

برآورد ارزش در معرض خطر سبد سهام با استفاده از روش گارچ کاپولای شرطی

میرحسین موسوی*، حسین راغفر** و منصوره محسنی***

تاریخ دریافت: ۳۰ تیر ۱۳۹۲ تاریخ پذیرش: ۱۴ آبان ۱۳۹۲

هدف این مقاله برآورد ارزش در معرض خطر یک سبد سهام منتخب است. برای این منظور از روش گارچ کاپولای شرطی^۱ استفاده شده است که ترکیبی از توزیع کاپولا و تابع پیش‌بینی حاصل از مدل‌سازی گارچ است. در این روش با اتکاء به تئوری کاپولا توزیع مشترکی برای دارایی‌ها در نظر گرفته می‌شود که فارغ از هرگونه فرض نرمال بودن و همبستگی خطی است. داده‌های مورد بررسی، قیمت‌های روزانه سبد دارایی یک شرکت سرمایه‌گذاری منتخب متشکل از ۱۷ سهم است. بازه زمانی مورد بررسی از تاریخ ۱۳۸۶/۷/۳ تا ۱۳۹۰/۱۲/۲۴ می‌باشد. نتایج تحقیق نشان می‌دهد که مدل کاپولای گوسی با توزیع حاشیه‌ای نرمال و کاپولای گوسی با توزیع حاشیه‌ای تی استودنت عملکرد مناسبی نسبت به روش‌های شبیه‌سازی تاریخی و واریانس-کوواریانس در برآورد ارزش در معرض خطر دارند. هر دو مدل دارای سطح اطمینان ۹۹ و ۹۵ درصد هستند.

واژه‌های کلیدی: ارزش در معرض خطر، مدل‌های گارچ، کاپولا، آزمون کوپیک.
طبقه‌بندی JEL: C53، C58، C02، G17.

* استادیار دانشگاه الزهراء(س) - دانشکده علوم اجتماعی و اقتصادی - گروه اقتصاد
** استادیار دانشگاه الزهراء(س) - دانشکده علوم اجتماعی و اقتصادی - گروه اقتصاد
*** دانش‌آموخته کارشناسی ارشد دانشگاه الزهراء(س)

1. Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity
2. Conditional GARCH Capola

۱. مقدمه

تغییرات قیمت سهام یکی از مهم‌ترین ریسک‌های مطرح برای بنگاه‌ها و افرادی است که در سطح بازار سهام فعالیت دارند. یکی از سنج‌های مطرح اندازه‌گیری ریسک، تخمین ارزش در معرض خطر^۱ (VaR) است که در سال‌های اخیر مورد توجه بسیاری از مؤسسات مالی معتبر قرار گرفته است. ارزش در معرض خطر، حداکثر زیانی است که کاهش ارزش سبد دارایی برای دوره معینی در آینده، با ضریب اطمینان مشخصی، از آن بیش تر نمی‌شود. محاسبه ارزش در معرض خطر سبد متشکل از چند دارایی نسبت به محاسبه ارزش در معرض خطر یک دارایی به مراتب دشوارتر است. چرا که در محاسبه VaR سبد دارایی تعیین تابع توزیع مشترک و روابط بین دارایی‌ها اهمیت پیدا می‌کند. در اکثر روش‌های متداول برآورد ارزش در معرض خطر، توزیع مشترک شناخته شده‌ای برای سبد دارایی فرض می‌شود و به طور معمول توزیع مشترک نرمال در مدل‌های تجربی و نظری مورد استفاده قرار می‌گیرد.

مطالعات انجام شده بر روی تغییرات بازده دارایی‌های مالی، نشان می‌دهند که توزیع بازده دارایی‌ها دنباله پهن^۲ هستند. همچنین، نقطه اوج توزیع بازده در مقایسه با آنچه توزیع نرمال پیش‌بینی می‌کند مرتفع‌تر و باریک‌تر است. فرض نرمال بودن تابع توزیع مشترک سبد دارایی به دلیل در نظر گرفتن روابط خطی بین دارایی‌ها نیز مورد تردید است.

لانجین و سالنیک^۳ (۲۰۰۱) شواهدی را یافتند که نشان می‌داد، بازدهی دارایی‌ها در جریان رکود اقتصادی و بازارهای پرتلاطم به صورت شدیدتری همبسته‌اند. واضح است وابستگی قوی‌تری بین زیان‌های بزرگ وجود دارد تا بین سودهای بزرگ. چنین عدم تقارنی با توزیع‌های متقارن غیرقابل مدل‌سازی می‌باشد.

امبرشتس و همکاران^۴ (۲۰۰۲) نشان دادند استفاده از همبستگی خطی برای مدل‌سازی ساختار وابستگی اشکالات فراوانی دارد. بنابراین فرض نرمال بودن توزیع مشترک بازدهی‌ها می‌تواند منجر به برآورد نامناسب VaR شود. تئوری کاپولا ابزار اساسی مدل‌سازی توزیع‌های چندمتغیره است که در آن با استفاده از توزیع‌های حاشیه‌ای و وابستگی بین متغیرها تابع توزیع مشترک تعریف می‌شود (هوتا^۵ و پالارو^۱، ۲۰۰۶). رویکرد کاپولا، روشی برای توصیف ساختارهای وابستگی

1. Value at Risk
2. Fat tail
3. Longin and Solnik
4. Embrechts and et al
5. Hotta

برآورد ارزش در معرض خطر سبد سهام با استفاده از روش گارچ کاپولای شرطی ۱۲۱

است. این روش نقوص ممکن رویکردهای دیگر در تعیین ساختار وابستگی که در آنها تنها بر همبستگی دارایی‌ها تکیه شده‌است را ندارد (مک‌نیل، فری و امبرشتس^۲، ۲۰۰۵). استفاده از تئوری کاپولا در مدل‌سازی توزیع‌های مشترک، فصل تازه‌ای در مباحث ارزش در معرض خطر ایجاد کرده است که لازم دیده شد مطالعه‌ای کاربردی برای شرکت‌های داخلی به انجام رسد. در این مقاله ارزش در معرض خطر یک روزه با کمک چهار روش شبیه‌سازی تاریخی، واریانس-کواریانس ساده، مدل کاپولای گوسی با توزیع‌های حاشیه‌ای نرمال و مدل کاپولای گوسی با حاشیه‌های دارای توزیع تی در دو سطح اطمینان ۹۹ و ۹۵ درصد محاسبه خواهد شد. در آخر صحت پیش‌بینی هر یک از مدل‌ها پس از ۱۰۰ بار شبیه‌سازی خارج از نمونه، با استفاده از آزمون کوپیک، ارزیابی خواهد شد.

در این راستا ساختار مقاله در ادامه به شرح زیر خواهد بود. در بخش دوم مروری بر ادبیات تجربی خواهد شد. در این بخش ابتدا ارزش در معرض خطر و روش‌های محاسبه آن مورد بررسی قرار می‌گیرد. سپس به تبیین روش کاپولا پرداخته می‌شود. در بخش سوم ادبیات تجربی بررسی می‌شود. در بخش چهارم الگوی کاپولای شرطی برای برآورد ارزش در معرض خطر تصریح و برآورد می‌شود. در نهایت نتیجه‌گیری و پیشنهادات سیاستی آورده می‌شود.

۲. ادبیات نظری

۲-۱. ارزش در معرض خطر

ارزش در معرض خطر، حداکثر زیانی است که کاهش ارزش سبد دارایی برای دوره معینی در آینده، با ضریب اطمینان مشخصی، از آن بیش‌تر نمی‌شود و به این سؤال پاسخ می‌دهد که با x درصد احتمال و طی افق زمانی تعیین شده، حداکثر چه میزان از ارزش دارایی یا سبد دارایی‌ها در معرض ریسک قرار دارد. ارزش در معرض خطر در دوره t به شرط اطلاعات دوره‌های قبلی Ω_{t-1} ، به صورت زیر بیان می‌شود:

$$P(\Pi_t - \Pi_{t-1} \leq -VaR_t(\alpha, k) | \Omega_{t-1}) = P(r_{Pt} \leq -VaR_t(\alpha, k) | \Omega_{t-1}) = \alpha \quad (1)$$

در این رابطه، Π_t لگاریتم ارزش سبد دارایی در دوره t ، r_{pt} بازدهی سبد سهام در زمان t ، α سطح اطمینان و k دوره زمانی است که ارزش در معرض خطر برای آن محاسبه می‌گردد (رادپور و عبده، ۱۳۸۱).

روش‌های متعددی برای محاسبه ارزش در معرض خطر ارائه شده است که آن‌ها را می‌توان در سه گروه کلی روش‌های پارامتریک، روش‌های ناپارامتریک (شیبه‌سازی تاریخی) و روش شیبه‌سازی مونت کارلو دسته‌بندی کرد. در محاسبه ارزش در معرض خطر به روش پارامتریک، تعیین تابع توزیع بازده دارایی (سبد دارایی) و سپس پیش‌بینی نوسانات بازده دارایی (سبد دارایی)، از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است. در این مدل‌ها، فرض می‌شود که بازده دارایی‌ها دارای توزیع‌های پارامتریک^۱ هستند. یکی از انواع مدل‌های پارامتریک، مدل‌های واریانس-کواریانس می‌باشد. در این رویکرد فرض می‌شود بازدهی لگاریتمی^۲ قیمت‌ها به طور نرمال توزیع شده است. سبدهی متشکل از n سهم را در نظر بگیرید.

$$R_t = \ln\left(\frac{P_t}{P_{t-1}}\right) = \ln\left(1 - \frac{P_t - P_{t-1}}{P_{t-1}}\right) \sim \frac{\Delta P_t}{P_{t-1}} \quad (2)$$

در اینجا P_t و P_{t-1} قیمت سهام در زمان t و $t-1$ است و ΔP تغییرات قیمت در طول این دو دوره است. رویکرد واریانس-کواریانس با فرض توزیع مشترک نرمال و وجود روابط خطی بین دارایی‌ها VaR را به صورت زیر شناسایی می‌کند:

$$\begin{aligned} VaR^* &= -\left(F^{-1}(\alpha)\sqrt{V\Omega V} + \mu_p\right) \\ VaR &= -F^{-1}(\alpha)\sigma_p = F^{-1}(1-\alpha)\sigma_p \end{aligned} \quad (3)$$

در رابطه فوق V بردار وزن‌ها، V' ترانزاده آن و Ω ماتریس واریانس-کواریانس دارایی‌ها است. σ_p انحراف معیار سبد سهام و μ_p میانگین سبد سهام سبد می‌باشد. $F^{-1}(\alpha)$ صدک α تابع توزیع است که در این مدل، تابع توزیع نرمال فرض شده است. ارزش در معرض خطر به دست آمده از روش فوق، اصطلاحاً ارزش در معرض خطر از میانگین نامیده می‌شود. VaR^* را اصطلاحاً ارزش در معرض خطر از صفر یا ارزش در معرض خطر مطلق می‌نامند (رحیمیان، ۱۳۹۰). یکی دیگر از روش‌های محاسبه ارزش در معرض خطر روش شیبه‌سازی تاریخی^۳ است. در روش‌های پارامتریک فرض می‌شود بازده دارایی‌ها، دارای توزیع‌های پارامتریک هستند. این

1. parametric distribution
2. logarithmic return
3. Historical Simulation Method

برآورد ارزش در معرض خطر سبد سهام با استفاده از روش گارچ کاپولای شرطی ۱۲۳

روش‌ها در معرض ریسک مدل^۱ قرار دارند. اما روش شبیه‌سازی تاریخی که یک روش ناپارامتریک است، این فرض را تحمیل نمی‌کند. در عوض، این روش چنین فرض می‌کند که توزیع تغییرات احتمالی عوامل بازار برای دوره بعدی مشابه توزیع مشاهده شده در N دوره گذشته است. در این روش، مستقیماً از داده‌های شبیه‌سازی تاریخی برای برآورد ریسک استفاده می‌شود و هیچ تعدیلی روی این داده‌ها صورت نمی‌گیرد. برای برآورد ارزش در معرض ریسک کافی است که صدک آلفای توزیع بازده استخراج شود. برای این کار سری بازده را از کوچک به بزرگ مرتب شده و جایگاه صدک مورد نظر مشخص می‌شود (رادپور و عبده، ۱۳۸۱).

