

کاربرد درخت دوجمله‌ای در تعیین قیمت اختیار معامله آسیایی و محاسبه پارامترهای حساسیت ریسک (مطالعه موردی کنجاله سویا و ذرت دانه‌ای)

اسماعیل پیش بهار^{۱*} - مریم باغستانی^۲ - قادر دشتی^۳

تاریخ دریافت: ۱۳۹۵/۱۲/۰۸

تاریخ پذیرش: ۱۳۹۶/۰۲/۰۲

چکیده

بورس کالای ایران می‌تواند با استفاده از ابزارهای مشتقه مانند قراردادهای آتی و اختیار معامله نقش زیادی در رفع دغدغه و نگرانی فعالان بازار محصولات استراتژیک کشاورزی از جمله کنجاله سویا و ذرت داشته باشد. هدف این مطالعه تعیین قیمت اختیار معامله آسیایی و پارامترهای حساسیت این نوع اختیار معامله می‌باشد. از بین روش‌های کمی برای محاسبه مشتقات و پارامترهای حساسیت ریسک اختیار معامله، مدل درخت دوجمله‌ای به‌وفور مورد استفاده قرار می‌گیرد. در مطالعه حاضر قیمت اختیار معامله آسیایی با میانگین حسابی و هندسی و همچنین دو نوع قیمت انقضاء ثابت و شناور برای دو محصول کنجاله سویا و ذرت دانه‌ای با استفاده از مدل درخت دوجمله‌ای محاسبه گردید. همچنین حساسیت قیمت اختیار معامله به تغییرات (تغییر در قیمت دارایی پایه، دلتا، نوسان قیمت، زمان باقی‌مانده تا سررسید و نرخ بهره بدون ریسک) با استفاده از پارامترهای حساسیت سنجیده و میزان اثرگذاری آن‌ها محاسبه گردید. داده‌های مورد نیاز این مطالعه به‌صورت سری زمانی قیمت هفتگی از فروردین ۱۳۹۲ الی مرداد ۱۳۹۵ جمع‌آوری گردیده است و جهت تجزیه و تحلیل از نرم‌افزار DerivaGem و متلب استفاده می‌گردد. نتایج نشان داد که اختیار آسیایی نسبت به اختیار ساده اروپایی ارزان‌تر است. افزایش قیمت دارایی، افزایش میزان نوسان قیمت دارایی و افزایش نرخ بهره بدون ریسک سبب افزایش قیمت اختیار معامله خرید می‌شود و با کاهش زمان باقی‌مانده تا سررسید، با فرض ثابت ماندن بقیه عوامل، از ارزش اختیار معامله کاسته می‌شود. به‌طور کلی می‌توان گفت برای اتخاذ یک موقعیت مناسب در اختیار معامله، لازم است تمام متغیرهای مؤثر بر قیمت را در نظر گرفته و با توجه به میزان حساسیت اختیار معامله به هر یک از این متغیرها، راهبرد مناسبی را برای پوشش ریسک این قراردادها در نظر گرفت.

واژه‌های کلیدی: اختیار معامله، بورس کالا، حق معامله، مدل دوجمله‌ای، یونانی‌ها

مقدمه

قیمت گوشت سفید و تخم‌مرغ شود. در این میان بورس کالای ایران می‌تواند با استفاده از ابزارهای مشتقه مانند قراردادهای آتی و اختیار معامله نقش زیادی در رفع دغدغه و نگرانی فعالان بازار محصولات استراتژیک کشاورزی از جمله کنجاله سویا و ذرت داشته باشد. ابزارهای معاملاتی گوناگونی جهت انجام انواع معاملات در بورس راه‌اندازی شده و یا در دست راه‌اندازی است. به‌طور کلی برای انواع قراردادهای مورد معامله در بورس کالای ایران تاکنون سه بازار معرفی شده است که شامل بازار فیزیکی، بازار مشتقه و بازار فرعی می‌باشد. در هر یک از این بازارها قراردادهای متنوعی برای معاملات کالاهای مختلف مورد استفاده قرار می‌گیرد. به‌طور مثال در بازار معاملات کالای فیزیکی، کالاها در قالب معاملات نقد، سلف و نسیه مورد دادوستد قرار می‌گیرند. در بازار معاملات مشتقه قراردادهای متفاوتی از قبیل قراردادهای آتی و اختیار معامله می‌تواند بر روی

کنجاله سویا یکی از مهم‌ترین منابع تغذیه طیور و دام و منبع اصلی تأمین پروتئین مورد نیاز طیور و در نتیجه از مهم‌ترین نهاده‌های تولید گوشت در ایران و بسیاری از کشورهای جهان است. پس از گندم و جو، ذرت سومین محصول استراتژیک کشاورزی در جهان است. این محصول ارزشمند افزون بر این که نزدیک به ۷۰ درصد از خوراک دام و طیور را فراهم می‌کند، دانه‌ای سودمند به‌منظور تولید روغن خوراکی، نشاسته، گلوکز و ماده اولیه در تولید صنعتی است (۱۰). با توجه به افزایش جمعیت و نیاز روزافزون به گوشت مرغ و تخم‌مرغ، نوسان قیمت کنجاله سویا و ذرت می‌تواند موجب نوسان

۱، ۲ و ۳ - به ترتیب دانشیار، دانشجوی دکتری و استاد اقتصاد کشاورزی، دانشکده کشاورزی، دانشگاه تبریز

* نویسنده مسئول: (Email: pishbahar@yahoo.com)

معامله ارزان تر از نوع استاندارد آن یعنی اختیار معامله اروپایی ساده است (۲۰). در این مطالعه به بررسی روش درخت دوجمله‌ای جهت قیمت‌گذاری قرارداد اختیار معامله آسیایی در مورد نهاده کنجاله سویا و ذرت دانه‌ای پرداخته می‌شود.

از مطالعاتی که در زمینه بازار اختیار معامله انجام شده است می‌توان به مطالعه عبداللهی عزت‌آبادی و نجفی (۱) اشاره نمود که در مطالعه خود پس از اندازه‌گیری نوسان‌های تصادفی و غیر تصادفی قیمت پسته در ایران، به بررسی امکان استفاده از بازارهای آتی و اختیار معامله در کاهش این نوسان‌ها پرداخته‌اند. ایشان از روش‌های والیس- مور و والد-ولفویتر از گروه روش‌های ناپارامتریک و روش دوربین واتسون از گروه روش‌های پارامتریک جهت بررسی تصادفی بودن یک سری قیمت استفاده گردیده است. نتایج نشان داده است که نزدیک به ۵۰ درصد از نوسانات قیمت پسته در سطح تولیدکننده تصادفی و پیش‌بینی نشدنی است و به ابزاری مناسب جهت کاهش این نوسانات نیاز هست. همچنین نتایج حاصله حاکی از آن است که محصول پسته از تمامی جهات برای معامله در بازارهای آتی و اختیار معامله مناسب هست. یحیی‌زاده و حسن‌نژاد (۱۹) در مطالعه‌ای به امکان‌سنجی به‌کارگیری اختیار معامله در بورس اوراق بهادار تهران با توجه به ساختار آن پرداخته‌اند. ابعاد مفهومی به‌کارگیری اختیار معامله در بازار سرمایه ایران از دو بعد فنی- ساختاری و بازارسنجی در بورس اوراق بهادار تهران مورد بررسی قرار گرفته است. به‌منظور بررسی ساختار بورس اوراق بهادار تهران از بعد فنی- ساختاری جهت استفاده از اختیار معامله، اطلاعات موردنیاز از طریق مصاحبه با مسئولین و خبرگان بازار سرمایه جمع‌آوری شده است. نتایج این تحقیق نشان می‌دهد که شرکت‌های سرمایه‌گذاری علاقه‌مند به استفاده از اختیار معامله سهام و اختیار معامله شاخص در بورس اوراق بهادار تهران می‌باشند و همچنین امکان به‌کارگیری اختیار معامله در بورس اوراق بهادار تهران وجود دارد. کیمیاگری و آفریده ثانی (۱۴) در مطالعه خود به بررسی روشی مناسب جهت قیمت‌گذاری اختیار معامله در بازار بورس سهام ایران پرداخته‌اند. آنالیز دو روش بلک-شولز^{۱۵} و درخت دوتایی در این مطالعه نشان می‌دهد که مدل اول مدلی مناسب برای قیمت‌گذاری اختیار معامله سهام با نوسان پایین و مدل درخت دوتایی مدلی مناسب جهت قیمت‌گذاری سهام با نوسان بالا می‌باشد. مدل پیشنهاد شده این مطالعه مدلی ترکیبی از این دو روش می‌باشد که در آن فاکتور انتخاب روش عامل نوسان سهم می‌باشد. برای محاسبه مقدار کمی حد ممیز نوسان، به محاسبه میانگین نوسان بازار ایران پرداخته شده است. در نهایت مدل ارائه شده به دو روش ریاضی- تحلیلی و نظرسنجی از خبرگان اعتبارسنجی گردیده و اعتبار مدل توسط هر دو روش تأیید گردیده است. سلیمانی سروستانی و ابراهیمی

دارایی‌های پایه مختلف مورد معامله قرار گیرد. اختیار معامله^۱ قراردادی است که همانند سایر قراردادها در آن دو طرف یا دو گروه معاملات وجود دارد، خریدار اختیار^۲ و فروشنده اختیار^۳، به‌نحوی که در این قرارداد حق خرید و یا فروش دارایی با یک قیمت معین به خریدار واگذار می‌شود. برخلاف قرارداد آتی، در این نوع قرارداد هیچ الزامی برای خریدار جهت اعمال آن به وجود نمی‌آید. در این قرارداد خریدار به ازای دریافت اختیار خرید و یا فروش دارایی، مبلغی را تحت عنوان حق معامله^۴ به فروشنده اختیار می‌دهد که در واقع قیمت یا هزینه قرارداد اختیار معامله^۵ است (۱۱).

