

Assessing Dynamic Efficiency of Machine-made Carpet Industry by Network DEA Technique

Azadeh Omid

MA, Industrial Engineering Department, Faculty of Engineering, Tarbiat Modares
University, Tehran, Iran, omid@modares.ac.ir

Seyed Hessameddin Zegordi*

Associate Professor, Industrial Engineering Department, Faculty of Engineering, Tarbiat
Modares University, Tehran, Iran, zegordi@modares.ac.ir

Nasim Nahavandi

Associate Professor, Industrial Engineering Department, Faculty of Engineering, Tarbiat
Modares University, Tehran, Iran, n_nahavandi@modares.ac.ir

Abstract: The results of dynamic efficiency evaluation not only help managers to realize their business' position in competitive market, but also enable them to compare current company's performance with previous periods and do strategic planning properly. For doing so, network data envelopment analysis is a logical approach. Hence, the main objective of this illustration is to measure dynamic efficiency by means of network data envelopment analysis technique. Although different approaches in network DEA are introduced recently, the need for a comprehensive methodology in this area is remained because of the defects of previous methodologies. Consequently, a novel approach based on multi-objective optimization is introduced in this paper in order to measure the efficiency of a network structure. Finally, the case of Machine Made Carpet Industry (MMCI) is used and the dynamic performance of MMCI's companies in the period of four years is measured. Efficiency results of case data showed that the methodology proposed in this paper is able to eliminate defects of previous approaches and evaluate both total and annual efficiency simultaneously

Keywords: Network DEA ,Machine-made Carpet Industry, Dynamic Efficiency, Extra Inputs and Outputs, Multi-objective Optimization

Introduction: Dynamic efficiency assessment is so crucial for managers to watch out their business performance by passing the time. In a competitive market, understanding whether the company is performing in an efficient manner or not, in comparison to their rivals, is so important for managers. In this regard, assessing dynamic efficiency is the objective of this research and Machine-made Carpet Industry (MMCI) is taken into account as the case study. So, the companies producing machine made carpets are considered as the Decision Making Units (DMUs). Therefore, the main purpose of this research is to assess the dynamic efficiency of MMCI's companies during a four-year period. The methodology used for assessing dynamic efficiency is network data envelopment analysis.

Materials and Methods: The main purpose of this research is to assess the dynamic efficiency of MMCI's companies during a four-year period by means of network data envelopment analysis technique. For doing so, five different approaches are used; while, four of this approaches include 'Standard DEA approach, Separation approach, Average approach and Relational analysis approach' are in the literature and the last approach, named as 'Max-min approach' is developed for the first time in this paper. All the first four approaches are used for assessing the efficiency of this research's network structure and the disadvantages of all four approaches were highlighted by details. Finally, this paper introduces a multi-objective optimization method named as max-min approach for assessing total and partial efficiency of the network structure simultaneously. This new approach is able to eliminate the defeats of the previous ones and bring a comprehensive methodology for assessing the dynamic efficiency of DMUs.

* Corresponding author

Results and Discussion: In this article, firstly, the weaknesses of the available methodologies in the literature for assessing the dynamic efficiency of a network structure by means of network data envelopment analysis are illustrated. Then, a new approach based on multi-objective optimization technique is proposed in order to assess dynamic efficiency of a four-stage network structure with extra inputs and outputs. In more details, this new approach has the ability to eliminate the defeats of the methodologies available in the literature which can briefly be named as the disability in measuring total and partial efficiency simultaneously, being biased in giving importance to some sub-processes, lack of discrimination and disability in assessing unique efficiency scores for sub-processes. This paper's novel approach is named as max-min optimization approach and is able to assess the unique and unbiased efficiency scores in a network structure for both total and partial efficiency simultaneously. To be more accurate, the efficiency assessment which are obtained by the methodology of this paper is unique. In addition, decision makers' point of view plays no role in giving the priority to any sub-process and all the stages have the same importance in measuring the efficiency of a network structure. Last but not the least is that, since these sub-processes are connected, efficiency assessment should be done in a manner that takes into account the role of intermediate parameters and this consideration is done appropriately in this paper.

Conclusion: In this paper, dynamic efficiency assessment of MMCI's companies is measured by means of network data envelopment analysis. Since the approaches presented in literature have some weaknesses, this paper aims to develop a comprehensive network data envelopment analysis approach which is able to measure dynamic efficiency of DMUs in an appropriate manner. To do so, this research develops a novel methodology based on network data envelopment analysis. This approach is a multi-objective programming technique that measure total and partial efficiency of a network structure simultaneously in a unique and unbiased manner and is named as max-min approach. Finally, the max-min approach presented in this investigation is a proper methodology in assessing dynamic efficiency of a network structure in a period of time.

References

- Cook, W. D., Zhu, J., Bi, G., & Yang, F. (2010). Network DEA: Additive efficiency decomposition. *European Journal of Operational Research*, 207(2), 1122-1129.
- KAO, C. (2016). Efficiency decomposition and aggregation in network data envelopment analysis. *European Journal of Operational Research*, 255, 778-786.
- TONE, K. & TSUTSUI, M. (2014). Dynamic DEA with network structure: A slacks-based measure approach. *Omega*, 42, 124-131.f

مدیریت تولید و عملیات، دوره ۹، پیاپی ۱۶، شماره ۱، بهار و تابستان ۱۳۹۷

دریافت: ۱۳۹۴/۰۵/۱۸ پذیرش: ۱۳۹۶/۱۰/۱۷

صص: ۱۶۰-۱۳۹

سنجش کارایی دینامیکی با استفاده از روش تحلیل پوششی داده‌ای شبکه‌ای: موردکاوی صنعت فرش ماشینی

آزاده امید^۱، سید حسام‌الدین ذگردی^{۲*}، نسیم نهاوندی^۳

۱- کارشناسی ارشد، مهندسی صنایع، دانشگاه تربیت مدرس، تهران، ایران، azade.omid@modares.ac.ir

۲- دانشیار، دانشکده فنی، بخش مهندسی صنایع، دانشگاه تربیت مدرس، تهران، ایران، zegordi@modares.ac.ir

۳- دانشیار، دانشکده فنی، بخش مهندسی صنایع، دانشگاه تربیت مدرس، تهران، ایران، n_nahavandi@modares.ac.ir

چکیده: سنجش کارایی دینامیکی علاوه بر اینکه ابزار مفیدی برای ارزیابی عملکرد سازمان در مقایسه با رقبا است، به مدیران کمک می‌کند تا عملکرد کنونی سازمان خود را با عملکرد گذشته آن مقایسه و برای بهبود عملکرد خود تصمیمات استراتژیک اتخاذ کنند. برای این منظور یکی از روش‌ها در نظر گرفتن ساختار شبکه‌ای برای سنجش عملکرد دینامیکی سازمان و استفاده از تحلیل پوششی داده‌ای شبکه‌ای است؛ در این راستا هدف اصلی این مقاله استفاده از روش تحلیل پوششی داده‌ای شبکه‌ای برای سنجش کارایی دینامیکی است. تاکنون روش‌های مختلفی برای سنجش کارایی با استفاده از تحلیل پوششی داده‌ای ارائه شده است؛ اما این مقاله پس از تشریح ضعف‌های موجود در رویکردهای پیشین، روشی بر مبنای بهینه‌سازی چندهدفه برای سنجش کارایی در ساختار شبکه‌ای ارائه می‌کند. سپس برتری روش ارائه‌شده در این پژوهش نسبت به روش‌های پیشین با داده‌های تجربی مربوط به تولیدکننده‌های فرش ماشینی در کشور ارزیابی و کارایی کل و سالیانه این واحدها در طول یک دوره چهارساله سنجش می‌شود. نتایج مربوط به حل مثال تجربی نشان می‌دهد رویکرد ارائه‌شده در این مقاله ضعف‌های موجود در رویکردهای پیشین را رفع می‌کند. در نهایت واحدهای تولیدکننده فرش ماشینی با بالاترین رتبه کارایی کل و سالیانه تعیین می‌شود.

واژه‌های کلیدی: تحلیل پوششی داده‌ای شبکه‌ای، صنعت فرش ماشینی، کارایی دینامیکی، ورودی‌ها و

خروجی‌های مازاد، بهینه‌سازی چندهدفه

مقدمه

از دغدغه‌های اصلی مدیران هر سازمان مقایسه نحوه عملکرد سازمان خود در طی زمان و مقایسه با رقبایی است که فعالیت مشابهی دارند. مدیران با درک جایگاه سازمان خود در بازار رقابتی و شناسایی روند عملکرد سازمان در طی زمان می‌توانند تصمیمات استراتژیکی اتخاذ کنند و در جهت رشد و بقای سازمان خود فعالیت‌های مناسبی انجام دهند. یکی از روش‌های کاربردی برای سنجش عملکرد نسبی، سنجش کارایی با استفاده از روش تحلیل پوششی داده‌ها است. تحلیل پوششی داده‌ها روشی ناپارامتریک برای سنجش کارایی نسبی تعدادی واحد تصمیم‌گیری است. این روش برای سنجش کارایی به تخمین تابع تولید نیاز ندارد (لئو^۱ و همکاران، ۲۰۱۶). چارنز^۲، کوپر^۳ و رودنز^۴ در سال ۱۹۷۸ نخستین بار این روش را ارائه داده‌اند. پیش از آن، فارل^۵ در سال ۱۹۵۷ برای نخستین بار تخمین کارایی با روش‌های ناپارامتریک را مطرح کرد. نمونه‌ای که فارل برای اندازه‌گیری کارایی مدنظر قرار داده بود شامل یک ورودی و یک خروجی بود (فارل، ۱۹۵۷). پس از آن در سال ۱۹۷۸ چارنز، کوپر و رودز دیدگاه فارل را توسعه دادند و مدل برنامه‌ریزی ریاضی به‌صورت کسری و غیرخطی ارائه کردند. این مدل توانایی اندازه‌گیری کارایی با چندین ورودی و خروجی را دارد. این مدل، تحلیل پوششی داده‌ها یا مدل CCR^1 نام گرفت (چارنز و همکاران، ۱۹۷۸). در سال ۱۹۸۴، بنکر^۶، چارنز و کوپر با تغییر در مدل، مدل جدیدی را عرضه کردند که به BCC^A معروف شد و در حالت بازده متغیر نسبت به مقیاس نیز قادر به اندازه‌گیری کارایی است (بنکر و همکاران، ۱۹۸۴).

تحلیل پوششی داده‌ای شبکه‌ای، نگرشی نوین است که در دهه اخیر معرفی شده است. تا قبل از معرفی این روش، برای سنجش کارایی سازمان تنها ورودی‌ها و خروجی‌های کلی در نظر گرفته می‌شد و به ساختار درونی سازمان و نحوه ارتباط زیرفرآیندهای سازمان با یکدیگر توجهی نمی‌شد. پس از مطالعات اولیه‌ای که فر^۷ (۲۰۰۰)، کائو^۸ (۲۰۰۸) و چن^{۱۱} و همکاران (۲۰۱۰) انجام دادند، مطالعات بیشتری در این زمینه انجام شد و این زمینه پژوهشی گسترش یافت (کائو، ۲۰۰۸؛ چن و همکاران، ۲۰۱۰؛ فر و گروسکوف^{۱۲}، ۲۰۰۰). علاوه بر سنجش کارایی کل، مسئله اصلی در روش تحلیل پوششی داده‌ای شبکه‌ای توجه به ساختار درونی شبکه و سنجش کارایی زیرفرآیندهای اصلی تشکیل‌دهنده شبکه است (هایسه و لین^{۱۳}، ۲۰۱۰).