روش شبیه‌سازی مونت کارلو^۲ برخلاف روش شبیه‌سازی تاریخی از اطلاعات تاریخی استفاده نمی‌کند بلکه در این روش با استفاده از فرآیندهای تصادفی و استفاده از نمونه‌های شبیه‌سازی شده زیاد که توسط رایانه ساخته می‌شود، پیش‌بینی تغییرات آتی به انجام می‌رسد. در تخمین VaR، هر شبیه‌سازی، ارزش احتمالی سبد دارایی را در پایان دوره نگهداری در اختیار قرار می‌دهد. در صورت داشتن تعداد کافی از این شبیه‌سازی‌ها، توزیع شبیه‌سازی شده ارزش‌های سبد دارایی به توزیع صحیح ولی ناشناخته سبد نزدیک خواهد شد و می‌توان از این توزیع برای استنباط VaR و یا سایر سنج‌های ریسک استفاده کرد (همان).

۲-۲. تبیین الگوی کاپولا

یک کاپولای d -بعدی یک تابع توزیع روی فضای $[0,1]^d$ با توزیع‌های حاشیه‌ای یکنواخت استاندارد است. برای کاپولاها از نمادگذاری $C(u) = C(u_1, \dots, u_d)$ استفاده می‌شود. کاپولا یک نگاشت از یک ابرمکعب به یک بازه واحد است که سه ویژگی زیر همیشه برقرار است.

۱. $C(u_1, \dots, u_d)$ نسبت به هر مؤلفه u_i افزایشی است.
۲. به ازای هر $i \in \{1, \dots, d\}$ و $u_i \in [0,1]$ ، $C(1, \dots, 1, u_i, 1, \dots, 1) = u_i$.
۳. به ازای هر $(a_1, \dots, a_d), (b_1, \dots, b_d) \in [0,1]^d$ که $a_i \leq b_i$ داریم:

$$\sum_{i_1=1}^y \dots \sum_{i_d=1}^y (-1)^{i_1 + \dots + i_d} C(u_{i_1}, \dots, u_{i_d}) \geq 0 \quad (4)$$

1. model risk
2. Monte Carlo Simulation Method

که در آن به ازای هر $\{1, \dots, d\}$ ، $u_{j1} = a_j, u_{j2} = b_j$ ، $j \in \{1, \dots, d\}$ (مک‌نیل، فری و امبرشتس، ۲۰۰۵).

تئوری‌های جدید در مورد کاپولا، حدوداً به چهل سال قبل باز می‌گردد که اسکالر^۱ (۱۹۵۹) بعضی ویژگی‌های مهم کاپولا را تعریف و فراهم نمود. مهم‌ترین مسئله کاپولا در قضیه اسکالر مطرح می‌شود که رابطه بین تابع توزیع مشترک و کاپولا را بیان می‌کند.

فرض کنید F یک تابع توزیع مشترک با توزیع‌های حاشیه‌ای F_1, \dots, F_d باشد. آن‌گاه کاپولای $[0, 1]^d \rightarrow [0, 1]$: C وجود دارد به طوری که به ازای هر x_1, \dots, x_d در $\bar{R} = [-\infty, \infty]$ رابطه زیر برقرار است:

$$F(x_1, \dots, x_d) = C(F_1(x_1), \dots, F_d(x_d)) \quad (5)$$

اگر حاشیه‌ای‌ها پیوسته باشند آن‌گاه کاپولا یکتا خواهد بود، در غیر این صورت کاپولای به دست آمده یکتا نیست. از تعمیم قضیه اسکالر برای توابع توزیع شرطی، کاپولای شرطی به دست می‌آید. با در نظر گرفتن فرآیند سری‌های زمانی $\{x_{1t}, x_{2t}, \dots, x_{nt}\}_{t=1}^T$ ، قضیه اسکالر به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$F_t(x_{1t}, \dots, x_{dt} | \Omega_{t-1}) = C_t(F_{1t}(x_{1t} | \Omega_{t-1}), \dots, F_{dt}(x_{dt} | \Omega_{t-1})) \quad (6)$$

که در آن Ω_{t-1} مجموعه اطلاعات تا زمان $t-1$ می‌باشد (چروینی، لوسیانو و وچیتو، ۲۰۰۴). قضیه اسکالر نشان می‌دهد، زمانی که متغیرها پیوسته‌اند هر تابع توزیع احتمال چندمتغیره می‌تواند با استفاده از یک توزیع حاشیه‌ای و یک ساختار وابسته نشان داده شود که به صورت زیر استنتاج می‌شود:

$$F(x_1, \dots, x_n) = \frac{\partial F(x_1, \dots, x_n)}{\partial x_1 \dots \partial x_n} = \frac{\partial^n C(F_1(x_1), \dots, F_n(x_n))}{\partial F_1(x_1) \dots \partial F_n(x_n)} \times \prod_{i=1}^n \frac{\partial F_i(x_i)}{\partial x_i} \quad (7)$$

که در آن f_i ها توابع چگالی حاشیه‌ای، $u_i = F_i(x_i)$ ها تابع توزیع حاشیه‌ای و c تابع چگالی کاپولا است (مک‌نیل، لیدسکاگ^۳ و امبرشتس، ۲۰۰۱).

1. Sklar
2. Cherubini, Luciano & Vecchiato
3. Lindskog

۳-۲. کاپولای گوسی

کاپولای گوسی^۱، کاپولای توزیع نرمال چندمتغیره می باشد که به صورت زیر تعریف می شود:

$$C_R^{Ga}(u) = \Phi_R^n(\Phi^{-1}(u_1), \dots, \Phi^{-1}(u_n))$$

$$= \int_{-\infty}^{\Phi^{-1}(u_1)} \dots \int_{-\infty}^{\Phi^{-1}(u_n)} \frac{1}{(\sqrt{2\pi})^n |R|^{\frac{1}{2}}} \exp\left(-\frac{1}{2} X^T R^{-1} X\right) dx_1 \dots dx_n \quad (8)$$

که در آن Φ_R تابع توزیع مشترک توزیع نرمال استاندارد n -بعدی با ماتریس همبستگی خطی R است و Φ^{-1} معکوس تابع توزیع نرمال استاندارد تک متغیره می باشد. با توجه به این که توابع چگالی حاشیه‌ای، نرمال استاندارد در نظر گرفته می شود، چگالی کاپولای گوسی به صورت زیر استنتاج می شود:

$$\frac{1}{(\sqrt{2\pi})^n |R|^{\frac{1}{2}}} \exp\left(-\frac{1}{2} X^T R^{-1} X\right)$$

$$= C_R^{Ga}(\Phi(u_1), \dots, \Phi(u_n)) \times \prod_{i=1}^n \left(\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2} x_i^2\right) \right)$$

$$C_R^{Ga}(u_1, \dots, u_n) = \frac{1}{|R|^{\frac{1}{2}}} \exp\left(-\frac{1}{2} \delta^T (R^{-1} - 1) \delta\right)$$

که در آن $\delta = (\Phi^{-1}(u_1), \dots, \Phi^{-1}(u_n))^T$ است (چروینی، لوسیانو و وچیتو، ۲۰۰۴).

به همان روشی که کاپولای گوسی از توزیع نرمال چندمتغیره استنتاج شد، می توان کاپولای تی-استیودنت را از توزیع تی چندمتغیره استخراج کرد (همان). کاپولای گوسی و کاپولای تی-استیودنت توسط توابع توزیع چندمتغیره شناخته شده‌ای بیان می شوند و شکل محدود شده ساده‌ای ندارند، در حالی که برای گروهی از کاپولاها شکل محدود شده ساده‌ای تعریف شده است که از آن جمله می توان طبقه آرچیمیدیان کاپولا^۲ را نام برد. در عمل این گروه از کاپولاها کاربردی تر هستند، چرا که وابستگی در ابعاد زیاد را تنها با یک پارامتر مدل سازی می کنند. آرچیمیدیان کاپولا به صورت کلی زیر نشان داده می شوند:

$$C(u_1, \dots, u_n) = \psi(\psi^{-1}(u_1) + \dots + \psi^{-1}(u_n))$$

1. Gaussian copula
2. Archimedean copulas

ψ تابع مولد^۱ است (همان). از این طبقه کاپولا می‌توان به کلایتون کاپولا^۲ اشاره کرد که تابع مولد کلایتون کاپولا به صورت $\psi(u) = u^{-\alpha} - 1$ تعریف می‌شود. بنابراین تابع معکوس مولد آن $\psi^{-1}(t) = (t+1)^{\frac{1}{\alpha}}$ خواهد بود. کلایتون کاپولا به صورت زیر به دست می‌آید:

$$C(u_1, \dots, u_n) = \left[\sum_{i=1}^n u_i^{-\alpha} - n + 1 \right]^{-\frac{1}{\alpha}} \quad \alpha > 0$$

۳. ادبیات تجربی

هانگ^۳ و همکاران (۲۰۰۹) ارزش در معرض خطر سبب متشکل از دو شاخص *TALEX* و *NAZDAQ* را با کمک روش گارچ کاپولای شرطی و روش‌های پارامتریک و شبیه‌سازی تاریخی محاسبه کردند. نتایج نشان داد مدل کاپولا در مقایسه با روش‌های رایج به صورت موفق-تری عمل می‌کند. همچنین تی کاپولا ساختار وابستگی بازدهی سبب دارایی را به خوبی توصیف می‌کند.

هوتا و پالارو (۲۰۰۶) با کمک توابع کاپولای متفاوت و مدل گارچ در برآورد توزیع‌های حاشیه‌ای، ارزش در معرض خطر را برای شاخص‌های سهام *S&P500* و *Nasdaq* محاسبه کردند و نتایج به دست آمده از این مدل را با مدل‌های شبیه‌سازی تاریخی، میانگین متحرک وزنی نمائی و گارچ مقایسه نموده‌اند. نتایج تحقیق نشان می‌دهد که تابع کاپولای جو-کلایتون متقارن^۴ (*SJC*) به همراه توزیع‌های حاشیه‌ای گارچ، نتایج بهتری در مقایسه با سایر مدل‌ها ارائه می‌کند.

محمدی، راعی و فیض‌آباد (۱۳۸۷) عملکرد روش پارامتریک در پیش‌بینی مقادیر ارزش در معرض خطر در مورد دو سبب متشکل از شرکت‌های بورس اوراق بهادار تهران (سبب متشکل از تمامی شرکت‌ها و سبب متشکل از ۵۰ شرکت با نقدشوندگی بالا) را مورد بررسی قرار دادند. برای این منظور، پس از محاسبه *Var* با استفاده از برخی مدل‌های خانواده آرچ^۵ بر روی سه توزیع نرمال، تی-استیودنت و توزیع خطای تعمیم یافته، نتایج بدست آمده با استفاده از آزمون پس‌نگر^۶

-
1. generator
 2. Clayton copula
 3. Huang
 4. symmetrized Joe-Clayton copula
 5. Autoregressive Conditional Heteroskedasticity (ARCH)
 6. back-testing

برآورد ارزش در معرض خطر سبد سهام با استفاده از روش گارچ کاپولای شرطی ۱۲۷

مقایسه شد. نتایج بدست آمده نشان داد که پیش‌بینی مقادیر ارزش در معرض خطر با استفاده از توزیع‌های لپتوکورتیک از دقت و عملکرد بالاتری برخوردارند.