در قرارداد اختیار معامله قیمت تعیین شده‌ای که خریدار اختیار می‌تواند دارایی را به آن قیمت خریداری نموده و یا بفروشد، قیمت اعمال^۶ و یا قیمت توافقی^۷ نامیده می‌شود. همچنین اختیار معامله مدت‌زمان مشخصی دارد که حق خرید و یا فروش دارایی تا پایان این مدت‌زمان معتبر خواهد بود که به آن تاریخ انقضا^۸ می‌گویند. از نظر زمان اعمال حق اختیار، هر اختیار معامله می‌تواند آمریکایی^۹ و یا اروپایی^{۱۰} باشد. تفاوت این دو نوع اختیار معامله به زمان اعمال اختیار مربوط است. اختیار معامله آمریکایی در هر زمان از طول مدت عمر قرارداد تا زمان سررسید قرارداد قابل اعمال است، ولی اختیار معامله اروپایی فقط در زمان سررسید قرارداد قابلیت اعمال دارد. اختیار معامله آسیایی که به اختیار میانگین^{۱۱} نیز معروف است، نوعی اختیار معامله است که در آن تسویه نهایی به قیمت میانگین دارایی پایه در طول مدت‌زمان عمر اختیار معامله بستگی دارد. اختیار معامله آسیایی ریسک مربوط به فروشنده اختیار را کاهش می‌دهد و به خریدار اجازه می‌دهد همزمان منابع را با یک قیمت ارزان تر حفظ کند. برای کالاهایی که قیمت آن‌ها مستعد پرش^{۱۲} و یا جهش‌های تند^{۱۳} مکرر می‌باشند، اختیار معامله آسیایی، ریسک پایه تقویمی^{۱۴} را کاهش می‌دهد. از آنجا که نوسان قیمت میانگین کمتر از قیمت معمولی است، این نوع اختیار

- 1- Options
- 2- Option Buyer or Option Holder
- 3- Option Seller or Writer or Issue
- 4- Premium
- 5- Option Price
- 6- Exercise Price
- 7- Strike Price
- 8- Expiration Date or Exercise Date or Strike Date or Maturity
- 9- American Option
- 10- European Option
- 11- Average Option
- 12- Jumps
- 13- Spikes
- 14- Calendar Basis Risk

اختیار معامله آسیایی از روش تحلیلی با توجه به رفتار سری قیمت کالا یعنی وجود پدیده بازگشت به میانگین و جهش قیمتی استفاده نموده‌اند. در این مدل سایز جهش‌ها از توزیع نمایی پیروی می‌کند و برای لحاظ کردن جهش در مدل از توزیع پواسن استفاده شده است. همچنین فرض شده است که رفتار براونی، سرعت جهش و سایز جهش به‌طور مستقل از یکدیگر عمل می‌کنند. روش تحلیلی مورد استفاده در این مطالعه جهت قیمت‌گذاری اختیار معامله آسیایی روش تبدیل فوریه سریع می‌باشد. نتایج عددی این مطالعه حاکی از آن است که روش تحلیلی نسبت به روش شبیه‌سازی مونت‌کارلو از دقت بیشتری برخوردار است. جاکو و همکاران (۱۳) نیز روش شبیه‌سازی مونت‌کارلو را در قیمت‌گذاری اختیار آسیایی در دو بازار الکترونیسته و نفت با در نظر گرفتن رفتار فصلی و جهش‌های قیمتی در این بازارها مورد استفاده قرار داده است. در این مطالعه جهت به دست آوردن قیمت اختیار معامله آسیایی حساسی در بازار الکترونیسته به دلیل عدم وجود بازار آتی از داده‌های تاریخی استفاده شده است و با استفاده از این داده‌ها و با در نظر گرفتن اجزای مختلفی برای پروسه قیمت به استخراج پروسه قیمت این محصول پرداخته شده است. هرووات و مدویگو (۹) در مطالعه خود به مقایسه دو روش شبیه‌سازی و نیمه تحلیلی در قیمت‌گذاری اختیار معامله آسیایی پرداخته‌اند. در این مطالعه روش تبدیل لاپلاس به عنوان یک روش نیمه‌تحلیلی مورد استفاده قرار گرفته است. نتایج مطالعه نشان داده است که دنیای شگفت‌انگیز کامپیوتر در زمان حال توانسته است قدرت نسبی هر دو روش شبیه‌سازی و نیمه‌تحلیلی را در قیمت‌گذاری اختیار معامله آسیایی افزایش دهد. در یک تحلیل مقایسه‌ای بر اساس سرعت و قابلیت اطمینان، تبدیل لاپلاس می‌تواند با کاستن مقدار بحرانی از $0/01$ به $0/005$ و کاهش مقدار زمان مورد نیاز برای محاسبه از $30-20$ ثانیه به $4-3$ ثانیه، نسبت به شبیه‌سازی برتری داشته باشد. مون و همکاران (۱۶) به مطالعه یک روش درختی کارآمد برای قیمت‌گذاری اختیار معامله آسیایی پرداخته‌اند. در روش درختی استاندارد، قیمت اختیار معامله در هر گره از درخت محاسبه می‌شود. درحالی‌که در روش پیشنهادی این مطالعه، یک بازه در فاصله هر دو گره تعریف می‌شود و قیمت اختیار معامله میانگین در این بازه تخمین زده می‌شود. این روش هم می‌تواند به‌طور مستقل به عنوان یک روش درختی جدید مطرح شود و هم با ترکیب با دیگر روش‌های درختی، موجب افزایش کارایی قیمت‌گذاری اختیار معامله آسیایی گردد. نتایج عددی این مطالعه نشان می‌دهد که روش پیشنهادی در قیمت‌گذاری اختیار آسیایی، نسبت به دیگر روش‌های درختی، دقت بیشتری دارد.

همان‌طور که در مرور مطالعات پیشین ملاحظه گردید، در تعیین قیمت اختیار معامله آسیایی روش مشخص و دقیقی وجود ندارد. از بین روش‌های موجود جهت تعیین قیمت اختیار آسیایی، روش درخت دوجمله‌ای به‌وفور مورد استفاده قرار گرفته است. در این مطالعه با

(۱۸) روش درخت دوجمله‌ای برای قیمت‌گذاری اختیار معامله آسیایی در مدل پرش انتشار را بررسی و هم‌ارزی آن با روش تفاضلی صحیح را نشان دادند. در این مقاله، همگرایی روش درخت دوجمله‌ای برای اختیار آسیایی با استفاده از تجزیه تحلیل عددی و مفهوم راه‌حل ویسکوزیته به اثبات رسید. نبوی چاشمی و قاسمی چالی (۱۷) قیمت اختیار خرید و اختیار فروش و پارامترهای پنج‌گانه یونانی‌ها را برای ۳۷ شرکت فعال در بورس توسط مدل دوجمله‌ای محاسبه نمودند. در این مطالعه با تحلیل خروجی‌های مدل و بررسی مسیر حرکت و تغییرات قیمت سهام و قیمت اختیار به کمک مدل دوجمله‌ای و نیز سنجش حساسیت قیمت اختیار به تغییرات توسط پارامترها، چگونگی مدیریت ریسک و مواضع معاملاتی اتخاذ شده از سوی سرمایه‌گذاران بیان شده است.

بوئل و پوتاپچیک^۱ (۳) در مطالعه خود علاوه بر قیمت‌گذاری اختیار معامله آسیایی، به اهمیت کشش‌های قیمتی که به اعداد یونانی در اختیار معامله معروف می‌باشند نیز اشاره می‌کنند و همزمان با بیان روش‌های مختلف قیمت‌گذاری، به چگونگی اندازه‌گیری این پارامترها نیز می‌پردازند. روش‌های مورد بحث در این مطالعه شامل روش شبیه‌سازی مونت‌کارلو، روش تفاضل محدود و روش‌های شبه تحلیلی متعددی می‌باشد. نتایج این مطالعه نشان داده است که استفاده از تکنیک متغیر کنترلی در شبیه‌سازی مونت‌کارلو کارایی این روش را افزایش می‌دهد. فوسای و همکاران^۲ (۸) با به دست آوردن توابع مولد گشتاور قیمت این نوع اختیار معامله را با در نظر گرفتن رفتار فصلی و نیز رفتار بازگشت به میانگین محاسبه نموده‌اند. نتایج این مطالعه به همراه روش تبدیل فوریه سریع که توسط کار و مادن^۳ (۴) جهت قیمت‌گذاری اختیار معامله پیشنهاد شده است، این امکان را ایجاد کرده است که بتوان روش دقیقی برای استخراج قیمت اختیار معامله آسیایی در حالتی که داده‌ها ناپیوسته می‌باشند را به دست آورد. ژانگ^۴ (۲۰) روش شبیه‌سازی مونت‌کارلو را برای قیمت‌گذاری اختیار آسیایی حساسی به کار برده است. در این مطالعه به توضیح روش مونت‌کارلو و تکنیک‌های موجود جهت افزایش کارایی این روش پرداخته شده است. از جمله تکنیک‌هایی که در این مطالعه جهت کاهش واریانس روش مونت‌کارلو مورد استفاده و مقایسه قرار گرفته است تکنیک متغیر کنترلی و تکنیک متغیر متضاد می‌باشد. نتایج مطالعه حاکی از آن است که استفاده از این تکنیک‌ها کارایی و دقت روش شبیه‌سازی مونت‌کارلو را افزایش می‌دهد. چانگ و ونگ^۵ (۵) در قیمت‌گذاری

- 1- Boyle and Potapchik
- 2- Fusai et al
- 3- Carr and Madan
- 4- Zhang
- 5- Chung and Wong

قیمت نهایی آن بر مبنای تفاوت قیمت میانگین دارایی مورد نظر در طول عمر اختیار معامله و قیمت اعمال است. اگر K قیمت اعمال، S_t قیمت بازار در زمان t و \bar{S}_{t_0, t_n} میانگین قیمت در طول دوره قرارداد باشد، ارزش اختیار آسیایی با قیمت انقضای ثابت $(V_{Rate\ of\ Option\ Average})$ برابر است با:

$$V_{Rate\ of\ Option\ Average} = e^{-rT} \max(\bar{S}_{t_0, t_n} - K, 0) \quad (1)$$

نوع دوم اختیار آسیایی، اختیار معامله قیمت اعمال میانگین^۸ (اختیار معامله با قیمت انقضای شناور^۹) می‌باشد. این اختیار معامله برای موارد تسویه نقدی و فیزیکی دارایی پایه است و همانند اختیار خریدوفروش است با این تفاوت که قیمت اعمال برابر با قیمت میانگین دارایی پایه در طول عمر اختیار معامله است. ارزش این اختیار معامله $(V_{Average\ Strike})$ برابر است با:

$$V_{Average\ Strike} = e^{-rT} \max(S_T - \bar{S}_{t_0, t_n}, 0) \quad (2)$$

$$\bar{S}_{t_0, t_n} = \frac{\sum_{t_i=t_0}^{t_n} S_{t_i}}{t_n - t_0} \quad (0 \leq t_0 < T \quad t_n = T)$$

که در رابطه ۲ S_T قیمت بازار در زمان انقضای قرارداد می‌باشد. هر دوی این اختیارمعامله‌های آسیایی برای اختیار خریدوفروش می‌توانند مورد استفاده قرار بگیرند. از نظر زمان اجرا معمولاً این اختیارها، اروپایی هستند؛ اما امکان اجرا قبل از تاریخ انقضا نیز وجود دارد و در آن صورت میانگین‌های مورد نظر تا زمان قبل از موعد، مورد محاسبه قرار خواهند گرفت. دوره میانگین می‌تواند از روز صفر و یا روز بعد از آن شروع شود. محاسبه میانگین مورد نظر می‌تواند به صورت حسابی و یا هندسی باشد. در عمل، اغلب قراردادهای اختیار آسیایی از نوع میانگین حسابی قیمت دارایی مورد نظر می‌باشند. در این حالت قیمت اختیارمعامله‌ی حاصله، راه‌حل دقیق و ساده تحت فرضیات مدل استاندارد بلک-شولز را ندارد. در اغلب تکنیک‌های محاسبه قیمت اختیارمعامله آسیایی، فرض می‌شود که سری قیمت (S_t) دارای رفتار براونی هندسی و در نتیجه دارای توزیع لاگ نرمال^{۱۰} است. قیمت‌گذاری اختیار آسیایی تحت این فرض مشکل است؛ چراکه میانگین قیمت‌ها دارای توزیع لاگ نرمال نمی‌باشد. به‌طور کلی قیمت‌گذاری اختیارمعامله آسیایی چه از نظر عددی و چه از لحاظ تکنیکی مشکل می‌باشد. با وجود اینکه در سال‌های اخیر این نوع اختیارمعامله مورد توجه بسیاری قرار گرفته است، ولی تکنیک منحصر به فردی که به‌طور گسترده برای قیمت‌گذاری اختیار آسیایی

استفاده از مدل دوجمله‌ای به تعیین قیمت اختیارمعامله پرداخته می‌شود. همچنین چگونگی تأثیر تغییرات عوامل مؤثر در تعیین قیمت اختیارمعامله با استفاده از پارامترهای حساسیت اختیارمعامله سنجیده می‌شود. مطالعاتی که تاکنون در داخل کشور در مورد اختیار معامله انجام شده است بر روی بورس سهام بوده و مطالعه خاصی در مورد اختیارمعامله آسیایی در بورس کالا و بالأخص کالای کشاورزی انجام نشده است. همان‌گونه که در ابتدای مقدمه گفته شد اختیار معامله آسیایی به دلیل ارزان‌تر بودن و کاهش ریسک می‌تواند انتخاب مناسب‌تری برای کالاهای کشاورزی باشد. به همین دلیل این مطالعه به بررسی چگونگی قیمت‌گذاری اختیارمعامله آسیایی و تعیین پارامترهای حساسیت برای دو کالای ذرت و کنجاله می‌پردازد.

