظر گرفته شود. همچنین به بررسی و مقایسه پایداری بتا و دقت پیش‌بینی بازده در مدل قیمت‌گذاری دارایی‌های سرمایه‌ای با استفاده از مدل رگرسیون فازی (FLS)، مدل رگرسیون حداقل مربعات معمولی (OLS) و گشتاورهای تعمیم‌یافته (GMM) پرداخته شده است. جامعه آماری عبارت است از همه شرکت‌های پذیرفته‌شده در بورس اوراق بهادار تهران و نمونه پژوهش شامل ۳۱ شرکت است که در دوره ۱۳۹۱ تا ۱۳۹۳ دارای بیشترین حجم معاملات بوده‌اند. نتایج پژوهش نشان می‌دهد که خطای پیش‌بینی بازده سهام در مدل فازی بیشتر از مدل حداقل مربعات معمولی و روش گشتاورهای تعمیم‌یافته است، اما خطای پیش‌بینی بازده سهام در دو مدل رگرسیون حداقل مربعات معمولی و گشتاورهای تعمیم‌یافته تفاوت قابل‌ملاحظه‌ای با یکدیگر ندارند؛ بنابراین بتای کلاسیک همچنان بتای پایدارتری را نسبت به بتای فازی ارائه کرده و بدین ترتیب پیش‌بینی بهتری از بازده سهام ارائه می‌دهد.

کلیدواژه‌ها: مدل قیمت‌گذاری دارایی‌های سرمایه‌ای؛ رگرسیون فازی؛ بتا؛ بازده بازار؛ بازده سهام.

تاریخ دریافت مقاله: ۱۳۹۶/۰۶/۰۶، تاریخ پذیرش مقاله: ۱۳۹۷/۰۳/۰۸.

* کارشناسی ارشد، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد نجف‌آباد.

** استادیار، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد اصفهان (خوراسگان) (نویسنده مسئول).

Email: a.soroushyar@khuif.ac.ir

۱. مقدمه

در بازار سرمایه به‌عنوان نبض اقتصاد هر کشور، سرمایه‌گذاران نهادی و یا فردی برای گرفتن تصمیم‌های اقتصادی و درنهایت سرمایه‌گذاری در یک پرتفوی^۱ مناسب، نیازمند به‌کارگیری شاخصی مناسب هستند. ریسک و بازده دو مؤلفه مهمی هستند که در تصمیم‌گیری‌های مالی سرمایه‌گذاران تأثیر بسزایی دارند و مبادله این دو مؤلفه پرتفوهای گوناگون سرمایه‌گذاری را عرضه می‌کند. با توجه به این دو مؤلفه، می‌توان گفت همواره به‌دست‌آوردن بالاترین بازده با حداقل ریسک، مدنظر سرمایه‌گذاران است. از این‌رو، محاسبه ریسک و به‌دنبال آن، پیش‌بینی بازده سهام برای سرمایه‌گذاران دارای اهمیت است. از دیرباز برای برآورد بازده موردانتظار، مدل‌ها و روش‌های مختلفی ارائه شده است. شارپ^۲ (۱۹۶۴) و لینتنر^۳ (۱۹۶۵) با ارائه مدل قیمت‌گذاری دارایی‌های سرمایه‌ای^۴ (CAPM) برای اولین بار رویکردی کمی برای محاسبه ریسک در مباحث مالی - مقداری ارائه کردند [۲۹]. مدل قیمت‌گذاری دارایی‌های سرمایه‌ای، بازده موردانتظار برای یک سهم را با بتای آن سهم مرتبط می‌سازد [۳۲]. با وجود ایرادهای بسیاری که متوجه مدل قیمت‌گذاری دارایی‌های سرمایه‌ای است، این مدل همچنان در کانون توجه اقتصادهای مالی است. پس از مطرح‌شدن برخی انتقادات به این مدل، بسیاری از پژوهشگران با تعدیل آن درصدد بهبود این ایرادها و مدل برآمدند.

برخی انتقادات درخصوص برآورد بتا عبارت‌اند از ثبات بتا در طول زمان [۲۰]، محدودیت‌های قرض‌گیری [۳]، اثر تغییرات ساختاری و رژیم [۱۵]، افق زمانی سرمایه‌گذار [۲۵] و اثر فواصل بازده [۶ و ۷]. آنچه به میزان زیادی موردتوافق است، این است که بتاها تابع زمان هستند و برآوردشان به‌شدت تحت تأثیر فواصل متفاوت بازده و طول دوره تخمین است. اما برازش مدل بازار با استفاده از بازده‌های ماهانه، تغییرات قیمت و شکست‌های ساختاری در طی ماه را نادیده می‌انگارد. همچنین در این مدل طول دوره تخمین موردتوجه قرار نمی‌گیرد [۲۹]. براین‌اساس، پژوهش حاضر بر آن است که به مطالعه تأثیر به‌کارگیری بازده‌های درون دوره‌ای بر تخمین بتا بپردازد. از این‌رو، ابتدا بازده‌های فازی بر مبنای قیمت‌های سهام و با در نظر گرفتن نوسان‌های روزانه آن اندازه‌گیری می‌شوند. سپس بازده‌ها برای تخمین بتا به روش حداقل مربعات فازی، مورد استفاده قرار می‌گیرند.

برای آزمون فرضیه پژوهش، مدل پژوهش به سه روش حداقل مربعات معمولی، گشتاورهای تعمیم‌یافته و حداقل مربعات فازی برازش می‌شود. درنهایت، به‌منظور مقایسه پایداری بتای فازی با بتای کلاسیک، خطای پیش‌بینی مدل رگرسیون فازی و مدل کلاسیک مقایسه می‌شود.

-
1. Portfolio
 2. Sharpe
 3. Lintner
 4. Capital Asset Pricing Model

به کارگیری رگرسیون فازی و استفاده از بازده های فازی در مدل قیمت گذاری دارایی های سرمایه ای مهم ترین نوآوری پژوهش حاضر است. نتایج این پژوهش می تواند سرمایه گذاران را در پیش بینی بهتر بازده سهام شرکت ها و در نهایت تصمیم گیری صحیح تر اقتصادی یاری رساند. افزون بر این، نتایج این تحقیق می تواند مورداستفاده تحلیل گران مالی نیز قرار گیرد.

۲. مبانی نظری و پیشینه پژوهش

مدل قیمت گذاری دارایی های سرمایه ای در پژوهش های مالی بسیار مورد توجه قرار گرفته است. در شکل ساده این مدل پیش بینی می شود که بازده مازاد بر بازده بدون ریسک نسبتی از صرف ریسک بازار است. این نسبت به عنوان ریسک سیستماتیک یا بتا شناخته می شود [۱۶]. معمولاً بتا با استفاده از مدل بازار استاندارد که به روش حداقل مربعات معمولی به دست می آید، محاسبه می شود [۲۹]. در این مدل رابطه بازده سهام و بازده بازار کاملاً خطی و شیب خط (بتا) کاملاً ثابت در نظر گرفته می شود [۸]. در طول چند دهه اخیر، برآورد بتا به طور گسترده در بسیاری از پژوهش ها مورد بحث بوده است؛ مانند بسیاری از مدل های علمی مهم، مدل قیمت گذاری دارایی های سرمایه ای که تابع نقدهای اساسی است. یکی از اولین انتقادات به این مدل، ناپایداری بتا در طول زمان است [۲۹]. بعضی از پژوهشگران مانند بلوم^۱ (۱۹۷۵-۱۹۷۱) و فرسون و هاروی^۲ (۱۹۹۱) دریافتند که بتاهای تخمین زده شده از نظر آماری تغییرات زمانی چشمگیری دارند، به همین دلیل، جایگزینی مدل قیمت گذاری دارایی های سرمایه ای ثابت با چند شکل مختلف از بتای تابع زمان و مدل قیمت گذاری دارایی های سرمایه ای شرطی را پیشنهاد کردند. در صورتی که پویایی بتا با موفقیت به اثبات برسد، این شیوه نتایج بهتری نسبت به بتای ثابت به دست می دهد؛ اما چنانچه توسط گایسلز^۳ (۱۹۹۸) نیز نشان داده شد، اگر پویایی بتا به درستی مورد توجه قرار نگیرد، خطاهای قیمت گذاری بالقوه با فرض بتای ثابت بیشتر است. مسئله دیگر در خصوص تخمین بتا، تأثیر فواصل زمانی بازده بر تخمین بتاست. مطالعات پیرامون اثر فواصل بازده بر برآورد بتا بر اهمیت بحث مقیاس زمان تأکید می کنند. بریلسفورد و جوزف^۴ (۱۹۹۷) بیان کردند که استفاده از فواصل مختلف محاسبه بازده در برآورد بتا در یک دوره مشخص منجر به محاسبه بتاهای متفاوت می شود. در حالی که، فاما^۵ (۱۹۹۰) نشان داد که با طولانی شدن افق زمانی، قدرت متغیرهای اقتصادی در تبیین قیمت سهام افزایش می یابد.