خیابانی و ساروقی (۱۳۹۰) با استفاده از مدل‌های خانواده آرچ ارزش در معرض خطر را برای داده‌های شاخص روزانه بورس اوراق بهادار تهران برآورد کردند. آن‌ها از آزمون‌های پوشش شرطی و پوشش غیرشرطی برای مقایسه دقت پیش‌بینی الگوهای انتخابی استفاده کردند. نتایج نشان داد، الگوی آرچ با توزیع تی-استیودنت از توانمندی مناسب‌تری در مقایسه با الگوهای خانواده دیگر مانند تی گارچ^۱ و ای گارچ^۲ برخوردار است.

کشاوری حداد و صمدی (۱۳۸۸) در تحقیق خود ابتدا با استفاده از روش‌های گارچ، تلاطم موجود شاخص‌های قیمت بورس تهران را برآورد کردند و بهترین مدل‌ها در تخمین و پیش‌بینی تلاطم را بدست آوردند. آن‌ها برای تبیین میانگین شرطی، از مدل آر‌فیمای^۳ و برای واریانس شرطی، در کنار مدل‌های با حافظه کوتاه‌مدت، از مدل با حافظه بلندمدت فی گارچ^۴ استفاده کردند و سپس ارزش در معرض خطر را با در نظر گرفتن توزیع نرمال و تی-استیودنت برآورد کردند. مقایسه مدل‌ها نشان داد که در سطوح اطمینان متفاوت برای تخمین Var ، مدل‌های مختلف، نتایج متفاوتی می‌دهند، ولی می‌توان گفت مدل فی گارچ در سطح معنی‌داری ۲/۵٪ بهترین عملکرد را در میان مدل‌های گارچ نشان داد.

اکثر مطالعات صورت گرفته در ایران، ارزش در معرض خطر را با استفاده از روش‌های پارامتریک برآورد کرده‌اند و تمرکز اصلی در مدل‌سازی نوسانات دارایی‌ها و پیش‌بینی واریانس شرطی توزیع‌ها بوده است. اغلب روش‌های مورد استفاده در برآورد Var فرض می‌کنند که توزیع مشترک بازدهی دارایی‌ها شناخته شده است و بطور معمول نرمال بودن توزیع مشترک بازدهی‌ها را مورد استفاده قرار می‌دهند. در حقیقت توزیع بازدهی دارایی‌های مالی دنباله‌هایی پهن‌تر از توزیع نرمال دارند. از طرفی استفاده از همبستگی خطی برای مدل‌سازی ساختار وابستگی اشکالات فراوانی را ایجاد می‌کند. وجه تمایز این مقاله با سایر مطالعات صورت گرفته این است که در مقاله حاضر با تأکید به تئوری کاپولا توزیع مشترکی برای دارایی‌ها در نظر گرفته می‌شود که فارغ از هرگونه فرض نرمال بودن و همبستگی خطی است.

-
1. Threshold Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity (TGARCH)
 2. Exponential Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity (EGARCH)
 3. Autoregressive Fractional Integrated Moving Average (ARFIMA)
 4. Fractional Integrated Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity (FIGARCH)

۴. تصریح و برآورد مدل

در این بخش از مقاله اقدام به تصریح الگوی کاپولا برای برآورد ارزش در معرض خطر برای یک سبد دارایی می‌شود. در صورتی که سبد دارایی متشکل از n دارایی با بازدهی $(\{r_{1t}, r_{2t}, \dots, r_{nt}\}_{t=1}^T)$ باشد و وزن هر سهم با w_i مشخص شود، ارزش در معرض خطر به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$P(w_1 r_{1t} + w_2 r_{2t} + \dots + w_n r_{nt} \leq -\text{VaR}_t(\alpha, k) | \Omega_{t-1}) = \alpha$$

$$P(r_{1t} \leq (-\text{VaR}_t w_1 - (w_2 r_{2t} + \dots + w_n r_{nt}) / w_1) | \Omega_{t-1}) = \alpha$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{-\text{VaR}_t w_1 - (w_2 r_{2t} + \dots + w_n r_{nt}) / w_1} f(r_{1t}, r_{2t}, \dots, r_{nt} | \Omega_{t-1}) dr_{1t} \dots dr_{nt} = \alpha$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{-\text{VaR}_t w_1 - (w_2 r_{2t} + \dots + w_n r_{nt}) / w_1} c(u_1, \dots, u_n | \Omega_{t-1}) \times$$

$$\times \prod_{i=1}^n f_i(r_{it} | \Omega_{t-1}) dr_{1t} \dots dr_{nt} = \alpha$$

با داشتن پارامترهای توزیع‌های حاشیه‌ای f_i برای هر سهم و پارامترهای تابع چگالی شرطی کاپولا، ارزش در معرض خطر از رابطه بالا استخراج می‌شود. در ادامه به چگونگی مدل‌سازی توزیع‌های حاشیه‌ای و برآورد پارامترهای تابع کاپولای گوسی (ماتریس همبستگی R) پرداخته می‌شود.

۴-۱. مدل‌سازی توزیع‌های حاشیه‌ای

هرچند سری‌های زمانی مالی مانند بازدهی سهام و نرخ‌های ارز غیرقابل پیش‌بینی هستند ولی خوشه‌بندی آشکاری در تلاطم آن‌ها وجود دارد که از آن به عنوان ناهمسانی واریانس یاد می‌شود. مدل‌های گارچ در تحلیل داده‌های سری زمانی به ویژه کاربردهای مالی که هدف تحلیل و پیش‌بینی تلاطم می‌باشد از اهمیت ویژه‌ای برخوردارند. مدل حاشیه‌ای انتخاب شده در این مطالعه مدل گارچ کلاسیک می‌باشد که در آن جزء اختلال‌ها از توزیع نرمال و تی-استیودنت تبعیت می‌کنند. در این مدل‌ها، فرض می‌شود که بازده و واریانس شرطی از فرآیند زیر پیروی کند:

برآورد ارزش در معرض خطر سبد سهام با استفاده از روش گارچ کاپولای شرطی ۱۲۹

$$r_t = \mu_t + \varepsilon_t$$

$$\varepsilon_t = \sigma_t v_t \quad v_t \sim n(0,1) \quad \text{or} \quad v_t \sim t(0,1)$$

$$\sigma_t^2 = \alpha + \sum_{k=1}^q \alpha_k \varepsilon_{t-k}^2 + \sum_{h=1}^p \gamma_h \sigma_{t-h}^2$$

که μ_t ، میانگین شرطی بازدهی، مشروط به اطلاعات موجود تا دوره t نیز $\text{var}(\varepsilon_t | \Omega_{t-1}) = \sigma_t^2$ ، شوک بازدهی در دوره t است. $(E[r_t | \Omega_{t-1}] = t-1, \varepsilon_t, \mu_t)$ واریانس شرطی بازدهی می‌باشد. در این رابطه، γ_h ها را ضرایب GARCH می‌نامند. همچنین، $\alpha > 0$ و $\alpha_k \geq 0$ برای $k \geq 1$ و $\beta_h \geq 0$ برای $h \geq 1$ (بلسلف، ۱۹۸۶). بدین ترتیب توزیع حاشیه‌ای برای هر سهم به صورت زیر به دست می‌آید:

$$P(r_t \leq r | \Omega_{t-1}) = P(\varepsilon_t \leq (r - \mu_t) | \Omega_{t-1})$$

$$= P \left(v_t \leq \frac{(r - \mu_t)}{\sqrt{\alpha + \sum_{k=1}^q \alpha_k \varepsilon_{t-k}^2 + \sum_{h=1}^p \gamma_h \sigma_{t-h}^2}} \middle| \Omega_{t-1} \right)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} N \left(\frac{(r - \mu_t)}{\sqrt{\alpha + \sum_{k=1}^q \alpha_k \varepsilon_{t-k}^2 + \sum_{h=1}^p \gamma_h \sigma_{t-h}^2}} \middle| \Omega_{t-1} \right), \quad \text{if } v_t \sim N(0,1) \\ t_d \left(\frac{(r - \mu_t)}{\sqrt{\alpha + \sum_{k=1}^q \alpha_k \varepsilon_{t-k}^2 + \sum_{h=1}^p \gamma_h \sigma_{t-h}^2}} \middle| \Omega_{t-1} \right), \quad \text{if } v_t \sim t_d \end{array} \right.$$

۴-۲. روش برآورد

برای برآورد توزیع‌های حاشیه‌ای و تابع کاپولای گوسی از روش حداکثر راستنمایی^۲ استفاده می‌شود که در ابعاد زیاد بسیار پیچیده می‌باشد؛ چرا که پارامترهای توزیع‌های حاشیه‌ای و ساختار وابستگی ارائه شده توسط کاپولا را هم‌زمان برآورد می‌کند. به همین دلیل جو^۳ و همکاران (۱۹۹۶) پیشنهاد کردند که مجموعه پارامترها در دو مرحله برآورد شود:

-
1. Bollerslev
 2. Maximum likelihood estimation
 3. Joe

در اولین مرحله پارامترهای حاشیه‌ها از طریق تخمین توزیع‌های حاشیه‌ای تک‌متغیره برآورد می‌شوند:

$$\hat{\theta}_1 = \text{ArgMax}_{\theta_1} \sum_{t=1}^T \sum_{j=1}^n \ln f_j(x_{jt}; \theta_1)$$

در مرحله دوم با توجه به $\hat{\theta}_1$ معلوم، پارامتر کاپولا θ_2 برآورد می‌شود:

$$\hat{\theta}_2 = \text{ArgMax}_{\theta_2} \sum_{t=1}^T \ln c(F_1(x_{1t}), F_2(x_{2t}), \dots, F_n(x_{nt}); \theta_2, \hat{\theta}_1)$$

روش برآورد ارائه شده، استنتاج حاشیه‌ها (IFM) نامیده می‌شود. برآوردگر IFM به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\hat{\theta}_{IFM} = (\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2)'$$

تابع لگاریتم درست‌نمایی برای چگالی کاپولای گوسی به صورت زیر نشان داده می‌شود:

$$l(\theta) = -\frac{T}{2} \ln |R| - \frac{1}{2} \sum_{t=1}^T \delta_t' (R^{-1} - 1) \delta_t$$

به طوری که θ شامل تمام پارامترهای R و $\delta_t = (\Phi^{-1}(u_{1t}), \dots, \Phi^{-1}(u_{nt}))'$ می‌باشد. برآوردگر حداکثر درست‌نمایی R به صورت زیر می‌باشد:

$$\hat{R}_{MLE} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \delta_t' \delta_t$$

تمامی مدل‌های حاشیه‌ای، هم با فرض توزیع نرمال و هم با فرض توزیع t ، برآورد می‌شوند. با فرض این که شوک‌ها دارای توزیع نرمال‌اند، تابع درست‌نمایی عبارت خواهد بود از:

$$L = \sum_{t=\zeta}^T \left(-\frac{1}{2} \ln(\gamma\pi) - \frac{1}{2} \ln(\sigma_t^2) - \frac{1}{2} \frac{\varepsilon_t^2}{\sigma_t^2} \right)$$

که برابر تعداد مشاهداتی است که در فرآیند برآورد از دست می‌رود. تابع حداکثر درست‌نمایی برای توزیع t به شکل زیر است:

$$L = -\sum_{t=\zeta}^T \left(\frac{\tau+1}{2} \ln \left(1 + \frac{\varepsilon_t^2}{(\tau-2)\sigma_t^2} \right) + \frac{1}{2} \ln(\sigma_t^2) \right)$$

برآورد ارزش در معرض خطر سبد سهام با استفاده از روش گارچ کاپولای شرطی ۱۳۱

τ ، درجات آزادی توزیع است که از پیش تعیین شده و مقدار آن معمولاً بین ۳ تا ۶ در نظر گرفته می‌شود.^۱ برای برآورد همزمان τ ، از رابطه زیر استفاده می‌شود:

$$l = L + (T - \zeta) \left(\ln \left(\Gamma \left(\frac{\tau + 1}{\zeta} \right) \right) - \ln \left(\Gamma \left(\frac{\tau}{\zeta} \right) \right) + \frac{1}{\zeta} \ln((\tau - 2)\pi) \right)$$

که در این رابطه، Γ ، تابع گاما است ($\Gamma(\theta) = \int_0^{\infty} y^{\theta-1} e^{-y} dy$).