مواد و روش‌ها

قیمت اختیارمعامله از دو جزء تشکیل می‌شود: ارزش ذاتی^۱ و ارزش زمانی^۲. معمولاً ارزش ذاتی، حداقل ارزش اختیارمعامله است و نمی‌تواند منفی باشد. در اختیار خرید، اگر قیمت جاری دارایی کمتر از قیمت اعمال قرارداد باشد ارزش ذاتی اختیار برابر با صفر است و در این حالت گفته می‌شود قرارداد «اختیارمعامله بی‌قیمت (بی‌ارزش)»^۳ است. در حالت برابری قیمت اعمال و قیمت جاری دارایی با ارزش ذاتی برابر با صفر و اصطلاحاً گفته می‌شود «اختیارمعامله به قیمت»^۴ است. حالتی که قیمت اعمال کمتر از قیمت جاری دارایی باشد برای خریدار قرارداد سود وجود دارد و ارزش ذاتی قرارداد مثبت می‌شود و اصطلاح «اختیارمعامله باقیمت (بالرزش)»^۵ را به کار می‌برند. «ارزش زمانی» یک اختیار به عوامل متعددی بستگی دارد. نوسان قیمت دارایی، نسبت قیمت انقضا به قیمت جاری، نرخ بهره و نرخ بازدهی دارایی و مدت‌زمان باقی‌مانده تا زمان سررسید دارایی از جمله این عوامل می‌باشند. می‌توان گفت هر چه مدت‌زمان باقی‌مانده تا زمان سررسید بیشتر باشد، ارزش زمانی نیز بیشتر است. نوسان قیمت نیز رابطه مستقیمی با ارزش زمانی اختیارمعامله دارد (۱۱).

دو نوع اختیارمعامله آسیایی وجود دارد: نوع اول اختیارمعامله با نرخ میانگین^۶ (اختیارمعامله با قیمت انقضای ثابت^۷) می‌باشد که یک اختیار معامله برای مواردی است که تسویه نقدی صورت می‌گیرد و

- 1- Intrinsic Value
- 2- Time Value
- 3- Out The Money Option (OTM)
- 4- At The Money Option (ATM)
- 5- In The Money Option (ITM)
- 6- Rate of Option Average
- 7- Fixed Strike

- 8- Average Strike Option
- 9- Floating Strike
- 10- Log-normal distribution

مورد پذیرش باشد وجود ندارد (۳). مدل درخت دوجمله‌ای یک تکنیک مفید و متداول برای قیمت‌گذاری اختیار معامله است. این مدل به صورت نمودار است که مسیرهای مختلفی که احتمال دارد قیمت دارایی در طی عمر اختیار معامله طی کند را نشان می‌دهد. نقطه آغازین مدل دوجمله‌ای، شبکه‌بندی کردن ارزش‌های آتی دارایی مورد نظر است. هنگام استفاده از مدل درخت دوجمله‌ای، از اصل ارزش‌گذاری تحت شرایط بی‌تفاوتی نسبت به ریسک استفاده می‌شود. این اصل می‌گوید که ارزش‌گذاری مشتقاتی که وابسته به قیمت دارایی هستند، با فرض اینکه در شرایط بی‌تفاوتی نسبت به ریسک هستیم، صورت می‌گیرد. به عبارت دیگر به منظور ارزش‌گذاری یک اختیار معامله می‌توان فرض کرد که: ۱- نرخ بازده مورد انتظار از دارایی معامله شده، برابر با نرخ بهره بدون ریسک است. ۲- جریان نقدی آتی را می‌توان با تنزیل ارزش مورد انتظار آن‌ها با نرخ بهره بدون ریسک ارزش‌گذاری کرد (۱۱).

$$\sigma\sqrt{\Delta t} \text{ و واریانس تغییر نسبی قیمت هم برابر با } \sigma^2 \Delta t \text{ خواهد بود. از آنجایی که واریانس متغیری مانند } Q \text{ به صورت } E(Q^2) - (E(Q))^2 \text{ تعریف شده است که در آن } E \text{ نشان‌گر ارزش مورد انتظار است. بنابراین می‌توان رابطه ۴ را استخراج نمود.}$$

$$\sigma^2 \Delta t = pu^2 + (1-p)d^2 - [pu + (1-p)d]^2 \quad (۴)$$

رابطه ۳ و ۴ دو شرط را بر متغیرهای p ، u و d تحمیل می‌کنند. شرط سومی که توسط کاکس و همکاران استفاده می‌شود عبارت است از: $u = \frac{1}{d}$. می‌توان نشان داد که اگر Δt کوچک باشد سه شرط مذکور عبارت‌اند از:

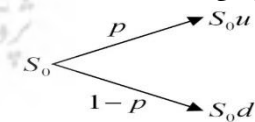
$$p = \frac{a-d}{u-d}, \quad u = e^{\sigma\sqrt{\Delta t}}, \quad d = e^{-\sigma\sqrt{\Delta t}}$$

که در آن $a = e^{r\Delta t}$ است. از متغیر a به عنوان «فاکتور رشد» نیز یاد می‌شود. شکل (۲) نمودار درختی کامل قیمت‌های دارایی که در هنگام استفاده از مدل دوجمله‌ای در نظر گرفته می‌شود را نشان می‌دهد. در زمان صفر، قیمت دارایی، S_0 ، معلوم است. در زمان Δt احتمال وجود دو نوع قیمت دارایی یعنی S_{0u} و S_{0d} و در زمان $2\Delta t$ سه قیمت محتمل الوقوع یعنی S_{0u^2} ، S_0 و S_{0d^2} وجود دارد. به طور کلی، در زمان $i\Delta t$ ، $i+1$ قیمت دارایی در نظر گرفته می‌شود. قیمت دارایی در زمان $i\Delta t$ و در j -امین گره ($j=0,1,\dots,i$) (گره (i,j)) با استفاده از فرمول $S_{0u^j d^{i-j}}$ محاسبه می‌شود.

قیمت‌گذاری اختیار معامله با شروع کار از انتهای درخت (زمان T) و با حرکت به سمت عقب ادامه می‌یابد که به این روش «حرکت عقب‌گرد» می‌گویند. ارزش اختیار معامله در زمان T برای ما معلوم است. برای مثال قیمت یک اختیار فروش برابر با $\max(K-S_T, 0)$ و قیمت یک اختیار خرید برابر با $\max(S_T-K, 0)$ بوده که S_T قیمت دارایی در زمان T و K قیمت اعمال آن می‌باشد. با توجه به اینکه فرض شده در یک محیط بی‌تفاوتی نسبت به ریسک قرار داریم، قیمت اختیار معامله در هر گره را در زمان $T-\Delta t$ برابر با ارزش مورد انتظار در زمان T که با نرخ r تنزیل شده است قرار می‌دهند. به طریق مشابه می‌توان قیمت اختیار معامله در هر گره را در زمان $T-2\Delta t$ محاسبه نمود. این قیمت برابر با ارزش مورد انتظار تنزیل شده در زمان $T-\Delta t$ با نرخ r و برای دوره زمانی Δt خواهد شد. این عملیات را می‌توان به همین ترتیب ادامه داد (۱۱).

مسئله مهم در ارزش‌گذاری اختیار معامله آسیایی به روش درخت دوتایی، زیاد بودن تعداد مسیرهای منتهی به گره ردیف آخر و در نتیجه تعداد زیاد میانگین قیمت در گره می‌باشد که محاسبه همه آن‌ها کار را با مشکل روبرو می‌کند. هال و وایت (۱۲) برای حل این مشکل الگویی را معرفی می‌کنند که در آن تعدادی قیمت میانگین نماینده در فاصله حداکثر و حداقل میانگین قیمت در هر گره تعیین می‌شود و

فرض می‌شود حرکت‌های قیمت دارایی در فاصله‌های زمانی کوتاه‌مدت به صورت دوشاخه‌ای می‌باشد. این فرض که اساس و زیربنای بسیاری از روش‌های کمی است، اولین بار توسط کاکس و همکاران (۱۱) مطرح گردید. اختیار معامله صادره روی دارایی که سود نمی‌پردازد را در نظر بگیرید. در مرحله اول، طول عمر اختیار معامله را به مقدار زیادی فاصله زمانی کوتاه‌مدت با طول Δt تقسیم می‌کنیم. فرض می‌کنیم که در هر فاصله زمانی، قیمت اولیه دارایی از S_0 به یکی از دو مقدار S_{0u} و S_{0d} می‌رسد. این مدل در شکل (۱) آورده شده است. به طور کلی $u > 1$ و $d < 1$ می‌باشد. بنابراین حرکت قیمت دارایی از S_0 به S_{0u} یک حرکت رو به بالا و به سمت S_{0d} یک حرکت رو به پایین می‌باشد. احتمال حرکت رو به بالا برابر با p و احتمال حرکت رو به پایین $1-p$ است.



