

## برآورد مشخصه‌های برف به روش‌های موجک و زمین‌آمار (مطالعه موردی: حوضه‌های آبریز شمال غرب کشور)

مریم بیات ورکشی\* - استادیار گروه علوم و مهندسی خاک‌شناسی، دانشکده کشاورزی، دانشگاه ملایر، ملایر، ایران  
علیرضا ایلدرومی - دانشیار گروه مهندسی آبخیزداری دانشکده محیط زیست و منابع طبیعی، دانشگاه ملایر، ملایر، ایران  
حمید نوری - استادیار گروه مهندسی آبخیزداری، دانشکده محیط زیست و منابع طبیعی، دانشگاه ملایر، ملایر، ایران  
حمید زارع ایبانه - دانشیار گروه مهندسی آب، دانشکده کشاورزی، دانشگاه بوعلی سینا، همدان، ایران

تاریخ دریافت: ۱۳۹۵/۳/۲۱ تاریخ پذیرش: ۱۳۹۵/۱۱/۱۶

### چکیده

در این تحقیق، با به‌کارگیری تبدیل موجک، به بررسی روش شبکه عصبی - موجک و زمین‌آمار در برآورد توزیع مکانی سه مؤلفه ارتفاع برف، چگالی برف، و ارتفاع آب معادل برف حوضه‌های آبریز شمال غرب کشور پرداخته شد. بدین منظور، با مدنظر قراردادن اطلاعات اندازه‌گیری چهارساله (۱۳۸۷-۱۳۸۷ تا ۱۳۹۰-۱۳۹۱) سه استان آذربایجان شرقی، آذربایجان غربی، و اردبیل توانایی روش شبکه عصبی - موجک و زمین‌آمار ارزیابی شد. مقایسه روش‌های مختلف زمین‌آمار نشان از برتری روش کریجینگ معمولی با نیم‌تغییرنمای گوسین برای مؤلفه‌های چگالی برف، آب معادل برف، و ارتفاع برف با آماره میانگین مجذور مربعات خطای استاندارد (NRMSE) به ترتیب ۰/۲۵۹، ۰/۴۲۹، و ۰/۳۹۰ بود. با کاربرد روش شبکه عصبی - موجک خطای برآورد هر سه مؤلفه بسیار کاهش یافت؛ به طوری که مقدار NRMSE برای مؤلفه‌های چگالی برف، آب معادل برف، و ارتفاع برف به ترتیب ۰/۱۲۲، ۰/۰۰۲، و ۰/۰۰۱ به دست آمد. ضمن آنکه دقت شبیه‌سازی نقاط حدی مؤلفه‌های برف به وسیله روش شبکه عصبی - موجک افزایش یافت. بنابراین، کاربرد شبکه عصبی - موجک در مقایسه با زمین‌آمار در برآورد توزیع مکانی مشخصه‌های برف توصیه می‌شود.

کلیدواژه‌ها: آب معادل برف، چگالی برف، زمین‌آمار، ضخامت برف، عصبی - موجک.

### مقدمه

برف پدیده مهم هیدرولوژیکی نواحی کوهستانی است و آب ناشی از ذوب آن منبع آبی مناسبی در بسیاری از نقاط جهان است. برف و آب حاصل از ذوب برف نقش بسزایی در جریانات رودخانه‌ای و تغذیه منابع آب‌های زیرزمینی دارد؛ به همین دلیل، مدل‌سازی انباشت برف و ذوب آن حائز اهمیت است. بنابراین، برآورد توزیع مکانی برف در مقیاس‌های زمانی گوناگون از مراحل اصلی مطالعات منابع آب است. فتح‌زاده (۱۳۸۷) اهمیت برف را، برخلاف کم‌بودن سطح زمین تحت پوشش آن، در مقیاس جهانی شگرف می‌داند. وزیر (۱۳۸۲) در بررسی‌های خود نشان داد حدود ۶۰ درصد از آب‌های سطحی و ۵۷ درصد از آب‌های زیرزمینی دارای منشأ برف در مناطق برف‌گیر کشورند. به همین دلیل، شناخت

ویژگی‌های برف به واسطه محدودیت منابع آب شیرین، کم‌توجهی به هیدرولوژی برف در ایران، و اثرهای درخور توجه آن در آب و هوا و گردش جوی و حرارتی اهمیت دارد (ابدام و فتح‌زاده، ۱۳۹۲؛ تریهورن و دگاتانو، ۲۰۱۲). کلین و همکاران (۱۹۹۸) راه معمول دستیابی به اطلاعات برف را داشتن اطلاعات مشاهده‌ای کافی در تعدادی از نقاط یک ناحیه مطالعاتی گزارش کردند. الدر و همکاران (۱۹۹۱) و بالک و الدر (۲۰۰۰) دشواری‌های تجهیز و دسترسی به ایستگاه‌های برف‌سنجی، محدودیت زمانی ریزش‌های برفی، و هزینه‌داربودن اندازه‌گیری‌ها را مانعی در دستیابی به داده‌های مشاهداتی قابل اعتماد دانسته‌اند. به عبارت دیگر، موقعیت و تراکم نامناسب ایستگاه‌های برف‌سنجی ضرورت برآورد داده‌های برف در نقاط فاقد آمار و تعمیم داده‌های نقطه‌ای به داده‌های منطقه‌ای را نشان می‌دهد. به همین دلیل، ایجاد برآورد توزیع مکانی به منظور شناخت ویژگی‌های برفی ضروری به نظر می‌رسد (عباسی جندانی و فتح‌زاده، ۱۳۹۴).

مدل‌های هیدرولوژیکی گوناگونی برای مدل‌سازی مشخصه‌های برف پیشنهاد شده است. اما، با توجه به ماهیت غیرخطی، عدم قطعیت، و عدم صراحت زیاد، هیچ یک از مدل‌های آماری و مفهومی پیشنهادشده به منظور الگوسازی دقیق ویژگی‌های برف نتوانسته‌اند یک مدل برتر و توانا شناخته شوند. بلوشل و همکاران (۱۹۹۱) استفاده از زمین‌آمار در پایش و ارزیابی ویژگی‌های برف را به دلیل مشکلات دستیابی به اطلاعات مشاهده‌ای در مقیاس فشرده راهکاری مطمئن گزارش کردند. ابدام و فتح‌زاده (۱۳۹۲) توزیع مکانی عمق برف در حوضه آبخیز سخوید تفت را با روش‌های گوناگون زمین‌آمار بررسی کردند و نشان دادند روش کریجینگ با مدل‌نمایی بهترین برآوردها را دارد. تاپسوبا و همکاران (۲۰۰۸) از تکنیک کریجینگ معمولی با روند خارجی به منظور برآورد توزیع مکانی آب معادل برف در حوضه آبریز رودخانه گاتینیوی منطقه کبک کانادا استفاده و با نتایج کریجینگ معمولی مقایسه کردند. آن‌ها نتیجه گرفتند که تکنیک کریجینگ معمولی با روند خارجی روش مناسب‌تری است.

امروزه کاربرد شبکه‌های غیرخطی، به‌عنوان یکی از سیستم‌های هوشمند در پیش‌بینی پدیده‌های پیچیده، بسیار مورد توجه است. یکی از روش‌هایی که در سال‌های اخیر در زمینه هیدرولوژی مورد توجه قرار گرفته است کاربرد موجک به‌عنوان روشی نوین و بسیار مؤثر در زمینه تحلیل سیگنال‌ها و سری‌های زمانی است. تبدیل موجک تابعی است که نسخه بهبودیافته تبدیل فوریه را تداعی می‌کند و، برخلاف تبدیل فوریه، اجازه می‌دهد که سیگنال‌های نالیستا نیز به‌خوبی آنالیز شوند (سیفوزامان و همکاران، ۲۰۰۹). شبکه‌های عصبی مصنوعی ساختار ریاضی انعطاف‌پذیری دارند که قادر به شناسایی روابط پیچیده غیرخطی میان داده‌های ورودی و خروجی و شبیه‌سازی داده‌ها با عدم قطعیت بالا می‌باشند. زارع ایبانه (۱۳۹۱) با طرح‌ریزی شبکه عصبی مصنوعی و استفاده از اطلاعات زودیافت طول جغرافیایی، عرض جغرافیایی، و ارتفاع از سطح دریای نقاط اندازه‌گیری مشخصات برف به برآورد چگالی برف و آب معادل برف اقدام کرد. از دید تعداد متغیرها در شبکه عصبی مصنوعی سبب پیچیدگی ساختار شبکه عصبی و ناپایداری آن می‌شود. ضمن آنکه همبستگی بسیار زیاد بین متغیرهای ورودی به ورود اطلاعات تکراری به شبکه منجر می‌شود و مانع دستیابی به ساختار بهینه شبکه عصبی مصنوعی می‌شود (شفایی و همکاران، ۱۳۹۲). یکی از روش‌های مؤثر در پیش‌پردازش داده‌های ورودی شبکه عصبی مصنوعی استفاده از تبدیل موجک است. اخیراً کاربرد موجک در شبکه عصبی - موجک به‌عنوان تابع آموزش به منزله یک روش جایگزین در شبکه‌های عصبی مصنوعی مطرح است. کانسن و همکاران (۲۰۰۶) تأثیر پردازش مقدماتی داده‌ها در کاربرد مدل شبکه عصبی مصنوعی را با استفاده از تبدیل موجک پیوسته و گسسته بررسی کردند. نتایج آن‌ها نشان داد که آموزش شبکه با پردازش مقدماتی داده‌ها اجرای بهتری از آموزش شبکه تجزیه‌ناپذیر سیگنال‌های نارس آشفته دارد. بررسی منابع نشان می‌دهد که محققان سعی در بررسی کاربرد شبکه‌های عصبی - موجک داشته‌اند؛ از آن جمله می‌توان به کاربرد شبکه عصبی - موجک در برآورد بارش (نورانی و همکاران، ۲۰۰۹؛ طوفانی و همکاران، ۱۳۹۰)، جریان رودخانه (شفایی و همکاران، ۱۳۹۲؛ کیشی، ۲۰۰۸)، سطح آب زیرزمینی (ونگ و دینگ،