۳-۴. معرفی داده‌ها

جامعه آماری، شرکت‌های پذیرفته شده در بورس اوراق بهادار تهران می‌باشد. داده‌های مورد بررسی، قیمت‌های روزانه سبد دارایی یک شرکت سرمایه‌گذاری منتخب متشکل از ۱۷ سهم است. بازه زمانی مورد بررسی از تاریخ ۱۳۸۶/۷/۳ تا ۱۳۹۰/۱۲/۲۴ می‌باشد. در روزهایی که برخی سهم‌ها معامله نشده و مشاهده‌ای برایشان موجود نیست، با استفاده از روش درون‌یابی، قیمتی برای آن‌ها منظور شده‌است. در نهایت ۱۰۸۱ بازده لگاریتمی از هر سهم موجود می‌باشد که در جدول (۱) ویژگی‌های آماری آن‌ها آورده شده‌است.

آماره آزمون جارک-برا در موارد پارس خودرو، رینگ‌سازی مشهد و گروه بهمن پذیرفته می‌شود که این بیانگر نرمال بودن توزیع بازدهی آن‌ها می‌باشد. در سایر موارد آماره آزمون جارکو-برا که از تلفیق شاخص‌های کشیدگی و چولگی به دست می‌آید در هر سطح احتمالی رد می‌شود. آماره آزمون دیکی-فولر تنها برای سهم ایران ترانسفو در سطح معنی‌داری ۵٪ پذیرفته می‌شود و نشان‌دهنده نامانایی بازدهی قیمت ایران ترانسفو است. در بقیه موارد فرضیه صفر وجود ریشه واحد در سطح ۱ و ۵ درصد رد می‌شود. برای هر یک از بازدهی‌ها، بهترین معادله میانگین براساس معیار شوارتز، تصریح شده‌است. آماره Q برای آزمون باکس-یونگ نشان می‌دهد که در ۱۰ مورد فرضیه صفر عدم وجود خودهمبستگی در سری پسماندها در سطح معنی‌داری ۵٪ پذیرفته می‌شود. در این موارد آماره Q^2 نشان می‌دهد با وجود نوفه سفید^۲ بودن جزء پسماند و عدم وجود همبستگی بین آن‌ها، روابط غیرخطی به صورت سیستماتیک بین مقادیر جزء پسماند برقرار است. در تمامی بازدهی‌ها مقدار آماره آزمون Q^3 ، خودهمبستگی شدید در سری مجذور پسماندها را نشان می‌دهد. این نتیجه امکان استفاده از الگوهای خانواده گارچ را برای پیش‌بینی واریانس شرطی

1. Tsay R. S. (2005)

2. White - Noise

۱۳۲ فصلنامه پژوهش‌های اقتصادی ایران سال هجدهم شماره ۵۴

جملات خطا امکان پذیر می‌سازد. انتخاب تعداد وقفه در آزمون باکس-یونگ، می‌تواند عملکرد آن را تحت تأثیر قرار دهد. مطالعات شبیه‌سازی پیشنهاد می‌کنند که $m \approx \ln(T)$ نتایج مناسبی را ارائه می‌کند (تسی^۱، ۲۰۰۵). در اینجا آماره Q و Q^2 با توجه به تعداد مشاهدات در وقفه γ گزارش شده است.

جدول ۱. توصیف آماری بازده‌های روزانه هر سهم طی دوره ۱۳۸۶/۷/۳ تا ۱۳۹۰/۱۲/۲۴

سهام	میانگین	انحراف میانگین	شاخص چولگی	شاخص کشیدگی	سطح معنی‌داری آماره ^۲ آزمون جارکو-پرا ^۱	سطح معنی‌داری آماره ^۲ آزمون باکس-یونگ ^۳	سطح معنی‌داری آماره ^۲ آزمون دیکی فولر
آپسال	۰/۰۹۱	۱/۶۲۱	۰/۲۶۲	۵/۵۵۹	۰	۰/۴۵۳۰	۰
البرزدارو	۰/۰۹۱	۱/۸۰۲	۰/۱۵۴	۶/۷۱۲	۰	۰/۶۷۲۰	۰
ایران ترانسفو	۰/۰۲۷	۲/۳۳۴	۱/۰۹۶	۱۶/۲۲	۰	۰/۸۱۲۰	۰/۰۹۵۲
ایران خودرو	۰	۰/۰۱۸	۰/۴۴۱	۳/۱۸۱	۰	۰/۰۰۲۰	۰
بانک پارسیان	۰/۲۰۰	۱/۹۷۰	۰/۳۴۵	۳۲/۵۵	۰	۰/۳۰۶۰	۰
بانک کارآفرین	۰/۰۴۹	۱/۵۱۶	۰/۱۶۱	۴/۵۰۲	۰	۰/۳۴۶۰	۰
پارس خودرو	۰/۰۰۱	۰/۰۱۷	۰/۰۷۵	۲/۸۲۹	۰/۳۱۲۵	۰/۴۰۷۰	۰
پارس دارو	-۰/۰۰۱	۰/۰۲۶	-۲/۴۶۵	۱۵/۳۲	۰	۰/۰۳۸۰	۰
پاکسان	۰/۰۰۱	۰/۰۱۵	-۰/۱۱۴	۳/۵۶۰	۰/۰۰۰۳	۰/۰۰۵۰	۰
چادرملو	۰/۰۳۵	۱/۶۵۹	۰/۲۲۵	۲/۸۰۰	۰/۰۰۴۱	۰/۴۱۰۰	۰
رینگ‌سازی مشهد	۰/۰۶۷	۱/۷۰۵	۰/۱۱۷	۲/۷۹۳	۰/۱۱۰۵	۰/۲۶۵۰	۰
زامیاد	۰/۳۶۷	۲/۰۱۷	-۰/۱۹۸	۲/۱۱	۰	۰/۰۴۳۰	۰
سررنا	۰	۰/۰۱۶	۰/۳۲۷	۴/۹۵۳	۰	۰/۰۹۷۰	۰
کالسیمین	-۰/۱۳۸	۲/۱۹۸	۰/۰۷۴	۷/۱۲۴	۰	۰/۰۲۳۰	۰
گروه بهمن	۰/۰۳۸	۱/۷۵۰	۰/۱۳۸	۳/۰۹۶	۰/۱۴۳۱	۰/۰۴۹۰	۰
ملی صنایع مس	-۰/۲۳۴	۹/۶۸۸	-۰/۵۳۷	۳۸۳/۱	۰	۰	۰
مهرکام پارس	-۰/۰۳۹	۱/۸۹۸	۰/۳۵۷	۵/۰۶۹	۰	۰/۰۶۱۰	۰

منبع: محاسبات محقق

1. Tsay
2. Jarque-Bera Test
3. Box-Ljung
4. McLeod-Li Test

بر آورد ارزش در معرض خطر سبد سهام با استفاده از روش گارچ کاپولای شرطی ۱۳۳

۴-۴. نتایج بر آورد توزیع‌های حاشیه‌ای

در روش گارچ کاپولای شرطی ابتدا بهترین معادله میانگین براساس معیار شوارتز، برای هر یک از بازدهی‌ها تصریح شده و در نهایت با توجه به وجود ناهمسانی واریانس در سری‌ها، مدل گارچ مناسبی براساس معیار شوارتز برآورد می‌شود. نتایج حاصل از برآورد مدل GARCH(p,q) با کمک روش حداکثر درستنمایی و با فرض تبعیت شوک‌ها از توزیع نرمال و توزیع تی-استیودنت در جداول (۲ الی ۱۸) ارائه شده است. آماره آزمون Q لیونگ-باکس برای پسماندهای معادله میانگین در تمام وقفه‌ها، در سطح معنی‌داری ۵ درصد پذیرفته می‌شود که حاکی از مطلوب بودن نتایج برآورد است. همچنین آزمون Q^2 برای مربع پسماندهای معادله میانگین، نشان‌دهنده رفع اثر ARCH در تمامی وقفه‌ها می‌باشد. در برآورد بهترین مدل‌های گارچ، پارامترهای توزیع‌های حاشیه‌ای هر سهم به دست می‌آید.

جدول ۲. نتایج برآورد مدل GARCH برای بازدهی سهم آبسال

مدل GARCH با فرض توزیع نرمال					معادله نوسانات					معادله میانگین			آبسال
$Q^2(\gamma)$	$Q(\gamma)$	Log L	BIC	AIC	γ_2	γ_1	α_2	α_1	$\alpha.$	b_1	a_1	a.	r_1
۱۰۰/۵	۳۶۶/۵	۱۸۷/-	۳۸۳/۴	۸۷۸/۸	۱۶۱/۰	۱۶۳/۸	۷۶/۰	۰/۶۳	۱۰۰/۰	۰/۶/۰	۳۸۷/۰	۶۸/۰	ضرایب
۶۱۳/۰	۰/۱۳				۶۰۰/۰	.	.	۰/۸۶/۰	سطح معنی داری
$r_{1,t} = a. + a_1 r_{1,t-1} + \varepsilon_t - b_1 \varepsilon_{t-1}$ $\sigma_t^2 = \alpha. + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \alpha_2 \varepsilon_{t-2}^2 + \gamma_1 \sigma_{t-1}^2 + \gamma_2 \sigma_{t-2}^2$													
مدل GARCH با فرض توزیع t					معادله نوسانات					معادله میانگین			آبسال
$Q^2(\gamma)$	$Q(\gamma)$	Log L	BIC	AIC	γ_2	γ_1	α_2	α_1	$\alpha.$	b_2	a.		r_1
۱۸۷/۰	۱۳۸/۱	۹۱۶/-	۳۸۰/۸	۸۶۶/۷	۰/۵۵	۳/۰	۱۶۱/۲	۵/۸۵۴	۴۰۰/۰	۳۸۸/۰	.		ضرایب