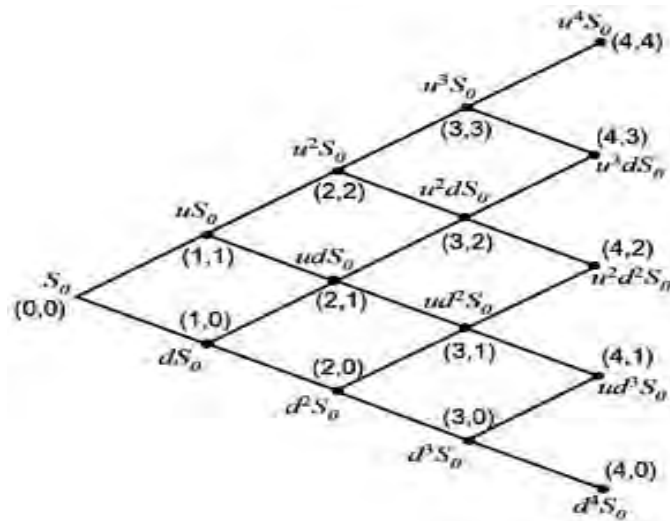
شکل ۱- تغییرات قیمت دارایی در زمان Δt در مدل درخت دوجمله‌ای
Figure 1- Changes in asset prices in time Δt in binomial tree model

پارامترهای p ، u و d می‌بایستی مقادیر صحیح میانگین و واریانس تغییرات قیمت دارایی طی فاصله زمانی را در محیط بی‌تفاوتی نسبت به ریسک به دست دهند. بازده مورد انتظار یک دارایی، نرخ بهره بدون ریسک یا r می‌باشد. بنابراین قیمت مورد انتظار دارایی در پایان فاصله زمانی Δt ، برابر با $Se^{r\Delta t}$ خواهد شد که در آن S قیمت دارایی در ابتدای دوره زمانی (Δt) می‌باشد. بنابراین می‌توان گفت که:

$$Se^{r\Delta t} = pSu + (1-p)Sd \quad (۳)$$

انحراف معیار تغییر نسبی (درصد تغییر) قیمت دارایی در یک دوره

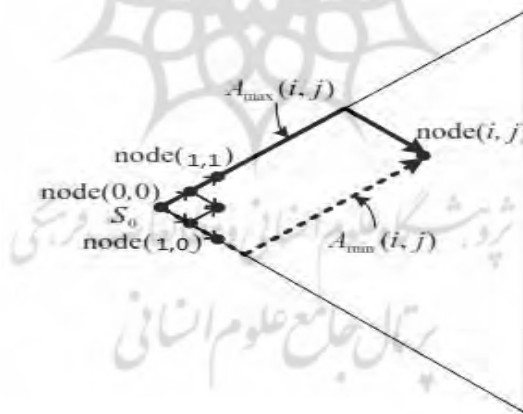
بجای کار کردن با تمام حالات ممکن، بر اساس این قیمت‌های نماینده کار می‌کنند.



شکل ۲- درخت ارزش‌گذاری اختیار معامله دارایی
Figure 2- Valuation tree of asset option

میانگین ممکن برای هر گره نیز از عکس مسیر بالا به دست می‌آید. شکل (۳) این مسیرها را نشان می‌دهد. با استفاده از معادله ۵ و ۶ می‌توان مقدار میانگین حداکثر و حداقل را در هر گره محاسبه نمود.

روش کار به این شکل است که ابتدا برای هر گره بایستی حداکثر و حداقل میانگین موجود را به دست آورد. مسیر قیمتی مربوط به میانگین قیمت حداکثر برای هر گره $(N(i,j))$ برابر است با حرکت متوالی رو به بالا و سپس حرکت متوالی روبه پایین. حداقل



شکل ۳- مسیر میانگین حداکثر و حداقل در مدل درخت دوتایی
Figure 3- Paths of maximum and minimum Average in binomial tree model

$$A_{\max}(i, j) = \frac{S_0 \left(\overbrace{1 + u + u^2 + \dots + u^j}^{j \text{ up movements}} + \overbrace{u^j d + u^j d^2 + \dots + u^j d^{i-j}}^{j-i \text{ down movements}} \right)}{(i+1)} \quad (5)$$

$$A_{\min}(i, j) = \frac{S_0 \left(\overbrace{1 + d + d^2 + \dots + d^{i-j}}^{j-i \text{ down movements}} + \overbrace{d^{i-j} u + d^{i-j} u^2 + \dots + d^{i-j} u^j}^{j \text{ up movements}} \right)}{(i+1)} \quad (6)$$

«وگا»، «تتا» و «روو». این یونانی‌ها در جدول یک تعریف شده‌اند و در این پژوهش به محاسبه آن‌ها پرداخته خواهد شد.

برای به دست آوردن قیمت اختیار معامله فرض می‌شود سری قیمت دارایی مربوطه دارای توزیع تصادفی لاگ نرمال می‌باشد. برای این منظور بایستی لگاریتم سری قیمت دارای توزیع نرمال باشد که این فرض توسط آماره جاکر برا^۱ آزمون و نتایج آن در قسمت نتایج و بحث آورده می‌شود. متغیرهای لازم جهت تخمین قیمت اختیار آسیایی عبارت‌اند از: قیمت در زمان حال (S_0)، قیمت انقضاء (K)، نرخ بهره بدون ریسک (r)، نوسان قیمت دارایی (σ) و زمان سررسید قرارداد (T). قیمت واقعی دارایی در زمان صفر به‌عنوان S_0 لحاظ می‌شود. برای به دست آوردن قیمت انقضاء می‌توان از مدل‌های پیش‌بینی استفاده نمود. هال (۱۱) نشان داده است که بیشتر مطالعات تجربی برابری قیمت‌های انتظاری (پیش‌بینی شده) را با قیمت‌های آتی به اثبات می‌رسانند. به همین جهت در مطالعه حاضر قیمت انقضاء برابر با قیمت آتی که از روش پیش‌بینی به دست می‌آید قرار داده می‌شود. همچنین نرخ بهره بدون ریسک برابر با سود علی‌الحساب سپرده‌های کوتاه‌مدت بانکی یعنی ۱۰ درصد در نظر گرفته می‌شود.

جهت پیش‌بینی قیمت آتی در این مطالعه از روش باکس جنکینز^۲ استفاده می‌شود. روش باکس-جنکینز عبارت از برازاندن یک الگوی میانگین متحرک تلفیق شده با خودرگرسیو به مجموعه داده‌ها و به دست آوردن الگوی ریاضی شرطی است (۲). حالت کلی و عمومی این روش به صورت $ARIMA(p,d,q)$ نمایش داده می‌شود. در این مدل p مرتبه خودرگرسیو مدل، q مرتبه میانگین متحرک و d مرتبه تفاضلی مدل (جهت ایستا کردن مدل) می‌باشد. آن‌چه که این مدل را کامل‌تر از مدل‌های دیگر می‌نماید تبدیل مناسب جهت پایا بودن مدل است.

جهت برآورد میزان نوسان دارایی با استفاده از داده‌های تاریخی، با استفاده از تغییرات قیمت کالا در گذشته می‌توان میزان نوسان را تخمین زد. معمولاً قیمت کالا در دوره‌های زمانی ثابتی به صورت روزانه، هفتگی و یا ماهانه بیان می‌شود. اگر داشته باشیم: $n+1 =$ تعداد مشاهدات، $S_i =$ قیمت کالا در پایان i -امین دوره زمانی $\tau =$ طول یک دوره زمانی در سال و $(i=0,1,2,\dots,n)$

می‌توان مقدار تقریبی انحراف معیار u_i را $u_i = \ln\left(\frac{S_i}{S_{i-1}}\right)$ به صورت معادله ۸ برآورد کرد:

بعد از به دست آوردن حداکثر و حداقل میانگین در هر گره، فاصله بین این دو عدد به M فاصله مساوی تقسیم شده و میانگین‌های نماینده از رابطه ۷ محاسبه می‌شوند.

$$A(i, j, k) = \frac{M-k}{M} A_{\max}(i, j) + \frac{k}{M} A_{\min}(i, j), \quad (7)$$

(for $k = 0, \dots, M$)

هر چه M بزرگ‌تر باشد، تعداد میانگین‌های نماینده بیشتر و ارزش‌گذاری با دقت بیشتر و در زمان بیشتری انجام می‌شود. در مرحله آخر، ارزش اختیار معامله برای همه میانگین‌های نماینده در گره‌های انتهایی محاسبه می‌شود و با استفاده از حرکت عقب‌گرد، سایر ارزش‌های اختیار معامله نیز به دست می‌آید. برای میانگین‌هایی که نقاط متناظر آن‌ها بین میانگین‌های نماینده وجود ندارد، از درون‌یابی خطی استفاده می‌شود. جدول ۱ رابطه $M+1$ قیمت میانگین نماینده و ارزش اختیار معامله آسیایی را به ازای هر میانگین در گره (n,j) نشان می‌دهد.

جدول ۱- قیمت میانگین نماینده در گره (n,j)

Table 1- The representative average price in node (n,j)		
ارزش اختیار معامله	قیمت میانگین	گره (n,j)
(Value of option)	(Average price)	(Node(n,j))
$\text{Max}(A(n,j,0)-K,0)$	$A(n,j,0)=A_{\max}(n,j)$	Representative گره میانگین قیمت $M+1$
\vdots	\vdots	
$\text{Max}(A(n,j,k)-K,0)$	$A(n,j,k)$	
\vdots	\vdots	
$\text{Max}(A(n,j,M)-K,0)$	$A(n,j,M)=A_{\min}(n,j)$	

پارامترهای حساسیت: متغیرهایی چون مدت‌زمان باقی‌مانده تا انقضای اختیار، قیمت توافقی، درجه تغییرپذیری قیمت دارایی پایه و نرخ بهره بر قیمت اختیارات تأثیر می‌گذارند. اگر تغییر قیمت دارایی پایه را نیز اضافه کنیم می‌توان نتیجه گرفت که طراحی استراتژی‌های مناسب در بازار اختیارات مستلزم آن است که میزان تغییر قیمت اختیارات نسبت به تغییر در متغیرهای فوق‌الذکر به دقت محاسبه شود. تغییر در قیمت اختیارات به ازای یک واحد تغییر در هر یک از متغیرهای این مجموعه را اصطلاحاً حساسیت می‌گویند (۷). نظر به اینکه حساسیت‌ها را با حروف یونانی نشان می‌دهند، به «یونانی‌ها» نیز معروف‌اند. محاسبه حساسیت‌ها از ارکان اصلی در طراحی استراتژی‌های اختیار معامله است و چون قیمت دارایی پایه مرتباً در حال تغییر می‌باشد، این حساسیت‌ها نیز مرتباً در تغییرند. پارامترهای حساسیت، ابعاد مختلفی از ریسک موضع معاملاتی اختیار را اندازه‌گیری می‌کند و هدف معامله‌گر مدیریت این پارامترها است (۱۷). مهم‌ترین یونانی‌ها در بررسی اختیارات عبارت‌اند از: «دلتا»، «گاما»،

1- Jarque-Bera
2- Box-Jenkins

جدول ۲- تعریف یونانی‌ها
Table 2- The Greeks defined

یونانی‌ها Greeks	موضوع ریسک Risk issue	فرمول Formula
دلتا Delta	تغییر در قیمت دارایی پایه Change in the price of the underlying asset	$\Delta = \frac{\text{تغییر در قیمت اختیار}}{\text{تغییر در قیمت دارایی پایه}}$ $\Delta = \frac{\text{change in the option price}}{\text{change in the underlying asset price}}$
گاما Gamma	تغییر در دلتا Change in the Delta	$\gamma = \frac{\text{تغییر در دلتا}}{\text{تغییر در قیمت دارایی پایه}}$ $\gamma = \frac{\text{change in the Delta}}{\text{change in the underlying asset price}}$
وگا Vega	تغییر در نوسان پذیری دارایی پایه Change in the asset volatility	$\theta = \frac{\text{تغییر در قیمت اختیار}}{\text{تغییر در نوسان دارایی پایه}}$ $\theta = \frac{\text{change in the option price}}{\text{change in the volatility of asset price}}$
تتا Theta	تغییر در مدت‌زمان باقی‌مانده تا سررسید Change in the time decay	$\theta = \frac{\text{تغییر قیمت اختیار}}{\text{مدت زمان باقی‌مانده تا سررسید}}$ $\theta = \frac{\text{change in the option price}}{\text{change in the time decay}}$
روو Rho	تغییر در نرخ بهره Change in the interest rate	$\rho = \frac{\text{تغییر در قیمت اختیار}}{\text{تغییر در نرخ بهره}}$ $\rho = \frac{\text{change in the option price}}{\text{change in the interest rate}}$

در طول زمان تغییر می‌کند و داده‌های قدیمی‌تر ممکن است برای پیش‌بینی آتی مرتبط نباشد. در نتیجه معمولاً از یک روش ظاهراً معقولی استفاده می‌کنند بدین ترتیب که عموماً از نزدیک‌ترین قیمت‌های دوره اخیر استفاده شود (۱۱).