۲۰۰۳)، و خشک‌سالی (حسن‌زاده و همکاران، ۱۳۹۱؛ کیم و والدس، ۲۰۰۳) اشاره کرد. به‌رغم کاربرد موفق شبکه‌های عصبی- موجک در بسیاری از مطالعات آب‌شناسی، مطالعات اندکی در زمینه برآورد مشخصه‌های برف صورت گرفته است. داریان و همکاران (۲۰۱۴) کاربرد روش شبکه عصبی- موجک در برآورد آب معادل برف را مؤثر و کارا ارزیابی کردند.

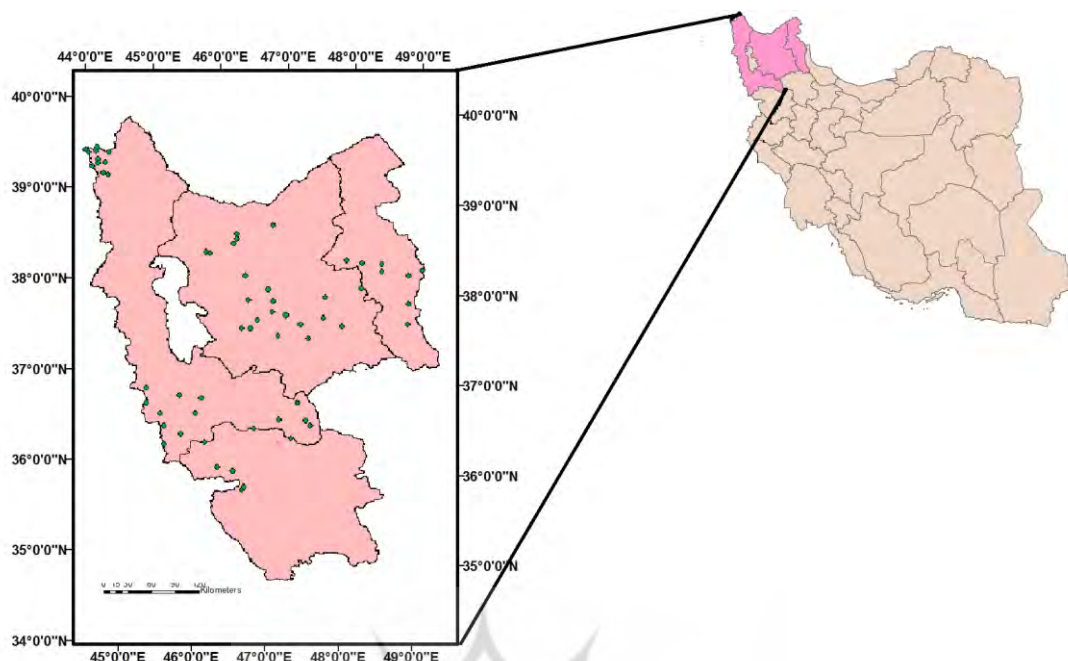
با توجه به کاربرد موفقیت‌آمیز شبکه عصبی- موجک در علوم مختلف، هدف از این پژوهش امکان استفاده از آن در برآورد توزیع مکانی مشخصه‌های برف است. در این تحقیق، تحلیل مکانی آب معادل برف، ضخامت برف، و چگالی برف که از مهم‌ترین اجزای برف در بیلان آبی حوضه‌های آبخیز شمال غربی کشور به‌شمار می‌رود، به روش‌های گوناگون زمین‌آمار و عصبی- موجک بررسی و ارزیابی می‌شود.

## مواد و روش‌ها

منطقه مورد مطالعه در این پژوهش ناحیه شمال غرب کشور است. برف انباشته‌شده از ریزش‌های زمستانی نقش درخور توجهی در ایجاد جریان‌های فصلی و دائمی برای مصارف کشاورزی و غیرکشاورزی دارد. منطقه شمال غرب ایران کوهستانی است و رقوم کمینه و بیشینه ارتفاعی آن به‌ترتیب ۱۱۸۰ و ۳۰۲۰ متر از سطح دریاست. برای اجرای تحلیل مکانی چگالی برف، ضخامت برف، و آب معادل برف از اطلاعات اندازه‌گیری‌شده و قابل دسترس برف در ۶۷ ایستگاه برف‌سنجی در ارتفاعات مختلف شمال غرب کشور طی چهار سال ۱۳۸۷-۱۳۸۸ تا ۱۳۹۰-۱۳۹۱ استفاده شد. ذکر این نکته لازم است که زارع ایبانه (۱۳۹۱)، معروفی و همکاران (۱۳۸۸)، و ابدام و فتح‌زاده (۱۳۹۲) برای برآورد مشخصه‌های برف از آمار یک‌ساله بهره گرفتند؛ در مطالعه حاضر تعداد سال‌های آماری در سطح چهار سال برای ۶۷ ایستگاه لحاظ شد. از هر نمونه برف اطلاعات آب معادل برف (سانتی‌متر)، چگالی برف (درصد)، ارتفاع برف (سانتی‌متر)، مختصات جغرافیایی، و ارتفاع از سطح دریا نقاط برف‌سنجی استخراج شد؛ به‌طوری‌که ۶۱۴۵ داده اطلاعاتی دسته‌بندی‌شده برای یک سال آبی و ۲۴۵۸۰ داده اطلاعاتی برای چهار سال آبی در محیط Excel ذخیره شد. مناطق مورد مطالعه سه استان آذربایجان غربی، اردبیل، و آذربایجان شرقی است که برای هر استان یک پوشه شامل پنج ستون اطلاعات برای هر سال آبی و ردیف‌هایی به تعداد نقاط اندازه‌گیری تنظیم شد. با عنایت به اینکه بخشی از حوضه آبریز استان آذربایجان غربی در استان کردستان قرار دارد، چهار ایستگاه برف‌سنجی در این حوضه از استان کردستان نیز در نظر گرفته شد. شکل ۱ نقشه رقوم حوضه‌های آبریز و ایستگاه‌های برف‌سنجی منطقه مورد مطالعه را نسبت به کل کشور نشان می‌دهد.

شرط استفاده از تحلیل‌های زمین‌آمار استفاده از داده‌های دارای توزیع نرمال است. میانگین و واریانس داده‌ها نیز باید خیلی از هم دور نباشند. آزمون نرمال‌بودن داده‌های برف با آزمون کلموگروف-اسمیرنوف<sup>۱</sup> در محیط نرم‌افزار SPSS انجام شد. آزمون آماری کلموگروف-اسمیرنوف بر پایه دو فرض صفر، یعنی نرمال‌بودن داده‌ها و فرض یک، یعنی نرمال‌نبودن داده‌ها استوار است. مقدار نرمال‌بودن آزمون بر پایه میزان عدد P-value تعیین می‌شود؛ به‌طوری‌که مقدار P-value بیش از ۰/۰۵ به مفهوم تبعیت داده‌ها از توزیع نرمال است. داده‌های غیرنرمال، علاوه بر گسستگی داده‌ها، سبب نقص تئوری زمین‌آمار می‌شوند. اصلاح آن دسته از داده‌های غیرنرمال با استفاده از شکل تغییریافته داده‌ها<sup>۲</sup> در قالب ریشه دوم ( $\sqrt{x}$ ) صورت گرفت (زارع ایبانه، ۱۳۹۱). همچنین، همگنی داده‌ها با آزمون ران به تفکیک هر سال برای هر حوضه آبریز بررسی شد. در تحلیل مکانی مؤلفه‌های مورد مطالعه برف در علم زمین‌آمار از رابطه ۱ استفاده شد. دقت نتایج حاصل از رابطه ۱ به نحوه برآورد فاکتور وزنی وابسته است.