1. Blume
2. Ferson and Harvey
3. Ghysels
4. Brailsford and Josev
5. Fama

لوهاری و لوی^۱ (۱۹۷۷) دریافتند که اگر تحلیل‌گران در محاسبه بتا از افق زمانی کوتاه‌تری نسبت به فرآیند تصمیم‌گیری سرمایه‌گذار استفاده نمایند، بتای برآوردشده دارای سوگیری خواهد بود. همچنین هاندا و همکاران^۲ (۱۹۹۳) به آزمون مدل قیمت‌گذاری دارایی‌های سرمایه‌ای پرداختند و دریافتند که هنگام استفاده از بازده‌های ماهانه این مدل رد می‌شود، اما با استفاده از بازده‌های سالانه این مدل تأیید می‌شود. کوهن و همکاران^۳ (۱۹۸۶) شواهدی ارائه کردند که برآورد بتا نسبت به فواصل بازده حساس است. به‌همین دلیل، انتخاب افق زمانی مربوط در فرآیند تصمیم‌گیری به‌منظور اجتناب از سوگیری در برآورد بتا ضروری است. جنسی و همکاران^۴ (۲۰۰۵) تحلیل موجک را به‌عنوان یک راه‌حل برای این مسئله پیشنهاد کردند. آن‌ها قبل از بررسی رفتار بتا در افق‌های زمانی مختلف، سری‌های زمانی با فراوانی بالا برحسب مقیاس‌های زمانی مختلف را تفکیک کردند. همچنین بتای برآورد شده ۳۰ سهم به روش حداقل مربعات معمولی^۵ (OLS)، روش گشتاورهای تعمیم‌یافته^۶ (GMM) و حداقل مربعات فازی که در پژوهش موسی و همکاران (۲۰۱۳) به دست آمد، اگرچه نزدیک به یکدیگر بود، اما نوسانات کمتر بتای برآورده شده از روش حداقل مربعات فازی در مقایسه با سایر روش‌ها را نشان می‌دهد.

قیمت‌های پایانی دارایی‌های مالی معمولاً به‌دلیل ناکارایی فرایند تجاری دارای اختلالاتی است. به اعتقاد آیت‌سهایلیا و همکاران (۲۰۱۱) این ناکارایی‌ها به سه بخش تقسیم می‌شود: نخست، شکاف ذاتی فرایند تجاری شامل تفاوت حد بالا و پایین پیشنهاد خرید و فروش، رخ‌دادن تجارت در بازارها و شبکه‌های مختلف و غیره است؛ دوم، مربوط به اثرات اطلاعاتی همچون تفاوت در اندازه معامله یا محتوای اطلاعاتی تغییرات قیمتی است؛ سومین بخش شامل خطاهای ثبت و اندازه‌گیری داده‌ها است. بنابراین بازده‌ها بر مبنای قیمت‌های سهام در پایان هر روز متغیرهایی هستند که با خطاهایی اندازه‌گیری می‌شوند. به دنبال آن کاربرد بازده‌ها بر پایه قیمت سهام پایان هر روز معمولاً منجر به ناسازگاری‌هایی در تخمین‌زنده‌های حداقل مربعات معمولی در خط بازار یا مدل‌های چندعاملی می‌شود [۲۹].

در این راستا، کرگ^۷ (۱۹۹۴) بیان کرد که ضریب شیب به سمت صفر تمایل دارد و نتیجه‌گیری کرد در شرایطی که میانگین متغیر توضیحی مثبت باشد، خطای اندازه‌گیری باعث نوعی سوگیری در علامت عرض از مبدأ می‌شود. در این پژوهش شیوه جدیدی برای برآورد ریسک سیستماتیک به کار می‌رود که در آن تأثیر فواصل بازده و طول دوره در برآورد بتا لحاظ

1. Levhari and Levy
2. Handa et al.
3. Cohen et al.
4. Gencay et al.
5. Ordinary Least Square
6. Generalized Method of Moments
7. Cragg

می شود. بدین منظور، بازده سهام و بازده بازار به صورت متغیر تصادفی فازی در مدل بازار وارد می شود. انگیزه اصلی به کارگیری این رویکرد از دو هدف سرچشمه می گیرد: نخست، فواصل بازده مربوط در فرآیند تصمیم گیری سرمایه گذار مورد استفاده قرار گیرد و تعداد بیشتری داده در این فواصل در نظر گرفته شود. چراکه ازدست دادن داده ها در طول زمان باعث ایجاد گسستگی می شود؛ دوم، روش برآورد دیگری که به صورت بهتری بتواند اثر طول دوره برآورد را لحاظ کند، معرفی شود [۲۱]. فرض اساسی در این رویکرد، ارائه بازده دارایی های مالی با استفاده از متغیر تصادفی فازی به منظور دستیابی به اطلاعات مربوط در خصوص توزیع احتمال بازده های درون دوره ای است. ارائه فازی بازده داده های مالی را می توان در مبنای نظری مورد استفاده به وسیله بسیاری از پژوهشگران مانند تاناکا و گیو^۱ (۱۹۹۹)، اسمیمو و همکاران^۲ (۲۰۰۸) و سادفوکامدم و همکاران^۳ (۲۰۱۲) مشاهده کرد.

بر این اساس، در پژوهش حاضر روش فازی برای محاسبه بازده به کار گرفته شده و سپس خط بازار فازی به عنوان مدل رگرسیون خطی فازی برازش می شود. به نظر می رسد این مجموعه از بازده های فازی اثر نوسان های درون دوره ای و فواصل محاسبه بازده را در نظر گرفته اند، همچنین بتاهای برآورد شده حساسیت کمتری به اندازه نمونه دارند. برخی پژوهش های انجام شده در رابطه با مدل قیمت گذاری دارایی های سرمایه ای و بتا در ادامه ارائه می شود.

مازولا و گراس^۴ (۲۰۱۵) در پژوهشی به مقایسه عملکرد پرتفوی بهینه در بازار اوراق بهادار استرالیا با ایجاد دو پرتفوی نظری پرداختند. یکی با استفاده از مدل قیمت گذاری دارایی های سرمایه ای که از بتای تک عاملی استفاده شده است و پرتفوی دیگر که اجازه می دهد پرتفوی های بهینه هر هفته با بتای تعدیل شده متوازن شوند. سپس عملکرد دو پرتفوی نظری برای تعیین مدل برتر مقایسه شدند. نتایج نشان داد که با توجه به ایجاد توازن در پرتفوها، مدل دوره های چندگانه مدل بهتری است [۲۷].

نواک^۵ (۲۰۱۵) در پژوهشی، دو تغییر روش شناختی در روش آزمون بتای مدل قیمت گذاری دارایی های سرمایه ای ایجاد کرد و نشان داد که این تغییر به میزان قابل توجهی بر برداشت های مربوط به ارتباط بین بتای مدل قیمت گذاری دارایی های سرمایه ای و بازده سهام اثر می گذارد. این در حالی است که شاخص بتای معمولی تا حد زیادی نسبت به تحقق بخشیدن بازده های سهام نامربوط است. وی دریافت استفاده بهینه از بتا و حذف فرضیه های غیرواقعی در خصوص بازده مورد انتظار بازار باعث معنی دار شدن بتا می شود. همچنین، عوامل تجربی مکملی مانند

1. Tanaka and Guo
2. Smimou et al.
3. Sadefo Kamdem et al.
4. Mazzola and Gerace
5. Novak

اندازه و نسبت ارزش دفتری به حقوق صاحبان سهام در اغلب اوقات قادر است ناکارایی بتا را بهبود بخشد [۳۰].

آوازانام و همکاران^۱ (۲۰۱۴) بازده سهام شرکت‌های بخش دولتی هند را با استفاده از چارچوب مدل قیمت‌گذاری دارایی‌های سرمایه‌ای برآورد کرده و سپس بازده به‌دست‌آمده از مدل قیمت‌گذاری دارایی‌های سرمایه‌ای را با بازده سالانه شرکت‌ها مقایسه کردند. در این پژوهش، آن‌ها با فرمول‌بندی مناسب هم‌زمان با آزمون مدل قیمت‌گذاری دارایی‌های سرمایه‌ای بر اساس بازده تحقق‌یافته به آزمون مدل قیمت‌گذاری دارایی‌های سرمایه‌ای براساس ارزش موردانتظار سهام پرداختند و آزمون مدل قیمت‌گذاری دارایی‌های سرمایه‌ای را بر روی بازده سهام تحقق‌یافته انجام دادند. تجزیه و تحلیل‌ها نشان می‌دهد که بیشتر سهام شرکت‌های موردبررسی، برای سرمایه‌گذاران بازده مناسبی نداشته است [۲].

موسی و همکاران^۲ (۲۰۱۳) در پژوهشی به ارائه و آزمون مدل قیمت‌گذاری دارایی‌های سرمایه‌ای فازی پرداختند. در این پژوهش، تأثیر اندازه نمونه و نیز به‌کارگیری فواصل زمانی متفاوت بازده بر روی تخمین بتا بررسی شد. نتایج پژوهش نشانگر این است که برآوردهای بتا با در نظر گرفتن فواصل زمانی بازده و اندازه نمونه، باثبات‌تر از برآوردهایی است که به روش حداقل مربعات معمولی انجام شده است [۲۹].

کاپورال^۳ (۲۰۱۲) در پژوهشی به بررسی پایداری ضرایب مدل قیمت‌گذاری دارایی‌های سرمایه‌ای و انجام آزمون شکست ساختاری در بخش بانکی بازار سهام آمریکا پرداخت. نتایج نشان می‌دهد که دو شکست ساختاری در دوره زمانی موردبررسی وجود دارد. براین اساس، آنان دریافتند ریسک سیستماتیک در این بازار بی‌ثبات و پویا است [۹].

جنسی و همکاران (۲۰۰۵) با استفاده از روش موجک، رویکردی چندمعیاره برای برآورد بتا ارائه کردند. در این رویکرد سری زمانی بازده برحسب بتاهای مختلف تفکیک و سپس رفتار بتا در افق‌های زمانی متفاوت بررسی شد. نتایج نشان داد که پیش‌بینی مدل قیمت‌گذاری دارایی‌های سرمایه‌ای در چارچوب چندمعیاره در مقایسه با افق‌های زمانی کوتاه دارای ارتباط بیشتری است [۱۶].