داده‌های مورد نیاز این مطالعه قیمت ذرت دانه‌ای و کنجاله سویا می‌باشد که به صورت سری زمانی هفتگی از فروردین ۱۳۹۲ الی مرداد ۱۳۹۵ از سایت شرکت پشتیبانی امور دام جمع‌آوری گردیده است. جهت تجزیه و تحلیل و برآورد قیمت اختیار آسیایی و نیز رسم و تحلیل نمودارهای مرتبط، از نرم‌افزار DerivaGem و متلب استفاده می‌گردد.

نتایج و بحث

بررسی آزمون نرمال بودن سری لگاریتم قیمت کنجاله سویا و ذرت توسط آزمون جارک- برا انجام شد. آماره این آزمون برای ذرت برابر با ۱۰/۶ و سطح معنی‌داری آن ۰/۹۹ و برای کنجاله سویا برابر

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (u_i - \bar{u})^2} \quad (8)$$

$$= \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n u_i^2 - \frac{1}{n(n-1)} \left(\sum_{i=1}^n u_i \right)^2}$$

که \bar{u} میانگین u_i است. انحراف معیار u_i برابر با $\sigma\sqrt{\tau}$ می‌باشد: بنابراین متغیر s ، برآوردی از $\sigma\sqrt{\tau}$ است. در نتیجه می‌توان گفت که $\hat{\sigma}$ تخمینی از σ به صورت زیر است:

$$\hat{\sigma} = \frac{s}{\sqrt{\tau}} \quad (9)$$

خطای استاندارد تقریبی این برآورد را می‌توان با رابطه $\frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{2n}}$ محاسبه کرد. انتخاب مقدار صحیح n کار آسانی نیست. معمولاً برای دستیابی به جواب دقیق‌تر، داده‌های بیشتری انتخاب می‌کنند ولی σ

بهترین مدل انتخاب گردید. با توجه به دیدگاه هال (۱۱) در زمینه برابری قیمت آتی با قیمت نقدی پیش‌بینی شده، قیمت انقضاء قرارداد اختیار معامله برای یک کیلو کنجاله سویا با سررسیدهای چهارماهه، شش‌ماهه و یک‌ساله به ترتیب برابر با ۱۵۷۵، ۱۵۹۰ و ۱۶۱۰ و برای یک کیلو ذرت برابر با ۱۰۲۵، ۱۰۰۰ و ۹۵۰ تومان در نظر گرفته می‌شود. این در حالی است که قیمت جاری (قیمت صفر) برای یک کیلو کنجاله سویا برابر با ۱۵۲۰ و برای ذرت ۱۰۹۵ تومان می‌باشد. همچنین نرخ بهره بدون ریسک برابر با سود علی‌الحساب سپرده‌های کوتاه‌مدت بانکی یعنی ۱۰ درصد لحاظ می‌شود. میزان نوسان سری قیمت محصولات با توجه به روشی که در قسمت روش تحقیق ذکر شد محاسبه و در مورد کنجاله سویا ۲۱/۲ و ذرت برابر با ۱۸/۷ درصد به دست آمد.

با ۴/۷ و سطح معنی‌داری آن ۰/۹۵ می‌باشد. بر اساس این آزمون، نرمال بودن سری لگاریتم قیمت ذرت و کنجاله سویا تأیید می‌شود و می‌توان گفت سری قیمت این دو محصول دارای توزیع لاگ نرمال می‌باشد. بعد از آزمون نرمال بودن لازم است قیمت یک سال آینده پیش‌بینی شود. مقایسه مدل‌های مختلف پیش‌بینی سری‌های زمانی بر اساس معیار دقت MSE نشان داد که مدل ARIMA بهترین مدل برای پیش‌بینی قیمت ذرت و کنجاله سویا به شمار می‌آید. نتایج تخمین پارامترهای مدل ARIMA در جدول (۳) و (۴) آورده شده است. لازم به ذکر است که متغیر وابسته در این مدل لگاریتم قیمت کنجاله سویا و ذرت می‌باشد و مدل ARMA(2,3) برای ذرت و ARMA(1,2) برای کنجاله سویا با توجه به معیار آکائیک و شوارتز

جدول ۳- نتایج حاصل از تخمین مدل ARMA(2,3) (ذرت)

Table 3- The results of ARMA (2,3) model estimation (corn)

متغیر Variable	ضریب Coefficient	انحراف معیار Standard deviation	آماره t t statistic	احتمال Probability
C	9/00	0.15	58.8	0.0000
AR(1)	0.23	0.20	1.14	0.2600
AR(2)	0.75	0.19	3.9	0.0002
MA(1)	0.82	0.21	3.9	0.0001
MA(2)	-0.13	0.07	-1.80	0.0730
MA(3)	-0.25	0.06	-4.4	0.0000
SIGMASQ	0.002	8.97E05	21.35	0.0000
Likelihood	Akaike	Schwartz	R ²	Adjusted R ²
389.73	-3.34	-3.24	0.95	0.94

منبع: یافته‌های تحقیق

Source: Research findings

جدول ۴- نتایج حاصل از تخمین مدل ARMA(1,2) (کنجاله سویا)

Table 4- The results of ARMA (1,2) model estimation (soybean meal)

متغیر Variable	ضریب Coefficient	انحراف معیار Standard deviation	آماره t t statistic	احتمال Probability
C	9.69	0.052	186.12	0.0000
AR(1)	6.96	0.021	45.79	0.0000
MA(1)	0.87	0.053	16.25	0.0000
MA(2)	0.25	0.062	3.80	0.0002
SIGMASQ	0.0024	1.34E-05	17.71	0.0000
Likelihood	Akaike	Schwartz	R ²	Adjusted R ²
487.87	-5.425	-5.336	0.978	0.977

منبع: یافته‌های تحقیق

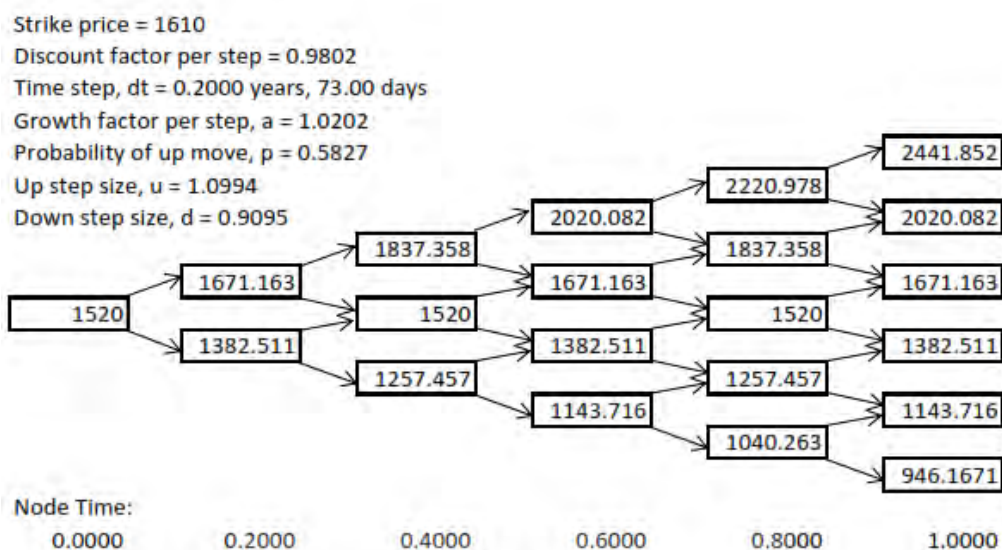
Source: Research findings

برابر با ۱/۰۲۰۲ به دست آمده است. مطابق نمودار قیمت اولیه کنجاله سویا ۱۵۲۰۰ ریال می‌باشد. در هر مرحله زمانی ممکن است قیمت افزایش یابد، ثابت بماند و یا کاهش یابد. برای نمونه در مرحله اول، احتمال وجود دو قیمت یعنی در صورت افزایش، قیمت ۱۶۷۱۰ و در صورت کاهش، قیمت ۱۳۸۲۰ و در مرحله بعد از آن، سه قیمت محتمل الوقوع یعنی ۱۸۳۷۰، ۱۵۲۰۰ و ۱۲۵۷۰ ریال وجود دارد.

شکل (۵) فرآیند حرکت قیمت کنجاله سویا در روش درخت دوجمله‌ای اختیار معامله با دوره قرارداد شش‌ماهه را نشان می‌دهد. اعداد زیر نمودار (Time Node) میزان زمان سپری شده از قرارداد را بر اساس کسری از سال نشان می‌دهد. احتمال افزایش قیمت (p) برابر با ۰/۵۸۲۷، میزان افزایش قیمت در هر گام (u) برابر با ۰/۰۹۹۴، میزان کاهش قیمت در هر گام (d) برابر با ۰/۹۰۹۵ و فاکتور رشد (a)

پس از یک کاهش و افزایش اتفاق می‌افتد.

درخت قیمت در این حالت ترکیب مجدد می‌گردد؛ یعنی قیمتی که پس از یک افزایش و کاهش حاصل می‌شود، همان قیمتی است که

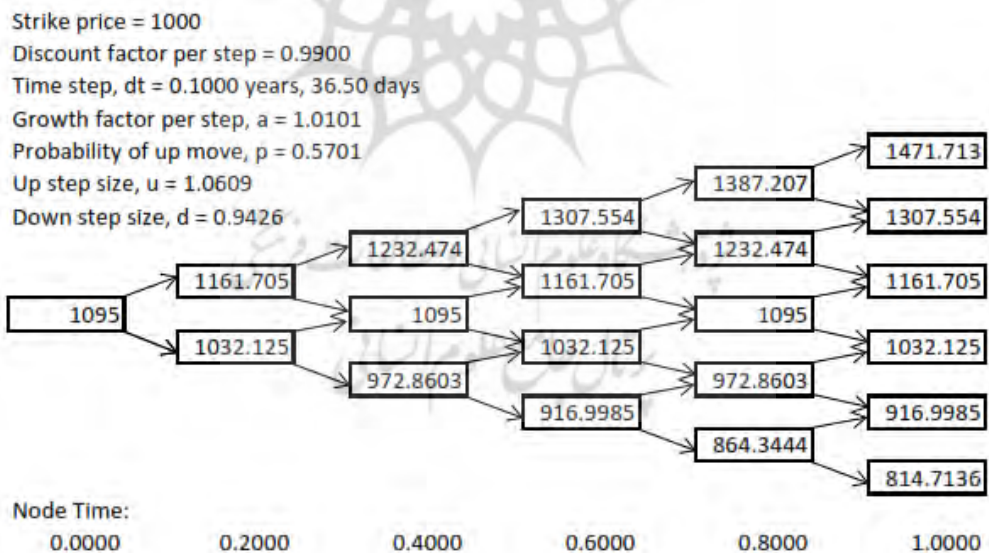


شکل ۵- فرآیند حرکت قیمت کنجاله سویا در روش درخت دوجمله‌ای (واحد: ۱۰ ریال)

Figure 5- Process of soybean meal price movement in the binomial tree (Unit: 10 Rials)

هر گام (u) برابر با ۱/۰۶۰۹، میزان کاهش قیمت در هر گام (d) برابر با ۰/۹۴۲۶ و فاکتور رشد (a) برابر با ۱/۰۱۰۱ به دست آمده است.