رویکرد تحلیل پوششی داده‌ای دینامیکی یکی از مصادیق رویکرد تحلیل پوششی داده‌ای شبکه است. این رویکرد کارایی را در دوره‌های زمانی مختلف می‌سنجد و هر دوره زمانی را به‌صورت یکی از زیرفرآیندهای شبکه مدل‌سازی می‌کند (تون و تسوتسوی^{۱۴}، ۲۰۱۴). منظور از سنجش کارایی دینامیکی اندازه‌گیری کارایی سازمان در طول بازه‌های زمانی است (کوک و سیفورد^{۱۵}، ۲۰۰۹)؛ به عبارت دیگر اگر هدف سنجش کارایی سازمان در طی k دوره زمانی در فاصله زمانی t تا $t+k-1$ و هر دوره زمانی دارای بازه d باشد، می‌توان این‌طور بیان کرد که هدف، سنجش کارایی دینامیکی سازمان برای بازه‌هایی با طول d در طی k دوره زمانی و در فاصله زمانی t تا $t+k-1$ است. در این حالت، کارایی سازمان در هر کدام از این دوره‌های زمانی اندازه‌گیری می‌شود تا رتبه کارایی دینامیکی حاصل شود؛ به بیان بهتر، هدف سنجش متغیرهای $E(t), E(t+1), \dots, E(t+k-1)$ است؛ در واقع تحلیل پوششی داده‌ای دینامیکی به معنای استفاده از رویکرد تحلیل پوششی داده‌ها برای سنجش کارایی در دوره‌های زمانی مختلف است (نموتو و گوتو^{۱۶}، ۲۰۰۳). همان‌طور که اشاره شد، تحلیل پوششی داده‌ای دینامیکی همان تحلیل پوششی داده‌ای شبکه‌ای است که هر زیرفرآیند آن یک دوره زمانی برای هر واحد تصمیم‌گیری است. برای سنجش کارایی ساختار شبکه‌ای، رویکردهای مختلفی در ادبیات ارائه شده است. خلاصه‌ای از این رویکردها در جدول یک قرار داده شده است.

جدول ۱- پژوهش‌های انجام‌شده در زمینه تحلیل پوششی داده‌ای شبکه‌ای

نام پژوهشگر	سال پژوهش	نتیجه پژوهش
چارنز و همکاران	۱۹۷۸	ارائه مدل تحلیل پوششی داده‌ای در فرم استاندارد.
سیفورد و ژو	۱۹۹۹	به‌کارگیری رویکرد کارایی مستقل برای سنجش کارایی شبکه دو مرحله‌ای.
تون و تسوتسوی	۲۰۰۹	سنجش کارایی زیرفرآیندهای شبکه به‌طور مستقل.
		سنجش کارایی کل شبکه به‌صورت مجموع موزون کارایی زیرفرآیندها با در نظر گرفتن اوزان دلخواه.
لیانگ ^{۱۷} و همکاران	۲۰۰۶	کارایی کل شبکه به‌صورت میانگین وزنی کارایی زیرفرآیندها در نظر گرفته می‌شود.
چن ^{۱۸} و همکاران	۲۰۰۶	کارایی کل شبکه به‌صورت حاصل ضرب کارایی زیرفرآیندها مدل می‌شود.
ژو و لیانگ	۲۰۱۰	
لی ^{۱۹} و همکاران	۲۰۱۲	
کائو و هوآنگ	۲۰۰۸	
کائو	۲۰۱۴	در شرایط نبود ورودی و خروجی مازاد کارایی شبکه به‌صورت حاصل ضرب کارایی زیرفرآیندها مدل می‌شود.
		برای ساختاری دینامیکی با ورودی‌ها و خروجی‌های مازاد، با اضافه‌کردن زیرفرآیندهای مجازی تأثیر ورودی‌ها و خروجی‌های مازاد حذف می‌شود.

همان‌طورکه در جدول شماره ۱ مشاهده می‌شود رویکردهای موجود در ادبیات برای سنجش کارایی ساختار شبکه‌ای در طول زمان و برای رفع خلاهای رویکرد پیشین ارتقا یافته‌اند. کائو (۲۰۱۶) بیان می‌کند، به‌طور کلی دو رویکرد در سنجش کارایی شبکه و ارتباط کارایی کل و کارایی زیرفرآیندها وجود دارد؛ یکی رویکرد تجزیه کارایی و دیگری رویکرد تجمیع کارایی است. در رویکرد تجزیه کارایی ابتدا کارایی کل براساس ورودی‌ها و خروجی‌های کلی سنجیده می‌شود، سپس ارتباطات بین زیرفرآیندها سنجش می‌شوند؛ اما در رویکرد تجمیع کارایی ابتدا ارتباطات بین زیرفرآیندها اندازه‌گیری می‌شوند، سپس کارایی کل و کارایی جزئی بر این اساس تعیین می‌شود (کائو، ۲۰۱۶)؛ اما هنوز نیاز به رویکردی جامع برای اندازه‌گیری کارایی کل و کارایی زیرفرآیندهای یک شبکه به‌طور هم‌زمان برطرف نشده است. هدف این مقاله پس از نشان‌دادن ضعف‌های رویکردهای گذشته، ارائه رویکردی جامع برای سنجش هم‌زمان کارایی کل و جزئی ساختار شبکه‌ای است؛ به‌نحوی که نظر تصمیم‌گیرندگان در آن تأثیر نداشته باشد.

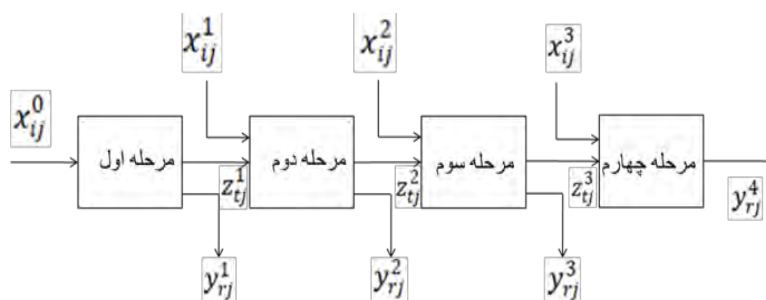
این مطالعه برای نخستین بار کارایی دینامیکی صنعت فرش ماشینی را در یک دوره زمانی چهارساله ارزیابی می‌کند. رویکرد معرفی‌شده در این پژوهش به مدیران سازمان‌های تولیدکننده فرش ماشینی کمک می‌کند تا با دستیابی به نتایج سنجش کارایی دینامیکی جایگاه خود را در بازار رقابت بشناسند و برای بهبود موقعیت خود براساس میزان کارایی دینامیکی، تصمیمات استراتژیک اتخاذ کنند. همچنین نتایج سنجش کارایی دینامیکی به مدیران کمک می‌کند تا عملکرد سازمان خود را در سال‌های مختلف مقایسه و با تشخیص روند بهبود یا تضعیف عملکرد سازمان خود در طی گذشت زمان، علت این روند را با دیدی جامع بررسی کنند. دلیل دیگر اهمیت این پژوهش، اهمیت صنعت فرش در کشور ایران و گستردگی این صنعت است که متأسفانه مطالعات اندکی در ارتباط با این صنعت انجام شده است. باتوجه به بررسی‌های انجام‌شده، تاکنون هیچ پژوهش داخلی یا خارجی در زمینه سنجش کارایی صنعت فرش انجام

نشده است؛ بنابراین در این پژوهش برای پرکردن خلاهای موجود، از پنج رویکرد مختلف برای سنجش کارایی دینامیکی سازمان‌های فعال در زمینه صنعت فرش ماشینی استفاده می‌شود. نخستین روش پیشنهاد شده استفاده از رویکرد تحلیل پوششی داده‌ای استاندارد برای سنجش کارایی دینامیکی است. این رویکرد به دلیل ضعف‌های موجود، قادر به سنجش کارایی دینامیکی نیست. برای رفع این مشکل رویکرد بعدی ارائه و بررسی شده است. به همین ترتیب هریک از رویکردهای ارائه شده با توجه به به ضعف‌های موجود بهبود و ارتقاء می‌یابد و در نهایت رویکردی جامع برای سنجش کارایی دینامیکی شرکت‌های تولیدی فرش ماشینی پیشنهاد می‌شود. در واقع هریک از رویکردهای بررسی شده در این پژوهش برای رفع ضعف‌های موجود در رویکرد پیشین ارائه می‌شود تا در نهایت به روشی جامع برای سنجش کارایی دینامیکی دست یافت. هدف این پژوهش تنها ارائه روش جدید نیست؛ بلکه هدف آن است که ابتدا رویکردهای اصلی موجود برای سنجش امکان‌سنجی اندازه‌گیری کارایی دینامیکی در ادبیات بررسی شود، سپس با درک خلاهای موجود در این رویکردها، روشی جدید برای سنجش کارایی دینامیکی ارائه شود.

ساختار کلی این پژوهش به این شکل تقسیم‌بندی می‌شود، در بخش دوم، مسئله اصلی مطرح در این مطالعه بیان و مدل مناسب برای ساختار شبکه‌ای ارائه می‌شود. سپس در بخش سوم رویکردهای مختلف برای سنجش کارایی دینامیکی ارائه می‌شود. قسمت بعدی به مورد کای صنعت فرش ماشینی اختصاص دارد؛ همچنین نتایج به دست آمده برای سنجش کارایی دینامیکی از رویکردهای مختلف تشریح می‌شود. در بخش انتهایی جمع‌بندی، نتیجه‌گیری و زمینه‌های پژوهشی آینده بررسی می‌شود.

بیان مسئله

هدف این پژوهش سنجش کارایی دینامیکی واحدهای تصمیم‌گیرنده در دوره زمانی چهارساله است. به عبارت دیگر، در این مطالعه سعی شده است تا علاوه بر کارایی کل دوره چهارساله، کارایی جزئی دوره‌های یک‌ساله برای هریک از واحدهای تصمیم‌گیرنده تعیین شود. هریک از این دوره‌های سالیانه یک زیرفرآیند در نظر گرفته می‌شود. با این فرض، ساختار شبکه‌ای چهارمرحله‌ای برای سنجش کارایی در نظر گرفته می‌شود؛ به طوری که کارایی هر مرحله، کارایی دوره یک‌ساله را نشان می‌دهد. شکل ۱ مدل مناسب برای سنجش کارایی دینامیکی را در طی دوره زمانی چهارساله نشان می‌دهد.



شکل ۱- مدل‌سازی ساختار شبکه‌ای در حالت دینامیکی

همان‌طور که ذکر شد و در شکل ۱ نیز مشاهده می‌شود، هر دوره زمانی (یک‌ساله)، یک مرحله^{۲۰} در نظر گرفته شده است. برای مرحله نخست، ورودی‌ها تحت پارامتر x_{ij}^0 نمایش داده شده است. پارامتر x_{ij}^0 درحقیقت همان هزینه‌های خرید مواد اولیه، تجهیزات لازم، حقوق پرسنل، هزینه‌های بازاریابی، فروش و غیره است و ورودی مرحله نخست یا سال مالی نخستین در نظر گرفته می‌شود. خروجی‌های این مرحله با دو پارامتر z_{tj}^1 و y_{rj}^1 نشان داده می‌شود که y_{rj}^1 آن بخش از خروجی است که سیستم را ترک می‌کند؛ مانند بخشی از درآمد سال مالی نخست که از سیستم خارج می‌شود و صرف پرداخت هزینه‌ها، وام‌ها و سایر فعالیت‌ها به‌غیر از سرمایه‌گذاری برای سال‌های آینده می‌شود؛ از سوی دیگر z_{tj}^1 بخش باقیمانده از خروجی است که صرف سرمایه‌گذاری برای سال‌های آتی شده است. این بخش از خروجی از سازمان خارج نشده است و ورودی سال مالی آینده است؛ بنابراین z_{tj}^1 متغیر میانی در نظر گرفته می‌شود. این پارامتر به‌علت اینکه خروجی مرحله نخست و ورودی مرحله دوم است، متغیر میانی نامیده می‌شود. مرحله دوم علاوه بر متغیر میانی z_{tj}^1 ورودی‌های دیگری نیز از خارج از سیستم دارد که با پارامتر x_{ij}^1 نشان داده می‌شود. این پارامتر درحقیقت شامل سرمایه‌های تزریق شده به شرکت در ابتدای سال مالی دوم است که از جانب مدیران، وام‌های دریافتی و یا فروش سهام شرکت تأمین می‌شود. این مرحله نیز دارای دو خروجی z_{tj}^2 و y_{rj}^2 است که ماهیت آن‌ها مطابق خروجی‌های مرحله نخست هستند. پارامترهای مربوط به مرحله سوم و چهارم نیز در شکل نشان داده شده است. لازم به ذکر است برای خروجی‌های مرحله چهارم تنها یک پارامتر تخصیص داده شده است که با y_{rj}^4 نام‌گذاری می‌شود و شامل کل درآمدهای نقدی و غیرنقدی سال مالی آخر است. همچنین نحوه تعیین متغیرهای ورودی و خروجی، نحوه غربال آن‌ها با استفاده از نظرات خبرگان و سایر اطلاعات از قبیل جامعه آماری، نوع نمونه‌گیری، مشخصات خبرگان و دوره بررسی شده به‌تفصیل در قسمت مطالعه موردی تشریح می‌شود.