1. Kolmogorov- Smirnov Test  
2. Transfer



شکل ۱. موقعیت منطقه مورد مطالعه و ایستگاه‌های برف‌سنجی

$$Z^*(xi) = \sum_{i=1}^n W_i Z(x_i) \quad \text{رابطه ۱}$$

که در آن  $Z^*(xi)$  مقدار برآوردشده متغیر  $x$  مقدار نمونه‌برداری شده متغیر  $x$  و  $W_i$  وزن نقاط نمونه‌برداری شده شامل وزن بیشتر برای نقاط نزدیک‌تر و وزن کمتر برای نقاط دورتر،  $i$  شماره نقاط نمونه‌برداری، و  $n$  تعداد کل نقاط نمونه‌برداری است.

برای برآورد مؤلفه‌های برف در نقاط فاقد اندازه‌گیری از رابطه ۱ به سه روش کریجینگ معمولی<sup>۱</sup> (OK)، معکوس فاصله وزنی<sup>۲</sup> (IDW)، و شبکه توابع پایه شعاعی<sup>۳</sup> (RBF) استفاده شد. در روش OK انتخاب یک مدل تغییرات مکانی یا تخمینگر خطی نارایب<sup>۴</sup> (BLUE) مناسب ضرورت دارد. برای تحلیل فضایی و توزیع مکانی داده‌های اندازه‌گیری شده است که با محاسبه وزن داده‌ها ( $W_i$ ) مقادیر متغیر مجهول در نقاط اندازه‌گیری نشده برآورد می‌شود. وزن داده‌ها در نقاط اندازه‌گیری با برازش سه مدل نیم‌تغییرنمای دایره‌ای<sup>۵</sup>، کروی<sup>۶</sup>، و گوسین<sup>۷</sup> بر داده‌ها به دست آمد. از بین مدل‌های نیم‌تغییرنما، مدلی با کمترین مقدار خطا برای مدل‌سازی نهایی انتخاب شد. شکل کلی معادله نیم‌تغییرنما به صورت رابطه ۲ است.

$$r_{(h)} = \frac{1}{2n} \sum_{i=1}^{n(h)} [Z_{(x_i)} - Z_{(x_i+h)}]^2 \quad \text{رابطه ۲}$$

که  $\gamma(h)$  نیم‌تغییرنمای تجربی،  $n(h)$  تعداد زوج نمونه‌ها به فاصله برداری  $h$  از یکدیگر،  $Z_{(x_i)}$  و  $Z_{(x_i+h)}$  به ترتیب مقادیر نمونه‌برداری در نقاط  $x$  و  $x+h$  است.

1. Ordinary Kriging
2. Inverse Distance Weight
3. Radial Basis Function
4. Best Linear Unbiased Estimator
5. Circular
6. Spherical
7. Gaussian

در روش IDW، مطابق معادله ۳، وزن نقاط نمونه‌برداری، به ازای توان‌های ۲، ۳، و ۴ محاسبه و با اعمال در رابطه ۱ مقادیر هر یک از پارامترهای عوامل برف محاسبه شد. در این روش فرض بر آن است که نقاط نزدیک به نقطه برآورد به دلیل تشابه بیشتر از وزن بیشتری برخوردارند.

$$w_i = d_i^{-m} \sum_{i=1}^n d_i^{-m} \quad \text{رابطه ۳}$$

در آن  $d_i$  فاصله اقلیدوسی آمین نقطه مشاهده‌شده تا نقطه مورد تخمین،  $m$  توان وزن‌دهی فاصله، و  $n$  تعداد نقاط مجاور است.

در انتها از روش اعتبارسنجی متقاطع<sup>۱</sup> (CV) برای انتخاب روش میان‌یابی مناسب از بین روش‌های درون‌یاب استفاده شد. اساس روش CV مقایسه مقادیر اندازه‌گیری (مقادیر شاهد) با مقادیر برآوردی است. در این روش، اطلاعات هر نقطه اندازه‌گیری حذف و با استفاده از اطلاعات سایر نقاط اندازه‌گیری مقدار حذف‌شده برآورد می‌شود. تکرار این عمل برای تک‌تک نقاط اندازه‌گیری و به تفکیک هر یک از سه روش میان‌یابی بود.

### تبدیل موجک

در گام بعد، کاربرد نظریه موجک در برآورد مشخصه‌های برف ارزیابی شد. مطابق مطالعات صورت‌گرفته، به دلیل دسترسی نداشتن به سیگنال‌های پیوسته از تبدیل موجک گسسته استفاده شد (شفایی و همکاران، ۱۳۹۲). این تبدیل به شکل رابطه ۴ تعریف می‌شود:

$$W_f(a, b) = \left| a \right|^{-\frac{1}{2}} \sum_{k=1}^N f(k\Delta t) \psi^* \left( \frac{k\Delta t - b}{a} \right) \quad \text{رابطه ۴}$$

که در آن  $\psi^*(t)$  تابع مختلط و مرکب  $\psi(t)$  است و  $W_f(a, b)$  ضریب موجک است که تحت سطوح تجزیه و زمان‌های مختلف به دست آمده است.  $N$  تعداد گام زمانی گسسته و  $\Delta t$  فواصل زمانی نمونه است. در مرحله تجزیه، تبدیل موجک گسسته سیگنال را به مجموعه‌ای از فرکانس‌های بالا و پایین تجزیه می‌کند (مالات، ۱۹۸۹). در سطح تجزیه  $J$ ،  $D_j$  که نشان‌دهنده زیرسری جزئی است به صورت رابطه ۵ تعریف می‌شود:

$$D_j(t) = \sum_{k \in z} W_f(a, b) \psi_{(a, b)}(t) \quad \text{رابطه ۵}$$

که  $W_f(a, b)$  ضریب موجکی در مقیاس  $a$  و زمان  $b$  است و  $\psi_{(a, b)}(t)$  موجک مادر تبدیل‌یافته در مقیاس  $a$  و زمان  $b$  است. در تجزیه موجکی دو دسته  $D_j$  حاصل می‌شود که دسته اول دارای مقیاس  $a=2^j$  است که  $J \leq j$  است و به  $D_j$  های ریز معروف‌اند و دسته دوم دارای  $a=2^j$  که  $J \geq j$  هستند و  $D_j$  خشن نام دارند.  $J$  سطح تجزیه موجکی است.

$$S = \sum_{j>J} D_j + \sum_{j \leq J} D_j \quad \text{رابطه ۶}$$

که  $a_j = \sum_{j>J} D_j$  زیرسری تقریبی در سطح  $J$  است (میسیتی و همکاران، ۱۹۹۶).

در این مطالعه از شبکه عصبی- موجک برای برآورد مشخصه‌های برف استفاده شد. بدین منظور، نخست مقادیر مشخصه‌های برف منطقه مورد مطالعه با استفاده از کد برنامه در نرم‌افزار Matlab و با به‌کارگیری موجک هار به‌عنوان موجک ساده و توسط تبدیل موجک گسسته به پنج زیرسری معین  $d(t)_1, d(t)_2, d(t)_3, d(t)_4, d(t)_5, a(t)_5$  تجزیه شدند. تابع موجک هار ساده‌ترین و جزو اولین موجک‌هاست که محققان کاربرد آن را گزارش کرده‌اند (گنتیل و مسینا، ۲۰۰۳؛ شفایی و همکاران، ۱۳۹۲). این تابع موجک نشان‌دهنده آن است که هر تابع پیوسته در بازه ۱ و ۰ می‌تواند با استفاده از یک سری از توابع پله تقریب زده شود. این توابع به صورت رابطه ۷ نشان داده می‌شوند:

$$\psi(t) = \begin{cases} 1 & 0 \leq t < 0.5 \\ -1 & 0.5 \leq t < 1 \\ 0 & t \geq 1, \quad t < 0 \end{cases} \quad \text{رابطه ۷}$$

از آنجا که هدف از تجزیه موجک ساده‌سازی سیگنال تا حد امکان است، با استفاده از کد برنامه نوشته شده در Matlab مشاهده شد که در سطح تجزیه ۵ زیرسری تقریبی به مرحله‌ای می‌رسند که در آن‌ها بسامدی مشاهده نمی‌شود. در نتیجه موج‌های تجزیه شده در این سطح به ساده‌ترین شکل ممکن اند.  $d(t)_1, d(t)_2, d(t)_3, d(t)_4, d(t)_5$  زیرسری‌های جزئی‌اند و  $a(t)_5$  زیرسری تقریبی است. مقادیر زیرسری‌های جزئی و تقریبی به‌عنوان ورودی شبکه عصبی مصنوعی در نظر گرفته شد.