تقیان دینانی و فرید (۱۳۹۵) بررسی رابطه بین بازده اضافی ناشی از استراتژی مومنتوم و ریسک سیستماتیک پرداختند. در دوره شش ماهه بیشترین بازدهی اضافی ناشی از به‌کارگیری استراتژی مومنتوم ایجاد شده است که در این دوره رابطه بین ریسک سیستماتیک و بازدهی بسیار قوی است [۳۸].

1. Avadhanam et al.

2. Moussa et al.

3. Caporale

رستمی و همکاران (۱۳۹۵) به برآورد ریسک غیرسیستماتیک پرداخته و سپس رابطه بازده با ریسک را با استفاده از مدل رگرسیون چندک و رهیافت بیزی مورد بررسی قرار داده است. نتایج پژوهش حاکی از این است که رابطه در چندک‌های پایین ناهمسو، در چندک‌های بالا همسو بوده و در میانه توزیع رابطه‌ای مشاهده نمی‌شود [۳۴].

رمضانپور و همکاران (۱۳۹۲) به بررسی پایداری ریسک سیستماتیک در مدل قیمت‌گذاری دارایی‌های سرمایه‌ای و وجود شکست‌های ساختاری در بازارهای آمریکای لاتین، جنوب شرق آسیا، بازار سهام استانبول و بورس اوراق بهادار تهران پرداختند. آنان به وجود ناپایداری بتا و وجود شکست‌های ساختاری پی بردند [۳۳].

اسلامی‌بیدگلی و همکاران (۱۳۸۸) در پژوهشی با عنوان «بررسی زمان مقیاس مدل قیمت‌گذاری دارایی سرمایه‌ای از طریق تبدیل موجک» با استفاده از داده‌های ۵۰ شرکت برتر بورس، به بررسی عملکرد مدل قیمت‌گذاری دارایی‌های سرمایه‌ای در توصیف تغییرات بازده بازار و بازده سهام با استفاده از رویکرد تبدیل موجک پرداختند. آنان دریافتند که کارایی کاربرد زمان مقیاس‌های مختلف برای شاخص‌های مختلف یکسان نیست و بازارهای مختلف در زمان مقیاس‌های متفاوت کارایی بهتری دارند [۱۲].

قنبری و همکاران (۱۳۸۸) با استفاده از نمونه‌ای شامل ۱۵ سهم فعال در بورس به تخمین ریسک سیستماتیک در مقیاس‌های زمانی مختلف با استفاده از آنالیز موجک برای بورس اوراق بهادار تهران پرداختند. نتایج به‌دست‌آمده نشانگر این است که رابطه بین بتای سهام و بازده آن در مقیاس کوتاه‌مدت و میان‌مدت قوی‌تر است [۱۷].

محمدی و همکاران (۱۳۸۶) با استفاده از روش‌های حداقل مربعات معمولی، بیشترین درست‌نمایی، گشتاورهای تعمیم‌یافته، کمترین قدرمطلق خطاها و رگرسیون ناپارامتری به برآورد بتا پرداختند. نتایج حاصل از به‌کارگیری روش‌های مختلف برای برآورد بتا بسیار متفاوت بود [۲۸].

تهرانی و طباطبائی (۱۳۸۶) پایداری ریسک سیستماتیک شرکت‌های پذیرفته‌شده در بورس اوراق بهادار تهران را مطالعه کردند. دوره زمانی پژوهش سال‌های ۱۳۸۰ تا ۱۳۸۴ است که به پنج و ده زیر دوره تقسیم شده است. آنان دریافتند که از بین ۶۳ شرکت مورد بررسی، ۱۱ شرکت در دوره یک‌ساله و ۱۷ شرکت در دوره شش‌ماهه بتای بی‌ثبات دارند. همچنین در سطح صنایع نیز ۴ صنعت در دوره یک‌ساله و ۸ صنعت در دوره شش‌ماهه از بی‌ثباتی بتا برخوردارند [۴۲].

تهرانی و چیت‌سازان (۱۳۸۳)، در پژوهشی به بررسی روند ریسک سیستماتیک و ثبات بتای شرکت‌های پذیرفته‌شده در بورس اوراق بهادار تهران پرداختند. نتایج پژوهش آن‌ها حاکی از این است که فرض ثبات و پایداری بتا برای سهام انفرادی و سبد سهام را نمی‌توان رد کرد [۴۱].

۳. روش‌شناسی پژوهش

این پژوهش از نظر ماهیت، توصیفی - همبستگی و از نظر هدف، پژوهشی کاربردی است، زیرا به بررسی روابط متغیرها در بورس اوراق بهادار تهران پرداخته و در جهت تبیین روابط و ارائه پیشنهادهایی به‌منظور بهبود تصمیم‌گیری فعالان در بورس و کارایی بازار است. افزون‌براین، می‌توان این پژوهش را از نوع پس‌رویداد و با رویکردی قیاسی - استقرایی به‌شمار آورد. فرضیه‌های پژوهش به صورت زیر تدوین شده است:

فرضیه اصلی: پایداری بتای فازی بیش از پایداری بتای کلاسیک است.

فرضیه فرعی ۱- پایداری بتای فازی بیش از پایداری بتای مدل حداقل مربعات معمولی است.

فرضیه فرعی ۲- پایداری بتای فازی بیش از پایداری بتای مدل روش گشتاورهای تعمیم‌یافته است.

جامعه آماری پژوهش شامل شرکت‌های پذیرفته‌شده در بورس اوراق بهادار تهران است. محدوده زمانی پژوهش از ابتدای سال ۱۳۹۱ تا پایان شهریور سال ۱۳۹۴ است. در مدت انجام پژوهش، این دوره زمانی به دو بخش تقسیم می‌شود، بدین ترتیب که با استفاده از داده‌های دوره زمانی ۱۳۹۱ تا پایان سال ۱۳۹۳ به برآزش مدل و محاسبه پارامترهای پژوهش پرداخته شده و با استفاده از داده‌های ۶ ماهه ابتدای سال ۹۴ پایداری پارامترهای بررسی‌شده و فرضیه‌های پژوهش آزمون می‌شود. نمونه آماری شامل ۳۱ شرکت از بین شرکت‌های پذیرفته‌شده در بورس اوراق بهادار تهران است که به‌طور پیوسته بین سال‌های ۱۳۹۱ تا ۱۳۹۳ دارای بالاترین حجم مبادلات سهام بوده‌اند. در این پژوهش به‌منظور برآورد بتای بازار از مدل بازار شارپ به شرح مدل ۱ استفاده می‌شود:

$$R_{i,t} = \alpha + \beta R_{m,t} + \varepsilon_{i,t} \quad \text{مدل (۱)}$$

به‌طوری‌که مدل ۱ برای هر شرکت با استفاده از داده‌های ماهانه برآزش شده و بتا برای هر شرکت برآورد می‌شود. برای آزمون فرضیه پژوهش مدل بازار شارپ به سه روش حداقل مربعات معمولی و گشتاورهای تعمیم‌یافته و نیز به‌صورت خط بازار فازی برآزش می‌شود؛ بنابراین پس از برآزش خط بازار فازی و نیز برآزش خط بازار به روش حداقل مربعات معمولی و روش گشتاورهای تعمیم‌یافته، ضریب بتا با استفاده از سه رویکرد به‌دست می‌آید. تفاوت ضریب بتا در سه مدل رگرسیون این است که ضرایب به‌دست‌آمده در مدل رگرسیون حداقل مربعات معمولی و روش گشتاورهای تعمیم‌یافته اعداد قطعی و با تکنیک‌های آماری است، اما ضرایب حاصل‌شده در رگرسیون فازی اعدادی تقریبی تحت منطق فازی و با رویکرد امکانی است. لازم به ذکر است که استفاده از داده‌های ۳۶ ماهه (از ابتدای سال ۹۱ تا پایان سال ۹۳) مدل رگرسیون به‌صورت

سری زمانی برازش می شود. سپس به منظور بررسی و مقایسه پایداری ضریب بتا در سه مدل، ضرایب به دست آمده در مدل بازار جای گذاری شده و با استفاده از داده های ۶ ماهه اول سال ۹۴ بازده سهام پیش بینی محاسبه می شود. در نهایت، بازده سهام پیش بینی با بازده واقعی سهام مقایسه شده و قدرمطلق درصد خطای پیش بینی برای هر شرکت با استفاده از رابطه ۱ مقایسه می شود. همچنین برای مقایسه نهایی، میانگین خطاهای محاسبه شده در دوره ۶ ماهه یاد شده برای هر شرکت و نیز در کل نمونه محاسبه و در مدل رگرسیون فازی، حداقل مربعات معمولی و روش گشتاورهای تعمیم یافته مقایسه می شود.

$$AE = |(R_i - predicted R_i) / R_i| \quad \text{رابطه (۱)}$$

متغیرهای پژوهش. با توجه به این که در پژوهش حاضر، مدل پژوهش یک بار به صورت رگرسیون فازی و دو بار دیگر با استفاده از اعداد قطعی برازش می شود، بنابراین متغیرهای پژوهش به تفکیک ارقام قطعی و فازی به شرح زیر هستند.

متغیرهای قطعی در مدل های حداقل مربعات معمولی و روش گشتاورهای تعمیم یافته:
 ۱. متغیر مستقل: بازده ماهانه پرتفوی بازار ($R_{m,t}$) که به صورت رابطه ۲ محاسبه می شود:

$$R_{m,t} = \frac{I_{t+1}}{I_t} \quad \text{رابطه (۲)}$$

که در رابطه (۲) I_t شاخص کل بورس در ابتدای ماه و I_{t+1} شاخص بورس در پایان ماه است. از آنجاکه هدف پژوهش، بررسی نوسان های درون دوره ای قیمت سهام است، از این رو در محاسبه بازده فقط قیمت سهام در نظر گرفته شده و از سایر اجزای بازده صرف نظر شده است.
 ۲. متغیر وابسته: بازده ماهانه سهام شرکت ($R_{i,t}$) که از رابطه ۳ به دست می آید:

$$R_{i,t} = \frac{P_{i,t+1}}{P_{i,t}} \quad \text{رابطه (۳)}$$

در رابطه (۳) $P_{i,t}$ قیمت بازار سهام شرکت i در ابتدای ماه و $P_{i,t+1}$ قیمت بازار سهام شرکت i در پایان ماه است.