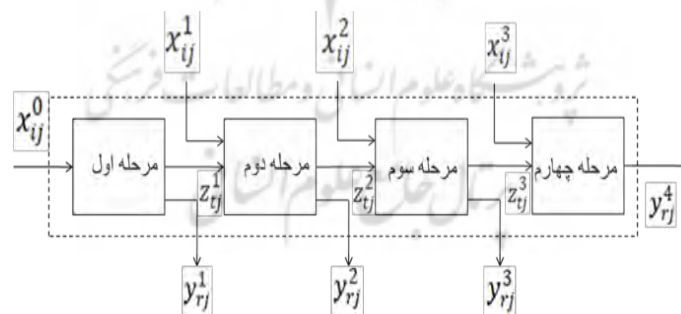
سنجش کارایی دینامیکی

پس از شرح مسئله مطرح شده در این پژوهش، در این بخش لازم است تا رویکردی برای اندازه‌گیری کارایی شبکه‌ای چهارمرحله‌ای با ورودی و خروجی‌های مازاد، مطابق شکل ۱ ارائه شود. رویکرد ارائه شده باید توانایی سنجش کارایی کل و کارایی جزئی زیرفرآیندها را داشته باشد؛ در واقع کارایی جزئی زیرفرآیندها برابر کارایی سالیانه واحدهای تصمیم‌گیرنده است. در ادامه برای سنجش کارایی دینامیکی، ابتدا از روش تحلیل پوششی داده‌ای استاندارد استفاده می‌شود. سپس برای رفع ضعف‌های موجود، رویکردهای دیگری برای گسترش و بهبود این روش ارائه می‌شود.

روش تحلیل پوششی داده‌ای استاندارد: در این بخش کارایی دینامیکی ساختار شبکه‌ای ارائه شده در شکل ۱ با استفاده از روش تحلیل پوششی داده‌ای استاندارد سنجیده می‌شود. مدل ریاضی مناسب با این روش باتوجه به پارامترهای تعریف شده به‌صورت زیر است (چارنز و همکاران، ۱۹۷۸).

$$\begin{aligned}
 Z &= \max \left(\sum_{\tau=1}^4 \sum_r v_{r\tau} y_{rj}^{\tau} \right) \\
 \text{s. t. } & \sum_{l=1}^4 \sum_i u_{il} x_{ij}^l = 1 \\
 & \sum_{\tau=1}^4 \sum_r v_{r\tau} y_{rj}^{\tau} - \sum_{l=1}^4 \sum_i u_{il} x_{ij}^l \leq 0 \\
 & u_{il}, v_{r\tau} \geq \varepsilon
 \end{aligned} \tag{1}$$

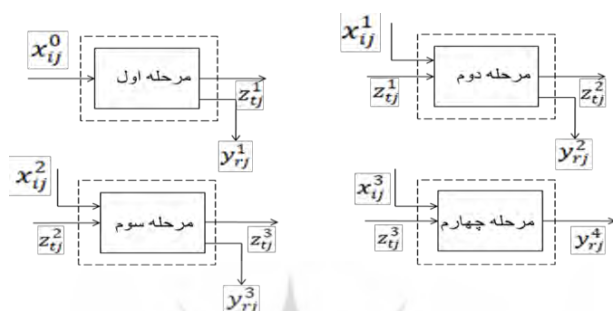
این مدل، مدل تحلیل پوششی داده‌ای استاندارد ورودی محور است که تابع هدف آن به صورت حداکثر مجموع موزون خروجی‌ها است. در مدل بالا متغیرهای u_{il} و $v_{r\tau}$ به ترتیب وزن تخصیصی به هریک از ورودی‌ها و خروجی‌ها است. متغیر Z مقدار کارایی کل خروجی محور را نشان می‌دهد. از آنجا که تعداد ورودی‌ها و خروجی‌ها می‌تواند بیش از یک باشد، حاصل جمع موزون با اندیس سیگما در فرمول گنجانده شده است. هدف کلی مدل تحلیل پوششی داده‌ها، تعیین این وزن‌ها به صورتی است که کارایی کل حداکثر و مجموع موزون خروجی‌ها کوچکتر مساوی مجموع موزون ورودی‌ها شود. محدودیت آخر مدل ۱ برای اجتناب از تخصیص مقدار وزن صفر به ورودی‌ها یا خروجی‌ها اضافه شده است و بیان می‌کند این وزن‌ها باید از مقدار کوچک ε بزرگ‌تر باشد. محدودیت دوم از روش ارائه‌شده مدل چارنز-کوپر برای تبدیل محدودیت غیرخطی به شکل خطی به دست آمده است (چارنز و کوپر، ۱۹۶۲). این مدل تنها ورودی و خروجی‌های کلی را برای سنجش کارایی در نظر می‌گیرد (لیو و همکاران، ۲۰۱۳)؛ به طوری که ساختار درونی سازمان و متغیرهای میانی تأثیری در سنجش کارایی کل نخواهند داشت. در این روش بررسی، مرزهای تعیین‌کننده حدود فرآیند، کل سازمان را در کل دوره چهارساله در بر می‌گیرد (مطابق شکل ۲).



شکل ۲- سنجش کارایی دینامیکی با روش CCR

این رویکرد نمی‌تواند کارایی سالیانه واحدها را بسنجد و تنها کارایی کل چهارساله را اندازه‌گیری می‌کند. از آنجا که هدف سنجش کارایی هریک از دوره‌های سالیانه به همراه سنجش کارایی کل است، یک روش برای سنجش کارایی سالیانه واحدها بدین صورت است که مرزهای تعیین‌کننده حدود فرآیند را به هر دوره یک‌ساله محدود کند و کارایی چهارسال به صورت مجزا از هم با روش تحلیل پوششی داده‌ای استاندارد اندازه‌گیری شود. این رویکرد سنجش کارایی مستقل نام‌گذاری می‌شود.

کارایی مستقل: در این رویکرد، کارایی دوره‌های زمانی مختلف به صورت مستقل از یکدیگر محاسبه می‌شود. سیفورد و ژو^{۲۱} نخستین بار این رویکرد را برای فرایندی دومارحله‌ای معرفی کردند (سیفورد و ژو، ۱۹۹۹). همچنین در مقاله‌ای دیگر تون و همکاران (۲۰۰۹)، این رویکرد را برای اندازه‌گیری کارایی ساختار شبکه‌ای در یک دوره زمانی ثابت استفاده کردند و تحت عنوان رویکرد مستقل^{۲۲}، کارایی هر زیرفرآیند را به طور مستقل از سایر زیرفرآیندها اندازه‌گیری می‌کند (تون و تسوتسی، ۲۰۰۹)؛ بدین صورت که برای ساختار شبکه‌ای چهارمرحله‌ای بررسی شده در این پژوهش، چهار کارایی مختلف برای چهار دوره زمانی با در نظر گرفتن ساختار ارائه شده در شکل ۳ تعیین می‌شود.



شکل ۳- سنجش کارایی دینامیکی با رویکرد مستقل

برای سنجش کارایی هریک از این چهارمرحله که هر کدام دوره یک‌ساله را نشان می‌دهد، از مدل CCR استاندارد استفاده می‌شود. ورودی‌ها و خروجی‌های هر دوره در شکل ۳ نشان داده شده است. در این رویکرد متغیرهای میانی، ورودی‌ها و خروجی‌های هر زیرفرآیند هستند. این رویکرد توانایی سنجش کارایی دوره‌های سالیانه را دارد؛ اما در سنجش کارایی کل و ارتباط کارایی کل و کارایی جزئی زیرفرآیندها ناتوان است. همچنین این رویکرد مشکلی اساسی دارد؛ برای مثال اگر در مرحله دوم کارایی پایین باشد، برای رفع این مشکل باید ورودی‌های این مرحله کم شود تا میزان کارایی‌اش بالا رود؛ زیرا ورودی‌های مرحله دوم، خروجی‌های مرحله نخست هستند. با این کار خروجی مرحله نخست کم و در نتیجه مرحله اول ناکارآمد می‌شود؛ بنابراین لازم است رویکردی ارائه شود تا کارایی کل و کارایی سالیانه را به روشی منطقی و صحیح با یکدیگر مرتبط سازد و هر دو را تنها با حل یک مدل ریاضی تعیین کند.

کارایی متوسط: در مقاله‌ای که تون و تسوتسی (۲۰۰۹) ارائه داده‌اند وزن‌هایی دلخواه برای ارتباط کارایی کل و کارایی جزئی زیرفرآیندها استفاده شده است (تون و تسوتسی، ۲۰۰۹). همچنین در این مقاله بیان شد این اوزان می‌تواند طبق نظر کارشناس تغییر کند؛ اما در مقاله حاضر برای ارائه روشی استاندارد، کارایی کل به صورت میانگین کارایی جزئی زیرفرآیندها یا به عبارت دیگر کارایی جزئی هریک از مراحل به دست می‌آید؛ به صورتی که در رابطه ۲ مشاهده می‌شود.

$$P_j = \overline{E_{jp}} = \frac{\sum_{p=1}^4 E_{jp}}{4} \quad (2)$$

در فرمول بالا، P_j میانگین وزنی کارایی چهارمرحله را نشان می‌دهد و E_{jp} کارایی جزئی هریک از مراحل را نشان می‌دهد. کارایی جزئی هریک از مراحل از روابط زیر (روابط ۳-۵) به دست می‌آید.

$$E_{j1} = \frac{\sum_r v_{r1} y_{rj}^1 + \sum_t w_{t1} z_{tj}^1}{\sum_i u_{i0} x_{ij}^0} \quad (۳)$$

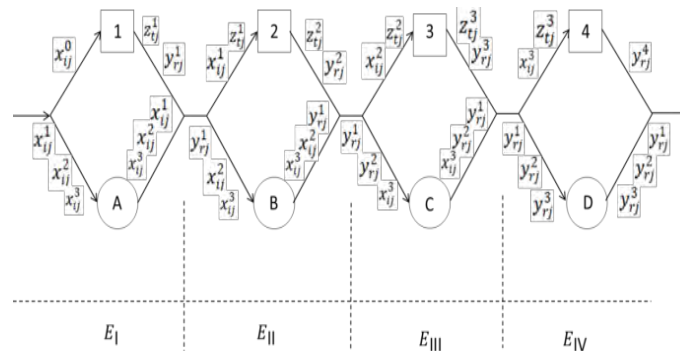
$$E_{jp} = \frac{\sum_r v_{rp} y_{rj}^p + \sum_t w_{tp} z_{tj}^p}{\sum_i u_{i,p-1} x_{ij}^{p-1} + \sum_t w_{t,p-1} z_{tj}^{p-1}} \quad \text{for } p = 2, 3 \quad (۴)$$

$$E_{j4} = \frac{\sum_r v_{r4} y_{rj}^4}{\sum_i u_{i3} x_{ij}^3 + \sum_t w_{t3} z_{tj}^3} \quad (۵)$$

اندیس‌های مربوط به پارامترهای ورودی و خروجی و اوزان آنها مشابه مدل قبلی است. در این مدل z_{ij}^p و w_{ip} به ترتیب اندیس‌های مربوط به متغیر میانی و وزن تخصیصی به این متغیر میانی مربوط به زیرفرآیند p ام است. z نیز نمایانگر شمارنده واحد تصمیم‌گیری تحت بررسی است. از آنجاکه این پژوهش سعی بر بررسی کارایی ۱۵ واحد تولیدکننده فرش ماشینی دارد، z مقداری بین ۱ تا ۱۵ را در بر می‌گیرد. برای متغیرهای میانی، در حالتی که خروجی مرحله n م و ورودی مرحله $n+1$ م است، ضریب یکسانی در نظر گرفته می‌شود. صحت این ادعا با مثالی عددی در مقاله کائو و هوآنگ^{۲۳} (۲۰۰۸) به اثبات رسیده است (کائو و هوآنگ، ۲۰۰۸). رویکرد کارایی متوسط، کارایی کلی شبکه‌ای چندمرحله‌ای است که ساختار سری و همچنین ورودی‌ها و خروجی‌های مازاد دارد و کارایی کل را به صورت میانگین کارایی تک‌تک زیرفرآیندها اندازه‌گیری می‌کند؛ به همین دلیل کارایی به دست آمده از این روش کارایی متوسط نام‌گذاری شده است. ممکن است فرض در نظر گرفتن نسبت برابر برای همه زیرفرآیندها در روش سنجش کارایی متوسط در همه موارد، فرض صحیحی نباشد و در حالت کلی لازم باشد تا از روی نحوه ارتباط زیرفرآیندها با یکدیگر میزان تأثیر نسبی آنها در سنجش کارایی کل تعیین شود؛ بنابراین لازم است رویکرد دیگری برای از بین بردن این مشکل ارائه شود.