مسیر حرکت قیمت ذرت دانه‌ای نیز در شکل (۶) آمده است. احتمال افزایش قیمت (p) برابر با ۰/۵۷۰۱، میزان افزایش قیمت در



شکل ۶- فرآیند حرکت قیمت ذرت دانه‌ای در روش درخت دوجمله‌ای (واحد: ۱۰ ریال)

Figure 6- Process of corn price movement in the binomial tree (Unit: 10 Rials)

اختیار معامله اروپایی ساده (مدل بلک شولز) نیز برای مقایسه محاسبه و نتایج آن در جدول (۵) آورده شده است.

قیمت اختیار معامله خرید و فروش آسیایی با سررسیدهای چهارماهه، شش‌ماهه و یک‌ساله و در دو نوع با قیمت انقضای ثابت و شناور در جدول (۵) آمده است. علاوه بر اختیار معامله آسیایی، قیمت

جدول ۵- ارزش اختیار معامله به روش درخت دوجمله‌ای (واحد: ۱۰ ریال)
Table 5- Option value in Binomial tree method (Unit: 10 Rials)

محصول Product	دوره قرارداد The contract period	قیمت انقضاء Strike price	اختیار آسیایی با قیمت انقضای ثابت (Fixed Strike)				اختیار آسیایی با قیمت انقضای شناور (Floating Strike)				مدل بلک-شولز (Black-Scholes)	
			اختیار خرید (Call option)		اختیار فروش Put option		اختیار خرید Call option		اختیار فروش Put option		اختیار خرید Call Option	اختیار فروش Put Option
			حسابی Arithm etic	هندسی Geomet ric	حسابی Arithm etic	هندسی Geomet ric	حسابی Arithm etic	هندسی Geomet ric	حسابی Arithm etic	هندسی Geomet ric		
ذرت دانهای Corn	چهار ماه 4 months	1025	87.9	86.8	2.3	2.5	36.5	37.4	18.5	18.1	114.5	10.9
	شش ماه 6 months	1000	118.5	116.8	1.6	2.1	47.4	48.8	20.6	19.9	153.7	9.9
	یک سال 1 year	950	183.6	179.9	1.0	1.2	75.8	78.8	22.9	22.0	243.7	8.3
کنجاله سویا Soybean meal	چهار ماه 4 months	1575	29.0	27.8	57.4	58.4	55.5	56.9	30.5	29.7	72.6	75.9
	شش ماه 6 months	1590	37.1	35.2	66.9	68.3	71.6	73.9	34.3	33.2	94.4	86.9
	یک سال 1 year	1610	64.4	59.9	74.5	76.9	112.8	118.9	39.5	37.7	159.8	96.5

منبع: یافته‌های تحقیق

Source: Research findings

کمتراست. همین امر سبب شده است که در مورد این محصول، قیمت اختیار معامله خرید کمتر از قیمت اختیار معامله فروش باشد. همان طور که در قسمت روش تحقیق گفته شد، در اختیار آسیایی با قیمت انقضای شناور قیمت انقضای ثابت برابر با میانگین قیمت در طول دوره قرارداد است. این امر سبب می‌شود قیمت اختیار معامله آسیایی در حالت قیمت انقضای شناور نسبت به قیمت انقضای ثابت، تعدیل گردد. نتایج جدول نیز این نتیجه را تأیید می‌کند. در مورد محصول ذرت، با شناور شدن قیمت انقضای ثابت، در مقایسه با قیمت اختیار آسیایی با قیمت انقضای ثابت، ارزش اختیار خرید کاهش و ارزش شدن قیمت انقضای ثابت، در محصول کنجاله سویا، نیز با شناور شدن قیمت انقضای ثابت، ارزش اختیار خرید افزایش و ارزش اختیار فروش کاهش یافته است. این نتایج، اثر تعدیلی ناشی از شناور شدن قیمت انقضای ثابت را نشان می‌دهند.

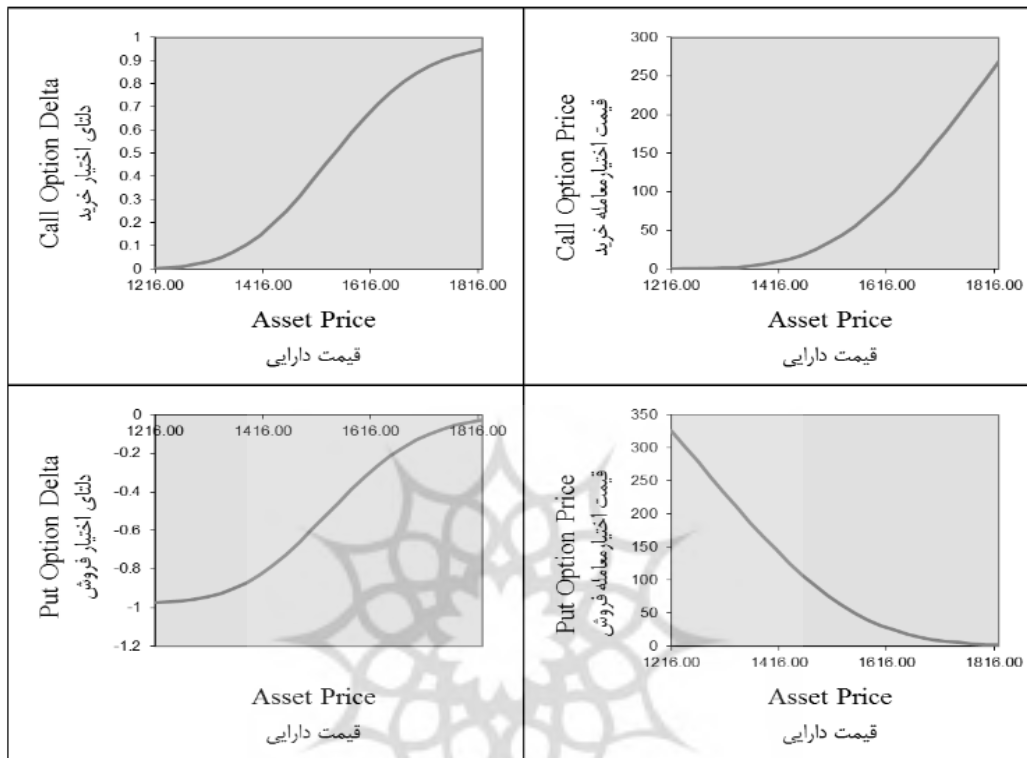
جدول (۶) ارزش پارامترهای حساسیت (یونانی‌ها) را برای اختیار معامله آسیایی با قیمت انقضای ثابت با تاریخ انقضای شش ماهه نشان می‌دهد.

دلتهای یک اختیار معامله عبارت است از نسبت تغییرات قیمت اختیار معامله دارای به تغییر قیمت دارایی. در واقع دلتهای شیب منحنی تلاقی قیمت اختیار معامله با قیمت دارایی است. شکل (۷) رابطه بین قیمت و دلتهای اختیار معامله و قیمت دارایی را نشان می‌دهد. دلتهای

همان طور که نتایج جدول (۵) نشان می‌دهد، اختیار معامله آسیایی از اختیار معامله اروپایی ساده (مدل بلک-شولز) ارزان تر است. با افزایش دوره قرارداد در اکثر موارد، قیمت اختیار معامله افزایش می‌یابد. در مورد محصول ذرت با افزایش طول دوره قرارداد، قیمت اختیار معامله کاهش یافته است. علت این امر مربوط می‌شود به قیمت انقضای ثابت که با توجه به پیش‌بینی انجام شده روند نزولی دارد. کاهش قیمت انقضای ثابت در اختیار معامله فروش سبب کاهش ارزش اختیار معامله می‌شود و در این مورد، این کاهش قیمت بر افزایش قیمت به سبب افزایش طول دوره قرارداد پیشی گرفته و اثر کل این دو فاکتور مؤثر بر قیمت اختیار به صورت کاهش قیمت عمل کرده است. در اختیار معامله آسیایی با قیمت انقضای شناور، به دلیل اینکه قیمت انقضای ثابت برابر با میانگین قیمت در مدت قرارداد می‌باشد، با افزایش طول دوره قرارداد، قیمت اختیار فروش نیز روند صعودی دارد. مقایسه قیمت اختیار خرید و اختیار فروش بیانگر آن است که در مورد محصول ذرت که انتظار روند کاهشی در قیمت انقضای وجود دارد و قیمت انقضای ثابت جاری کمتر است، اختیار خرید از اختیار فروش گران تر می‌باشد. این نتیجه یک پیامد منطقی می‌باشد؛ چراکه هر چه قیمت انقضای کمتر باشد، ارزش اختیار معامله خرید بیشتر و ارزش اختیار معامله فروش کمتر می‌شود. در مورد محصول کنجاله سویا، قیمت آتی روند افزایشی دارد و قیمت جاری از قیمت انقضا

اختیار فروش منفی می‌باشد و این به معنای رابطه معکوس بین قیمت اختیار فروش و قیمت دارایی پایه است. با افزایش قیمت دارایی، قدر مطلق مقدار دلتای اختیار فروش کاهش می‌یابد. مقدار دلتای اختیار فروش کنجاله سویا ۰/۵۶- می‌باشد، یعنی با یک درصد افزایش قیمت کنجاله سویا، قیمت اختیار فروش ۰/۵۶ درصد کاهش می‌یابد.