متغیرهای فازی در مدل رگرسیون فازی (FLS):

۱. متغیر مستقل: متغیر مستقل در پژوهش حاضر بازده فازی پرتفوی بازار (\bar{R}_m) است.

۲. متغیر وابسته: متغیر وابسته در این پژوهش بازده‌های فازی سهام شرکت‌های پذیرفته‌شده در بورس اوراق بهادار تهران (\tilde{R}_i) است. در ادامه نحوه فازی کردن متغیرهای وابسته و مستقل ارائه می‌شود.

نحوه فازی کردن متغیرهای پژوهش. «متغیرهای تصادفی فازی»^۱ توسط کواکارانک^۲ (۱۹۷۸) و پوری و رلیسکو^۳ (۱۹۸۶) برای عضوهای تصادفی مجموعه مقادیر فازی تعریف شدند. از آن زمان تاکنون پژوهش‌های زیادی در زمینه تئوری احتمال جهت تجزیه و تحلیل ویژگی‌های این نوع جدید متغیرهای تصادفی انجام شده است [۲۹].

با وجود یک چارچوب تحلیل ریاضی کامل، به دلیل وجود دشواری‌هایی در زمینه مشاهده و اندازه‌گیری متغیرهای تصادفی فازی، کاربرد نتایج تئوریک مربوط به آن‌ها بسیار محدود شد. از این رو، ارائه روش‌هایی برای تبدیل مشاهدات قطعی به ارقام فازی ضروری به نظر می‌رسید. در این راستا، کوئیس و شاپیرو^۴ (۲۰۰۶) نشان دادند که یک داده قطعی می‌تواند با اضافه کردن عدد $\pm \Delta$ به هر یک از مقادیر فازی شود که دلتا در مقایسه با مقدار اصلی داده نسبتاً کوچک است. به پیروی از این شیوه، در این پژوهش بازده‌ها با اضافه کردن عدد $\pm \Delta$ به عنوان شاخص نوسان‌های درون دوره‌ای بازده به اعداد فازی تبدیل می‌شوند. از این رو می‌توان گفت، این نوسانات واقعی بازده سهام (که استفاده از سری‌های زمانی قیمت‌های گذشته محاسبه می‌شود) نه تنها شاخصی از میزان انحراف از بازده ماهانه است، بلکه به طول دوره‌ای که بازده در آن محاسبه می‌شود نیز بستگی دارد.

به منظور فازی کردن بازده‌ها، در ابتدا سری زمانی قیمت سهام به دوره‌های ماهانه تقسیم و بازده‌های ماهانه براساس قیمت‌های ابتدا و پایان ماه محاسبه می‌شود. سپس، در هر ماه بازده‌های روزانه نیز محاسبه می‌شود. سپس، توزیع بازده‌های روزانه به تفکیک هر ماه تشکیل می‌شود و میانگین و واریانس بازده‌های روزانه برای هر ماه تعیین می‌شود. بدین ترتیب بازده فازی برابر خواهد بود با بازده ماهانه به عنوان ارزش مرکزی به علاوه $\Delta = \sqrt{n}\hat{\sigma}_t$ به عنوان عنصری که بازده را فازی خواهد کرد [۲۹].

1. Fuzzy Random Variables
2. Kwakernaak
3. Puri and Ralescu
4. Koissi and Shapiro

فرایند ارائه بازده در قالب عدد فازی LR را می توان به صورت زیر خلاصه کرد:

مرحله ۱: تقسیم کردن سری های زمانی قیمت به زیرگروه های $\{P_{t+i/n}, i = 0, \dots, n\}$ با اندازه $n+1$ که هرکدام مربوط به یک دوره ماهانه t است و اندازه نمونه باید به اندازه کافی بزرگ باشد $(n+1) \geq 2$.

مرحله ۲: محاسبه بازده ماهانه برای هر سهم براساس رابطه (۴):

$$R_t = \frac{P_{t+1}}{P_t} \quad \text{رابطه (۴)}$$

مرحله ۳: محاسبه بازده های روزانه برای هر سهم براساس رابطه (۵):

$$R_{t,i} = \frac{P_{t+(i+1)/n}}{P_{t+i/n}}, \quad i \in \{0, \dots, n-1\} \quad \text{رابطه (۵)}$$

مرحله ۴: محاسبه واریانس بازده های روزانه به تفکیک هر ماه براساس رابطه (۶):

$$\hat{\sigma}_t^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=0}^{n-1} (R_{t,i} - \hat{\mu}_t)^2 \quad \text{رابطه (۶)}$$

$$\hat{\mu}_t = \frac{1}{n} \sum_{i=0}^{n-1} R_{t,i} \quad \text{رابطه (۷)}$$

مرحله ۵: اندازه گیری نوسانات درون دوره ای براساس رابطه (۸):

$$\Delta_t = \sqrt{n} \hat{\sigma}_t \quad \text{رابطه (۸)}$$

مرحله ۶: تشکیل تابع عضویت بازده فازی LR متقارن با مقدار اصلی R_t و پهنای Δ_t . جزء در بازده فازی از طریق نوسانات واقعی بازده در دوره t محاسبه شده است؛ که این نوسانات از حاصل ضرب نوسانات واقعی بازده روزانه در ریشه دوم تعداد بازده های مشاهده شده در دوره یک ماهه به دست آمده است. این روش محاسبه، قانون ریشه دوم زمان نامیده می شود و به کارگیری آن نیازمند وجود این شرط است که بازده ها مستقل و دارای توزیع مشخص باشند. بازده فازی این امکان را فراهم می آورد که بازده های مبتنی بر قیمت پایانی را با برخی اطلاعات مربوط دیگر نسبت به توزیع احتمال آن ها مرتبط کرد [۲۹].

خط بازار فازی (FML). پژوهش‌های بسیاری در خصوص برآورد بتا به روش حداقل مربعات معمولی انجام شده است. اما هدف این پژوهش، بررسی اثر بازده‌های فاصله‌ای بر برآورد بتا است. اثر طول دوره با استفاده از فازی کردن بازده‌ها به کمک نوسان‌های واقعی بازده روزانه در طول دوره‌های ماهانه در برآورد بتا لحاظ می‌شود. در این پژوهش، مدل بازار تک‌عاملی که در آن بازده بازار و بازده سهام شرکت به صورت فازی در نظر گرفته شده‌اند، به عنوان مدل رگرسیون خطی فازی تعریف می‌شوند. شیب خط محاسبه شده در این مدل برآوردی از ریسک سیستماتیک در مدل بازار فازی است.

در مدل قیمت‌گذاری دارایی‌های سرمایه‌ای با بازده‌های فازی، فرضیه‌هایی که به طور معمول در تئوری قیمت‌گذاری دارایی‌های سرمایه‌ای وجود دارد، پذیرفته می‌شود. برای مثال، فرض انتظارات منطقی سرمایه‌گذاران، وجود بازار کامل، همچنین وجود یک دارایی بدون ریسک، n دارایی ریسکی در زمان t ، برقراری امکان قرض‌دهی و قرض‌گیری همچنان در مدل قیمت‌گذاری دارایی‌های سرمایه‌ای فازی نیز برقرار است. اما فرض توزیع نرمال بازده‌ها با فرض وجود بازده‌هایی که از نوع متغیرهای تصادفی فازی LR هستند، جایگزین می‌شود؛ به گونه‌ای که بازده تصادفی فازی LR برداری به صورت زیر است:

$$\tilde{R} = (\tilde{R}_1, \dots, \tilde{R}_n)$$

براین اساس، خط بازار فازی به صورت مدل (۲) تعریف می‌شود:

$$\tilde{R}_{i,t} = \tilde{\alpha}_i \oplus \tilde{\beta} \tilde{R}_{m,t} \oplus \tilde{\varepsilon}_i \quad \text{مدل (۲)}$$

\tilde{R}_i : بازده فازی سهام شرکت با تابع عضویت متقارن L شکل به صورت $\tilde{R}_i = (R_i, \Delta_i)_L$
 \tilde{R}_m : بازده فازی پرتفوی بازار با تابع عضویت متقارن L شکل به صورت $\tilde{R}_m = (R_m, \Delta_m)_L$
 $\tilde{\beta}_i$: عددی فازی است و حساسیت بازده فازی هر سهم را نسبت به بازده فازی بازار نشان می‌دهد، که بیانگر ریسک سیستماتیک تحت مفروضات فازی است.
 $\tilde{\alpha}_i$: متعلق به مجموعه اعداد فازی $F(R)$
 $\tilde{\varepsilon}_i$: متغیر تصادفی فازی LR است.

خط بازار فازی (یعنی مدل ۲) با استفاده از داده‌های سری زمانی و به تفکیک هر شرکت برازش می‌شود. افزون‌براین، خط بازار برای هر شرکت دوباره با استفاده از بازده‌های قطعی به روش حداقل مربعات معمولی و روش گشتاورهای تعمیم‌یافته (یعنی مدل ۱) نیز برازش شده و سپس پایداری بتا در دو روش مقایسه می‌شود.