برای طراحی بخش شبکه عصبی مصنوعی از تابع فعالیت تانژانت هایپربولیک<sup>۱</sup> و سیگموئید<sup>۲</sup> و الگوریتم‌های آموزش لوبز-مارکوات<sup>۳</sup> و گرادیان مزدوج<sup>۴</sup> استفاده شد. تعداد نرون لایه میانی نیز بر اساس آزمون و خطا سنجیده شد.

برای سنجش خطا و انحراف بین نتایج برآوردی با مقادیر اندازه‌گیری در هر روش، از آماره میانگین مجذور مربعات خطای استاندارد شده<sup>۵</sup> (NRMSE) طبق رابطه ۸ استفاده شد. آماره NRMSE در رابطه ۸ بدون بُعد است که تأثیر اندازه کمی مؤلفه‌های برف در آن حذف شده است؛ به گونه‌ای که کم و نزدیک به صفر بودن مقدار آماره NRMSE نشان‌دهنده کم‌تر بودن اختلاف مقادیر برآوردی با اندازه‌گیری و مناسب بودن روش میان‌یابی است.

$$NRMSE = \frac{\sqrt{\sum_{i=1}^n (X_i - Y_i)^2}}{\bar{Y}} \quad \text{رابطه ۸}$$

در این رابطه،  $X_i$  و  $Y_i$  به ترتیب نامین داده برف برآوردی و مشاهداتی،  $\bar{Y}$  میانگین داده مشاهداتی، و  $n$  تعداد نمونه‌های مورد ارزیابی است.

سرانجام، با ترسیم مقادیر برآوردی از هر یک از روش‌ها در مقابل مقادیر مشاهداتی در قالب نمودارهای گرافیکی، مقدار ضریب همبستگی<sup>۶</sup> ( $r$ ) آزمون شد. این آماره همبستگی بین دو متغیر را نشان می‌دهد. اگر با افزایش یک متغیر، متغیر دیگر افزایش یابد، ضریب همبستگی مثبت است و اگر با افزایش یکی دیگری کاهش یابد، ضریب همبستگی منفی است.

## یافته‌های تحقیق

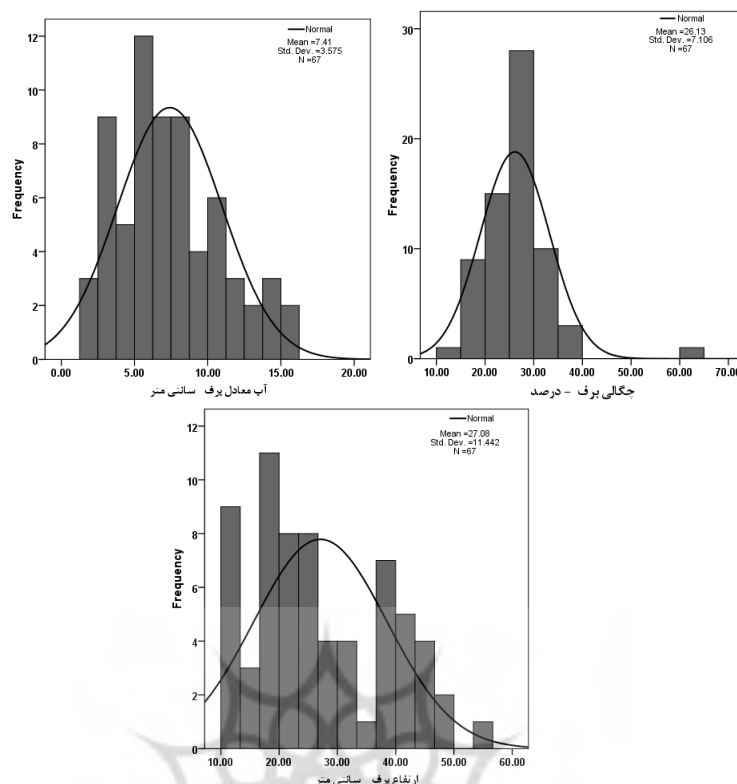
مشخصات توصیفی برخی اطلاعات برف سه حوضه آبریز آذربایجان شرقی، آذربایجان غربی، و اردبیل در جدول ۱ تدوین و ارائه شده است. در تنظیم جدول ۱، شاخص‌های میانگین، کمینه، بیشینه، و آماره کلموگروف-اسمیرنوف (K-S) و آماره P-value هر یک از فراسنج‌ها برای هر چهار سال و میانگینی از چهار سال آمده است.

1. Tanhyperbolic
2. Sigmoid
3. Levenberg-Marquate
4. Conjugate Gradient
5. Root Mean Square Error
6. Correlation Coefficient

جدول ۱. مشخصات آماری ویژگی‌های برف حوضه‌های آبریز مورد مطالعه

سال	مؤلفه برف	واحد	حداقل	حداکثر	میانگین	K-S	P-value.
۱۳۹۱	چگالی برف	%	۹/۴۵	۴۴/۰۷	۲۳/۱۳	۰/۸۸۶	۰/۴۱۲
۱۳۹۰-۱۳۹۱	آب معادل برف	Cm	۱/۱۰	۲۶/۳۷	۷/۷۲	۰/۹۳۴	۰/۳۴۷
۱۳۹۰	ارتفاع برف	Cm	۸/۳۳	۶۵	۳۰/۰۱	۱/۰۶	۰/۲۱۵
۱۳۹۰-۱۳۹۱	چگالی برف	%	۱۰/۵۵	۶۴/۲۰	۲۶/۸۷	۱/۰۸	۰/۱۹۳
۱۳۹۱-۱۳۹۰	آب معادل برف	Cm	۱/۰۹	۱۹/۹	۸/۲۵	۰/۸۷۷	۰/۴۲۵
۱۳۸۱-۱۳۹۱	ارتفاع برف	Cm	۹/۵	۶۵	۳۰/۱۷	۰/۸۹۲	۰/۴۰۳
۱۳۸۱-۱۳۹۰	چگالی برف	%	۱۱	۴۲	۲۸/۸۷	۰/۹۴۹	۰/۳۲۹
۱۳۸۱-۱۳۹۰	آب معادل برف	Cm	۰/۵۰	۱۴	۵/۹۳	۰/۷۶۲	۰/۶۰۶
۱۳۸۱-۱۳۹۰	ارتفاع برف	Cm	۲/۰	۴۴/۶۷	۱۹/۵۱	۰/۶۵۴	۰/۷۸۵
۱۳۸۱-۱۳۹۰	چگالی برف	%	۱۴	۳۸	۲۶/۳۲	۰/۷۶۸	۰/۵۹۶
۱۳۸۱-۱۳۹۰	آب معادل برف	Cm	۱/۵	۲۴/۷۵	۶/۸۳	۱/۱۷۷	۰/۱۲۵
۱۳۸۱-۱۳۹۰	ارتفاع برف	Cm	۹/۵	۶۰/۵۵	۲۵/۰۸	۰/۷۸۴	۰/۵۷۱
	چگالی برف	%	۱۱/۲۵	۶۴/۲۰	۲۹/۱۶	۰/۹۵۷	۰/۳۱۹
	آب معادل برف	Cm	۱/۰۵	۱۶/۱۵	۱۱/۱۵	۰/۷۸۶	۰/۵۶۸
	ارتفاع برف	Cm	۷/۳۳	۵۳/۹۲	۳۳/۰۷	۱/۰۱۳	۰/۲۵۶

مطابق جدول ۱، بیشترین چگالی برف برابر ۶۴/۲ درصد است که به سال آبی ۱۳۸۹-۱۳۹۰ تعلق دارد و کمترین مقدار چگالی برف معادل ۹/۴۵ درصد مربوط به سال آبی ۱۳۹۰-۱۳۹۱ است. حداکثر و حداقل مقدار آب معادل برف به ترتیب ۲۶/۳۷ سانتی‌متر در سال آبی ۱۳۹۰-۱۳۹۱ و ۰/۵ سانتی‌متر در سال آبی ۱۳۸۸-۱۳۸۹ مشاهده شد. به همین ترتیب، حداکثر ارتفاع برف ۶۵ سانتی‌متر در سال‌های آبی ۱۳۹۰-۱۳۹۱ و ۱۳۸۹-۱۳۹۰ و کمترین ارتفاع برف معادل ۲ سانتی‌متر در سال آبی ۱۳۸۸-۱۳۸۹ بود. جدول ۱ نشان می‌دهد که میانگین چهارساله چگالی برف هر سه حوضه ۲۹/۱۶ درصد، آب معادل برف ۱۱/۱۵ سانتی‌متر، و ارتفاع برف ۳۳/۰۷ سانتی‌متر است. اعمال آماره کلموگروف-اسمیرنوف بر داده‌ها به تفکیک سال‌های آبی و به همین ترتیب بر همه داده‌های چهارساله بیانگر نرمال بودن آن‌هاست. در تأیید نرمال بودن داده‌ها با فرض صفر مقدار آماره P-value است که برای همه مشخصه‌های برف به تفکیک هر چهار سال و میانگین چهار سال تمامی حوضه‌ها بزرگ‌تر از ۰/۰۵ است و بیانگر نرمال بودن آن‌هاست (عباسی جندانی و فتحزاده، ۱۳۹۴). در این راستا، نمودار هیستوگرام توزیع فراوانی کلیه داده‌های چگالی برف، ارتفاع برف، و آب معادل برف به همراه نمودار زنگوله‌ای محاط بر هیستوگرام‌ها بر اساس داده‌های ۶۷ موقعیت جغرافیایی آمده است (شکل ۲).