برآورد ارزش در معرض خطر سبد سهام با استفاده از روش گارچ کاپولای شرطی ۱۳۵

جدول ۴. نتایج برآورد مدل GARCH برای بازدهی سهم ایران ترانسفو

مدل GARCH با فرض توزیع نرمال					معادله نوسانات					معادله میانگین			ایران ترانسفو
Q ² (v)	Q(v)	LogL	BIC	AIC	γ ₂	γ ₁	α ₂	α ₁	α.	b ₂	b ₁	a.	dr ₂
۷۶۸۱/۰	۴۱۱۶/۵	۸۴۱۱۱-	۵۶۱/۵	۷۳۱/۵	۱۸۶/۰-	۱/۹۶۶	۶۶۶/۰-	۵۶۶/۰	۰/۰	۸۸۸/۰-	۴۱۱۶/۰-	۴۱۰/۰	ضرایب
۵۶۶/۰	۶۰۶/۰				۰	۰	۱۰۰/۰	۸۰۰/۰	۰	۰	۰	۱۸۸/۰	سطح معنی داری
$dr_{r,t} = a. + \varepsilon_t - b_1\varepsilon_{t-1} - b_2\varepsilon_{t-2}$ $\sigma_t^2 = \alpha. + \alpha_1\varepsilon_{t-1}^2 + \alpha_2\varepsilon_{t-2}^2 + \gamma_1\sigma_{t-1}^2 + \gamma_2\sigma_{t-2}^2$													
مدل GARCH با فرض توزیع t					معادله نوسانات					معادله میانگین			ایران ترانسفو
Q ² (v)	Q(v)	LogL	BIC	AIC	γ ₁	α ₁	α.	a ₄	a ₃	a ₂	a ₁	a.	dr ₂
۶۰۰/۰	۶۰۰/۰	۷۸۸-	۱۱۳/۰	۶۶۴/۰	۰/۰	۷۵۵/۰	۰	۴۱۱/۰-	۴۴/۰-	۷۵/۰-	۸۸/۰-	۰	ضرایب
۱	۱				۰	۰	۶۴/۰	۰	۰	۰	۰	۶۶۶/۰	سطح معنی داری
$dr_{r,t} = a. + a_1dr_{r,t-1} + a_2dr_{r,t-2} + a_3dr_{r,t-3} + a_4dr_{r,t-4} + \varepsilon_t$ $\sigma_t^2 = \alpha. + \alpha_1\varepsilon_{t-1}^2 + \gamma_1\sigma_{t-1}^2$													

منبع: محاسبات محقق

جدول ۵. نتایج برآورد مدل GARCH برای بازدهی سهم ایران خودرو

مدل GARCH با فرض توزیع نرمال					معادله نوسانات				معادله میانگین						ایران خودرو	
Q ² (v)	Q(v)	LogL	BIC	AIC	γ ₁	α ₂	α ₁	α.	b ₂	b ₁	b ₁	a ₃	a ₂	a ₁	a.	r ₂

۱۹۷/۱	۱۰۶/۱	۱۷۳۳	۱۰۸/۶-	۱۵۸/۶-	۸۱۶/۰	۳۵۳/۰-	۷۸۳/۰	۰	۰	۳۶۸/۰-	۱۳۲۶	۶۱۱/۱-	۱۶۵/۰	۱۵۰/۸-	۸۷۳/۸	۶۱۰/۰-	ضرایب
۳۹۷/۰	۳۰۸/۰				۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۳۱۰/۰	سطح معنی‌داری
$r_{f,t} = a_0 + a_1 r_{f,t-1} + a_2 r_{f,t-2} + a_3 r_{f,t-3} + \varepsilon_t - b_1 \varepsilon_{t-1} - b_2 \varepsilon_{t-2} - b_3 \varepsilon_{t-3}$ $\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \alpha_2 \varepsilon_{t-2}^2 + \gamma_1 \sigma_{t-1}^2$																	
مدل GARCH با فرض توزیع t					معادله نوسانات			معادله میانگین			ایران خودرو						
Q ^t (v)	Q(v)	LogL	BIC	AIC	γ_1	α_1	α_2	b_1	a_1	a_2	a_3	r_f					
۳۰/۰	۳۳/۰	۷۰۸۸	۷۸۷/۶-	۰۵۷/۶-	۸۸۶/۰	۷۶۳/۰	۰	۷۵/۰-	۶۶۶/۰	۷۷۰/۰		ضرایب					
۱	۶۶/۰				۰	۰	۸۸۰/۰	۰	۰	۶۵۷/۰		سطح معنی‌داری					
$r_{f,t} = a_0 + a_2 r_{f,t-2} + \varepsilon_t - b_2 \varepsilon_{t-2}$ $\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \gamma_1 \sigma_{t-1}^2$																	

منبع: محاسبات محقق

جدول ۶. نتایج برآورد مدل GARCH برای بازدهی سهم بانک پارسیان

مدل GARCH با فرض توزیع نرمال					معادله نوسانات			معادله میانگین					بانک پارسیان		
Q ^t (v)	Q(v)	LogL	BIC	AIC	γ_1	α_1	α_2	b_1	b_2	a_1	a_2	a_3	a_4	r_D	
۴/۴۴	۴/۲۹	-۱۹۸۲	۳/۸۳	۳/۶۹۴	۰/۵۸۲	۰/۲۵۴	۰/۴۶۴	-۰/۲۷۵	-۰/۳۶۲	۰/۱۵۴	۰/۲۷۳	۰/۳۸۱	۰/۱۶۸	ضرایب	

برآورد ارزش در معرض خطر سبد سهام با استفاده از روش گارچ کاپولای شرطی ۱۳۷

۰/۱۰	۰/۱۱													۰/۰۲۹	سطح معنی داری
$r_{\delta,t} = a_1 + a_1 r_{\delta,t-1} + a_2 r_{\delta,t-2} + a_3 r_{\delta,t-3} + \varepsilon_t - b_2 \varepsilon_{t-2} - b_3 \varepsilon_{t-3}$ $\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \gamma_1 \sigma_{t-1}^2$															
مدل GARCH با فرض توزیع t					معادله نوسانات			معادله میانگین						بانک پارسیان	
Q ² (V)	Q(V)	LogL	BIC	AIC	γ_1	α_1	α_0	b_2	b_3	a_2	a_3	a_1	a_0	r_δ	
۴/۳۵	۴/۴۱	-۱۹۴۰	۳/۶۶۵	۳/۶۱۹	۰/۵۱۴	۰/۵۶۷	۰/۳۵۹	-۰/۶۶۷	-۰/۳۳۸	۰/۱۷۲	۰/۳۳۷	۰/۴۳۱	۰/۴۰۷	ضرایب	
۰/۱۱	۰/۱۱												۰/۰۸۰	سطح معنی داری	
$r_{\delta,t} = a_1 + a_1 r_{\delta,t-1} + a_2 r_{\delta,t-2} + a_3 r_{\delta,t-3} + \varepsilon_t - b_2 \varepsilon_{t-2} - b_3 \varepsilon_{t-3}$ $\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \gamma_1 \sigma_{t-1}^2$															

منبع: محاسبات محقق

جدول ۷. نتایج برآورد مدل GARCH برای بازدهی سهم بانک کارآفرین

مدل GARCH با فرض توزیع نرمال					معادله نوسانات				معادله میانگین		بانک کارآفرین
Q ² (V)	Q(V)	LogL	BIC	AIC	γ_2	γ_1	α_1	α_0	b_1	a_0	r_δ
۶/۱۲	۵/۸۰	-۱۸۹۱	۳/۵۳۸	۳/۵۱۰	-۰/۳۳۳	۰/۰۲۲	۰/۲۲۱	۰/۳۳۸	۰/۲۷۲	۰/۰۵۵	ضرایب
۰/۳۹	۰/۵۳									۰/۱۸۸	سطح معنی داری
$r_{\delta,t} = a_0 + \varepsilon_t - b_1 \varepsilon_{t-1}$ $\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \gamma_1 \sigma_{t-1}^2 + \gamma_2 \sigma_{t-2}^2$											

مدل GARCH با فرض توزیع t					معادله نوسانات				معادله میانگین		بانک کارآفرین
Q'(v)	Q(v)	LogL	BIC	AIC	γ_2	γ_1	α_1	α_2	b_1	a.	r_p
۴۶۷/۸	۱۷/۴	۱۰۶۷/۱-	۴۰۵/۸	۱۸۴/۸	۳۳۳/۰-	۰۲۰/۱	۳۳۳/۰	۰۷۷/۰	۴۶۴/۰	۸۱۰/۰	ضرایب
۴۱/۰	۶۵/۰				۱۸۶/۰	سطح معنی‌داری
$r_{p,t} = a. + \varepsilon_t - b_1 \varepsilon_{t-1}$ $\sigma_t^2 = \alpha. + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \gamma_1 \sigma_{t-1}^2 + \gamma_2 \sigma_{t-2}^2$											

منبع: محاسبات محقق

جدول ۸. نتایج برآورد مدل GARCH برای بازدهی سهم پارس خودرو

مدل GARCH با فرض توزیع نرمال					معادله نوسانات				معادله میانگین			پارس خودرو		
Q'(v)	Q(v)	LogL	BIC	AIC	γ_2	γ_1	α_2	α_1	α_2	b_2	b_1	a.	r_p	
۶۷۷/۲	۷۶/۸	۴۱۸۱۳/۷	۰۰۷/۵-	۰۰۱/۵-	۰۰۳/۰-	۱/۴۴/۰	۰۵۵/۰-	۳۳۳/۰	.	۰۰۳/۰-	۰۰۳/۰-	۱۸۶/۰	۱۰۰/۰	ضرایب
۰/۴۱۳/۰	۱۴۳/۰												۸۱۰/۰	سطح معنی‌داری
$r_{v,t} = a. + a_1 r_{v,t-1} + \varepsilon_t - b_1 \varepsilon_{t-1} - b_2 \varepsilon_{t-2}$ $\sigma_t^2 = \alpha. + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \alpha_2 \varepsilon_{t-2}^2 + \gamma_1 \sigma_{t-1}^2 + \gamma_2 \sigma_{t-2}^2$														
مدل GARCH با فرض توزیع t					معادله نوسانات			معادله میانگین				پارس خودرو		
Q'(v)	Q(v)	LogL	BIC	AIC	γ_1	α_1	α_2	b_2	b_1	a_2	a.	r_p		

برآورد ارزش در معرض خطر سبد سهام با استفاده از روش گارچ کاپولای شرطی ۱۳۹

ضرایب	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰
سطح معنی داری	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰
$r_{v,t} = a_0 + a_1 r_{v,t-1} + a_2 r_{v,t-2} + \varepsilon_t - b_1 \varepsilon_{t-1} - b_2 \varepsilon_{t-2}$ $\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \alpha_2 \varepsilon_{t-2}^2 + \gamma_1 \sigma_{t-1}^2$													

منبع: محاسبات محقق

جدول ۹. نتایج برآورد مدل GARCH برای بازدهی سهم پارس دارو

مدل GARCH با فرض توزیع نرمال					معادله نوسانات				معادله میانگین				پارس دارو
Q ² (v)	Q(v)	LogL	BIC	AIC	γ_1	α_2	α_1	α_0	b_2	b_1	a_2	a_0	r_8
۱/۹۷	۶/۰۳	۶۸۴۶	-۵/۲۲	-۵/۲۶	۰/۸۴۷	-۰/۵۰	۰/۶۴۸	۰	-۰/۴۲	۰/۲۵۶	۰/۴۶۰	۰/۰۰۰	ضرایب
۰/۷۴	۳/۵۰				۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰/۶۶۸	سطح معنی داری
$r_{\lambda,t} = a_0 + a_1 r_{\lambda,t-1} + \varepsilon_t - b_1 \varepsilon_{t-1} - b_2 \varepsilon_{t-2}$ $\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \alpha_2 \varepsilon_{t-2}^2 + \gamma_1 \sigma_{t-1}^2$													
مدل GARCH با فرض توزیع t					معادله نوسانات				معادله میانگین				پارس دارو
Q ² (v)	Q(v)	LogL	BIC	AIC	γ_1	α_2	α_1	α_0	b_2	a_2	a_1	a_0	r_8
۰/۰۰	۸/۰۰	۱۰۵۶	-۵/۳۳	-۵/۳۷	۰/۱۳۰	۰/۶۶۸	۰	-۰/۰۰۶	۰/۵۳	۰/۵۴۰	-	-	ضرایب