به منظور برازش مدل رگرسیون فازی، تقسیم بندی های مختلفی با توجه به روش های برآورد پارامترها، دقیق و نادقیق بودن مشاهده های مربوط به متغیرهای مستقل و وابسته، همچنین فازی و دقیق بودن ضرایب رگرسیون وجود دارد. در این پژوهش از آنجاکه ضرایب، متغیرهای وابسته و مستقل فازی هستند، از رهیافت تلفیق روش کمترین مربعات خطا و روش امکانی به منظور برازش خط بازار فازی استفاده می شود. در این روش مجموع مربعات خطای فاصله علامت دار^۱ یائو - ویو^۲ و فاصله ژو^۳ براساس محدودیت های امکانی کمینه می شوند. با این فرض که متغیرهای مستقل، ضرایب و متغیر وابسته به صورت اعداد فازی مثلثی متقارن $\tilde{Y}_i = (y_i, r_i)_T$ و $\tilde{A}_j = (a_j, s_j)_T$ ، $\tilde{x}_{ji} = (x_{ji}, t_{ji})_T$ باشد، خروجی برآورد شده به صورت رابطه ۱۰ خواهد بود [۳۹].

$$\tilde{Y}_i = \tilde{A}_0 + \tilde{A}_1 \tilde{x}_{1i} + \tilde{A}_2 \tilde{x}_{2i} + \dots + \tilde{A}_k \tilde{x}_{ki} \quad i = 1, \dots, n \quad \text{رابطه (۹)}$$

رابطه (۱۰)

$$\begin{aligned} \tilde{Y}_i &= (a_0, s_0)_T + (a_1, s_1)_T (x_{1i}, t_{1i})_T + \dots + (a_k, s_k)_T (x_{ki}, t_{ki})_T \\ &= (a_0 + \sum_{j=1}^k a_j x_{ji}, s_0 + \sum_{j=1}^k |a_j| t_{ji} + \sum_{j=1}^k s_j |x_{ji}|), \quad i = 1, 2, \dots, n \end{aligned}$$

برای برازش مدل رگرسیونی، مسئله برنامه ریزی غیرخطی به صورت رابطه ۱۱ حل می شود:

$$\begin{aligned} \min \quad & SSE = \sum_{i=1}^n [(y_i - a_0 - \sum_{j=1}^k a_j x_{ji})^2 + \frac{1}{6} (r_i - s_0 - \sum_{j=1}^k |a_j| t_{ji} - \sum_{j=1}^k s_j x_{ji})^2] \\ \text{s.t.} \quad & a_0 + \sum_{j=1}^k a_j x_{ji} + (1-H)(s_0 + \sum_{j=1}^k s_j x_{ji} + \sum_{j=1}^k |a_j| t_{ji}) \geq y_i + (1-H)r_i, \\ & a_0 + \sum_{j=1}^k a_j x_{ji} - (1-H)(s_0 + \sum_{j=1}^k s_j x_{ji} + \sum_{j=1}^k |a_j| t_{ji}) \leq y_i - (1-H)r_i, \\ & s_j \geq 0, \quad i = 1, \dots, n, \quad j = 1, \dots, k, \quad 0 \leq H \leq 1. \end{aligned}$$

-
1. Signed Distance
 2. Yao and Wu
 3. Xu

همچنین مجموع مربعات خطا بین متغیرهای وابسته مشاهده شده و برآورد شده براساس فاصله ژو به صورت رابطه ۱۲ محاسبه می شود [۳۹]:

رابطه (۱۲)

$$\begin{aligned}
 SSE &= \sum_{i=1}^n d^2(\tilde{y}_i, \tilde{y}_i) \\
 &= \sum_{i=1}^n d^2(\tilde{y}_i, \tilde{A}_0 \oplus (\tilde{A}_1 \otimes \tilde{x}_{i1}) \oplus \dots \oplus (\tilde{A}_k \otimes \tilde{x}_{ik})) \\
 &= \sum_{i=1}^n [(y_i - a_0 - \sum_{j=1}^k a_j x_{ji})^2 + \frac{1}{6}(r_i - s_0 - \sum_{j=1}^k |a_j| t_{ji} - \sum_{j=1}^k s_j |x_{ji}|)^2]
 \end{aligned}$$

۴. یافته‌های پژوهش

نتایج مربوط به آمار توصیفی بازده سهام شرکت‌ها و بازده بازار در جدول ۱ ارائه شده است.

جدول ۱. نتایج آمار توصیفی

متغیرها	میانگین	میانه	انحراف معیار
بازده ماهانه سهام	۱/۰۰۵	۰/۹۹۴	۰/۱۴۳
بازده روزانه سهام	۱/۰۰۰۲	۱	۰/۰۲۷
بازده ماهانه بازار	۱/۰۲۲	۱/۰۱۵	۰/۰۷۶
بازده روزانه بازار	۱/۰۰۱	۱/۰۰۰۳	۰/۰۰۸

همان‌طور که در جدول بالا ملاحظه می‌شود، میانگین بازده روزانه و ماهانه سهام بیش از یک است. از این رو، می‌توان گفت به‌طور متوسط قیمت سهام شرکت‌های نمونه روبه افزایش بوده است؛ همچنین بزرگ‌تر از یک بودن میانگین بازده روزانه و ماهانه بازار، نشان‌دهنده رشد نسبی شاخص بازار است.

نتایج برازش مدل رگرسیون حداقل مربعات معمولی. پیش از ارائه نتایج مدل رگرسیون حداقل مربعات معمولی و روش گشتاورهای تعمیم‌یافته، به منظور اطمینان از مانایی متغیرهای پژوهش آزمون دیکی فولر و به منظور تشخیص وجود خودهمبستگی از آزمون دورین - واتسون استفاده شده است. نتایج حاصل شده برای همه شرکت‌ها بیانگر مانایی و نبود خودهمبستگی است، اما به منظور رعایت اختصار نتایج آن ارائه نشده است.

نتایج حاصل از برازش مدل بازار به روش حداقل مربعات معمولی و با استفاده از بازده‌های ماهانه در جدول ۲ ارائه شده است. نتایج جدول ۲ نشان می‌دهد که از مجموع ۳۱ شرکت نمونه، ضریب بتای ۲۵ شرکت در سطح اطمینان ۹۵ درصد معنی‌دار است. افزون‌براین، از کل شرکت‌های نمونه تعداد ۱۳ شرکت دارای ضریب

بتای بیش از ۱ و معنی دار هستند، بدین معنا که واکنش قیمت سهام این شرکتها نسبت به بازده بازار بیش تر است. تعداد ۱۲ شرکت نیز دارای بتای کمتر از ۱ و معنی دار هستند که نشان دهنده واکنش کمتر قیمت سهام این شرکتها در مقایسه با بازده بازار است.

جدول ۲. نتایج برازش رگرسیون با بازده های قطعی به روش حداقل مربعات معمولی

نماد	ضریب بتا	آماره t	p-value	ضریب تعیین تعدیل شده
اخابر	-۰/۵۹	۲/۵۷	-۰/۰۱	-۰/۱۳
بترانس	-۰/۶۰	۱/۲۸	-۰/۲۰	-۰/۰۱
پارسان	۱/۰۹	۲/۶۷	-۰/۰۱	-۰/۱۴
ثشاهد	-۰/۷۷	۲/۴۴	-۰/۰۱	-۰/۱۲
خاور	-۰/۲۴	۱/۲۵	-۰/۲۱	-۰/۰۱
خبهمن	-۰/۸۸	۲/۵۱	-۰/۰۱	-۰/۱۳
خزامیا	۱/۳۴	۳/۷۲	-۰/۰۰	-۰/۲۶
خسپا	۱/۰۰	۲/۶۴	-۰/۰۱	-۰/۱۴
خودرو	۱/۴۲	۴/۳۹	-۰/۰۰	-۰/۳۴
دی	۱/۰۸	۳/۶۳	-۰/۰۰	-۰/۲۵
ذوب	-۰/۸۷	۲/۲۹	-۰/۰۲	-۰/۱۰
رمپنا	-۰/۲۲	۱/۶۶	-۰/۱۰	-۰/۰۴
فاذر	-۰/۸۲	۱/۵۸	-۰/۱۲	-۰/۰۴
فملی	-۰/۸۶	۲/۵۴	-۰/۰۱	-۰/۱۳
فولاد	۱/۳۵	۵/۲۷	-۰/۰۰	-۰/۴۳
کروی	۱/۴۷	۵/۷۰	-۰/۰۰	-۰/۴۷
وامید	-۰/۶۱	۲/۰۴	-۰/۰۴	-۰/۰۸
وانصار	-۰/۳۸	۱/۳۳	-۰/۱۹	-۰/۰۲
وبصادر	-۰/۳۸	۱/۱۶	-۰/۲۵	-۰/۰۱
وبملت	-۰/۶۰	۲/۲۲	-۰/۰۳	-۰/۱۰
وپارس	-۰/۷۱	۴/۶۶	-۰/۰۰	-۰/۳۷
وپاسار	-۰/۶۰	۲/۳۰	-۰/۰۲	-۰/۱۰
وپترو	۱/۵۴	۴/۰۹	-۰/۰۰	-۰/۳۱
وخارزم	-۰/۸۸	۲/۹۹	-۰/۰۰	-۰/۱۸
وساپا	۱/۲۶	۳/۳۴	-۰/۰۰	-۰/۲۲
وسپه	۱/۳۴	۶/۳۴	-۰/۰۰	-۰/۵۲
وصندوق	۱/۸۴	۷/۱۶	-۰/۰۰	-۰/۵۸
وغذیر	-۰/۹۱	۳/۲۷	-۰/۰۰	-۰/۲۱
وکار	-۰/۷۷	۲/۷۵	-۰/۰۰	-۰/۱۵
ومعادن	۱/۷۵	۹/۴۳	-۰/۰۰	-۰/۷۱
وملت	۱/۴۵	۳/۸۷	-۰/۰۰	-۰/۲۸

نتایج برازش مدل رگرسیون به روش گشتاورهای تعمیم‌یافته. نتایج حاصل از برازش مدل بازار به روش گشتاورهای تعمیم‌یافته به تفکیک هر شرکت در جدول ۳ ارائه شده است.