رویکرد تحلیل رابطه‌ای^{۲۴}: در مقاله‌ای که کائو و هوآنگ در سال ۲۰۰۸ چاپ ارائه داده‌اند، بیان شده است که کارایی کل یک ساختار شبکه‌ای با دو زیرفرآیند سری در شرایط نبود ورودی و خروجی‌های مازاد به صورت حاصل ضرب کارایی زیرفرآیندها است (کائو و هوآنگ، ۲۰۰۸). همچنین در مقاله دیگر، لی و همکاران (۲۰۱۲) بیان می‌کنند مدل ارائه شده برای حالتی مناسب است که ساختار شبکه‌ای دارای ورودی‌های مازاد برای زیرفرآیند دوم باشد. در این مدل کارایی کل به صورت حاصل ضرب کارایی دو زیرفرآیند در یکدیگر محاسبه شده است (لی و همکاران، ۲۰۱۲). در مقاله‌ای دیگر از کائو (۲۰۱۴) برای هر شبکه با ساختار سری در شرایط نبود ورودی و خروجی‌های مازاد، کارایی کل به صورت حاصل ضرب کارایی زیرفرآیندها در هم محاسبه می‌شود؛ ولی در شرایط وجود ورودی و خروجی‌های مازاد استفاده از این رویکرد صحیح نیست (کائو، ۲۰۱۴). همچنین در این مقاله بیان شده است که شرط نبود ورودی و خروجی‌های مازاد ممکن است در اکثر ساختارهای شبکه‌ای در دنیای واقعی رعایت نشود؛ بنابراین لازم است تا رویکردی برای مدل‌سازی این ساختارها ارائه شود. این مقاله برای تغییر ساختار شبکه به حالتی که ورودی و خروجی‌های مازاد حذف شوند از روش جدیدی استفاده کرده است؛ در واقع برای ایجاد این تغییر زیرفرآیندهای مجازی‌ای را به مدل اضافه کرده است (کائو، ۲۰۱۴). در این بخش از ایده ارائه شده در مقاله کائو برای تغییر ساختار شبکه‌ای دینامیکی استفاده می‌شود. طبق مدل کائو برای ساختاری

دینامیکی با ورودی و خروجی‌های مازاد، زیرفرآیندهای مجازی با کارایی واحد اضافه می‌شود. همچنین تخصیص این ورودی و خروجی‌های مازاد به این زیرفرآیندهای مجازی باعث می‌شود ساختار دینامیکی به ساختار سری بدون ورودی یا خروجی مازاد تبدیل شود.



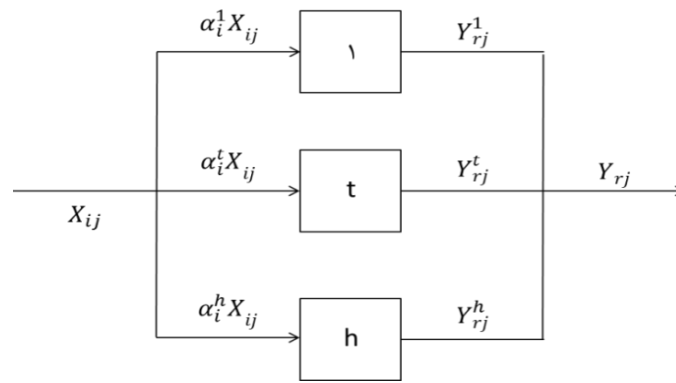
شکل ۴- ساختار شبکه‌ای سری با در نظر گرفتن زیرفرآیندهای مجازی

همان‌طورکه در شکل ۴ مشاهده می‌شود با استفاده از رویکرد کائو ساختار اولیه شکل ۱ به صورت شبکه‌ای سری تبدیل شده است. برای این شبکه با ساختار سری، کارایی کل به صورت حاصل ضرب کارایی مراحل مختلف در هم محاسبه می‌شود (کائو و هوآنگ، ۲۰۰۸)، به طوری که در رابطه ۶ به صورت زیر نشان داده شده است:

$$E_j = \prod_{p=1}^4 E_{jp} = E_{jI} \cdot E_{jII} \cdot E_{jIII} \cdot E_{jIV} \quad (6)$$

در این رابطه E_{jI} , E_{jII} , E_{jIII} و E_{jIV} به ترتیب کارایی مرحله نخست تا چهارم است و در شکل ۴ نشان داده شده است. به طوری که در شکل نیز مشاهده می‌شود، هر یک از این مراحل دارای دو زیرفرآیند موازی است؛ یکی از این زیرفرآیندها حقیقی و دیگری مجازی با رتبه کارایی واحد است. برای محاسبه کارایی کل ساختار شبکه‌ای موازی از قضیه زیر استفاده می‌شود.

قضیه: کارایی کل شبکه با ساختار موازی در شرایط نبود ورودی و خروجی‌های مازاد، برابر حاصل جمع موزون کارایی زیرفرآیندها است؛ به نحوی که وزن‌های هر زیرفرآیند برابر نسبت منابع ورودی به آن زیرفرآیند است. برای اثبات این قضیه در حالت کلی لازم است تا شکل ۵ در نظر گرفته شود. همان‌طورکه در شکل ۵ ملاحظه می‌شود، ورودی کل با نسبت‌هایی وارد زیرفرآیندهای اول، دوم و ... می‌شود؛ به نحوی که نسبت α_i^1 آن به زیرفرآیند اول، α_i^2 آن به زیرفرآیند دوم و α_i^t آن به زیرفرآیند t ام وارد می‌شود.



شکل ۵- شبکه با ساختار موازی

$$E_j = \frac{\sum_r v_r Y_{rj}}{\sum_i u_i X_{ij}} \quad (۷)$$

$$E_{j1} = \frac{\sum_r v_r Y_{rj}^1}{\sum_i u_i \alpha_i^1 X_{ij}} \quad (۸)$$

$$E_{jt} = \frac{\sum_r v_r Y_{rj}^t}{\sum_i u_i \alpha_i^t X_{ij}} \quad (۹)$$

$$E_{jh} = \frac{\sum_r v_r Y_{rj}^h}{\sum_i u_i \alpha_i^h X_{ij}} \quad (۱۰)$$

فرمول‌های ۷ تا ۱۰ کارایی زیرفرایندها را از روش تحلیل پوششی استاندارد براساس نسبت موزون خروجی‌ها به ورودی‌ها نشان می‌دهد. همان‌طور که ذکر شد، X_{ij} ، Y_{rj} و v_r به ترتیب نشان‌دهنده خروجی‌ها، ورودی‌ها، وزن تخصیصی به خروجی‌ها و وزن تخصیصی به ورودی‌ها هستند. Y_{rj} خروجی کل است و از مجموع خروجی‌های زیرفرایندها به صورت زیر حاصل می‌شود.

$$Y_{rj} = Y_{rj}^1 + \dots + Y_{rj}^t + \dots + Y_{rj}^h \quad (۱۱)$$

$$\alpha_i^1 + \dots + \alpha_i^t + \dots + \alpha_i^h = 1 \quad (۱۲)$$

فرمول ۱۱ بیان می‌کند خروجی کل از حاصل جمع خروجی‌های زیرفرایندها به دست می‌آید. همچنین در فرمول ۱۲ ضرایب تقسیم ورودی بین زیرفرایندها نشان داده شده است و مجموع آن برابر ۱ است. اگر کارایی هر زیرفرآیند از روش تحلیل پوششی داده‌ها به صورت مجموع موزون خروجی‌ها تقسیم بر مجموع موزون ورودی‌ها در نظر گرفته شود، کارایی کل فرآیند از مجموع کارایی هر زیرفرآیند ضربدر وزن هر زیرفرآیند به دست می‌آید. از طرف دیگر وزن هر زیرفرآیند نسبت منابع ورودی به آن زیرفرآیند است و با α_i^t نشان داده می‌شود. اثبات این رابطه در رابطه ۱۳ آورده شده است.

$$\begin{aligned} & \alpha_i^1 \cdot E_{j1} + \dots + \alpha_i^t \cdot E_{jt} + \dots + \alpha_i^h \cdot E_{jh} \quad (۱۳) \\ &= \alpha_i^1 \cdot \frac{\sum_r v_r Y_{rj}^1}{\sum_i u_i \alpha_i^1 X_{ij}} + \dots + \alpha_i^t \cdot \frac{\sum_r v_r Y_{rj}^t}{\sum_i u_i \alpha_i^t X_{ij}} + \dots + \alpha_i^h \cdot \frac{\sum_r v_r Y_{rj}^h}{\sum_i u_i \alpha_i^h X_{ij}} \\ &= \frac{\sum_r v_r Y_{rj}^1 + \dots + \sum_r v_r Y_{rj}^t + \dots + \sum_r v_r Y_{rj}^h}{\sum_i u_i X_{ij}} = \frac{\sum_r v_r Y_{rj}}{\sum_i u_i X_{ij}} = E_j \end{aligned}$$

از رابطه‌ای که برای محاسبه کارایی کل ساختار موازی در رابطه ۱۳ آورده شده است، برای تعیین کارایی ساختار شبکه‌ای ارائه شده در شکل ۴ استفاده می‌شود؛ در نتیجه کارایی مرحله نخست به صورت رابطه ۱۴ تعیین می‌شود.

$$E_{jI} = \alpha \cdot E_{j1} + \beta \cdot E_{jA} \quad (14)$$

$$\alpha = \frac{\sum_i u_{i0} x_{ij}^0}{\sum_i u_{i0} x_{ij}^0 + \sum_i u_{i1} x_{ij}^1 + \sum_i u_{i2} x_{ij}^2 + \sum_i u_{i3} x_{ij}^3}$$

$$\beta = \frac{\sum_i u_{i1} x_{ij}^1 + \sum_i u_{i2} x_{ij}^2 + \sum_i u_{i3} x_{ij}^3}{\sum_i u_{i0} x_{ij}^0 + \sum_i u_{i1} x_{ij}^1 + \sum_i u_{i2} x_{ij}^2 + \sum_i u_{i3} x_{ij}^3}$$

$$E_{j1} = \frac{\sum_r v_{r1} y_{rj}^1 + \sum_t w_{t1} z_{tj}^1}{\sum_i u_{i0} x_{ij}^0}$$

$$E_{jI} = \frac{\sum_r v_{r1} y_{rj}^1 + \sum_t w_{t1} z_{tj}^1 + \sum_i u_{i1} x_{ij}^1 + \sum_i u_{i2} x_{ij}^2 + \sum_i u_{i3} x_{ij}^3}{\sum_i u_{i0} x_{ij}^0 + \sum_i u_{i1} x_{ij}^1 + \sum_i u_{i2} x_{ij}^2 + \sum_i u_{i3} x_{ij}^3}$$