۱۴۰ فصلنامه پژوهش‌های اقتصادی ایران سال هجدهم شماره ۵۴

۱	۱					۱۰۰/۰	۱۰۰/۰				۶۸۳/۰	سطح معنی‌داری
$r_{\lambda,t} = a. + a_1 r_{\lambda,t-1} + a_2 r_{\lambda,t-2} + \varepsilon_t - b_2 \varepsilon_{t-2}$ $\sigma_t^2 = \alpha. + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \gamma_1 \sigma_{t-1}^2$												

منبع: محاسبات محقق

جدول ۱۰. نتایج برآورد مدل GARCH برای بازدهی سهم پاکستان

مدل GARCH با فرض توزیع نرمال					معادله نوسانات					معادله میانگین			پاکستان	
Q ² (v)	Q(v)	LogL	BIC	AIC	γ_2	γ_1	α_2	α_1	$\alpha.$	a_2	a_1	a.	r_9	
۸۱/۹	۱۱/۷	۷۸۱/۱	۷۸۱/۵-	۸۷/۵-	۰	۰	۰	۰	۰	۱۱/۰	۱۱/۰	۱۰۰/۰	ضرایب	
۱۵/۰	۴۱/۰				۰	۰	۰	۰	۱۰۰/۰	۰	۰	۴۰/۰	سطح معنی‌داری	
$r_{a,t} = a. + a_1 r_{a,t-1} + a_2 r_{a,t-2} + \varepsilon_t$ $\sigma_t^2 = \alpha. + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \alpha_2 \varepsilon_{t-2}^2 + \gamma_1 \sigma_{t-1}^2 + \gamma_2 \sigma_{t-2}^2$														
مدل GARCH با فرض توزیع t					معادله نوسانات					معادله میانگین			پاکستان	
Q ² (v)	Q(v)	LogL	BIC	AIC	γ_2	γ_1	α_2	α_1	$\alpha.$	b_1	a_2	a_1	a.	r_9
۱۱۱/۰	۷۱۶/۰	۱۶۴۱	۱۱۱/۶-	۱۱۱/۶-	۰	۰	۰	۰	۰	۷۸۵۷/۰	۰	۰	۰	ضرایب
۶۶/۰	۶۶/۰				۰	۰	۰	۰	۶۰/۰	۰	۰	۰	۱۷۷/۰	سطح معنی‌داری
$r_{a,t} = a. + a_1 r_{a,t-1} + a_2 r_{a,t-2} + \varepsilon_t - b_1 \varepsilon_{t-1}$ $\sigma_t^2 = \alpha. + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \alpha_2 \varepsilon_{t-2}^2 + \gamma_1 \sigma_{t-1}^2 + \gamma_2 \sigma_{t-2}^2$														

منبع: محاسبات محقق

برآورد ارزش در معرض خطر سید سهام با استفاده از روش گارچ کاپولای شرطی ۱۴۱

جدول ۱۱. نتایج برآورد مدل GARCH برای بازدهی سهم چادرملو

مدل GARCH با فرض توزیع نرمال					معادله نوسانات			معادله میانگین					چادرملو		
Q ² (v)	Q(v)	LogL	BIC	AIC	γ ₁	α ₁	α ₂	b ₂	b ₃	a ₂	a ₃	a ₄	r ₁₁		
۶۰/۵	۷۵/۸	۵۸۷۱-	۶۴۵۳/۸	۶۵۶۶/۸	۸۸۷۰	۱۱۱۶/۰	۶۶۰/۰	۵۱/۰-	۸۱۶/۰-	۱۶۶/۰	۱۱۱۶/۰	۱۸۰/۰	ضرایب		
۶۱/۰	۱۳۱/۰				۰	۰	۰/۰	۰	۰	۰	۰	۰/۰	سطح معنی داری		
$r_{1,t} = a_4 + a_1 r_{1,t-1} + a_2 r_{1,t-2} + \varepsilon_t - b_2 \varepsilon_{t-2} + b_3 \varepsilon_{t-3}$ $\sigma_t^2 = \alpha_4 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \gamma_1 \sigma_{t-1}^2$															
مدل GARCH با فرض توزیع t					معادله نوسانات			معادله میانگین					چادرملو		
Q ² (v)	Q(v)	LogL	BIC	AIC	γ ₂	γ ₁	α ₁	α ₂	b ₂	b ₃	a ₂	a ₃	a ₄	r ₁₁	
۶۱/۰	۵۰/۰	۱۸۰-۱	۶۱۵۹	۶۲۰۰	۰/۰-	۱۵۱/۰	۵۱۰/۰	۰	۶۶۰/۰-	۷۵/۰-	۱۰۱/۰-	۱۱۸/۰	۵۶۶/۰	۰/۰-	ضرایب
۷۶/۰	۶۶/۰				۰	۰	۷۸۰/۰	۸۸۰/۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰/۰	سطح معنی داری
$r_{1,t} = a_4 + a_1 r_{1,t-1} + a_2 r_{1,t-2} + a_3 r_{1,t-3} + \varepsilon_t - b_2 \varepsilon_{t-2} - b_3 \varepsilon_{t-3}$ $\sigma_t^2 = \alpha_4 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \gamma_1 \sigma_{t-1}^2 + \gamma_2 \sigma_{t-2}^2$															

منبع: محاسبات محقق

جدول ۱۲. نتایج برآورد مدل GARCH برای بازدهی سهم رینگ سازی مشهد

مدل GARCH با فرض توزیع نرمال					معادله نوسانات			معادله میانگین				رینگ سازی مشهد
Q ² (v)	Q(v)	LogL	BIC	AIC	γ ₁	α ₁	α ₂	b ₂	b ₁	a ₁	a ₂	r ₁₁
۴۴/۱	۱۶/۸	۴۶۶۱-	۷۳۸۷/۸	۵۰۸/۸	۵۸۷۰	۴۴۶/۰	۷۸۰/۰	۵۱/۰-	۶۴۸/۰-	۸۸۶/۰	۱۱۶/۰-	ضرایب

۱۴۲ فصلنامه پژوهش‌های اقتصادی ایران سال هجدهم شماره ۵۴

۰/۸۴	۰/۶۶						۰/۰۰۱				۰/۲۰۹۹	سطح معنی‌داری	
$r_{1,t} = a_1 + a_2 r_{1,t-1} + \varepsilon_t - b_1 \varepsilon_{t-1} - b_2 \varepsilon_{t-2}$ $\sigma_t^2 = \alpha_1 + \alpha_2 \varepsilon_{t-1}^2 + \gamma_1 \sigma_{t-1}^2$													
مدل GARCH با فرض توزیع t					معادله نوسانات			معادله میانگین					رینک‌سازی مشهد
Q ² (V)	Q(V)	LogL	BIC	AIC	γ_1	α_1	α_2	b_1	a_1	a_2	a_3	a_4	r_{11}
۰/۰	۰	۸۸۳۱۱-	۵۶/۸	۵۶/۸	۸۳۳/۰	۱۶/۶	۰	۶۱/۰-	۸۳۷/۰	۸۳۱/۰	۸۳۱/۰	۶۷/۸-	ضرایب
۵۶/۰	۱				۰	۷۱/۰	۵۱/۰	۰	۰	۰	۰	۸۳۵/۰	سطح معنی‌داری
$r_{1,t} = a_1 + a_2 r_{1,t-1} + a_3 r_{1,t-2} + a_4 r_{1,t-3} + \varepsilon_t - b_1 \varepsilon_{t-1} - b_2 \varepsilon_{t-2} - b_3 \varepsilon_{t-3}$ $\sigma_t^2 = \alpha_1 + \alpha_2 \varepsilon_{t-1}^2 + \gamma_1 \sigma_{t-1}^2$													

منبع: محاسبات محقق

جدول ۱۳. نتایج برآورد مدل GARCH برای بازدهی سهم زامیاد

مدل GARCH با فرض توزیع نرمال					معادله نوسانات					معادله میانگین					زامیاد		
Q ² (V)	Q(V)	LogL	BIC	AIC	γ_2	γ_1	α_2	α_1	α_3	b_1	b_2	b_3	b_4	a_1	a_2	a_3	r_{12}
۱/۸۱۷	۰/۴۵۸	۸/۰۱۶۱-	۸۱۶/۸	۱۴۵/۸	۳۱/۶۰	۰/۱۸۶۰-	۰/۱۳۱۰-	۰/۱۳۱۰-	۰/۱۳۱۰-	۰/۰۰۷۰-	۰/۰۰۷۰-	۰/۰۰۷۰-	۰/۰۰۷۰-	۷۵۶/۰	۸۸۵/۰	۸۸۵/۰	ضرایب
۸۸۳/۰	۸۸۱/۰				۰	۱۱۰۰/۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	سطح معنی‌داری
$r_{12,t} = a_1 + a_2 r_{12,t-2} + \varepsilon_t - b_1 \varepsilon_{t-1} - b_2 \varepsilon_{t-2} - b_3 \varepsilon_{t-3} - b_4 \varepsilon_{t-4}$ $\sigma_t^2 = \alpha_1 + \alpha_2 \varepsilon_{t-1}^2 + \alpha_3 \varepsilon_{t-2}^2 + \gamma_1 \sigma_{t-1}^2 + \gamma_2 \sigma_{t-2}^2$																	
مدل GARCH با فرض توزیع t					معادله نوسانات					معادله میانگین					زامیاد		

برآورد ارزش در معرض خطر سبد سهام با استفاده از روش گارچ کاپولای شرطی ۱۴۳

Q'(v)	Q(v)	LogL	BIC	AIC	γ_1	α_1	α_2	b_3	b_1	a_4	a_2	a_1	a.	r_{12}
۰/۰۰۰	۰	۱/۰۱۵-	۸۱۰/۰	۶۶۶/۰	۸۶۳/۰	۴۷۸/۴	۰	۷۷۱/۰	۵۷۳/۰	۱۰۳/۰	۰	۶۱۳/۰	۸۱۱/۰-	ضرایب
۰/۰۸۷	۱				۰	۰	۶۰۰/۰	۰	۰	۰	۰	۰	۸۶۶/۰	سطح معنی داری

$$r_{12,t} = a. + a_1 r_{12,t-1} + a_2 r_{12,t-2} + a_4 r_{12,t-4} + \varepsilon_t - b_1 \varepsilon_{t-1} - b_3 \varepsilon_{t-3}$$

$$\sigma_t^2 = \alpha. + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \gamma_1 \sigma_{t-1}^2$$