شکل ۲. توزیع فراوانی پارامترهای چگالی برف، ارتفاع برف، و آب معادل برف منطقه مورد مطالعه

در شکل ۲ برازش نمودار زنگوله‌ای مؤید نرمال بودن توزیع آماری مشخصات برف است که همسو با نتایج جدول ۱ مبنی بر نرمال بودن داده‌ها بر اساس آزمون کلموگروف-اسمیرنوف است. قبل از اجرای پهنه‌بندی، مقدار ضریب همبستگی پیرسون بین چگالی برف، ارتفاع آب، و آب معادل برف به‌عنوان متغیرهای وابسته با مشخصات جغرافیایی ناحیه مورد مطالعه به‌عنوان متغیرهای مستقل، که حاصل اجرای نرم‌افزار SPSS است، محاسبه و در جدول ۲ آورده شد.

جدول ۲. ماتریس ضریب همبستگی متغیرهای مورد استفاده

طول جغرافیایی عرض جغرافیایی ارتفاع از سطح دریا چگالی برف آب معادل برف ارتفاع برف						
۰٫۲۱۸	۰٫۲۷۰*	۰٫۱۶۷	۰٫۲۷۶*	-۰٫۴۵۶**	۱	طول جغرافیایی
-۰٫۱۰۳	-۰٫۱۰۷	-۰٫۰۵۳	۰٫۱۰۵	۱	-۰٫۴۵۶**	عرض جغرافیایی
۰٫۵۰۰**	۰٫۴۸۹**	۰٫۲۲۱	۱	۰٫۱۰۵	۰٫۲۷۶*	ارتفاع از سطح دریا
۰٫۰۳۵	۰٫۴۱۰**	۱	۰٫۲۲۱	-۰٫۰۵۳	۰٫۱۶۷	چگالی برف
۰٫۸۹۳**	۱	۰٫۴۱۰**	۰٫۴۸۹**	-۰٫۱۰۷	۰٫۲۷۰*	آب معادل برف
۱	۰٫۸۹۳**	۰٫۰۳۵	۰٫۵۰۰**	-۰٫۱۰۳	۰٫۲۱۸	ارتفاع برف

بر اساس اطلاعات جدول ۲، مقدار ضریب همبستگی هر متغیر با متغیر دیگر متفاوت است و این تفاوت بیانگر میزان اهمیت نسبی در متغیرهای مستقل در مدل‌سازی چگالی است. به عبارت دیگر، هر متغیر مستقلی که مقدار ضریب همبستگی آن بزرگ‌تر باشد از اثرگذاری بیشتری بر متغیر(های) وابسته چگالی، ارتفاع برف، و آب معادل برف برخوردار است. بر اساس جدول ۲، پارامتر ارتفاع از سطح دریا و طول جغرافیایی با ضریب همبستگی ۰٫۴۸۹ و ۰٫۲۷۰ بیشترین اثر



را بر متغیر آب معادل برف به‌ترتیب در سطح اطمینان ۹۹ و ۹۵ درصد دارد. علامت مثبت ضریب همبستگی بیانگر ارتباط مستقیم بین ارتفاع از سطح دریا و طول جغرافیایی با متغیر آب معادل برف است. به بیانی دیگر، با افزایش ارتفاع و طول جغرافیایی، مقدار آب معادل برف افزایش می‌یابد. در مطالعات مارچند و کلینگ ویت (۲۰۰۱) و شبان و همکاران (۲۰۰۴) نیز افزایش آب برف به ازای افزایش ارتفاع گزارش شده است. در تأیید نتایج جدول ۲ می‌توان به مطالعه معروفی و همکاران (۱۳۸۸) اشاره کرد که تأثیر متغیر ارتفاع جغرافیایی را در برآورد تغییرات آب معادل برف در سراب کارون ۰/۲۹ گزارش کردند. همچنین، نجفی و همکاران (۱۳۸۳) نیز ضریب همبستگی متغیرهای ارتفاع و طول جغرافیایی با رواناب حاصل از ذوب برف را برای حوضه مه‌آباد به‌ترتیب ۰/۶۹ و ۰/۳۹ گزارش کردند. زارع ایبانه (۱۳۹۱) هم همبستگی بین متغیرهای ارتفاع از سطح دریا و طول جغرافیایی نقاط برف‌سنجی با پارامترهای آب معادل برف و ارتفاع برف در حوضه آبریز آذربایجان غربی را مثبت و معنی‌دار به‌دست آورد. به‌نظر می‌رسد علت تفاوت‌های جزئی مقادیر گزارش‌شده در مطالعه نجفی و همکاران (۱۳۸۳) و زارع ایبانه (۱۳۹۱) با مطالعه حاضر می‌تواند در وسعت منطقه مورد مطالعه تعداد داده‌ها و بازه زمانی داده‌ها باشد. چگالی برف با هیچ‌یک از متغیرهای جغرافیایی همبستگی معنی‌داری نداشت، لیکن بیشترین مقدار همبستگی به ارتفاع از سطح دریا تعلق داشت که برابر ۰/۲۲۲ است. ضمن آنکه تأثیرگذاری متغیرهای ارتفاع از سطح دریا، طول جغرافیایی، و عرض جغرافیایی بر چگالی برف همسو با ارتفاع آب معادل برف است (زارع ایبانه، ۱۳۹۱). به‌عنوان نتیجه کلی می‌توان اظهار کرد هر سه مؤلفه برف با ارتفاع از سطح دریای نقاط اندازه‌گیری رابطه مثبت دارند. در بیان علت آن می‌توان گفت ارتفاع از سطح دریا از عوامل مهم توپوگرافی است و افزایش ارتفاع به کاهش دمای هوا و به‌تبع افزایش میزان برف‌گیری منجر می‌شود.

جدول ۳ نتایج اجرای دو روش زمین‌آمار شامل کریجینگ معمولی و معکوس فاصله وزنی در منطقه‌ای نمودن تغییرات چگالی برف، ارتفاع برف، و آب معادل برف را نشان می‌دهد. نتایج مدل‌سازی روش کریجینگ با سه مدل نیم‌تغییرنمای کروی، گوسین، و دایره‌ای و روش معکوس فاصله وزنی (IDW) با توان‌های ۲، ۳، و ۴ آمده است. در جدول ۳ دقت نتایج روش‌های زمین‌آمار بر اساس محاسبه آماره NRMSE آمده است که دقت مدل را نشان می‌دهد. مطابق نتایج به‌دست‌آمده در جدول ۳، می‌توان دقت روش‌های درون‌یاب را بسته به نوع متغیر، ویژگی‌های منطقه مورد مطالعه، تراکم نقاط اندازه‌گیری، و نحوه آرایش آن‌ها متفاوت دانست.