اختیار معامله خرید مثبت است و این به معنی رابطه مستقیم بین قیمت اختیار خرید با قیمت دارایی پایه است. مقدار دلتای اختیار خرید کنجاله سویا برابر ۰/۴۲ می‌باشد، یعنی زمانی که قیمت کنجاله سویا یک درصد تغییر می‌کند، قیمت اختیار خرید ۰/۴۲ درصد تغییر می‌کند. با تغییر قیمت دارایی، مقدار دلتای اختیار خرید نیز تغییر می‌کند. دلتای



شکل ۷- رابطه بین قیمت و دلتای اختیار معامله و قیمت دارایی

Figure 7- The relationship between option price and Delta and asset price

جدول ۶- پارامترهای حساسیت اختیار آسیایی با تاریخ انقضاء شش ماهه

Table 6- Sensitivity parameters of Asian option with six months expiry date

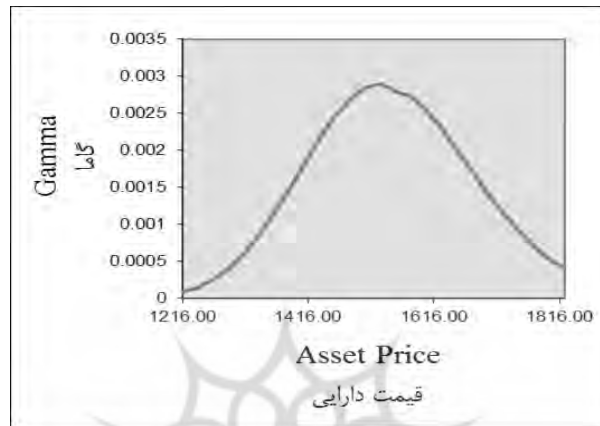
محصول (Product)	ذرت دانه‌ای (Corn)		کنجاله سویا (Soybean meal)	
پارامتر (Parameter)	اختیار خرید (Call Option)	اختیار فروش (Put Option)	اختیار خرید (Call Option)	اختیار فروش (Put Option)
دلتا (Delta)	0.9158	-0.0596	0.4161	-0.5593
گاما (Gamma)	0.0014	0.0014	0.0029	0.0029
وگا (Vega)	0.5633	0.5633	2.3983	2.3983
تتا (Theta)	-0.1334	-0.0179	-0.2177	-0.0047
روو (Rho)	1.9367	-0.1640	1.4499	-2.4239

منبع: یافته‌های تحقیق

Source: Research findings

اختیار معامله - قیمت دارایی در مورد ذرت کمتر است. به طور کلی هر چه گاما کوچک‌تر باشد، دلتا به تدریج تغییر می‌کند و برای ایجاد و نگهداری یک پرتفوی بی تفاوت نسبت به ریسک، تعداد دفعات کمتری برای تغییر در ترکیب پرتفوی، تعدیل در پرتفوی و انجام پوشش ریسک لازم است. با تغییر قیمت دارایی پایه، مقدار گاما نیز تغییر می‌کند. شکل (۸) این رابطه را نشان می‌دهد.

گام دوم بررسی، پارامتر گاما می‌باشد. در واقع گاما مقدار تحدب منحنی رابطه بین قیمت اختیار معامله و قیمت دارایی پایه را اندازه می‌گیرد. هر چه گاما کمتر باشد، تحدب کمتر و با افزایش گاما، تحدب بیشتر می‌شود. مقدار گامای اختیار معامله خرید و فروش کنجاله سویا برابر با ۰/۰۰۲۹ می‌باشد. در مقایسه با مقدار گامای اختیار معامله ذرت که برابر با ۰/۰۰۱۴ می‌باشد، می‌توان نتیجه گرفت که دلتای اختیار معامله ذرت آهسته‌تر تغییر می‌کند و تحدب منحنی قیمت

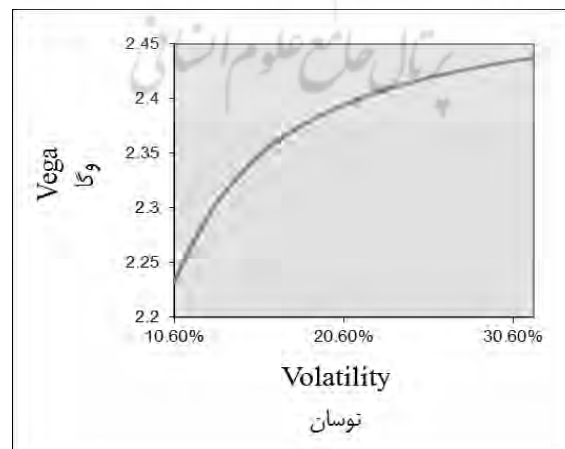


شکل ۸- رابطه بین قیمت دارایی و گامای اختیار معامله

Figure 8- The relationship between asset price and option Gamma

سویا، مقدار وگای اختیار معامله ۲/۳۹ می‌باشد. شکل (۹) رابطه بین نوسان قیمت کنجاله سویا و پارامتر وگا را نشان می‌دهد. با افزایش نوسان، وگای اختیار معامله افزایش می‌یابد. با توجه به افزایش قیمت اختیار معامله در اثر افزایش میزان نوسان، پارامتر وگا، سرمایه‌گذار را متوجه میزان تغییر در ارزش پرتفوی متشکل از دارایی و اختیار معامله می‌کند. هر چه میزان وگا بیشتر باشد، سرمایه‌گذار تغییر بیشتر در ارزش پرتفوی خود را انتظار خواهد داشت.

وگای یک پرتفوی متشکل از اختیار معاملات صادره بر دارایی پایه، نسبت تغییر ارزش پرتفوی را به میزان نوسان پذیری دارایی پایه اندازه‌گیری می‌کند. سرمایه‌گذار با آگاهی از مقدار پارامتر سنجنش حساسیت ریسک وگا، از میزان تغییر در ارزش اختیار معامله خود به ازای تغییر در نوسانات قیمت دارایی پایه مطلع خواهد شد. با افزایش نوسان دارایی پایه، قیمت دارایی افزایش می‌یابد و موجب تغییر ارزش اختیار معامله خواهد شد. به ازای نوسان ۲۱/۲ برای قیمت کنجاله

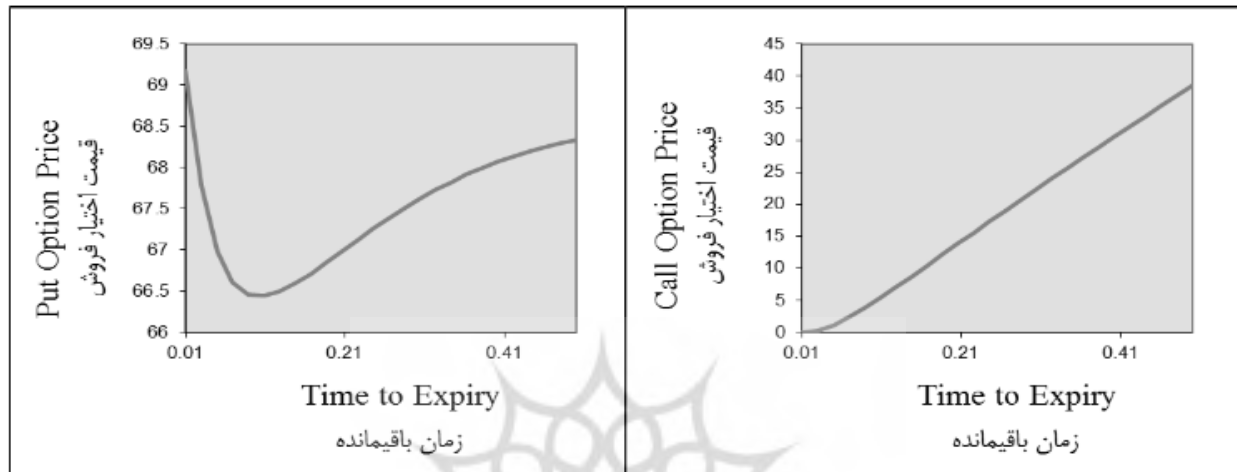


شکل ۹- رابطه وگای اختیار معامله و نوسان قیمت دارایی پایه

Figure 9- The relationship between option Vega and volatility of underlying asset

در مورد زمان گذشته عدم اطمینان وجود ندارد. منطقی است که تغییرات قیمت دارایی را پوشش دهیم ولی نمی‌توان تأثیر گذشت زمان را پوشش داد. باوجوداین، اکثر معامله‌گران تنها را به‌عنوان آماره توصیفی مناسب برای یک پرتفوی در نظر می‌گیرند؛ زیرا در یک پرتفوی، تنها تقریبی برای گاماست.

تنها عبارت است از نسبت تغییر ارزش پرتفوی با توجه به گذشت زمان، در صورتی که سایر عوامل ثابت بماند. معمولاً تنها برای اختیار معامله منفی است. علت این موضوع آن است که با کاهش زمان باقی‌مانده تا سررسید (T)، با فرض ثابت ماندن بقیه عوامل، از ارزش اختیار معامله کاسته می‌شود. تنها یک نوع پارامتر پوشش ریسک مشابه دلتا نیست. در مورد قیمت آتی دارایی عدم قطعیت وجود دارد، لیکن



شکل ۱۰- رابطه قیمت اختیار معامله و زمان باقی‌مانده تا سررسید

Figure 10- The relationship between option price and time to expiry

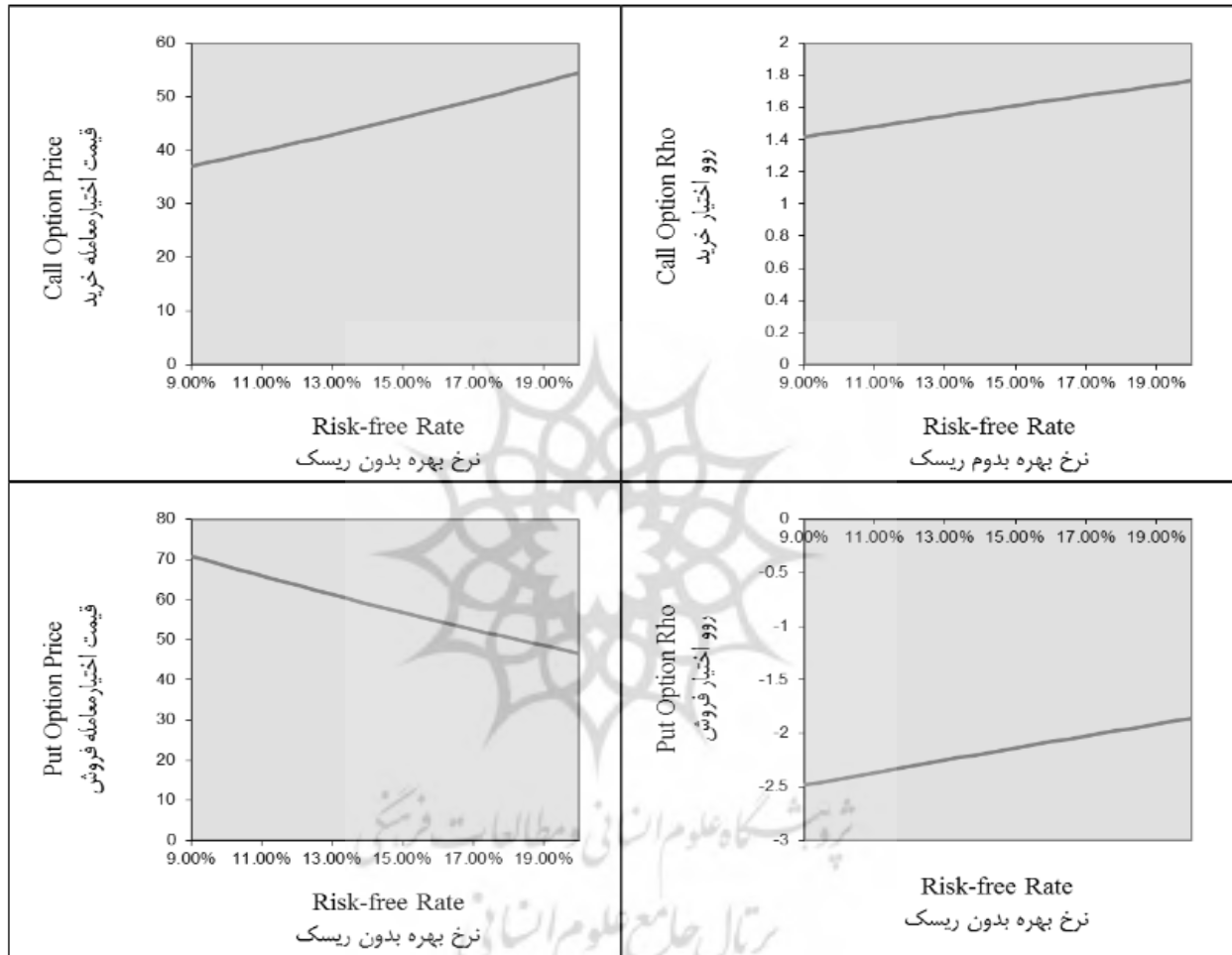
وقتی سرمایه‌گذار با انتظار افزایش سود و با هدف پوشش ریسک، برگه‌ی اختیار خرید و یا اختیار فروش را خریداری می‌نماید، طبیعتاً بهایی را باید برای خرید برگه‌ی اختیار بپردازد که این قیمت برای اختیار معامله آسیایی در این پژوهش محاسبه گردید. علاوه بر تخمین قیمت اختیار معامله، پارامترهای حساسیت (یونانی‌ها) نیز تخمین زده شد. اگرچه بازار اختیار معامله کنجاله سویا و ذرت و مراحل رسم شده در درخت دوجمله‌ای، برآوردی قطعی از قیمت آتی دارایی مورد نظر ارائه نمی‌دهد، ولی اطلاعات مربوط به عدم ثبات قیمت دارایی را ارائه می‌نماید. عوامل زیادی بر قیمت اختیار معامله دارایی اثرگذار می‌باشد. قیمت نقدی دارایی، میزان نوسان قیمت دارایی، نرخ بهره بدون ریسک و زمان باقیمانده تا سررسید از مهم‌ترین عوامل تأثیرگذار بشمار می‌روند که به کمک پارامترهای حساسیت اختیار معامله، می‌توان جهت و میزان اثرگذاری آن‌ها را محاسبه نمود. دلتای اختیار معامله با سنجش حساسیت قیمت اختیار معامله به تغییر قیمت دارایی پایه، خریدار اختیار را از میزان تغییر در سود یا زیان سرمایه‌گذاری خود و حداکثر زیان ناشی از اعمال نشدن قرارداد اختیار یاری می‌کند. دلتای اختیار خرید مثبت و دلتای اختیار فروش منفی می‌باشد. نوسان پذیری قیمت دارایی به‌عنوان ابزاری برای نشان دادن درجه عدم اطمینان نسبت به تغییرات آتی بازده دارایی بر روی قیمت