منبع: محاسبات محقق

جدول ۱۴. نتایج برآورد مدل GARCH برای بازدهی سهم سرمایه گذاری رنا

مدل GARCH با فرض توزیع نرمال					معادله نوسانات					معادله میانگین			سرمایه گذاری رنا
Q'(v)	Q(v)	LogL	BIC	AIC	γ_2	γ_1	α_2	α_1	α_2	b_1	a_1	a.	r_{13}
۰/۰۸۸۲	۷/۵۴	۳۳۱/۹/۶	۰/۶۰/۶-	۸۸۱/۵-	۰/۰۲۹۷-	۱/۲۲۲	۰/۰۲۲۹-	۰/۰۵۳	۰	۰/۰۷۵/۰-	۰/۰۱۷۰	۰	ضرایب
۰/۰۹۶۴	۴/۶۱/۰				۰/۰۰۰/۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۱۰۰/۰/۰	سطح معنی داری

$$r_{13,t} = a. + a_1 r_{13,t-1} + \varepsilon_t - b_1 \varepsilon_{t-1}$$

$$\sigma_t^2 = \alpha. + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \alpha_2 \varepsilon_{t-2}^2 + \gamma_1 \sigma_{t-1}^2 + \gamma_2 \sigma_{t-2}^2$$

مدل GARCH با فرض توزیع t					معادله نوسانات				معادله میانگین		سرمایه گذاری رنا
Q'(v)	Q(v)	LogL	BIC	AIC	γ_2	γ_1	α_1	α_2	a_1	a.	r_{13}
۰/۰۰۵	۰	۴۵۲۶	-۸۳۴	-۸۳۷	-۰/۰۰۴۴	۰/۰۳۲	۷/۳۷۸	۰	۱	۰	ضرایب

-	-									۱۰۰٪	سطح معنی‌داری
$r_{13,t} = a_0 + a_1 r_{13,t-1} + \varepsilon_t$ $\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \gamma_1 \sigma_{t-1}^2 + \gamma_2 \sigma_{t-2}^2$											

منبع: محاسبات محقق

جدول ۱۵. نتایج برآورد مدل GARCH برای بازدهی سهم کالسیمین

مدل GARCH با فرض توزیع نرمال					معادله نوسانات			معادله میانگین				کالسیمین	
Q ² (V)	Q(V)	LogL	BIC	AIC	γ_1	α_1	α_2	b_1	a_1	a_2	a_3	a_4	r_{14}
۵۸/۴	۴۶/۰	۸۰۱۶-	۹۶۶/۴	۷۱۶/۴	۶۸۸/۰	۶۰۳/۰	۱۸۰/۰	۷۶۳/۴	۸۴۶/۰	۱۱۶۶/۰	۰	۰	ضرایب
۱۱۱/۰	۵۷۷/۰				۰	۰	۰	۱۱۱/۰	۵۷۷/۰	۰	۰	۰	سطح معنی‌داری
$r_{14,t} = a_0 + a_1 r_{14,t-1} + a_2 r_{14,t-2} + a_3 r_{14,t-3} + a_4 r_{14,t-4} + \varepsilon_t - b_1 \varepsilon_{t-1}$ $\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \gamma_1 \sigma_{t-1}^2$													
مدل GARCH با فرض توزیع t					معادله نوسانات			معادله میانگین				کالسیمین	
Q ² (V)	Q(V)	LogL	BIC	AIC	γ_1	α_1	α_2	b_1	a_1	a_2	a_3	a_4	r_{14}
۸۰/۰	۴۴۰/۰	۳۸۴۱-	۶۶۷/۴	۴۵۷/۴	۴۹۷/۰	۴۳۴/۰	۰	۴۱/۰	۴۷۷/۰	۶۱۷/۰	۰	۰	ضرایب
۵۵/۰	۱				۰	۴۴۰/۰	۷۸۰/۰	۰	۰	۰	۰	۸۴۱/۰	سطح معنی‌داری
$r_{14,t} = a_0 + a_1 r_{14,t-1} + a_2 r_{14,t-2} + \varepsilon_t - b_1 \varepsilon_{t-1}$ $\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \gamma_1 \sigma_{t-1}^2$													

منبع: محاسبات محقق

برآورد ارزش در معرض خطر سبد سهام با استفاده از روش گارچ کاپولای شرطی ۱۴۵

جدول ۱۶. نتایج برآورد مدل GARCH برای بازدهی سهم گروه بهمن

مدل GARCH با فرض توزیع نرمال					معادله نوسانات					معادله میانگین				گروه بهمن
Q'(v)	Q(v)	LogL	BIC	AIC	γ_2	γ_1	α_2	α_1	α_0	a_4	a_3	a_1	a_0	r_{15}
۱/۶۶	۵۸/۴	۳۳۳/۴-	۶۰/۸	۵۰/۴	۸۷۶/۰	۶۸/۰-	۷۸/۰	۸۸/۰	۶۰/۰	۱۱/۰	۴۰/۰-	۴۱۳/۰	۱۰/۰-	ضرایب
۶/۸۰	۸۸/۰				۰	۰	۰	۰	۰	۰	۴۴/۰	۰	۵۷۷/۰	سطح معنی داری
$r_{15,t} = a_0 + a_1 r_{15,t-1} + a_2 r_{15,t-2} + a_3 r_{15,t-3} + a_4 r_{15,t-4} + \varepsilon_t$ $\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \alpha_2 \varepsilon_{t-2}^2 + \gamma_1 \sigma_{t-1}^2 + \gamma_2 \sigma_{t-2}^2$														
مدل GARCH با فرض توزیع t					معادله نوسانات			معادله میانگین				گروه بهمن		
Q'(v)	Q(v)	LogL	BIC	AIC	γ_1	α_1	α_0	b_4	b_3	a_4	a_1	a_0	r_{15}	
۱/۰	۱/۰	۸۶/۸۶	۶۶۸/۱-	۷۰۳/۱-	۶۸۱/۰	۰/۰/۰	۰	۷۸۱/۰-	۵۸۱/۰	۶۱۳/۰	۴۵۵/۰	۰	ضرایب	
۱	۱				۰	۸۰۰/۰	۸۰۰/۰	۰	۰	۰	۰	۵۵۶/۰	سطح معنی داری	
$r_{15,t} = a_0 + a_1 r_{15,t-1} + a_2 r_{15,t-2} + \varepsilon_t - b_2 \varepsilon_{t-2} - b_3 \varepsilon_{t-3}$ $\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \gamma_1 \sigma_{t-1}^2$														

منبع: محاسبات محقق

جدول ۱۷. نتایج برآورد مدل GARCH برای بازدهی سهم صنایع مس ملی

مدل GARCH با فرض توزیع نرمال					معادله نوسانات			معادله میانگین				صنایع مس ملی		
Q'(v)	Q(v)	LogL	BIC	AIC	γ_1	α_1	α_0	b_4	b_1	a_4	a_3	a_2	a_1	r_{16}

۵۱۱/۰	۸۵۳/۸	۵۳۴-۲	۵۳۸۴	۳۳۳/۴	۵۳۱/۰	۱۰۷۵	۰/۶۸۰	۱۰۷/۰-	۸۱۱/۰	۵۱۱/۰-	۴۰۷/۰	۸۶۰/۰	۵۷۱/۰-	ضرایب
۳۳۳/۰	۸۰۳/۰													سطح معنی‌داری
$r_{i\phi,t} = a_i + a_2 r_{i\phi,t-2} + a_3 r_{i\phi,t-3} + \varepsilon_t - b_1 \varepsilon_{t-1} - b_2 \varepsilon_{t-2}$ $\sigma_t^2 = \alpha_i + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \gamma_1 \sigma_{t-1}^2$														
مدل GARCH با فرض توزیع t					معادله نوسانات			معادله میانگین				صنایع مس ملی		
Q ² (v)	Q(v)	LogL	BIC	AIC	γ_1	α_1	α_2	b_1	b_2	a_1	a.	$r_{i\phi}$		
۱۰/۰	۴۵/۰	۶۴۱۱-	۸۱۰/۴	۰/۵۶/۴	۸۶۱/۰	۸۰۹/۰	۱/۶۶/۰	۳۴۱/۰-	۶۷۵/۰-	۷۰۵/۰	۷۷۰/۰-		ضرایب	
۱	۰/۸۷				۳۰۰/۰	۰	۰	۰	۰	۰	۶۷۵/۰		سطح معنی‌داری	
$r_{i\phi,t} = a_i + a_1 r_{i\phi,t-1} + \varepsilon_t - b_1 \varepsilon_{t-1} - b_2 \varepsilon_{t-2}$ $\sigma_t^2 = \alpha_i + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \gamma_1 \sigma_{t-1}^2$														

منبع: محاسبات محقق

جدول ۱۸. نتایج برآورد مدل GARCH برای بازدهی سهم مهرکام پارس

مدل GARCH با فرض توزیع نرمال					معادله نوسانات			معادله میانگین			مهرکام پارس
Q ² (v)	Q(v)	LogL	BIC	AIC	γ_1	α_1	α_2	b_1	a_1	a.	$r_{i\phi}$
۴۱۱/۴	۵۷۱/۱	۱۶۹۵-	۳۷۳/۴	۳۰۷/۰	۰/۵۸/۰	۰/۳۰/۰	۰/۰/۰	۰/۸۷/۰-	۰/۶۷/۰	۵۶/۰/۰	ضرایب

برآورد ارزش در معرض خطر سبد سهام با استفاده از روش گارچ کاپولای شرطی ۱۴۷

۱۰۳/۰	۱۰۳/۰											سطح معنی‌داری
$r_{1V,t} = a_1 + a_1 r_{1V,t-1} + \varepsilon_t - b_1 \varepsilon_{t-1}$ $\sigma_t^2 = \alpha_1 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \gamma_1 \sigma_{t-1}^2$												
مدل GARCH با فرض توزیع t				معادله نوسانات			معادله میانگین				مهرکام پارس	
Q ^(v)	Q(v)	LogL	BIC	AIC	γ_1	α_1	α_2	b_1	b_2	a_1	a_2	r_{1V}
۱۰/۰	۴/۰	-۱۵۳۱	۷۵۶۰	۴۸۶۱	۱۱۵/۰	۶۸۷/۱	۰	-۱۵/۰	۱۶۱/۰	۶۸۷/۰	۴۴۱/۰	ضرایب
-	-				۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	سطح معنی‌داری
$r_{1V,t} = a_1 + a_2 r_{1V,t-2} + \varepsilon_t - b_1 \varepsilon_{t-1} - b_2 \varepsilon_{t-2}$ $\sigma_t^2 = \alpha_1 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \gamma_1 \sigma_{t-1}^2$												

منبع: محاسبات محقق

در مرحله بعد، پارامترهای کاپولای گوسی (ماتریس ضریب همبستگی) با استفاده از پارامترهای توزیع‌های حاشیه‌ای نرمال که در مرحله قبل برآورد شده‌اند، با کمک حداکثر درستمانی برآورد می‌شوند. بار دیگر ماتریس همبستگی کاپولای گوسی با استفاده از توزیع‌های حاشیه‌ای تی-استیودنت به دست می‌آید. در نهایت VaR برای بازدهی سبد سهام با استفاده از مدل گارچ کاپولای گوسی با توزیع‌های حاشیه‌ای نرمال و توزیع تی استیودنت محاسبه می‌شود. نتایج پیش‌بینی ارزش در معرض خطر برای یک روز با استفاده از این دو مدل و مدل‌های واریانس-کواریانس و شبیه‌سازی تاریخی در جدول (۱۹) گزارش شده‌است.