جدول ۳. نتایج برآورد مشخصه‌های برف با استفاده از روش‌های مختلف زمین‌آمار بر اساس شاخص NRMSE (-)

متغیر	واحد	کریجینگ معمولی		معکوس فاصله وزنی			
		دایره‌ای	گوسین	کروی	توان ۲	توان ۳	توان ۴
چگالی برف	%	۰/۲۶۶	۰/۲۵۹	۰/۲۶۳	۰/۲۶۳	۰/۲۶۶	۰/۲۷۴
آب معادل برف	Cm	۰/۴۳۶	۰/۴۲۹	۰/۴۳۷	۰/۴۹۴	۰/۵۳۳	۰/۵۶۲
ارتفاع برف	Cm	۰/۳۹۳	۰/۳۹۰	۰/۳۹۲	۰/۴۲۰	۰/۴۵۵	۰/۴۷۹

جدول ۳ نشان می‌دهد کمترین دقت مربوط به توان ۴ روش معکوس فاصله وزنی است. ضمن آنکه نتایج حاصل از اعمال توان‌های مختلف در روش معکوس فاصله وزنی نشان داد با افزایش عدد توان و افزایش تعداد نقاط همسایگی این دقت کاهش بیشتری یافته است. با ملاحظه در نتایج مربوط به روش معکوس فاصله وزنی (جدول ۳) مشخص می‌شود که این کاهش دقت از ناحیه افزایش توان برای هر سه عامل برف در آماره NRMSE وجود دارد. این کاهش دقت می‌تواند ناشی از تأثیرپذیری مقدار برآوردی در یک نقطه از تعداد بیشتری نقاط همسایگی باشد. افزایش تعداد نقاط همسایگی به دلیل دورشدن برخی نقاط از نقطه اصلی و خطای اندازه‌گیری ناشی از تعدد نقاط بیشتر سبب افزایش

NRMSE شده است. مطابق نتایج جدول ۳، مناسب‌ترین روش مدل‌سازی مکانی مشخصه‌های برف در ناحیه شمال غرب بر اساس اطلاعات اندازه‌گیری روش کریجینگ معمولی با نیم‌تغییرنمای گوسین است. نتایج مطالعات مختلف نشان داد روش کریجینگ معمولی نسبت به سایر روش‌های درون‌یاب در برآورد مؤلفه‌های برف مناسب است (وفاخواه و همکاران، ۱۳۸۷؛ تاپسوبا و همکاران، ۲۰۰۸). برتری مدل‌های نیم‌تغییرنمای گوسین و دایره‌ای در برآورد مشخصه‌های بارندگی استان همدان در مطالعه معروفی و همکاران (۱۳۸۸) گزارش شده است. از دیگر نتایج جدول ۳، کم‌تر بودن خطای مدل‌سازی مؤلفه آب معادل برف در همه سال‌ها نسبت به خطای مدل‌سازی دو مؤلفه دیگر و بیشتر بودن خطای مدل‌سازی مؤلفه ارتفاع برف نسبت به دو مؤلفه دیگر است.

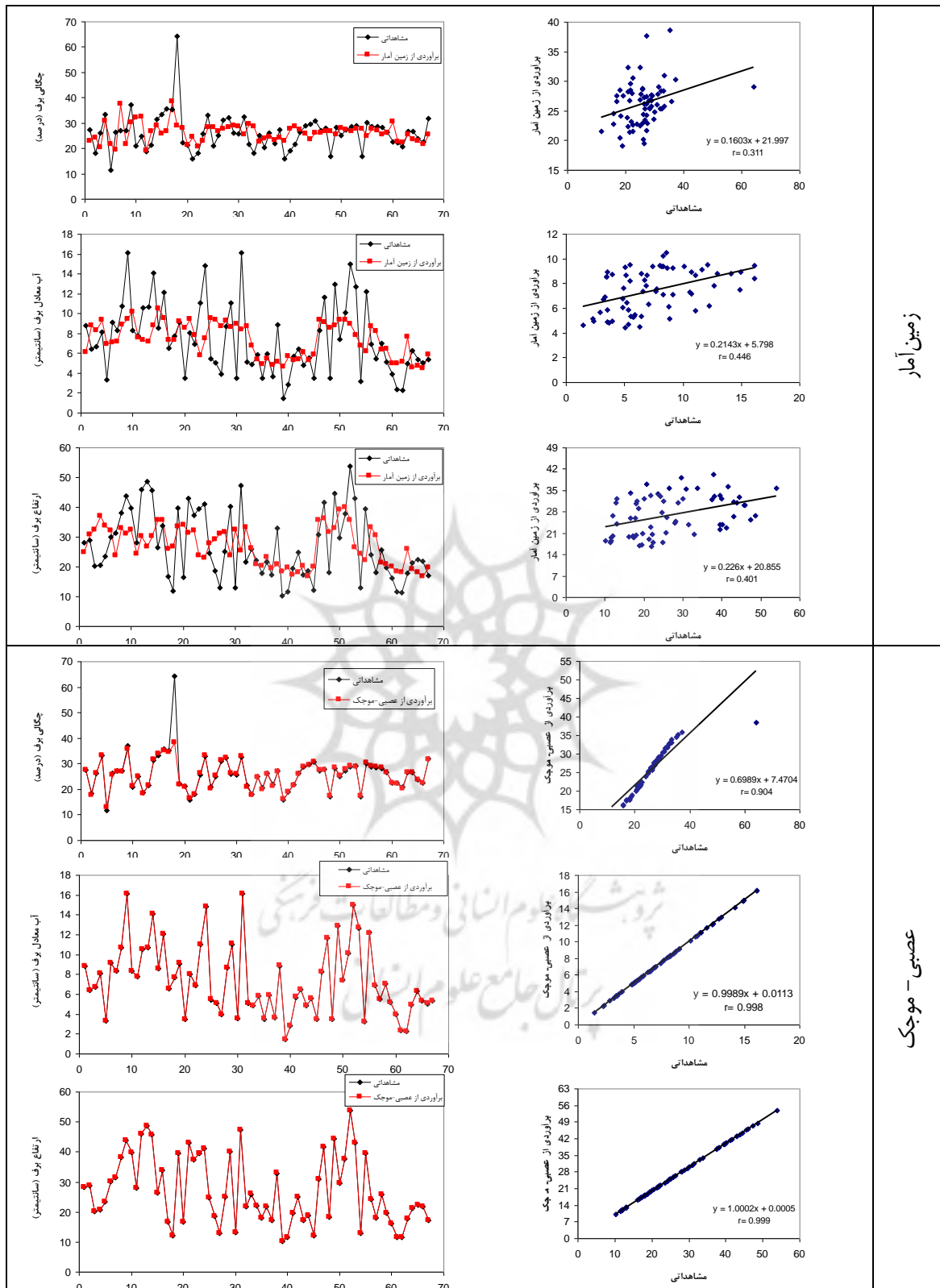
در مرحله بعد کاربرد روش عصبی- موجک در برآورد مشخصه‌های برف منطقه مورد مطالعه سنجش شد. دلیل استفاده از سطح پنج در تجزیه موجکی رسیدن به روند کامل در این سطح بود. جدول ۴ برآورد ویژگی‌های برف حوضه‌های آبریز شمال غربی با استفاده از روش عصبی- موجک را نشان می‌دهد.

جدول ۴. نتایج برآورد مشخصه‌های برف با استفاده از روش عصبی- موجک بر اساس شاخص (-) NRMSE

متغیر	واحد	تابع فعالیت	الگوریتم آموزش	ساختمان شبکه	تابع موجک هار
چگالی برف	%	تانژانت	لونبرگ مارکوات	۶-۴-۱	۰/۱۲۲
آب معادل برف	Cm	تانژانت	لونبرگ مارکوات	۶-۴-۱	۰/۰۰۲
ارتفاع برف	Cm	تانژانت	لونبرگ مارکوات	۶-۴-۱	۰/۰۰۱

همان‌گونه که جدول ۴ نشان می‌دهد، بهترین ساختار شبکه عصبی- موجک در برآورد هر سه مؤلفه برف مربوط به تابع فعالیت تانژانت با الگوریتم آموزش لونبرگ مارکوات است که در این ساختار چهار نرون در لایه میانی قرار دارد. رایانه (۱۳۹۱) نیز در مطالعه خود ساختار شبکه عصبی مصنوعی با الگوریتم آموزش لونبرگ مارکوات و تابع فعالیت تانژانت را در برآورد ارتفاع آب معادل برف و چگالی برف معرفی کرد. بر اساس نتایج جدول ۴، کارایی و دقت روش شبکه عصبی- موجک به واسطه خطای کم در برآورد هر سه متغیر برف مشاهده شدنی است؛ به طوری که خطای برآورد چگالی برف با روش عصبی- موجک ۰/۱۲۲ است که تفاوت درخور ملاحظه‌ای با روش زمین‌آمار (جدول ۳) دارد. این امر در خصوص دو پارامتر دیگر نیز صادق است. همان‌طور که از جدول ۴ استنباط می‌شود، خطای برآورد آب معادل برف و ارتفاع برف از روش عصبی- موجک به ترتیب ۰/۰۰۲ و ۰/۰۰۱ است که به مراتب کمتر از روش زمین‌آمار است. نکته درخور توجه عملکرد مشابه هر دو روش زمین‌آمار و عصبی- موجک در برآورد ارتفاع برف با خطای کمتر نسبت به دو پارامتر دیگر است. اگرچه خطای برآورد در روش عصبی- موجک بسیار کمتر از روش زمین‌آمار است. دقت بالای روش شبکه عصبی- موجک نه تنها به سبب پیش‌پردازش و دسته‌بندی موجک به زیرسیگنال‌های مختلف، بلکه توجه به تأثیر هر زیرسیگنال تجزیه‌ای به وسیله بزرگ‌نمایی نسبی وزن آن زیرسیگنال است (شفایی و همکاران، ۱۳۹۲). درخصوص دقت بسیار زیاد هر دو روش در برآورد ارتفاع برف این نتیجه همسو با مطالعه وفاخواه و همکاران (۱۳۸۷) است. ارزیابی کاربرد زمین‌آمار در برآورد متغیرهای عمق و چگالی برف حوضه آبریز اورازان (وفاخواه و همکاران، ۱۳۸۷) نشان داد که برآورد عمق برف از دقت بیشتری برخوردار بود.