در رابطه بالا، E_{jI} کارایی زیرفرآیند اول، α نسبت منابع ورودی به زیرفرآیند بالایی و β نسبت منابع ورودی به زیرفرآیند پایین در مرحله نخست است. با همین رویکرد کارایی سایر مراحل نیز به صورت زیر محاسبه می‌شود.

$$E_{jII} = \frac{\sum_r v_{r2} y_{rj}^2 + \sum_t w_{t2} z_{tj}^2 + \sum_r v_{r1} y_{rj}^1 + \sum_i u_{i2} x_{ij}^2 + \sum_i u_{i3} x_{ij}^3}{\sum_i u_{i1} x_{ij}^1 + \sum_t w_{t1} z_{tj}^1 + \sum_r v_{r1} y_{rj}^1 + \sum_i u_{i2} x_{ij}^2 + \sum_i u_{i3} x_{ij}^3} \quad (15)$$

$$E_{jIII} = \frac{\sum_r v_{r3} y_{rj}^3 + \sum_t w_{t3} z_{tj}^3 + \sum_r v_{r1} y_{rj}^1 + \sum_r v_{r2} y_{rj}^2 + \sum_i u_{i3} x_{ij}^3}{\sum_i u_{i2} x_{ij}^2 + \sum_t w_{t2} z_{tj}^2 + \sum_r v_{r1} y_{rj}^1 + \sum_r v_{r2} y_{rj}^2 + \sum_i u_{i3} x_{ij}^3}$$

$$E_{jIV} = \frac{\sum_r v_{r1} y_{rj}^1 + \sum_r v_{r2} y_{rj}^2 + \sum_r v_{r3} y_{rj}^3 + \sum_r v_{r4} y_{rj}^4}{\sum_i u_{i3} x_{ij}^3 + \sum_t w_{t3} z_{tj}^3 + \sum_r v_{r1} y_{rj}^1 + \sum_r v_{r2} y_{rj}^2 + \sum_r v_{r3} y_{rj}^3}$$

با قراردادن روابط ارائه شده برای کارایی هر مرحله در معادله کارایی کل (معادله ۶) و پس از ساده کردن، کارایی کل این شبکه چهار مرحله‌ای به صورت رابطه ۱۶ می‌شود.

$$E_j = \frac{\sum_r v_{r1} y_{rj}^1 + \sum_r v_{r2} y_{rj}^2 + \sum_r v_{r3} y_{rj}^3 + \sum_r v_{r4} y_{rj}^4}{\sum_i u_{i0} x_{ij}^0 + \sum_i u_{i1} x_{ij}^1 + \sum_i u_{i2} x_{ij}^2 + \sum_i u_{i3} x_{ij}^3} \quad (16)$$

همان‌طور که مشاهده می‌شود تابع هدف این مدل مشابه تابع هدف مدل تحلیل پوششی داده‌ای استاندارد است و متغیرهای میانی هیچ تأثیری در تابع هدف ندارند. کائو در مقاله خود ذکر کرده است (کائو، ۲۰۱۳)، رتبه کارایی به دست آمده از حل مدل تحلیل رابطه‌ای ممکن است یکتا نباشد؛ بدین مفهوم که ممکن است زیرفرآیند نام دارای چندین رتبه کارایی باشد؛ به نحوی که مقدار کارایی کل همواره مقدار ثابت E_k شود؛ بنابراین این روش تنها برای سنجش کارایی کل ساختار دینامیکی مفید است. با مقایسه انواع کارایی‌ها نتیجه می‌شود کارایی جزئی زیرفرآیندها مناسب نیست؛ بنابراین لازم است تا از رویکرد دیگری برای سنجش کارایی دینامیکی ساختار ارائه شده استفاده شود.

کارایی از روش **max-min** (رویکرد پیشنهادی): همان‌طور که مشاهده می‌شود در رویکرد کارایی متوسط، کارایی کل به صورت میانگین کارایی زیرفرآیندها تعیین می‌شود؛ اما ممکن است در تمامی حالات در نظر گرفتن نسبت برابر برای تمامی زیرفرآیندها روشی صحیح نباشد. همچنین رویکرد تحلیل رابطه‌ای در سنجش کارایی سالیانه تعدادی از واحدها ناتوان است؛ بنابراین لازم است تا از رویکرد دیگری برای سنجش کارایی کل استفاده شود تا کارایی کل و کارایی جزئی زیرفرآیندها با روشی منطقی به یکدیگر مرتبط شوند و منوط به تخصیص وزن به زیرفرآیندها نباشد؛ به طوری که تأثیر زیرفرآیندها را در سنجش کارایی کل، مستقل از اوزان تخصیص داده شده به آنها اندازه‌گیری کند. همچنین این رویکرد باید بتواند کارایی کل و کارایی زیرفرآیندها را به طور هم‌زمان و با حل یک مدل ریاضی اندازه‌گیری کند. به علاوه مهم‌تر اینکه این رویکرد باید توانایی سنجش کارایی تمامی زیرفرآیندهای را داشته باشد. برای این منظور این پژوهش استفاده از رویکرد **max-min** را برای سنجش کارایی زیرفرآیندها پیشنهاد می‌کند (بلمن و زاده، ۲۰۱۹۷۰). با بررسی‌های ادبیات مشخص شد این رویکرد تاکنون برای حل مسئله سنجش کارایی با روش تحلیل پوششی داده‌ای شبکه‌ای استفاده نشده است. از آنجاکه هدف حداکثر کردن کارایی هر چهار مرحله به طور هم‌زمان است، می‌توان مسئله را به مسئله چهارهدفه تبدیل کرد؛ به نحوی که هدف‌های مسئله به صورت زیر هستند:

$$\max E_{j1} = \max \frac{\sum_r v_{r1} y_{rj}^1 + \sum_t w_{t1} z_{tj}^1}{\sum_i u_{i0} x_{ij}^0} \quad (17)$$

$$\max E_{j2} = \max \frac{\sum_r v_{r2} y_{rj}^2 + \sum_t w_{t2} z_{tj}^2}{\sum_i u_{i1} x_{ij}^1 + \sum_t w_{t1} z_{tj}^1} \quad (18)$$

$$\max E_{j3} = \max \frac{\sum_r v_{r3} y_{rj}^3 + \sum_t w_{t3} z_{tj}^3}{\sum_i u_{i2} x_{ij}^2 + \sum_t w_{t2} z_{tj}^2} \quad (19)$$

$$\max E_{j4} = \max \frac{\sum_r v_{r4} y_{rj}^4}{\sum_i u_{i3} x_{ij}^3 + \sum_t w_{t3} z_{tj}^3} \quad (20)$$

برای حل این مسئله چندهدفه، این مقاله استفاده از رویکرد **max-min** را پیشنهاد می‌کند. این رویکرد که بلمن و زاده در سال ۱۹۷۰ ارائه کرده‌اند (بلمن و زاده، ۱۹۷۰)، برای نخستین بار در این مقاله برای حل مسئله تحلیل پوششی داده‌ای شبکه‌ای ارائه شده است و به عنوان راه‌حلی برای رفع مشکلات موجود در رویکردهای پیشین پیشنهاد می‌شود. بدین صورت که بجای چندین تابع هدف در مسئله، با افزودن پارامتر α به مسئله، مسئله به یک مدل تک‌هدفه تبدیل می‌شود.

$$\begin{aligned} \max \alpha \\ \alpha \leq E_{j1} \\ \alpha \leq E_{j2} \\ \alpha \leq E_{j3} \\ \alpha \leq E_{j4} \end{aligned} \quad (21)$$

این روش که به روش بلمن و زاده معروف است، برای تبدیل مسئله چندهدفه به مدل تک‌هدفه استفاده می‌شود (بلمن و زاده، ۱۹۷۰). از آنجاکه تابع هدف‌های مسئله مشاهده شده به صورت کسری هستند، برای تغییر دادن این توابع هدف و تبدیل آنها به توابع خطی از تغییر متغیر چارنز و کوپر استفاده می‌شود. این نوع تغییر متغیر در زیر نشان داده شده است.

$$E_{j1} = \sum_r v_{r1} y_{rj}^1 + \sum_t w_{t1} z_{tj}^1 \quad (22)$$

$$E_{j2} = \sum_r v_{r2} y_{rj}^2 + \sum_t w_{t2} z_{tj}^2 \quad (23)$$

$$E_{j3} = \sum_r v_{r3} y_{rj}^3 + \sum_t w_{t3} z_{tj}^3 \quad (24)$$

$$E_{j4} = \sum_r v_{r4} y_{rj}^4 \quad (25)$$

$$S.T. \sum_i u_{i0} x_{ij}^0 = 1 \quad (26)$$

$$\sum_i u_{i1} x_{ij}^1 + \sum_t w_{t1} z_{tj}^1 = 1 \quad (27)$$

$$\sum_i u_{i2} x_{ij}^2 + \sum_t w_{t2} z_{tj}^2 = 1 \quad (28)$$

$$\sum_i u_{i3} x_{ij}^3 + \sum_t w_{t3} z_{tj}^3 = 1 \quad (29)$$

همان‌طورکه مشاهده می‌شود در تابع هدف این مدل، تأثیر متغیرهای میانی نیز در نظر گرفته شده است. این موضوع باعث اصلاح روش تحلیلی پوششی داده‌ای سنتی در سنجش کارایی ساختارهای شبکه‌ای در حالت دینامیکی می‌شود. محدودیت‌های این مدل بدین صورت است که برای هر زیرفرآیند باید مجموع موزون خروجی‌ها تقسیم بر مجموع موزون ورودی‌ها کوچکتر یا مساوی یک باشد. این محدودیت‌ها در رویکردهای سنجش کارایی مستقل، کارایی میانگین و رویکرد تحلیل رابطه‌ای نیز برقرار است. برای اجتناب از طولانی شدن مطلب از ذکر محدودیت‌های مسئله در قسمت‌های پیشین صرف‌نظر شده است و در اینجا آورده شده است.

$$\frac{\sum_r v_{r1} y_{rj}^1 + \sum_t w_{t1} z_{tj}^1}{\sum_i u_{i0} x_{ij}^0} \leq 1$$

$$\frac{\sum_r v_{r2} y_{rj}^2 + \sum_t w_{t2} z_{tj}^2}{\sum_i u_{i1} x_{ij}^1 + \sum_t w_{t1} z_{tj}^1} \leq 1$$

$$\frac{\sum_r v_{r3} y_{rj}^3 + \sum_t w_{t3} z_{tj}^3}{\sum_i u_{i2} x_{ij}^2 + \sum_t w_{t2} z_{tj}^2} \leq 1$$

$$\frac{\sum_r v_{r4} y_{rj}^4}{\sum_i u_{i3} x_{ij}^3 + \sum_t w_{t3} z_{tj}^3} \leq 1 \quad (30)$$

همان‌طورکه ملاحظه می‌شود شرط‌های مسئله، معادلاتی غیرخطی هستند و برای تبدیل آنها به معادلات خطی از تغییر چارنز-کوپر استفاده می‌شود. چارنز و کوپر در سال ۱۹۷۸ روشی برای تبدیل معادلات غیرخطی ارائه داده‌اند. آنها بیان کردند بجای اینکه مجموع موزون خروجی‌ها به ورودی‌ها کوچکتر و یا مساوی یک باشد، می‌توان شرط را این‌گونه بازنویسی کرد که مجموع موزون خروجی‌ها منهای مجموع موزون ورودی‌ها کوچکتر و یا مساوی صفر باشد (چارنز و کوپر، ۱۹۶۲). با انجام این تغییر، مدل نهایی با اعمال محدودیت‌هایی به شکل زیر تبدیل می‌شود.

$$\begin{aligned}
 & \sum_r v_{r1} y_{rj}^1 + \sum_t w_{t1} z_{tj}^1 - \sum_i u_{i0} x_{ij}^0 \leq 0 \\
 & \sum_r v_{r2} y_{rj}^2 + \sum_t w_{t2} z_{tj}^2 - \sum_i u_{i1} x_{ij}^1 - \sum_t w_{t1} z_{tj}^1 \leq 0 \\
 & \sum_r v_{r3} y_{rj}^3 + \sum_t w_{t3} z_{tj}^3 - \sum_i u_{i2} x_{ij}^2 - \sum_t w_{t2} z_{tj}^2 \leq 0 \\
 & \sum_r v_{r4} y_{rj}^4 - \sum_i u_{i3} x_{ij}^3 - \sum_t w_{t3} z_{tj}^3 \leq 0
 \end{aligned} \tag{31}$$

همان‌طور که مشاهده می‌شود تابع هدف این مدل (رابطه ۲۱) کارایی هر چهار مرحله را به‌طور هم‌زمان بررسی می‌کند و مسئله چهارهدفه را با اعمال روش min-max به مسئله تک‌هدفه تبدیل می‌کند. به‌علاوه مدل ارائه‌شده توانایی سنجش کارایی کل و کارایی سالیانه واحدها را به‌طور هم‌زمان دارد.