جدول ۳. نتایج برازش رگرسیون با بازدههای قطعی به روش گشتاورهای تعمیم‌یافته

نماد	ضریب بتا	آماره t	p-value	ضریب تعیین تعدیل شده
اخابر	۰/۴۸	۲/۱۶	۰/۰۳	۰/۱۵
بترانس	۱/۱۷	۰/۹۹	۰/۳۲	۰/۰۱
پارسان	۱/۰۴	۲/۳۶	۰/۰۲	۰/۲۲
ثشاهد	۰/۷۲	۱/۰۶	۰/۲۹	۰/۰۵
خاور	۰/۴۳	۰/۴۳	۰/۶۶	۰/۱۲
خبهمن	-۰/۳۹	-۰/۴۱	۰/۶۷	۰/۲۱
خزامیا	۲/۳۴	۲/۵۴	۰/۰۱	۰/۱۹
خسایا	۱/۱۷	۱/۴۸	۰/۱۴	۰/۱۹
خودرو	۲/۷۶	۱/۰۱	۰/۳۱	۰/۱۳
دی	۰/۳۵	۰/۷۱	۰/۴۷	۰/۱۶
ذوب	۰/۶۹	۰/۸۵	۰/۳۹	۰/۱۳
رمپنا	۱/۱۶	۲/۶۸	۰/۰۱	۰/۳۸
فاذر	۰/۵۷	۰/۱۲	۰/۸۹	۰/۰۶
فملی	۱/۰۴	۰/۵۹	۰/۵۵	۰/۱۷
فولاد	۰/۰۲	۰/۰۶	۰/۹۵	۰/۰۱
کروی	۰/۳۰	۰/۳۴	۰/۸۰	۰/۱۸
وامید	-۰/۷۰	-۲/۰۴	۰/۰۴	۰/۰۷
وانصار	-۵/۲۳	-۱/۱۰	۰/۲۷	۰/۰۹
وبصادر	۰/۸۲	۰/۶۳	۰/۵۳	۰/۰۱
وبملت	۰/۷۴	۰/۸۸	۰/۳۸	۰/۱۳
ویارس	۰/۵۸	۲/۷۹	۰/۰۰	۰/۳۸
ویاسار	۰/۳۹	۰/۸۸	۰/۳۸	۰/۱۴
ویپترو	۰/۰۶	۰/۰۸	۰/۹۳	۰/۰۲
وخارزم	۰/۴۵	۳/۰۰	۰/۰۰	۰/۱۷
وسایا	۰/۸۰	۰/۹۷	۰/۳۳	۰/۲۱
وسپه	۰/۹۳	۴/۰۵	۰/۰۰	۰/۴۹
وصندوق	۱/۲۷	۴/۱۸	۰/۰۰	۰/۵۴
وغدیر	۰/۸۹	۱/۷۱	۰/۰۹	۰/۲۵
وکار	۰/۰۸	۰/۲۱	۰/۸۳	۰/۰۲
ومعادن	۱/۰۰	۲/۱۶	۰/۰۳	۰/۵۸
وملت	۱/۶۴	۷/۰۴	۰/۰۰	۰/۳۲

همان طور که در جدول ۳ ملاحظه می شود، از ۳۱ شرکت ضریب بتا برای ۱۱ شرکت معنی دار است و در مقایسه با نتایج روش حداقل مربعات معمولی ضعیف تر از این روش عمل کرده است. همچنین از بین کل شرکت های نمونه ضریب بتای ۱۸ شرکت کمتر از ۱، تعداد ۱۰ شرکت بیش از ۱ و برای تعداد ۳ شرکت منفی است.

نتایج برازش مدل رگرسیون فازی. یافته های حاصل از برازش مدل رگرسیون فازی به شرح جدول ۴ است. از آنجاکه در این مدل ضرایب به صورت اعداد فازی است، ضرایب به دست آمده در مدل دارای یک عدد مرکزی و یک پهنا است که در مجموع یک دامنه را به دست می دهد و نه یک عدد کاملاً قطعی. همان طور که اشاره شد، A_1 عدد مرکزی ضریب بتای فازی و S_1 پهنای آن است که در واقع همان بتای فازی را به دست می دهد. A_0 و S_0 نیز به ترتیب عدد مرکزی و پهنای عرض از مبدأ مدل است. سطح اعتبار در نظر گرفته شده برای مدل ۰/۵ است؛ زیرا $h = 0.5$ را می توان به عنوان سطح اعتباری معقول و متداول در نظر گرفت [۲۲].

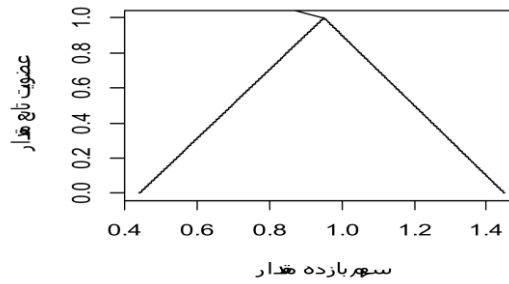
جدول ۴. نتایج برازش رگرسیون با بازده لهای فازی

معادله رگرسیون فازی برازش شده	ابهام کل مدل (z)	سطح اعتبار در نظر گرفته شده (h)	A_0	A_1	S_0	S_1	نماد شرکت
$\tilde{R}_i = (0.12, 0.32)_T + (-0.80, 0.17)_T \tilde{R}_m$	۱/۷۲	۰/۵	۰/۱۲	۰/۸۰	۰/۳۲	۰/۱۷	اخابر
$\tilde{R}_i = (1/68, 1/0.3)_T + (-0/63, 0/0.0)_T \tilde{R}_m$	۶/۷۷	۰/۵	۱/۶۸	-۰/۶۳	۱/۰۳	۰/۰۰	بتراس
$\tilde{R}_i = (-1/32, 1/0.1)_T + (2/0.0, 0/0.0)_T \tilde{R}_m$	۹/۲۶	۰/۵	-۱/۳۲	۲	۱/۰۱	۰/۰۰	پارسان
$\tilde{R}_i = (-1/29, 0/0.0)_T + (2/20, 0/69)_T \tilde{R}_m$	۳/۷۱	۰/۵	-۱/۲۹	۲/۲۰	۰/۰۰	۰/۶۹	تشاهد
$\tilde{R}_i = (0/49, 0/95)_T + (0/54, 0/0.0)_T \tilde{R}_m$	۶/۰۹	۰/۵	۰/۴۹	۰/۵۴	۰/۹۵	۰/۰۰	خاور
$\tilde{R}_i = (0/22, 0/58)_T + (-0/80, 0/14)_T \tilde{R}_m$	۳/۲۸	۰/۵	۰/۲۲	۰/۸۰	۰/۵۸	۰/۱۴	خبهن
$\tilde{R}_i = (-0/77, 0/0.0)_T + (1/76, 0/54)_T \tilde{R}_m$	۲/۱۹	۰/۵	-۰/۷۷	۱/۷۶	۰/۰۰	۰/۵۴	خزامیا
$\tilde{R}_i = (0/21, 0/75)_T + (1/23, 0/0.0)_T \tilde{R}_m$	۸/۲۶	۰/۵	۱/۲۱	۰/۷۵	۱/۲۳	۰/۰۰	خسپا
$\tilde{R}_i = (-1/38, 0/0.0)_T + (2/32, 0/54)_T \tilde{R}_m$	۲/۳۳	۰/۵	-۱/۳۸	۲/۳۲	۰/۰۰	۰/۵۴	خودرو
$\tilde{R}_i = (-1/30, 0/0.0)_T + (2/32, 0/52)_T \tilde{R}_m$	۲/۵۰	۰/۵	-۱/۳۰	۲/۳۲	۰/۰۰	۰/۵۲	دی
$\tilde{R}_i = (-0/64, 0/43)_T + (1/72, 0/28)_T \tilde{R}_m$	۳/۹۲	۰/۵	-۰/۶۴	۱/۷۲	۰/۴۳	۰/۲۸	ذوب
$\tilde{R}_i = (0/67, 0/59)_T + (-0/43, 0/66)_T \tilde{R}_m$	۲/۹۹	۰/۵	۰/۶۷	۰/۴۳	۰/۵۹	۰/۶۶	رمپنا
$\tilde{R}_i = (-1/49, 0/0.0)_T + (-0/69, 1/31)_T \tilde{R}_m$	۱۲/۷۹	۰/۵	۱/۴۹	-۰/۶۹	۰/۰۰	۱/۳۱	فاذر
$\tilde{R}_i = (2/0.9, 0/0.0)_T + (-1/11, 0/78)_T \tilde{R}_m$	۴/۶۶	۰/۵	۲/۰۹	-۱/۱۱	۰/۰۰	۰/۷۸	فملی