آخرین پارامتر مورد بررسی، روو می‌باشد. روو رابطه بین ارزش اختیار معامله و نرخ بهره بدون ریسک را نشان می‌دهد. هر چه نرخ بهره بالاتر باشد، ارزش اختیار خرید بالاتر خواهد بود. به ازای نرخ بهره ۱۰ درصد که از مفروضات مطالعه می‌باشد، قیمت اختیار خرید کنجاله سویا ۳۸/۵ تومان می‌باشد. با افزایش نرخ بهره بدون ریسک، مقدار پارامتر روو نیز افزایش می‌یابد. به عبارت دیگر، با افزایش نرخ بهره، حساسیت ارزش اختیار معامله به نرخ بهره افزایش می‌یابد. مقدار روو در نرخ بهره ۱۰ درصد برابر با ۱/۴ است. شکل (۱۱) رابطه بین قیمت و روو اختیار معامله و نرخ بهره بدون ریسک را نشان می‌دهد. با افزایش نرخ بهره در اقتصاد، نرخ رشد مورد انتظار قیمت دارایی نیز می‌تواند افزایش یابد. از طرف دیگر، افزایش نرخ بهره، موجب کاهش ارزش فعلی جریان‌های نقدی دارندگان اختیار فروش خواهد شد. تأثیر همزمان این دو پدیده، باعث می‌شود با افزایش نرخ بهره، قیمت اختیار فروش کاهش یابد. پارامتر روو اختیار فروش رابطه معکوس بین قیمت اختیار معامله فروش و نرخ بهره را می‌سنجد. با افزایش نرخ بهره بدون ریسک، مقدار پارامتر روو اختیار فروش کاهش می‌یابد.

نتیجه‌گیری و پیشنهادها

کمتری نیاز به تغییر و تعدیل در اندازه و ترکیب پرتفوی دارد. همچنین میزان حساسیت قیمت اختیارات نسبت به کاهش مدت‌زمان باقی‌مانده تا سررسید اختیار توسط تنا اندازه‌گیری شده است. پارامتر روو نیز حساسیت قیمت اختیار معامله به نرخ بهره بدون ریسک را نشان می‌دهد. همان‌گونه که در نتایج گفته شد، مقدار این پارامتر در اختیار خرید مثبت و در اختیار فروش منفی می‌باشد.

اختیار خرید و اختیار فروش تأثیر مستقیم دارد. میزان این تأثیر به کمک پارامتر وگا سنجیده می‌شود. پارامتر گاما نیز نسبت تغییر دلتای معرفی شده را به تغییرات قیمت دارایی می‌سنجد. سرمایه‌گذاران و معامله‌گران با اندازه‌گیری پارامتر گاما، میزان نیاز به تغییر و تعدیل در ترکیب پرتفوی خود که متشکل از دارایی و اختیار معامله دارایی است، را برای بی‌تفاوت نگه‌داشتن موضع معاملاتی نسبت به این تغییرات تعیین می‌کنند. هرچه مقدار گاما کمتر باشد، سرمایه‌گذار دفعات



شکل ۱۱- رابطه نرخ بهره بدون ریسک با ارزش اختیار معامله و پارامتر روو
Figure 11- The relationship between Risk-free rate, option price and Rho

است. لذا مدیران ریسک باید به‌طور منظم ارزش اختیار معامله را بازنگری کرده و استراتژی‌های خود را با ملاحظه این تغییرات به‌روز کنند؛ زیرا چه‌بسا اختیار معامله‌ای که زمانی بسیار سودآور است در وقت دیگر شدیداً زیان ده باشد. همچنین با توجه به نتایج به‌دست آمده و مقایسه قیمت اختیار آسیایی و قیمت اختیار اروپایی ساده، به دلیل ارزان‌تر بودن اختیار آسیایی، این نوع اختیار می‌تواند گزینه مناسب‌تری در بازار محصولات کشاورزی باشد. همچنین اختیار آسیایی با قیمت

به‌طور کلی می‌توان گفت برای اتخاذ یک موقعیت مناسب در اختیار معامله، لازم است تمام متغیرهای مؤثر بر قیمت را در نظر گرفته و با توجه به میزان حساسیت اختیار معامله به هر یک از این متغیرها، راهبرد مناسبی را برای پوشش ریسک در نظر گرفت. اختیار معامله ابزار مناسبی برای مدیریت ریسک است اما خود این ابزار نیز با ریسک‌هایی همراه می‌باشد. در بازارهای تغییرپذیر که نوسان‌پذیری قیمت در آن‌ها زیاد است، ارزش اختیارات به‌سرعت در حال تغییر

انقضای شناور نیز نسبت به اختیار آسیایی با قیمت انقضای ثابت برتری دارد؛ چراکه شناور بودن قیمت انقضاء، اثر تعدیل‌کنندگی بر نوسانات قیمت دارد و می‌تواند ریسک تغییرات قیمت در طول دوره قرارداد را کاهش دهد.

منابع

- 1- Abdolahi M., and Najafi B. 2003. Study the Possibility of using futures and options markets in reduce price volatility in agricultural products in Iran: Case Study pistachios. *Agricultural economy and Development*, 11 (41-42): 1-25. (In Persian)
- 2- Box G.E.P., and Jenkins G.M. 1976. *Time series analysis: forecasting and control*, Revised edition, Holden-day, San Francisco, 45-56.
- 3- Boyle Ph., and Potapchik A. 2008. Price and sensitivities of Asian options: A survey. *Insurance: Mathematics and Economics*, 42, 189-211.
- 4- Carr P., and Madan D. 1999. Option valuation using the fast Fourier transform. *Journal of Computational Finance*, 2(40), 61-73.
- 5- Chung S.F., and Wong H.Y. 2014. Analytical pricing of discrete arithmetic Asian options with mean reversion and jump. *Journal of Banking & Finance*, Accepted Manuscript.
- 6- Cox J. C., Ross S. A., and Rubinstein M. 1979. Option pricing: A simplified approach. *Journal of Financial Economics*, 7 (3): 229.
- 7- Derakhshan M. 2011. *Derivatives and Risk Management in markets of Oil*. Institute for International Energy Studies.
- 8- Fusai G., Marena M., and Roncorono A. 2008. Analytical pricing of discretely monitored Asian-style options: Theory and application to commodity markets. *Journal of Banking & Finance*, 32, 2033-2045.
- 9- Horvath A., and Medvegyev P. 2016. Pricing Asian Options: A Comparison of numerical and simulation approaches twenty years later. *Journal of Mathematical Finance*, 6, 810-841.
- 10- Hosseini S., and Abedi S. 2007. Assessment the role of market components and government policies in determining the price of corn in Iran. *Jornal of Agricultural Economics*, 1: 21-33. (In Persian)
- 11- Hull J.C. 2009. *Fundamentals of futures and options markets*. 7th Edition.
- 12- Hull J., and White A. 1993. Efficient procedures for valuing European and American path-dependent options. *Journal of derivatives*, 1, 21-31.
- 13- Jaakko R., Samu K., Markus K., and Tuomas R. 2014. The pricing of Asian commodity options. Aalto University School of Science, Seminar on Case Studies in Operations Research, Mat-2.4177.
- 14- Kimiagari A.M., and Afarideh Sani E. 2006. Suggestion a composed option pricing model based on Black-Scholes and Binomial tree models (case study in Tehran stock exchange). *International Journal of Industrial Engineering & Production Research*, 19(4): 119-127. (In Persian with English abstract)
- 15- Mombeini, H., Hashempour, M., and Rowshandel, SH. 2015. Proposing a novel model based on ARIMA technique for forecasting housing price: a case study of Tehran. *Iranian Journal of Investment Knowledge*, 14(4): 15-28.
- 16- Moon, K.S., Jeong, Y., and Kim, H. 2016. An efficient binomial method for pricing Asian options. *Economic Computation and Economic Cybernetics Studies and Research*, 2(50), 151-164.
- 17- Nabavi chashmi A., and Gahsemi Chali J. 2014. Binomial tree used in the calculation of risk-sensitive parameters and options on stock price. *Journal of Management*, 11(34): 101-119. (in Persian)
- 18- Soleimani Sarvestani Kh., and Ebrahimi K. 2012. Binomial Tree Method for Asian options in Jump-diffusion Models. 3rd Conference on Financial Mathematics & Applications. Semnan University.
- 19- Yahyazadeh M., and Hasannejad M. 2006. Feasibility of the utilization option in Iran capital market. *Message Management*, (17&18): 85-107.
- 20- Zhanh H. 2009. Pricing Asian options using Monte Carlo methods. Project Report, Uppsala University.