موردکاوی صنعت فرش ماشینی

در سال ۱۳۵۷ تعدادی از متخصصان صنعت فرش ماشینی به فکر ایجاد واحدهای جدید تولید فرش ماشینی افتادند؛ در واقع با این نوع تفکر سیر تحول فرش ماشینی در بخش خصوصی آغاز شد. با انتقال تدریجی متخصصان شاغل در کارخانه‌های بزرگ به کارخانه‌های نوپا، رقابت جدیدی در زمینه تولید فرش ماشینی در میان واحدهای بخش خصوصی ایجاد شد؛ ولی تحول اساسی در صنعت فرش ماشینی در کشور از سال ۱۳۶۵ آغاز شد. این سیر تحول موجب ایجاد بیش از ۶۰۰ واحد کوچک و بزرگ تولیدکننده فرش شد. به‌دلیل وجود بازار رقابتی شدید میان تولیدکنندگان فرش ماشینی، تولیدکننده‌ای موفق‌تر است که رتبه کارایی بالاتری در مقایسه با رقبا در طول سالیان فعالیت خود داشته باشد؛ بنابراین براساس شرایط بازار رقابتی دستیابی به ابزار سنجش کارایی دینامیکی ضامن موفقیت سازمان است. از مزیت‌های بهره‌گیری از این ابزار در صنعت فرش ماشینی این است که هر واحد تولیدی با آگاهی از جایگاه خود در مقایسه با رقبا می‌تواند تصمیمات استراتژیک صحیحی برای رشد و ارتقای سازمان خود اتخاذ کند. این مقاله برای نخستین بار، موردکاوی صنعت فرش ماشینی را انجام داده است. برای این منظور ۱۵ واحد تولیدکننده فرش ماشینی را در کشور برای نمونه در نظر گرفته است.

در این پژوهش ابتدا تعداد ۴۲ تولیدکننده فرش ماشینی داخلی حاضر در نمایشگاه بین‌المللی فرش ماشینی در شهریور ماه سال ۹۲ برای جامعه آماری اولیه این پژوهش بررسی شد. برای جمع‌آوری داده‌ها از این تولیدکنندگان جلسات و مکاتباتی با مسئولان این سازمان‌ها صورت گرفت که پس از پیگیری‌های متعدد تنها تعداد ۱۵ سازمان تولیدکننده فرش ماشینی تمایل خود را به همکاری و در اختیار قرار دادن اطلاعات اعلام کردند. برای تعیین متغیرهای مناسب برای مدل نظرسنجی‌هایی با خبرگان این سازمان‌ها انجام شد. خبرگان بیشتر مدیران فروش، مدیران بازرگانی و مدیران تولید سازمان‌ها بودند. پارامترهای مدل براساس پیشنهادات و نظرات جمع‌آوری‌شده پس از مصاحبه با این خبرگان نهایی شد. برای جمع‌آوری داده‌های مدل حدود ۴۰٪ از این تولیدکنندگان داده‌های عددی لازم را ارائه دادند و سایر تولیدکنندگان به ارائه روندی از ارتباط داده‌ها بسنده کردند و براساس روند اعلام‌شده از طرف این سازمان‌ها، داده‌سازی صورت گرفت. همچنین لازم به ذکر است که دوره تحت بررسی در این پژوهش، یک دوره چهارساله در طی سال‌های ۸۸ تا ۹۱ در نظر گرفته شده است.

مثال تجربی و مقایسه نتایج: در ساختار شکل ۱، برای سال نخست، ورودی‌هایی شامل x_{ij}^0 وارد سیستم می‌شود. این ورودی‌ها همان سرمایه اول دوره است که در طی سال صرف هزینه‌های خرید مواد اولیه، تجهیزات لازم، حقوق پرسنل، هزینه‌های بازاریابی، فروش و غیره می‌شود. در انتهای سال نخست، درآمد شرکت از محل فروش محصولات به چند بخش تقسیم می‌شود. بخشی از این درآمد، ورودی‌های سال آینده است که سرمایه‌گذاری می‌شود و با z_{ij}^1 نشان داده می‌شود. بخش دیگری از درآمد سال مالی یکم باید فقط هزینه‌های همان سال شود. در واقع این بخش از درآمد از سیستم خارج می‌شود و با پارامتر y_{rj}^1 نشان داده می‌شود؛ این هزینه‌ها شامل حقوق پرسنل، مالیات، هزینه‌های بازاریابی و فروش، هزینه‌های حمل و نقل، نگهداری و تعمیرات تجهیزات و غیره هستند. برای سال مالی دوم، شرکت دارای دو نوع سرمایه ورودی است. بخشی از این سرمایه، اول دوره از درآمد سال قبل به دست آمده است و با z_{ij}^1 نشان داده می‌شود. بخش دیگر از محل سرمایه‌گذاری‌های انجام‌شده شرکت حاصل می‌شود یا شامل وام‌های دریافتی و یا فروش سهام شرکت است و با پارامتر x_{ij}^1 نشان داده می‌شود. برای دوره‌های زمانی بعدی نیز ورودی و خروجی‌های مشابه با آنچه در بالا ذکر شد به هر زیرفرآیند وارد می‌شود. برای سال مالی آخر، خروجی‌ها تنها در یک پارامتر y_{rj}^4 خلاصه می‌شود و کل درآمد حاصله در انتهای سال مالی را نشان می‌دهد. برای مقایسه صحیح‌تر و اجتناب از بروز اشتباهات، ارزش تمامی این پارامترها در سال مالی نخست و با نرخ تنزیل ۱۷ درصد محاسبه شده است. داده‌های مربوط به ورودی‌ها، خروجی‌ها و متغیرهای میانی در جدول ۲ ارائه شده است.

جدول ۲- داده‌های شرکت‌های تولید فرش ماشینی (نمایشگاه بین‌المللی فرش ماشینی، شهریور ۹۲)

z_{ij}^3	z_{ij}^2	z_{ij}^1	y_{rj}^4	y_{rj}^3	y_{rj}^2	y_{rj}^1	x_{ij}^3	x_{ij}^2	x_{ij}^1	x_{ij}^0	واحد تصمیم‌گیری
۱۴۲	۱۱۴	۱۴۳	۲۲۲	۲۱۲	۲۹۲	۳۵۶	۳۴	۵۴	۶۵	۲۹۲	ستاره کویر یزد
۱۵۷	۱۵۶	۱۹۶	۳۹۸	۳۴۵	۳۳۹	۳۹۲	۴۲	۱۲	۸۹	۱۶۵	صنعتی مشهد
۶۷	۸۹	۷۸	۲۲۶	۱۹۸	۲۱۲	۱۸۵	۱۲	۵۹	۱۱	۱۸۲	ستاره طلایی دلیجان
۱۵۶	۱۵۶	۱۲۴	۱۸۹	۲۵۱	۲۶۹	۲۶۹	۹۱	۸۱	۷۵	۱۹۲	فرش تهران
۷۷	۹۰	۹۷	۱۵۲	۱۹۸	۱۰۸	۱۷۲	۶۲	۵۴	۶۵	۱۱۴	نگارستان فرش کاشان
۹۸	۵۴	۷۶	۲۵۳	۲۰۶	۱۹۸	۲۲۸	۶۵	۵۷	۵۷	۱۵۹	کبیر یزد
۱۲۳	۷۵	۱۱۲	۱۹۲	۱۲۰	۱۹۸	۱۱۲	۹۸	۸۴	۱۳۲	۱۸۴	آرا پردیس تهران
۱۴۳	۸۹	۱۰۹	۳۸۰	۲۱۵	۳۴۸	۳۱۴	۴۶	۳۲	۱۲	۲۱۲	فرش ققنوس
۱۱۲	۷۶	۴۹	۸۲	۱۱۴	۱۲۳	۱۰۹	۴	۱۲	۷۶	۱۶۹	فرش سهند
۵۷	۴۵	۷۳	۹۸	۱۰۱	۸۹	۷۵	۲۲	۸	۴۰	۱۰۹	گلبافت طلایی
۴۳	۶۹	۴۷	۱۶	۲۱	۴۵	۳۲	۱۴	۴۵	۳۱	۹۸	فرش زمرد کاشان
۳۴	۴۶	۸۹	۱۹۳	۲۰۸	۲۱۴	۱۹۵	۵۳	۳۷	۶۵	۱۶۸	نساجی پامچال
۷۶	۵۷	۸۳	۳۲۴	۳۰۵	۳۶۱	۳۰۸	۸۲	۱۰۵	۹۲	۱۱۳	فرش ابریشم شمال
۷۲	۳۴	۱۲	۱۶۷	۴۶	۲۵	۴۴	۹	۱۳	۱۰	۲۹۵	نگین مشهد تابان
۵۴	۳۴	۳۶	۵۳	۱۳	۷۵	۳۸۲	۸۶	۴۲	۵۵	۱۱۷	فرش باستان یزد

مقایسه نتایج سنجش کارایی شرکت‌های تولیدکننده فرش ماشینی: در این بخش نتایج به دست آمده بر مبنای داده‌های تجربی حاصل از سنجش کارایی از رویکردهای ارائه شده بررسی می‌شود. جدول‌های ۳، ۴ و ۵ این نتایج را به تفکیک بررسی کرده‌اند.

جدول ۳- نتایج سنجش کارایی از رویکرد تحلیل پوششی داده‌ای استاندارد

کارایی کل	واحد تصمیم‌گیری
۰/۹۳۹	ستاره کویر یزد
۱/۰۰۰	صنعتی مشهد
۱/۰۰۰	ستاره طلایی دلیجان
۰/۷۳۴	فرش تهران
۰/۸۰۱	نگارستان فرش کاشان
۰/۷۶۲	کبیر یزد
۰/۴۱۹	آرا پردیس تهران
۱/۰۰۰	فرش ققنوس
۱/۰۰۰	فرش سهند
۰/۵۹۹	گلبافت طلایی
۰/۳۰۱	فرش زمرد کاشان
۰/۶۹۸	نساجی پامچال
۱/۰۰۰	فرش ابریشم شمال
۱/۰۰۰	نگین مشهد تابان
۱/۰۰۰	فرش باستان یزد

جدول ۴- نتایج سنجش کارایی از رویکرد مستقل

E_{j4}	E_{j3}	E_{j2}	E_{j1}	واحد تصمیم‌گیری
۰/۴۵۰	۰/۷۳۵	۰/۶۴۵	۰/۴۷۹	ستاره کویر یزد
۰/۷۲۰	۱/۰۰۰	۰/۵۷۳	۱/۰۰۰	صنعتی مشهد
۱/۰۰۰	۰/۶۱۷	۱/۰۰۰	۰/۴۰۵	ستاره طلایی دلیجان
۰/۲۹۹	۰/۵۹۷	۰/۷۴۷	۰/۵۷۴	فرش تهران
۰/۴۴۷	۰/۶۵۶	۰/۴۳۵	۰/۷۱۶	نگارستان فرش کاشان
۰/۶۱۷	۱/۰۰۰	۰/۷۰۷	۰/۵۳۶	کبیر یزد
۰/۳۵۴	۰/۸۰۴	۰/۴۸۸	۰/۵۱۲	آرا پردیس تهران
۰/۷۳۶	۱/۰۰۰	۱/۰۰۰	۰/۵۵۹	فرش ققنوس
۱/۰۰۰	۱/۰۰۰	۰/۸۱۷	۰/۲۶۲	فرش سهند
۰/۴۶۲	۱/۰۰۰	۰/۴۰۶	۰/۵۶۴	گلبافت طلایی
۰/۱۰۳	۰/۲۹۴	۰/۶۱۰	۰/۴۰۴	فرش زمرد کاشان
۱/۰۰۰	۱/۰۰۰	۰/۶۲۸	۰/۴۷۴	نساجی پامچال
۰/۸۷۴	۱/۰۰۰	۱/۰۰۰	۰/۹۷۰	فرش ابریشم شمال
۰/۹۷۶	۱/۰۰۰	۱/۰۰۰	۰/۰۵۳	نگین مشهد تابان
۰/۱۷۳	۰/۷۵۰	۰/۶۰۷	۱/۰۰۰	فرش باستان یزد

نتایج جدول ۴ نشان می‌دهد در رویکرد سنجش کارایی مستقل، ارتباط بین زیرفرآیندها نادیده گرفته می‌شود؛ بنابراین این رویکرد در سنجش کارایی کل چهارساله ناتوان است.