$\bar{R}_i = (-0/49, 0/00)_T + (1/36, 0/64)_T \bar{R}_m$	۳/۰۴	۰/۵	-۰/۴۹	۱/۳۶	۰/۰۰	۰/۶۴	فولاد
$\bar{R}_i = (-1/39, 0/40)_T + (2/33, 0/00)_T \bar{R}_m$	۱/۳۰	۰/۵	-۱/۳۹	۲/۳۳	۰/۴۰	۰/۰۰	کروی
$\bar{R}_i = (1/39, 0/00)_T + (-0/52, 0/88)_T \bar{R}_m$	۵/۵۹	۰/۵	۱/۳۹	-۰/۵۲	۰/۰۰	۰/۸۸	وامید
$\bar{R}_i = (1/08, 0/62)_T + (-0/02, 0/00)_T \bar{R}_m$	۲/۳۲	۰/۵	۱/۰۸	-۰/۰۲	۰/۶۲	۰/۰۰	وانصار
$\bar{R}_i = (1/34, 0/00)_T + (-0/50, 1/04)_T \bar{R}_m$	۷/۸۹	۰/۵	۱/۳۴	-۰/۵۰	۰/۰۰	۱/۰۴	وبصادر
$\bar{R}_i = (1/65, 0/00)_T + (-0/68, 0/68)_T \bar{R}_m$	۳/۱۹	۰/۵	۱/۶۵	-۰/۶۸	۰/۰۰	۰/۶۸	وبملت
$\bar{R}_i = (0/37, 0/00)_T + (0/65, 0/37)_T \bar{R}_m$	۰/۸۹	۰/۵	۰/۳۷	۰/۶۵	۰/۰۰	۰/۳۷	ویارس
$\bar{R}_i = (-1/05, 0/64)_T + (1/90, 0/00)_T \bar{R}_m$	۳/۴۷	۰/۵	-۱/۰۵	۱/۹۰	۰/۶۴	۰/۰۰	ویاسار
$\bar{R}_i = (0/80, 0/00)_T + (0/98, 0/55)_T \bar{R}_m$	۲/۳۳	۰/۵	۰/۸۰	۰/۹۸	۰/۰۰	۰/۵۵	ویپترو
$\bar{R}_i = (-1/33, 0/00)_T + (2/18, 0/59)_T \bar{R}_m$	۸/۲۱	۰/۵	-۱/۳۳	۲/۱۸	۰/۰۰	۰/۵۹	وخارزم
$\bar{R}_i = (-2/57, 0/00)_T + (3/48, 0/92)_T \bar{R}_m$	۶/۷۸	۰/۵	-۲/۵۷	۳/۴۸	۰/۰۰	۰/۹۲	وساپا
$\bar{R}_i = (-0/79, 0/39)_T + (1/72, 0/00)_T \bar{R}_m$	۱/۰۷	۰/۵	-۰/۷۹	۱/۷۲	۰/۳۹	۰/۰۰	وسپه
$\bar{R}_i = (-2/91, 0/72)_T + (3/72, 0/00)_T \bar{R}_m$	۴/۹۰	۰/۵	-۲/۹۱	۳/۷۲	۰/۷۲	۰/۰۰	وصندوق
$\bar{R}_i = (-0/23, 0/00)_T + (0/78, 0/86)_T \bar{R}_m$	۶/۱۱	۰/۵	-۰/۲۳	۰/۷۸	۰/۰۰	۰/۸۶	وغدیر
$\bar{R}_i = (-2/03, 0/80)_T + (2/86, 0/00)_T \bar{R}_m$	۵/۶۰	۰/۵	-۲/۰۳	۲/۸۶	۰/۸۰	۰/۰۰	وکار
$\bar{R}_i = (-0/42, 0/52)_T + (1/42, 0/00)_T \bar{R}_m$	۱/۶۱	۰/۵	-۰/۴۲	۱/۴۲	۰/۵۲	۰/۰۰	ومعادن
$\bar{R}_i = (-1/21, 0/00)_T + (2/18, 0/69)_T \bar{R}_m$	۳/۵۴	۰/۵	-۱/۲۱	۲/۱۸	۰/۰۰	۰/۶۹	وملت

یافته‌های موجود در جدول ۴ حاکی از این است که از کل شرکت‌های نمونه ضریب بتای فازی برای تعداد ۸ شرکت کمتر از ۱، برای ۱۶ شرکت بیش از ۱ و برای ۷ شرکت منفی است. ضرایب به دست آمده اعدادی تقریبی است و همان گونه که ملاحظه می‌شود در یک دامنه ارائه شده است. برای مثال، می‌توان گفت ضریب بتا در نماد اخیر «تقریباً» ۰/۸۰ است. به عبارت دیگر میزان تأثیر بازده بازار در بازده سهم این شرکت «تقریباً» ۰/۸۰ است. همچنین می‌توان گفت اگر مقادیر مشاهده شده بازده بازار تقریباً ۱/۰۱ باشد، نمره پیش‌بینی شده برای بازده سهام این شرکت تقریباً ۰/۹۵ پیش‌بینی می‌شود؛ که در آن منظور از تقریباً عدد فازی مثلثی متقارن (۱/۴۶، ۰/۹۵، ۰/۴۶) است، بدین معنا که امکان ندارد مقدار بازده سهم بیشتر از ۱/۴۶ (خوشبینانه‌ترین حالت) و کمتر از ۰/۴۶ (بدبینانه‌ترین حالت) باشد، اما ممکن‌ترین حالت نیز همان ۰/۹۵ است. تابع عضویت این نماد به عنوان نمونه در شکل ۱ ارائه شده است.

پرتال جامع علوم انسانی



شکل ۱. تابع عضویت مربوط به مقدار پیش بینی بازده سهام نماد اخابر

نتایج مقایسه خطای پیش بینی پایداری بتا در سه مدل رگرسیون حداقل مربعات معمولی و روش گشتاورهای تعمیم یافته و فازی. به منظور مقایسه پایداری ضریب بتا و توان پیش بینی بازده سهام در سه مدل رگرسیون حداقل مربعات معمولی و روش گشتاورهای تعمیم یافته و فازی، میانگین قدرمطلق درصد خطای پیش بینی بازده سهام با استفاده از ضرایب به دست آمده در جداول ۲، ۳ و ۴ و به کمک داده های ۶ ماهه اول سال ۹۴ محاسبه و در جدول ۵ ارائه شده است.

جدول ۵. میانگین خطاهای مدل رگرسیون حداقل مربعات معمولی و روش گشتاورهای تعمیم یافته و مدل فازی

نماد شرکت	میانگین خطاها در مدل رگرسیون حداقل مربعات معمولی	میانگین خطاها در مدل رگرسیون به روش گشتاورهای تعمیم یافته	میانگین خطاهای فازی
اخابر	۰/۰۲	۰/۰۲	(۰/۰۹، ۰/۶۰) _T
بترانس	۰/۲۸	۰/۲۸	(۰/۱، ۱/۱۴) _T
پارسان	۰/۰۶	۰/۰۶	(۰/۳۱، ۱/۱۵) _T
تشاهد	۰/۱۶	۰/۱۶	(۰/۱۱، ۰/۸۷) _T
خاور	۰/۰۵	۰/۰۶	(۰/۰۲، ۰/۴۴) _T
خبهمن	۰/۰۳	۰/۰۴	(۰/۰۴، ۰/۸۶) _T
خزامیا	۰/۰۱	۰/۰۲	(۰/۴۰، ۰/۷۴) _T
خسایا	۰/۰۶	۰/۰۶	(۰/۰۴، ۱/۵۲) _T
خودرو	۰/۰۷	۰/۰۷	(۰/۰۶، ۰/۷۳) _T
دی	۰/۰۳	۰/۰۳	(۰/۰۸، ۰/۷۲) _T
ذوب	۰/۰۱	۰/۰۱	(۰/۱، ۰/۹۰) _T
رمپنا	۰/۰۶	۰/۰۶	(۰/۰۸، ۱/۳۱) _T
فادر	۰/۰۶	۰/۰۵	(۰/۱۸، ۱/۴۵) _T

فملی	۰/۰۹	۰/۰۹	(۰/۱۴، ۰/۹۳) _T
فولاد	۰/۰۴	۰/۰۳	(۰/۰۹، ۰/۸۱) _T
کروی	۰/۰۲	۰/۰۲	(۰/۰۱، ۰/۵۹) _T
وامید	۰/۰۱	۰/۰۰۹	(۰/۱۲، ۰/۰۰) _T
وانصار	۰/۱۰	۰/۰۷	(۰/۱۵، ۰/۷۳) _T
وبصادر	۰/۰۶	۰/۰۶	(۰/۱۶، ۰/۱۳) _T
وبملت	۰/۰۵	۰/۰۵	(۰/۰۹، ۰/۸۰) _T
وپارس	۰/۲۸	۰/۲۸	(۰/۰۹، ۰/۴۴) _T
وپاسار	۰/۰۷	۰/۰۷	(۰/۰۱، ۰/۸۱) _T
وپترو	۰/۱۱	۰/۱۲	(۰/۷۷، ۰/۶۸) _T
وخارزم	۰/۰۳	۰/۰۳	(۰/۱۴، ۰/۳۸) _T
وساپا	۰/۰۷	۰/۰۸	(۰/۱۷، ۰/۱۴) _T
وسپه	۰/۰۵	۰/۰۶	(۰/۰۴، ۰/۵۰) _T
وصندوق	۰/۰۳	۰/۰۳	(۰/۲۲، ۰/۸۵) _T
وغدیر	۰/۰۲	۰/۰۲	(۰/۴۳، ۰/۹۶) _T
وکار	۰/۰۹	۰/۰۹	(۰/۲۱، ۰/۹۱) _T
ومعادن	۰/۱۵	۰/۱۶	(۰/۱۰، ۰/۷۵) _T
وملت	۰/۰۳	۰/۰۳	(۰/۱۱، ۰/۸۴) _T
میانگین کل	۰/۰۷	۰/۰۷	(۰/۱۴، ۰/۱۱) _T

همان گونه که در جدول ۵ مشاهده می شود، در اغلب موارد میانگین خطای پیش بینی در مدل رگرسیون فازی بیش از مدل رگرسیون حداقل مربعات معمولی و روش گشتاورهای تعمیم یافته است. افزون بر این، میانگین خطا در کل نمونه و در مدل رگرسیون کلاسیک ۰/۰۷ و در مدل رگرسیون فازی ۰/۱۴ است. از این رو، می توان گفت پایداری بتای فازی و توان پیش بینی آن کم تر از مدل بازار کلاسیک است و فرضیه های پژوهش رد می شود.