جدول ۱۹. نتایج پیش‌بینی ارزش در معرض خطر یک روزه سبد سهام در سطح اطمینان ۹۵ و ۹۹ درصد

۹۵٪	VaR
گارچ کاپولای گوسی با توزیع‌های حاشیه‌ای نرمال	۱/۸۲۳۹
گارچ کاپولای گوسی با توزیع‌های حاشیه‌ای تی استیودنت	۱/۶۸۵۹
واریانس - کواریانس	۴/۲۸۵۶
شبیه‌سازی تاریخی	۳/۰۰۲۹
۹۹٪	VaR
گارچ کاپولای گوسی با توزیع‌های حاشیه‌ای نرمال	۲/۴۱۷۱
گارچ کاپولای گوسی با توزیع‌های حاشیه‌ای تی استیودنت	۲/۲۲۲۰
واریانس - کواریانس	۵/۸۹۹۷
شبیه‌سازی تاریخی	۴/۷۰۹۸

منبع: محاسبات محقق

در تفسیر مقادیر پیش‌بینی شده VaR می‌توان گفت که؛ روش گارچ کاپولای گوسی با توزیع‌های حاشیه‌ای نرمال پیش‌بینی می‌کند در سطح اطمینان ۹۵٪، حدود ۱/۸۲ درصد از ارزش سبد دارایی مورد بررسی در معرض خطر است. یعنی حداکثر زیانی که با احتمال ۹۵ درصد در یک روز ممکن است سرمایه‌گذار متحمل شود ۱/۸۲ درصد از ارزش سبد دارایی است. نتایج بدست آمده از گارچ کاپولای گوسی با توزیع‌های حاشیه‌ای نرمال و تی استیودنت تقریباً با هم برابر است. روش شبیه‌سازی تاریخی و واریانس - کواریانس VaR را بیشتر از دو روش دیگر برآورد کرده‌اند.

۳-۴. ارزیابی صحت برآورد مدل‌ها و نتایج آزمون کوپیک^۱

یکی از روش‌های متداول ارزیابی صحت پیش‌بینی‌های VaR، آزمون پوشش غیرشرطی است. فرض صفر در این آزمون که توسط کوپیک (۱۹۹۵) ارائه گردید، بیان می‌کند که احتمال عدم موفقیت در عمل (π)، برابر با سطح احتمال در نظر گرفته شده در مدل (α) می‌باشد. آماره آزمون نسبت راستنمایی به صورت زیر است:

$$LR_{PF} = 2 \ln \left[\frac{\hat{\pi}^{T_1} (1 - \hat{\pi})^{T - T_1}}{\alpha^{T_1} (1 - \alpha)^{T - T_1}} \right] \sim \chi^2(1)$$

1. Kupiec test

برآورد ارزش در معرض خطر سبد سهام با استفاده از روش گارچ کاپولای شرطی ۱۴۹

که در آن، $\hat{\pi} = \frac{T_1}{T}$ برآوردگر حداکثر راستنمایی π و T_1 بیانگر تعداد خطا می‌باشد. T تعداد کل مشاهدات را نشان می‌دهد (محمدی، راعی و فیض‌آباد، ۱۳۸۷).

در آزمون کوپیک ابتدا سری‌های به‌دست آمده از برآورد VaR، با بازده واقعی در بازه زمانی مورد مطالعه مقایسه می‌شود. سپس فرضیه صفر مبنی بر برابری احتمال عدم موفقیت محاسبه شده و سطح معنی‌داری مورد نظر در صورتی مورد قبول قرار می‌گیرد که نسبت احتمال شکست بزرگتر از توزیع کای دو با یک درجه آزادی باشد. با توجه با این که در فرآیند مدل‌سازی گارچ تعدادی از مشاهدات از دست می‌رود، در نهایت ۱۰۷۷ مشاهده از پسماندها خواهیم داشت.

برای انجام آزمون کوپیک، داده‌ها به دو گروه داخل نمونه با ۹۷۷ مشاهده و خارج نمونه با ۱۰۰ مشاهده تقسیم شده است. برای آزمون هر مدل، ارزش در معرض خطر بازدهی سبد سهام در سطح اطمینان مشخص α (۹۹ و ۹۵ درصد) به تعداد ۱۰۰ بار و با استفاده از قانون دورانی^۱ پیش‌بینی می‌شود. به این ترتیب که داده‌های سبد سهام را به طول ۹۷۷ در نظر گرفته و ابتدا $Var_{977}(\alpha)$ برای داده‌های $\{r_{1t}, r_{2t}, \dots, r_{nt}\}_{t=1}^{977}$ محاسبه می‌شود؛ سپس با استفاده از داده‌های $\{r_{1t}, r_{2t}, \dots, r_{nt}\}_{t=2}^{978}$ دومین پیش‌بینی یعنی $Var_{978}(\alpha)$ صورت می‌گیرد و به همین ترتیب آخرین پیش‌بینی براساس داده‌های $\{r_{1t}, r_{2t}, \dots, r_{nt}\}_{t=100}^{1076}$ محاسبه می‌شود. در نهایت ۱۰۰ مقدار برای ارزش در معرض خطر سبد دارایی خواهیم داشت که با کمک آزمون کوپیک صحت آن بررسی می‌شود. نتایج آزمون مدل‌های بررسی شده در جدول (۲۰) برای دو سطح اطمینان ۹۹ و ۹۵ درصد قابل مشاهده است.

جدول ۲۰. مقایسه ارزش در معرض خطر محاسبه شده برای ۱۰۰ روز خارج نمونه با استفاده از آزمون کوپیک

α	مدل	تعداد خطا	آماره LR کوپیک	مقدار بحرانی	نتیجه آزمون
۰/۰۵	GARCH-n - کاپولاگوسی	۵	۰	۳/۸۴۱۵	قبول
	GARCH-t - کاپولاگوسی	۵	۰	۳/۸۴۱۵	قبول
	شبیه‌سازی تاریخی	۰	۱۰/۲۵۸۷	۳/۸۴۱۵	رد
	واریانس-کواریانس	۰	۱۰/۲۵۸۷	۳/۸۴۱۵	رد

۰/۰۱	GARCH-n-کاپولاگوسی	۰	۲/۰۱۰۱	۶/۶۳۴۹	قبول
	GARCH-t-کاپولاگوسی	۰	۲/۰۱۰۱	۶/۶۳۴۹	قبول
	شبیه‌سازی تاریخی	۰	۲/۰۱۰۱	۶/۶۳۴۹	قبول
	واریانس-کواریانس	۰	۲/۰۱۰۱	۶/۶۳۴۹	قبول

منبع: محاسبات محقق

همان‌طور که نتایج نشان می‌دهند، در سطح معنی‌داری ۵٪ و ۱٪ آماره LR کوپیک در هر دو روش گارچ کاپولای گوسی با توزیع‌های حاشیه‌ای نرمال و تی استیودنت کم‌تر از مقادیر بحرانی توزیع کای‌دو با یک درجه آزادی است. بنابراین فرضیه صفر برابری نرخ شکست و سطح معنی‌داری پذیرفته می‌شود که نشان‌دهنده برآورد مناسب مدل ارائه شده است. در سطح معنی‌داری ۵٪ و ۱٪ تعداد خطاهای برآورد شده از روش‌های شبیه‌سازی تاریخی و واریانس-کواریانس صفر است. این موضوع نشان می‌دهد، این مدل‌ها ریسک را بیش از واقعیت برآورد کرده‌اند و در طول ۱۰۰ پیش‌بینی انجام شده، مقادیر VaR بسیار بیشتر از بازدهی‌های موجود می‌باشد. بنابراین نتایج مدل‌های شبیه‌سازی تاریخی و واریانس-کواریانس در سطح معنی‌داری ۵٪ قابل قبول نیست.

۵. جمع‌بندی

در این مطالعه ارزش در معرض خطر یک سبد سهام نمونه برای یک روز با استفاده از روش‌های GARCH-n-کاپولاگوسی و GARCH-t-کاپولاگوسی و شبیه‌سازی تاریخی و واریانس-کواریانس در دو سطح اطمینان ۹۵ و ۹۹ درصد محاسبه شد. نتایج نشان می‌دهد روش‌های واریانس-کواریانس و شبیه‌سازی تاریخی مقادیر VaR پیش‌بینی شده را بیش از روش دیگر برآورد کرده‌اند. همچنین طبق نتایج آزمون کوپیک تعداد خطاهای این دو مدل صفر برآورد شد که این نتیجه در سطح اطمینان ۹۵ درصد قابل قبول نیست و نشان‌دهنده برآورد بیش از واقعیت ریسک می‌باشد. صحت روش‌های GARCH-n-کاپولاگوسی و GARCH-t-کاپولاگوسی در هر دو سطح اطمینان ۹۵ و ۹۹ درصد مورد تأیید قرار گرفت. طبق نتایج آزمون کوپیک اعتماد به مقادیر پیش‌بینی شده VaR از روش‌های GARCH-n-کاپولاگوسی و GARCH-t-کاپولاگوسی قابل قبول‌تر است.

منابع

الف - فارسی

- خیابانی، ناصر و مریم ساروقی (۱۳۹۰)، «ارزش گذاری برآورد VaR براساس مدل‌های خانواده ARCH»، پژوهشهای اقتصادی ایران، شماره ۴۷، ص ۷۳-۵۳.
- رادپور، میثم و حسین عبده تبریزی (۱۳۸۱)، اندازه گیری و مدیریت ریسک بازار؛ رویکرد ارزش در معرض ریسک، انتشارات آگاه، پیشبرد، تهران.
- رحیمیان، راحله (۱۳۹۰)، محاسبه ارزش در معرض خطر به روش پارامتریک و ناپارامتریک برای یک بانک نمونه.
- کشاورز حداد، غلامرضا و باقر صمدی (۱۳۸۸)، «برآورد و پیش‌بینی تلاطم در بازار سهام تهران و مقایسه دقت روش‌ها در تخمین ارزش در معرض خطر: کاربردی از مدل‌های خانواده FIGARCH»، تحقیقات اقتصادی، شماره ۸۶، ص ۲۳۵-۱۹۳.
- محمدی، شاپور، راعی، رضا و آرش فیض‌آباد (۱۳۸۷)، «محاسبه ارزش در معرض خطر پارامتریک با استفاده از مدل‌های ناهمسانی واریانس شرطی در بورس اوراق بهادار تهران»، تحقیقات مالی، دوره ۱۰، شماره ۲۵، ص ۱۲۴-۱۰۹.

ب - انگلیسی

- Bollerslev, T. (1986), "Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity", *Journal of Econometrics*, 31, pp. 307-327.
- Embrechts, P., McNeil, A. & D. Straumann (2002), Correlation and dependence in risk management: Properties and pitfalls. In: Dempster, M. (Ed.), *Risk Management Value at Risk and Beyond*. Cambridge University Press, pp. 176_223.
- Longin, F. & B. Solnik (2001), "Extreme correlation of international equity markets", *Journal of Finance*, 56, 649_676.
- McNeil, A. J. , Frey, R. and P. Embrechts (2005), *Quantative Risk Management: concepts, techniques and tools*, Princeton University Press, Princeton.
- Palaro, H. & L. K. Hotta (2006), "Using conditional copulas to estimate value at risk", *Journal of Data Science*, 4 (1), 93_115.
- Paul Embrechts, Filip Lindskog, and Alexander McNeil (2001), *Modelling Dependence with Copulas and Applications to Risk Management*, Department of Mathematics, ETHZ CH-8092 Z'urich Switzerland

- Tsay, R. S. (2005), *Analysis of Financial Time Series*, second ed. New Jersey: John Wiley & Sons
- Umberto Cherubini, Elisa Luciano & Walter Vecchiato (2004), *Copula Methods in Finance*, John Wiley & Sons Ltd
- Vandenhende, F. & P. Lambert (2003), "Improved rank-based dependence measures for categorical data", *Statistics and Probability Letters*, 63, 157_163.