همچنین این رویکرد ضعف بزرگی دارد؛ ضعف این رویکرد این است که نقش دوگانه متغیرهای میانی در روش کارایی مستقل در نظر گرفته نمی‌شود؛ زیرا در تحلیل پوششی داده‌ای خروجی محور، متغیر میانی زمانی که خروجی یک زیرفرآیند است حداکثر و زمانی که ورودی زیرفرآیند بعدی است حداقل می‌شود. این نقش دوگانه متغیر میانی باعث ایجاد تناقض می‌شود؛ درحالی‌که این نکته در سنجش کارایی مستقل مد نظر قرار نمی‌گیرد؛ در نتیجه کارایی حاصل از این روش صحیح نیست.

جدول ۵- نتایج سنجش کارایی از رویکرد کارایی متوسط

E_{j4}	E_{j3}	E_{j2}	E_{j1}	E_j	DMU
۰/۴۵۰	۰/۷۳۵	۰/۶۴۵	۰/۴۷۹	۰/۵۷۸	ستاره کویر یزد
۰/۷۲۰	۱/۰۰۰	۰/۵۷۳	۱/۰۰۰	۰/۸۲۳	صنعتی مشهد
۱/۰۰۰	۰/۶۱۷	۱/۰۰۰	۰/۴۰۵	۰/۷۵۶	ستاره طلایی
۰/۲۹۹	۰/۵۹۷	۰/۷۴۷	۰/۵۷۴	۰/۵۵۴	فرش تهران
۰/۴۴۷	۰/۶۵۶	۰/۴۳۵	۰/۷۱۶	۰/۵۶۴	فرش کاشان
۰/۶۱۷	۱/۰۰۰	۰/۷۰۷	۰/۵۳۶	۰/۷۱۵	کبیر یزد
۰/۳۵۴	۰/۸۰۴	۰/۴۸۸	۰/۵۱۲	۰/۵۴۰	آرا پردیس تهران
۰/۷۳۶	۱/۰۰۰	۱/۰۰۰	۰/۵۵۹	۰/۸۲۴	فرش ققنوس
۱/۰۰۰	۱/۰۰۰	۰/۸۱۷	۰/۶۶۲	۰/۷۷۰	فرش سهند
۰/۴۶۲	۱/۰۰۰	۰/۴۰۶	۰/۵۶۴	۰/۶۰۸	گلبافت طلایی
۰/۱۰۳	۰/۲۹۴	۰/۶۱۰	۰/۴۰۴	۰/۳۵۳	زمرد کاشان
۱/۰۰۰	۱/۰۰۰	۰/۶۲۸	۰/۴۷۴	۰/۷۷۵	نساجی پامچال
۰/۸۷۴	۱/۰۰۰	۱/۰۰۰	۰/۹۷۰	۰/۹۶۱	ابریشم شمال
۰/۹۷۶	۱/۰۰۰	۱/۰۰۰	۰/۰۵۳	۰/۷۵۷	نگین مشهد تابان
۰/۱۷۳	۰/۷۵۰	۰/۶۰۷	۱/۰۰۰	۰/۶۳۲	فرش باستان یزد

مشاهده می‌شود رویکرد تحلیل پوششی داده‌ای استاندارد رتبه کارایی تعداد ۷ شرکت را برابر یک تعیین کرده است و آنها را کارا در نظر می‌گیرد؛ درحالی‌که در رویکرد کارایی متوسط رتبه کارایی یک برای هیچ واحدی تعیین نشده است و تنها یک شرکت دارای بالاترین رتبه کارایی به میزان ۰/۹۶۱ است. در کل نتیجه می‌شود رویکرد تحلیل پوششی داده‌ای استاندارد قدرت تمایز کمتری نسبت به رویکرد کارایی متوسط دارد. همچنین روش تحلیل پوششی داده‌ای سنتی برای رتبه‌بندی کارایی واحدها در همه جا صحیح عمل نمی‌کند؛ به طوری‌که واحدهای تصمیم‌گیری شماره ۱۴ و ۱۵، در رویکرد تحلیل پوششی داده‌ای سنتی کارا ارزیابی شده‌اند؛ درحالی‌که در رویکرد سنجش کارایی متوسط این واحدها ناکارا هستند و این ناکارایی به دلیل عملکرد نامناسب این واحدها در طی چهار سال بوده است. برآیند ناکارایی این واحدها باعث پایین بودن رتبه کارایی کل می‌شود؛ از طرف دیگر، فرض در نظر گرفتن نسبت برابر برای همه زیرفرآیندها در روش سنجش کارایی متوسط در همه موارد صحیح نیست.

جدول ۶- نتایج سنجش کارایی از رویکرد تحلیل رابطه‌ای

E_{j4}	E_{j3}	E_{j2}	E_{j1}	E_j	DMU
	۰/۵۳۶	۰/۶۴۵	۰/۴۷۹	۰/۴۲۴	ستاره کویر یزد
	۱/۰۰۰			۱/۰۰۰	صنعتی مشهد
۱/۰۰۰	۰/۴۴۹	۱/۰۰۰		۰/۹۶۵	ستاره طلایی
	۰/۴۴۵	۰/۷۴۷	۰/۵۷۴	۰/۵۰۲	فرش تهران
	۰/۵۶۸	۰/۴۱۲	۰/۶۶۲	۰/۵۰۴	فرش کاشان
۰/۶۱۷	۰/۹۳۷	۰/۷۰۷	۰/۵۳۶	۰/۵۰۶	کبیر یزد
		۰/۳۹۹	۰/۳۴۲	۰/۲۵۰	آرا پردیس تهران
		۱/۰۰۰		۱/۰۰۰	فرش ققنوس
۱/۰۰۰				۱/۰۰۰	فرش سهند
	۰/۴۳۹			۰/۴۳۹	گلبافت طلایی
		۰/۲۵۰	۰/۲۲۷	۰/۱۲۹	زمرد کاشان
	۱/۰۰۰	۰/۶۲۸	۰/۴۷۴	۰/۴۳۸	نساجی پامچال
		۱/۰۰۰	۰/۹۷۰	۰/۹۷۲	ابریشم شمال
۰/۹۷۶	۱/۰۰۰	۰/۴۲۰		۰/۹۵۶	نگین مشهد تابان
			۱/۰۰۰	۱/۰۰۰	فرش باستان یزد

همان‌طور که مشاهده می‌شود نتایج جدول ۶ نشان می‌دهد سنجش کارایی دینامیکی از رویکرد تحلیل رابطه‌ای، در سنجش کارایی سالیانه تعدادی از واحدها ضعف دارد. این ضعف با خانه‌های قرمز رنگ در جدول ۶ نشان داده شده است.

جدول ۷- نتایج سنجش کارایی از رویکرد max-min

E_{j4}	E_{j3}	E_{j2}	E_{j1}	E_j	DMU
۰/۴۵۰	۰/۶۷۴	۰/۶۱۲	۰/۵۰۴	۰/۵۱۸	ستاره کویر یزد
۰/۸۳۱	۱/۰۰۰	۰/۷۰۳	۰/۸۳۲	۱/۰۰۰	صنعتی مشهد
۱/۰۰۰	۰/۴۱۲	۱/۰۰۰	۰/۴۱۲	۰/۸۶۸	ستاره طلایی
۰/۲۱۳	۰/۶۱۳	۰/۷۵۴	۰/۶۰۹	۰/۶۵۲	فرش تهران
۰/۴۴۷	۰/۷۰۲	۰/۵۱۸	۰/۶۱۳	۰/۶۴۴	فرش کاشان
۰/۶۱۷	۱/۰۰۰	۰/۷۰۷	۰/۵۰۹	۰/۴۸۵	کبیر یزد
۰/۵۱۲	۰/۸۰۴	۰/۴۲۹	۰/۵۶۲	۰/۵۷۳	آرا پردیس تهران
۰/۸۲۱	۰/۹۱۲	۱/۰۰۰	۰/۵۸۰	۱/۰۰۰	فرش ققنوس
۱/۰۰۰	۰/۹۶۱	۰/۶۳۸	۰/۲۱۶	۱/۰۰۰	فرش سهند
۰/۴۶۲	۰/۷۹۷	۰/۴۰۶	۰/۶۱۲	۰/۵۰۲	گلبافت طلایی
۰/۰۶۶	۰/۴۱۶	۰/۶۱۰	۰/۶۰۲	۰/۳۸۴	فرش زمرد کاشان
۰/۷۲۹	۱/۰۰۰	۰/۷۰۹	۰/۵۰۱	۰/۶۱۲	نساجی پامچال
۰/۸۵۳	۱/۰۰۰	۱/۰۰۰	۰/۸۹۲	۱/۰۰۰	ابریشم شمال
۰/۹۷۶	۱/۰۰۰	۰/۴۲۰	۰/۲۱۵	۰/۹۵۸	نگین مشهد تابان
۰/۴۵۱	۰/۶۱۴	۰/۴۸۶	۱/۰۰۰	۱/۰۰۰	فرش باستان یزد

جدول ۷ نشان می‌دهد چهار عدد از واحدهای تصمیم‌گیرنده دارای کارایی کل واحد است و واحدهای کارا شناخته می‌شوند. نتایج سنجش کارایی سالیانه واحدها نیز به تفکیک در جدول ۷ مشاهده می‌شود. همان‌طور که مشاهده می‌شود رویکرد پیشنهادی این مقاله براساس بهینه‌سازی چندهدفه به روش max-min، خلاهای موجود در رویکردهای پیشین را رفع کرده است و کارایی کل و کارایی سالیانه ساختار شبکه‌ای با ورودی‌ها و خروجی‌های مازاد را به درستی اندازه‌گیری می‌کند. همچنین رتبه کارایی به دست آمده از این رویکرد، یکتا است. از طرف دیگر این روش کارایی کل و کارایی زیرفرآیندها را با حل یک مدل بهینه‌سازی و به طور هم‌زمان اندازه‌گیری می‌کند.