۵. نتیجه گیری

هدف پژوهش حاضر یافتن راهی جهت برآورد بهتر ریسک سیستماتیک و پیش بینی صحیح تر از بازده سهام شرکتها است. در این پژوهش به بررسی اثر بازده های فاصله ای بر تخمین بتا و سپس، پیش بینی بازده پرداخته شد. بدین منظور رفتار تخمین بتا در مدل شارپ به روش حداقل مربعات معمولی، روش گشتاورهای تعمیم یافته و روش حداقل مربعات فازی در شرکت های نمونه مورد مطالعه قرار گرفت. نتایج حاصل از آزمون فرضیه های پژوهش حاکی از این است که میانگین خطای پیش بینی بازده سهام در دو مدل حداقل مربعات معمولی و روش

گشتاورهای تعمیم یافته تقریباً برابر و کمتر از خطای پیش بینی مدل فازی است. بر این اساس، می توان گفت بتای کلاسیک همچنان پیش بینی پایدارتری را برای بازده سهام شرکت ها و در نهایت تصمیم گیری های اقتصادی صحیح به وسیله سهامداران دارد. براساس نتایج پژوهش، به دلیل این که میانگین خطای بازده در مدل رگرسیون فازی نسبت به مدل کلاسیک بیشتر است، بنابراین پایداری بتای فازی و توان پیش بینی کنندگی کمتری نسبت به بتای کلاسیک دارد و در نتیجه فرضیه پژوهش حاضر رد می شود. در توجیه این نتیجه می توان گفت با توجه به این که در مدل رگرسیون فازی ضرایب در حقیقت، به صورت تقریبی است و شامل یک دامنه هستند، از این رو، به نظر می رسد این موضوع یکی از عوامل بالا بودن خطای مدل فازی نسبت به مدل کلاسیک باشد. نتایج یاد شده با یافته های پژوهش موسی و همکاران (۲۰۱۳) ناسازگار است.



منابع

1. Aït-Sahalia, Y., Mykland, P. A. & Zhang, L. (2011). Ultra high frequency volatility estimation with dependent microstructure noise. *Journal of Econometrics*, 160, 190-203.
2. Avadhanam, P. V., Mamidi, S. & Mishra, R. K. (2014). Empirical testing of CAPM for Central Public Sector Enterprises in India. *Journal of Institute of Public Enterprise*, 37, 50-64.
3. Black, F., Jensen, M. & Scholes, M. (1972). Capital asset pricing model: some empirical tests. *Studies in the Theory of Capital Markets*. 1-54.
4. Blume, M. E. (1971). On the assessment of risk. *The Journal of Finance*, 26 (1), 1-10.
5. Blume, M. E. (1975). Beta and the regression tendencies. *The Journal of Finance*, 30(1), 785-795.
6. Brailsford, T. J. & Josev, T. (1997). The impact of return interval on the estimation of systematic risk. *Pacific-Basin Finance Journal*, 5, 353-372.
7. Brailsford, T. J. & Faff, R. W. (1997). Testing the conditional CAPM and the effect of intervaling: a note. *Pacific-Basin Finance Journal*, 5, 527-537.
8. Campbell, J. Y. (2000). Asset pricing at the millennium. *Journal of Finance*, 55, 1515-1567.
9. Caporale, T. (2012). Time varying CAPM beta and banking sector risk. *Economic Letter*, 115, 293-295.
10. Cohen, K., Hawawini, G., Mayer, S., Schwartz, R. & Whitcomb, D. (1986). *The microstructure of securities markets*. Prentice-Hall, Sydney.
11. Cragg, J. G. (1994). Making good inferences from bad data. *Canadian Journal of Economics*, 27, 776-800.
12. Eslami, G. R., Abdoh Tabrizi, H., Mohamad, Sh. & Shams, Sh. (2009). A Survey of the time scale of capital asset pricing model (CAPM) by wavelet Transform. *Journal of Accounting and Auditing Review*, 16(5), 35-52 (In Persian).
13. Fama, E. F. (1990). Stock returns, expected returns, and real activity. *The Journal of Finance*, 45(4), 1089-1108.
14. Ferson, W. E. & Harvey, C. R. (1991). The variation of economic risk premiums. *Journal of Political Economy*, 99(2), 385-415.
15. Garcia, R. & Ghysels, E. (1998). Structural change and asset pricing in emerging markets. *Journal of International Money and Finance*, 17, 455-473.
16. Gençay, R., Selçuk, F. & Whitcher, B. (2005). Multiscale systematic risk. *Journal of International Money and Finance*, 24(1), 55-70.
17. Ghanbari, A., Khezri, M. & Torkey Samaei, R. (2010). Systematic Risk Estimation at Different Time Scales, by Using Wavelets Analysis an Application on Tehran Stock Exchange. *Quarterly Journal of Quantitative Economics*, 6(4), 29-50 (In Persian).
18. Ghysels, E. (1998). On stable factor structures in the pricing of risk: Do time-varying betas help or hurt? *Journal of Finance*, 53(2), 549-573.
19. Handa, P., Kothari, S. P. & Wasley, C. (1993). Sensitivity of multivariate tests of the capital asset pricing to the return interval measurement. *Journal of Finance*, 48, 15-43.
20. Harvey, C. R. (1989). Time-varying conditional covariances in tests of asset pricing models. *Journal of Financial Economics*, 24, 289-317.

21. Kim, D. (1993). The extent of nonstationarity of beta. *Review of Quantitative Finance and Accounting*, 3, 241-254.
22. Khodaei, E. (2008). Fuzzy linear regression and its applications in social science research, *Journal of Iranian Social Studies*, 3(4), 1-14 (In Persian).
23. Koissi, M-C. & Shapiro, A.F. (2006). Fuzzy formulation of the Lee-Carter model for mortality forecasting. *Mathematics and Economics*, 39, 287-309.
24. Kwakernaak, H., (1978). Fuzzy random variables definitions and theorems. *Information Sciences*, 15, 1-29.
25. Levhari, D. & Levy, H. (1977). The capital asset pricing model and the investment horizon. *Review of Economics and Statistics*, 59, 92-104.
26. Lintner, J. (1965). The valuation of risky assets and the selection of risky investments in stock portfolios and capital budgets. *Review of Economics and Statistics*, 47, 13-37.
27. Mazzola, P. & Gerace, D. (2015). A comparison between a dynamic and static approach to asset management using CAPM models on the Australian Securities Market. *Australasian Accounting, Business and Finance Journal*, 9(2), 43-58.
28. Mohamadi, SH., Abbasi Nejad, H. & Mirsanei, S. R. (2007). Investigating Beta Estimation Methods in Tehran Stock Exchange. *Journal of Accounting and Auditing Review*, 14(1), 3-38 (In Persian).
29. Moussa, A. M., J.S. Kamdem, A. F. Shapiro, & M. Terraza. (2013). CAPM with fuzzy returns and hypothesis testing. *Journal of Mathematics and Economics*, 55, 40-57.
30. Novak, J. (2015). Systematic risk changes, negative realized excess returns and time-Varying CAPM beta. *Czech Journal of Economics and Finance*, 65(2), 167-190.
31. Puri, M. L. & D. A. Ralescu. (1986). Fuzzy random variables. *Journal of mathematical analysis and applications*, 114, 409-422.
32. Rahnema Roodposhti, F. & Moradi, M. R. (2006). Analyzing the Arbitration Pricing Mechanism (APT) Using Factor Analysis in Tehran Stock Exchange. *Financial Research Journal*, 7(1), 65-91 (In Persian).
33. Ramazanpoor, E., Gholizadeh, M.H. & Kalantary, A. (2018). Comparative study of the instability and dynamics of systematic risk for Tehran Stock Exchange and a selected group of emerging stock markets. *Iranian Journal of Economic Research*, 18(56), 157-186 (In Persian).
34. Rostami, M. R., Moghaddas Bayat, M. & Maghami, R. (2016). Analyzing idiosyncratic risk and returns relationship based on quantile regression and Bayesian approach. *Financial Management Perspective*, 16, 135-151 (In Persian).
35. Sadefo Kamdem, J., A. Moussa, & M. Terraza. (2012). Fuzzy risk adjusted performance measures: Application to hedge funds. *Insurance: Mathematics and Economics*, 51, 702-712.
36. Sharpe, W., (1964). Capital asset prices: a theory of market equilibrium under conditions of risk. *Journal of Finance*, 19, 425-442.
37. Smimou, K., C. R. Bector, & G. Jacoby. (2008). Portfolio selection subject to experts judgments. *International Review of Financial Analysis*. 17, 1036-1054.
38. Taghian Dinani, Z. & Farid, D. (2016). The relationship between excess returns of momentum strategy and systematic risk in Tehran Stock Exchange. *Financial Management Perspective*, 16, 9-30.

39. Taheri, S. M. & Mashinchi, M. (2008). *Introduction to fuzzy probability and statistics*. Kerman, Shahid Bahonar University of Kerman Publications (In Persian).
40. Tanaka, H. & P. Guo. (1999). Portfolio selection based on upper and lower exponential possibility distributions. *European Journal of Operational Research*, 114, 115-126.
41. Tehrani, R. & Chitsazan, H. (2004). Investigating the Trend of Systematic Risk and Beta Stability of Companies Listed in Tehran Stock Exchange. *Financial Research Journal*, 6(2), 27-37 (In Persian).
42. Tehrani, R. & Tabatabaei, J. (2008). Evaluating the stability of systematic risk in Tehran stock exchange. *Financial Research Journal*, 9(2), 13-23 (In Persian).