به منظور بررسی جزئی‌تر، نتایج برآورد هر سه متغیر برف با روش زمین‌آمار و شبکه عصبی- موجک در شکل ۳ آورده شد. ذکر این نکته لازم است که نتایج زمین‌آمار با روش کریجینگ معمولی و نیم‌تغییرنمای گوسین مد نظر قرار گرفت. در ترسیم شکل ۳، مقدار ضریب همبستگی ( $r$ ) بین مقادیر برآوردی از هر یک از روش‌ها و مقادیر مشاهداتی ارزیابی شده است.



شکل ۳. مقایسه مشخصه‌های برف برآوردی از روش‌های زمین‌آمار و عصبی - موجک در مقابل مقادیر مشاهداتی

همان‌طور که در شکل ۳ ملاحظه می‌شود، در روش زمین‌آمار اختلاف بین مقادیر مشاهداتی و برآوردی برای هر سه متغیر مشهود است. مقدار ضریب همبستگی بین هر سه مؤلفه برف برآوردی از روش زمین‌آمار با مقادیر مشاهداتی برابر ۰/۳۱۱ تا ۰/۴۴۶ متغیر است. ناهمخوانی برخی مقادیر مؤلفه‌های برف برآوردی از روش زمین‌آمار با مقادیر مشاهداتی، به‌خصوص مقادیر حدی، را می‌توان ناشی از تصادفی‌بودن پدیده‌های آب‌شناسی دانست (زارع ابیانه، ۱۳۹۱). درخصوص برآوردهای روش شبکه عصبی - موجک، همان‌طور که مشاهده می‌شود، به‌جز در چند مورد، مقادیر برآوردشده با مقادیر مشاهده‌شده در حوضه‌های آبریز شمال غرب بسیار نزدیک به هم‌اند که دلالت بر کارایی مناسب شبیه دارد. مقایسه نتایج نشان می‌دهد که شبیه پیشنهادی شبکه عصبی - موجک هر یک از متغیرهای چگالی، ارتفاع آب معادل، و ارتفاع برف را با ضریب همبستگی بیش از ۰/۹ برآورد کرده است. به عبارت دیگر، شبیه پیشنهادی توانایی برآورد ۹۰ درصد از تغییرات مشخصه‌های برف منطقه مورد مطالعه را دارد. این امر درخصوص دو متغیر ارتفاع آب معادل و ارتفاع برف بیش از ۹۹ درصد است که در مقایسه با مطالعات مشابه برآورد بهتری داشته است. معروفی و همکاران (۲۰۱۱) با لحاظ هفت فراسنج ورودی در شبکه عصبی مصنوعی موفق به برآورد هم‌زمان ضخامت برف با ضریب ۰/۸۴ در سراب کارون شدند. زارع ابیانه (۱۳۹۱) با لحاظ ویژگی‌های جغرافیایی، به‌عنوان ورودی شبکه عصبی مصنوعی، مقدار ارتفاع آب معادل برف را با ضریب همبستگی ۰/۹۱۵ برآورد کرد. بنابراین، می‌توان به‌کارگیری تبدیل موجک را در بهبود نتایج شبکه عصبی مصنوعی مؤثر و کارا ارزیابی کرد. ضمن آنکه توزیع مکانی مشخصه‌های برف برآوردی از روش عصبی - موجک اختلاف چشم‌گیری با روش مرسوم زمین‌آمار داشت.

### نتیجه‌گیری

هدف از اجرای این پژوهش بسط و توسعه روش شبکه عصبی - موجک و زمین‌آمار برای ارزیابی تخمین مقادیر مؤلفه‌های مربوط به برف در نقاط بدون اندازه‌گیری بود. با عنایت به مشکلات تجهیز و آماده‌سازی ایستگاه‌های برف‌سنجی، لازم است تا از روش‌های نوین برای اطلاع از توزیع مکانی ویژگی‌های برف استفاده شود. بر اساس نتایج این بررسی، در محدوده مورد مطالعه روش کریجینگ معمولی نتایج بهتری نسبت به سایر روش‌های زمین‌آمار ارائه داد. لیکن نتایج روش‌های زمین‌آمار تفاوت قابل ملاحظه‌ای با روش شبکه عصبی - موجک داشت؛ به‌طوری‌که در برآورد هر سه مؤلفه چگالی، ارتفاع آب معادل، و ارتفاع برف روش شبکه عصبی - موجک برتری بسیاری نسبت به روش زمین‌آمار داشت. از دیگر نتایج تحقیق افزایش دقت برآورد نقاط حدی مؤلفه‌های برف توسط روش شبکه عصبی - موجک است که در سایر روش‌ها کمتر بدان توجه شده است. بیشترین و کمترین دقت برآورد توزیع مکانی هر دو روش به‌ترتیب به مؤلفه ارتفاع برف و چگالی برف تعلق داشت. در مجموع، با توجه به نتایج به‌دست‌آمده، کاربرد روش شبکه عصبی - موجک در برآورد توزیع مکانی مشخصه‌های برف حوضه‌های آبریز شمال غرب توصیه می‌شود. از آنجا که متغیرهای مستقل مورد استفاده در دسته متغیرهای زودیافت (دستیابی سریع به داده‌هایی با هزینه کمتر و دقت بیشتر) می‌باشند، می‌توان انتظار داشت نتایج به‌دست‌آمده دقت فراوانی داشته باشند.

### منابع

- ادام، س. و فتح‌زاده، ع. (۱۳۹۲). ارزیابی روش‌های زمین‌آمار به منظور برآورد توزیع مکانی عمق برف در مناطق نیمه‌خشک، مطالعه موردی حوضه آبخیز سخوید، مجله مهندسی آبیاری و آب، ۴(۱۳): ۱۱۳-۱۲۴.
- حسن‌زاده، ی.؛ عیدی کردانی، ا. و فاخری‌فرد، ا. (۱۳۹۱). پیش‌بینی خشک‌سالی با استفاده از الگوریتم ژنتیک و مدل ترکیبی شبکه عصبی - موجکی، آب و قاضلاب، ۳: ۴۸-۵۸.