نتیجه‌گیری

همان‌طور که مشاهده می‌شود در این پژوهش از پنج رویکرد مختلف برای سنجش کارایی دینامیکی صنعت فرش ماشینی استفاده شده است. چهار رویکرد نخست از پژوهش‌های پیشین گرفته شده است. رویکرد پنجم رویکرد پیشنهادی این مقاله است. این رویکرد مسئله سنجش کارایی ساختار شبکه‌ای را به صورت یک مسئله چندهدفه در نظر می‌گیرد و تلاش دارد تا کارایی کل و کارایی هر کدام از زیرفرآیندها را به طور هم‌زمان بهینه کند. از آنجاکه هدف این مقاله سنجش کارایی دینامیکی تولیدکنندگان فرش در یک دوره چهارساله است، ساختار ارائه شده برای واحدهای تولیدکننده فرش ماشینی، شبکه چهارمرحله‌ای با ورودی‌ها و خروجی‌های مازاد است. برای سنجش کارایی دینامیکی در این مقاله رویکردهایی استفاده شده است؛ رویکرد نخست همان رویکرد استاندارد تحلیل پوششی داده‌ها (CCR) است که برای سنجش کارایی سازمان‌های مختلف استفاده می‌شود. این رویکرد تنها ورودی و خروجی‌های کلی را برای سنجش کارایی کل ساختار شبکه‌ای در نظر می‌گیرد و از اندازه‌گیری کارایی جزئی (همان کارایی سالیانه واحدها) عاجز است. رویکرد دوم، رویکرد کارایی مستقل است که کارایی زیرفرآیندها (که در اینجا همان کارایی سالیانه واحدها است) را به طور مستقل از هم اندازه‌گیری می‌کند؛ بدین صورت که برای ساختار دینامیکی مسئله، کارایی واحدها در هر دوره یک‌ساله به طور جداگانه محاسبه می‌شود و متغیرهای میانی به صورت مستقل از هم به عنوان خروجی‌ها یا ورودی‌های هر سال و مستقل در نظر گرفته می‌شوند. این رویکرد این نکته را در نظر نمی‌گیرد که خروجی‌های یک زیرفرآیند در حقیقت ورودی‌های فرآیند بعدی است و آنها را به طور مستقل از هم در نظر می‌گیرد؛ بنابراین توانایی سنجش کارایی سالیانه ساختار دینامیکی را دارد؛ ولی از سنجش ارتباط کارایی کل و کارایی دوره‌های زمانی یک‌ساله عاجز است. به علاوه از آنجاکه این رویکرد کارایی زیرفرآیندها را به طور مستقل اندازه‌گیری می‌کند، رتبه کارایی حاصل شده از این روش صحیح نیست؛ زیرا در تحلیل پوششی داده‌ها در شرایطی که متغیر میانی خروجی یک زیرفرآیند در نظر گرفته شود، تلاش به بیشینه‌سازی آن وجود دارد؛ در حالی که همین متغیر در شرایطی که ورودی زیرفرآیند بعدی در نظر گرفته شود، حداقل خواهد شد؛ بنابراین این تناقض باعث ایجاد رتبه‌های کارایی ناصحیح در رویکردی می‌شود که کارایی زیرفرآیندها را به طور مستقل از یکدیگر اندازه‌گیری می‌کند. رویکرد سوم رویکرد کارایی میانگین است که کارایی کل ساختار دینامیکی را به صورت میانگین کارایی دوره‌های مختلف اندازه‌گیری می‌کند. کارایی به دست آمده از این رویکرد، کارایی متوسط نام‌گذاری می‌شود و رتبه کارایی همه دوره‌ها در کارایی کل، تأثیر برابر دارد؛ اما در نظر گرفتن تأثیر مساوی برای تمامی دوره‌های زمانی،

فرض ساده‌ای است که ممکن است در حالت کلی صحیح نباشد. همچنین از آنجاکه این فرض به‌طور مستقیم بر تابع هدف مسئله تأثیر می‌گذارد، رویکردی جامع برای سنجش کارایی دینامیکی نیست. رویکرد چهارم رویکرد تحلیل رابطه‌ای است که ساختار شبکه‌ای سرب‌ی با ورودی و خروجی‌های مازاد را با اضافه‌کردن زیرفرآیندهای مجازی به ساختار سرب‌ی بدون ورودی و خروجی‌های مازاد تبدیل می‌کند. سپس کارایی کل را به‌صورت حاصل‌ضرب کارایی زیرفرآیندهای این ساختار کاملاً سرب‌ی در نظر می‌گیرد. این رویکرد کارایی کل ساختار دینامیکی را اندازه‌گیری می‌کند؛ ولی ممکن است در سنجش کارایی سالیانه واحدها رتبه‌های کارایی واحدی را برای تمامی زیرفرآیندها محاسبه نکند؛ به عبارت دیگر این روش در سنجش کارایی سالیانه واحدها ضعف دارد و تنها برای مواردی کاربرد دارد که هدف سنجش کارایی کل چهارساله باشد. برای پرکردن این خلاها و رفع ضعف‌های موجود در هر یک از این رویکردها، این مقاله مسئله سنجش کارایی شبکه‌ای را به‌صورت مسئله چندهدفه در نظر می‌گیرد که تابع هدف‌های آن شامل کارایی هر یک از زیرفرآیندها می‌شود و برای بهینه‌سازی هم‌زمان این توابع هدف، رویکرد جدیدی با نام max-min پیشنهاد می‌کند.

در رویکرد max-min که نخستین بار در این پژوهش برای سنجش کارایی شبکه به کار گرفته شده است، توانایی بهینه‌سازی هم‌زمان تمامی توابع هدف با در نظر گرفتن نحوه ارتباط میان آنها وجود دارد. این روش کارایی کل و کارایی جزئی شبکه را به‌طور هم‌زمان تعیین می‌کند؛ بنابراین در زمینه سنجش کارایی دینامیکی تعدادی واحد تصمیم‌گیری، رویکرد پیشنهادی این مقاله توانایی سنجش کارایی کل چهارساله و کارایی سالیانه تمامی واحدها را دارد و قادر است خلاهای موجود در رویکرد های پیشین را برطرف سازد. نتایج به‌دست‌آمده از حل مثال تجربی نشان می‌دهد رویکرد پیشنهادی این مقاله برای سنجش کارایی دینامیکی واحدهای فعال در صنعت فرش ماشینی مناسب است و با ارائه رتبه کارایی این واحدها در طی زمان، در جهت آگاهی و ارتقاء جایگاه رقابتی به مدیران این شرکت ها یاری می‌رساند.

در این پژوهش مدل‌سازی براساس فرض بازده ثابت نسبت به مقیاس انجام شده است. یکی از زمینه‌های پژوهشی آتی مدل‌سازی برای حالت بازده متغیر نسبت به مقیاس است. به‌علاوه، کارایی دینامیکی با فرض قطعی بودن تمامی داده‌ها تعیین شده است؛ در واقع با توجه به غیرقطعی بودن داده‌ها در دنیای واقعی، پیشنهاد می‌شود سنجش کارایی دینامیکی در این حالت در پژوهش‌های آتی مدنظر قرار گیرد. همچنین برای حالتی که زیرفرآیندها دارای خروجی‌های نامطلوب هستند مدل‌سازی قابل گسترش است.

References

- Banker, R. D., Charnes, A., & Cooper, W. W. (1984). "Some models for estimating technical and scale inefficiencies in data envelopment analysis". *management science*, 30(9), 1078-1092.
- Bellman, R. E., & Zadeh, L. A. (1970). "Decision-making in a fuzzy environment". *management science*, 17(4), B-141-B-164.
- Charnes, A., & Cooper, W. W. (1962). "Programming with linear fractional functionals". *Naval Research Logistics Quarterly*, 9(3-4), 181-186. doi: 10.1002/nav.3800090303
- Charnes, A., Cooper, W. W., & Rhodes, E. (1978). "Measuring the efficiency of decision making

- units". *European Journal of Operational Research*, 2(6), 429-444.
- Chen, Y., Du, J., David Sherman, H., & Zhu, J. (2010). "DEA model with shared resources and efficiency decomposition". *European Journal of Operational Research*, 207(1), 339-349. doi: <http://dx.doi.org/10.1016/j.ejor.2010.03.031>
- CHEN, Y., LIANG, L. & YANG, F. (2006). "A DEA game model approach to supply chain efficiency". *Annals of Operations Research*, 145, 5-13.
- Cook, W. D., & Seiford, L. M. (2009). "Data envelopment analysis (DEA)—Thirty years on". *European Journal of Operational Research*, 192(1), 1-17.
- Cook, W. D., Zhu, J., Bi, G., & Yang, F. (2010). "Network DEA: Additive efficiency decomposition". *European Journal of Operational Research*, 207(2), 1122-1129. doi: <http://dx.doi.org/10.1016/j.ejor.2010.05.006>
- Färe, R., & Grosskopf, S. (2000). "Network DEA...". *Socio-Economic Planning Sciences*, 34(1), 35-49. doi: [http://dx.doi.org/10.1016/S0038-0121\(99\)00012-9](http://dx.doi.org/10.1016/S0038-0121(99)00012-9)
- Farrell, M. J. (1957). "The measurement of productive efficiency". *Journal of the Royal Statistical Society. Series A (General)*, 120(3), 253-290.
- Hsieh, L.-F., & Lin, L.-H. (2010). "A performance evaluation model for international tourist hotels in Taiwan—An application of the relational network DEA". *International Journal of Hospitality Management*, 29(1), 14-24. doi: <http://dx.doi.org/10.1016/j.ijhm.2009.04.004>
- Kao, C. (2008). "A linear formulation of the two-level DEA model". *Omega*, 36(6), 958-962. doi: <http://dx.doi.org/10.1016/j.omega.2008.01.002>
- Kao, C., & Hwang, S.-N. (2008). "Efficiency decomposition in two-stage data envelopment analysis: An application to non-life insurance companies in Taiwan". *European Journal of Operational Research*, 185(1), 418-429. doi: <http://dx.doi.org/10.1016/j.ejor.2006.11.041>
- Kao, C. (2013). "Dynamic data envelopment analysis: A relational analysis". *European Journal of Operational Research*, 227(2), 325-330. doi: <http://dx.doi.org/10.1016/j.ejor.2012.12.012>
- Kao, C. (2014). "Efficiency decomposition for general multi-stage systems in data envelopment analysis". *European Journal of Operational Research*, 232(1), 117-124. doi: <http://dx.doi.org/10.1016/j.ejor.2013.07.012>
- KAO, C. (2016). "Efficiency decomposition and aggregation in network data envelopment analysis". *European Journal of Operational Research*, 255, 778-786.
- Li, Y., Chen, Y., Liang, L., & Xie, J. (2012). "DEA models for extended two-stage network structures". *Omega*, 40(5), 611-618. doi: <http://dx.doi.org/10.1016/j.omega.2011.11.007>
- LI, Y., CHEN, Y., LIANG, L. & XIE, J. (2012). "DEA models for extended two-stage network structures". *Omega*, 40, 611-618.
- LIANG, L., YANG, F., COOK, W. D. & ZHU, J. (2006). "DEA models for supply chain efficiency evaluation". *Annals of Operations Research*, 145, 35-49.
- Liu, J. S., Lu, L. Y. Y., Lu, W.-M., & Lin, B. J. Y. (2013). "Data envelopment analysis 1978–2010: A citation-based literature survey". *Omega*, 41(1), 3-15. doi: <http://dx.doi.org/10.1016/j.omega.2010.12.006>

- LIU, J. S., LU, L. Y. & LU, W.-M. (2016)." Research fronts in data envelopment analysis. *Omega*, 58, 33-45.
- Nemoto, J., & Goto, M. (2003). Measurement of dynamic efficiency in production: an application of data envelopment analysis to Japanese electric utilities". *Journal of Productivity Analysis*, 19(2-3), 191-210.
- Seiford, L. M., & Zhu, J. (1999)." Profitability and marketability of the top 55 US commercial banks". *management science*, 45(9), 1270-1288.
- Tone, K., & Tsutsui, M. (2009). "Network DEA: a slacks-based measure approach". *European Journal of Operational Research*, 197(1), 243-252.
- TONE, K. & TSUTSUI, M. (2014). "Dynamic DEA with network structure: A slacks-based measure approach". *Omega*, 42, 124-131.
- ZHA, Y. & LIANG, L. (2010). "Two-stage cooperation model with input freely distributed among the stages". *European Journal of Operational Research*, 205, 332-338.

-
- ¹- Liu
²- Charnes
³- Cooper
⁴- Rhodes
⁵- Farrell
⁶- Charnes, Cooper & Rhodes(CCR)
⁷- Banker
⁸- Banker, Charnes & Cooper(BCC)
⁹- Fare
¹⁰- Kao
¹¹- Chen
¹²- Grosskopf
¹³- Hsieh & Lin
¹⁴- Tone & Tsutsui
¹⁵- Cook & Seiford
¹⁶- Nemoto & Goto
¹⁷- Liang
¹⁸- Chen
¹⁹- Li
²⁰- Stage
²¹- Seiford & Zhu
²²- Separation approach
²³- Kao & Hwang
²⁴- Relational analysis approach
²⁵- Bellman & Zadeh