- رجایی، ط. و زینی‌وند، ا. (۱۳۹۳). مدل‌سازی تراز آب زیرزمینی با بهره‌گیری از مدل هیبرید موجک- شبکه عصبی مصنوعی (مطالعه موردی: دشت شریف‌آباد)، *نشریه مهندسی عمران و محیط زیست*، ۴۴ (۴): ۶۳-۷۷.
- زارع ایبانه، ح. (۱۳۹۱). برآورد توزیع مکانی ارتفاع آب معادل برف و چگالی برف حوضه‌های آبخیز استان آذربایجان غربی، *مجله مهندسی منابع آب*، ۵: ۱-۱۰.
- شفایی، م.؛ فاخری‌فرد، ا.؛ دربندی، ص. و قربانی، م.ع. (۱۳۹۲). پیش‌بینی جریان روزانه رودخانه با استفاده از مدل هیبرید موجک و شبکه عصبی (مطالعه موردی: ایستگاه هیدرومتری ونبار در حوضه آبریز آجی‌چای)، *مهندسی آبیاری و آب*، ۴ (۱۴): ۱۱۳-۱۲۸.
- طوفانی، پ.؛ مساعدی، ا. و فاخری‌فرد، ا. (۱۳۹۰). پیش‌بینی بارندگی با استفاده مستقیم از نظریه موجک (مطالعه موردی: ایستگاه باران‌سنجی زرین‌گل استان گلستان)، *نشریه آب و خاک (علوم و صنایع کشاورزی)*، ۲۵ (۵): ۱۲۱۷-۱۲۲۶.
- عباسی جندانی، ش. و فتح‌زاده، ع. (۱۳۹۴). ارزیابی روش‌های درون‌یابی در برآورد آب معادل برف، *مجله منابع طبیعی ایران*، ۶۸ (۴): ۷۷۹-۷۹۳.
- فتح‌زاده، ع. (۱۳۸۷). برآورد توزیع مکانی آب معادل برف در حوضه آبریز کرج با استفاده از سنجش از دور و مدل بیلان انرژی، پایان‌نامه دکتری، دانشگاه تهران.
- معروفی، ص.؛ گل‌محمدی، گ.؛ محمدی، ک. و زارع ایبانه، ح. (۱۳۸۸). ارزیابی روش‌های زمین‌آمار در برآورد توزیع مکانی بارش استان همدان، *مجله دانش آب و خاک*، ۱۹: ۱۴۷-۱۶۴.
- نجفی، م.ر.؛ شیخی‌وند، ج. و پرهت، ج. (۱۳۸۳). برآورد رواناب حاصل از ذوب برف در حوضه‌های برف‌گیر با استفاده از مدل SRM (مطالعه موردی حوضه سد مهاباد)، *علوم کشاورزی و منابع طبیعی*، ۱۱ (۳): ۱۱۱-۱۲۲.
- وزیری، ف. (۱۳۸۲). *هیدرولوژی کاربردی در ایران: کتاب دوم: شناسایی یخچال‌های طبیعی در ایران*، انتشارات سازمان مدیریت و برنامه‌ریزی کشور.
- وفاخواه، م.؛ محسنی‌ساروی، ف.؛ مهدوی، س. و علوی‌پناه، ک. (۱۳۸۷). کاربرد زمین‌آمار در برآورد عمق و چگالی برف در حوضه آبریز اورازان، *مجله علوم و مهندسی آبخیزداری ایران*، ۲ (۴): ۴۹-۵۵.
- Abbasi Jondani, S. and Fathzadeh, A. (2015). Assessing of interpolation methods in order to snow water equivalent estimation, *Range and Watershed Management*, 68(4): 779-793. (In Persian)
- Balk, B. and Elder, K. (2000). Combining binary decision tree and geostatistical methods to estimate snow distribution in a mountain watershed, *Water Resources Research*, 36: 13-26.
- Bloschl, G.; Kirnbauer, R. and Gutknecht, D. (1991). Distribution Snowmelt Simulations in an Alpine Catchment's: 1. Model Evaluation on the Basis of Snow Cover Patterns, *Water Resources Research*, 27: 3171-3179.
- Cannas, B.; Fanni, A.; See, L. and Sias, G. (2006). Data preprocessing for river flow forecasting using neural networks: wavelet transforms and data partitioning, *Phys Chem Earth*, 31(18): 1164-1171.
- Cline, D.W.; Bales, R.C. and Dozier, J. (1998). Estimating the spatial distribution of snow in mountain basins using remote sensing and energy balance modeling, *Water Resour. Res.*, 34: 1275-85.
- Darlane, A.B.; Azimi, S. and Zakerinejad, A.J. (2014). Artificial neural network coupled with wavelet transform for estimating snow water equivalent using passive microwave data, *Journal of Earth System Science*, 123(7): 1591-1601.
- Ebdam, S. and Fathzadeh, A. (2013). Geostatistical methods to estimate the spatial distribution of snow depth in the watershed Skhvyd, *Water and Irrigation Engineering Journal*, 4(13): 113-124. (In Persian)
- Elder, K.; Dozier, J. and Michaelsen, J. (1991). Snow accumulation and distribution in an alpine watershed, *Water Resources Research*, 27: 1541-1552.
- Fathzadeh, A. (2008). Estimate the spatial distribution of snow water equivalent in Karaj basin by remote sensing and energy balance model, P.h.D. Thesis, Tehran University. (In Persian)
- Gentile, A. and Messina, A. (2003). On the continuous wavelet transforms applied to discrete vibrational data for detecting open cracks in damaged beams, *International Journal of Solids and Structures*, 40: 295-315.
- Hassanzadeh, Y.; Abdi Kordani, A. and Fakheri Fard, A. (2012). Drought Forecasting Using Genetic Algorithm and Conjoined Model of Neural Network-Wavelet, *Water and Wastewater*, 3: 48-58. (In Persian)

- Kim, T.W. and Valdes, J.B. (2003). Nonlinear model for drought forecasting based on a conjunction of wavelet transforms and neural networks, *J. of Hydrologic Engineering*, 8(6): 319-328.
- Kisi, O. (2008). Stream flow forecasting using neuro-wavelet technique, *Hydrol. Process.*, 22: 4142-4152.
- Mallat, S. (1989). Theories for multiresolution signal decomposition: the wavelet representation, *IEEE Pattern Anal. and Machine Intell.*, 11(7): 674-693.
- Marchand, W.D. and Killingtveit, A. (2001). Analyses of the Relation between Spatial Snow Distribution and Terrain Characteristics, *58th Eastern Snow Conference Ottawa*, Ontario, Canada.
- Marofi, S.; Golmohammadi, G.; Mohammadi, K. and Zare Abyaneh, H. (2009). Evaluation of Geostatistical Methods for Estimating Spatial Distribution of Annual Rainfall Using GIS Media in Hamedan Province, Iran, *Water and Soil Science*, 19: 147-164. (In Persian)
- Marofi, S.; Tabari, H. and Zare Abyaneh, H. (2011). Predicting spatial distribution of snow water equivalent using multivariate non-linear regression and computational intelligence methods, *Water Resources Management*, 25: 1417-1435.
- Merry, R.J.E. (2005). *Wavelet Theory and Applications, A literature study*, Eindhoven University of Technology Department of Mechanical Engineering Control Systems Technology Group.
- Misiti, M.; Misiti, Y.; Oppenheim, G. and Poggi, J.M. (1996). *Wavelet Toolbox*, User's Guide, The Mathworks.
- Najafi, M.R.; Sheikhiwand, J. and Porhemmat, J. (2004). Estimation of runoff in snow cover mountainous basin by using SRM model (A case study of Mahabad Basin), *Agriculture science and Natural Resources*, 11(3): 111-12. (In Persian)
- Nourani, V.; Komasi, M. and Mano, A. (2009). A Multivariate ANN-Wavelet Approach for Rainfall Runoff Modeling, *Water Resour Manage.*, 23: 2877-2894.
- Rajaei, T. and Zeynivand, A. (2014). Modeling of Groundwater Level using ANN Wavelet Hybrid Model (Case Study: Sharif Abad Plain), *Journal of Civil and Environmental Engineering*, 44(4): 73-77. (In Persian).
- Rioul, O. and Vetterli, M. (1991). Wavelets and signal processing, *IEEE SP Magazine*, 14-38.
- Shaban, A.; Faour, G.H.; Khawlie, M. and Abdallah, C. (2004). Remote sensing application to estimate volume of water in the form of snow on Mount Lebanon, *Hydrological sciences Journal*, 49(4): 643-653.
- Shafaei, M.; FakheiFard, A.; Darbandi, S. and Ghorbani, M.A. (2013). Prediction Daily Flow of Vanyar Station Using ANN and Wavelet Hybrid Procedure, *Water and Irrigation Engineering*, 4(14): 113-128. (In Persian)
- Sifuzzaman, M.; Islam, M.R. and Ali, M.Z. (2009). Application of Wavelet Transform and its Advantages Compared to Fourier Transform, *Journal of Physical Sciences*, 13: 121-134.
- Tapsoba, D.; Fortin, V.; Anctil, F. and Hache, M. (2008). Use of the kriging technique with external drift for a map of the water equivalent of snow, application to the Gatineau River Basin, *Canadian Journal of Civil Engineering*, 32(1): 289-297.
- Toufani, P.; Mosaedi, A. and Fakheri Fard, A. (2011). Prediction of Precipitation Applying Wavelet Network Model (Case study: Zarringol station, Golestan province, Iran), *Journal of Water and Soil*, 25 (5): 1217-1226. (In Persian)
- Tryhorn, L. and DeGaetano, A. (2012). A methodology for statistically downscaling seasonal snow cover characteristics over the Northeastern United States, *International journal of Climatology*, 33(12): 2728-2743.
- Vafakhah, M.; Mohseni, F.; Mahdavi, S. and Alavi panah, K. (2008). The use of geostatistics for estimation of snow depth and density in Orazan basin, *Journal of Watershed Management Science and Engineering*, 2(4): 49-55. (In Persian)
- Wang W. and Ding J. (2003). Wavelet Network Model and Its Application to the Prediction of Hydrology, *Nature and Science*, 1(1): 67-71.
- Vaziri, F. (2003). *Applied Hydrology in Iran: The Management and Planning Organization* (In Persian).
- Zareabyaneh, H. (2013). Estimation of Spatial Distribution of Snow Water Equivalent and Snow Density of the West Azarbaijan Province Basins, *Water Engineering*, 5: 1-10. (In Persian)