



# ارائه یک الگوریتم جدید برای یافتن کمینه های موضعی مساله بهینه سازی سیستم های کنترل موجودی چندسطحی با پارامترهای تصادفی

فریبرز جولای

استاد دانشکده مهندسی صنایع، پردیس دانشکده های فنی، دانشگاه تهران

سیدمحمد رضا داودی (نویسنده مسؤول)

دانشجوی دکتری مدیریت، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد دهقان، ایران

Email: smrdavoodi@dehaghan.ac.ir

علی محقر

دانشیار دانشکده مدیریت، دانشگاه تهران

محمد رضا مهرگان

استاد دانشکده مدیریت، دانشگاه تهران

## چکیده

در این مقاله طراحی و مقایسه یک مدل شبیه سازی موجودی چند سطحی، چند محصولی که هر واحد آن از سیاست کنترل موجودی نقطه سفارش مرور مستمر  $(R, Q)$  استفاده می کند، ارائه می شود. مدل توزیع با چندین محصول نهایی و چندین محصول میانی و یک قلم محصول اصلی در نظر گرفته می شود این بهینه سازی شامل کمینه سازی تابع هزینه می باشد. سطح سرویس دهی واحدها با نرخ پرسازی سنجیده می شود که برای هر واحدی از مقدار مقروض کمینه ای بیشتر است. در الگوریتم ارائه شده با داشتن یک نقطه ی شدنی و موضعی سازی درجه دوم تابع هدف و موضعی سازی خطی قیود حول آن نقطه و استفاده از الگوریتم ژنتیک سعی در رسیدن به نقطه ی بهینه موضعی شده است. از آنجا که برآوردهای نقطه ای تابع هدف و نرخ های پرسازی به کمک شبیه سازی انجام می گیرد از آزمون فرض های آماری برای بررسی شدنی و بهبود جواب ها استفاده می شود. در پایان با یک مثال عددی، الگوریتم روی یک شبکه ی سه سطحی پیاده سازی می شود. با توجه به این نکته که موضعی سازی خطی حالت خاصی از موضعی سازی درجه دوم است از این رو با اطمینان بیشتری می توان انتظار داشت نقطه بدست آمده از این الگوریتم شدنی بهتر از حالت موضعی سازی خطی باشد.

**کلمات کلیدی:** مدیریت زنجیره تامین، بهینه سازی بر پایه شبیه سازی، موجودی چند سطحی، آزمون فرض های آماری، کمینه موضعی

## ۱- مقدمه

بهینه سازی سیستم های کنترل موجودی از مسائل پراهمیت در مدیریت زنجیره های تأمین است. شکل کلاسیک مدل های کنترل موجودی عمدتاً یک انبار را به تنهایی در نظر می‌گرفت و تحت شرایط و مفروضات خاص به بهینه سازی سیستم موجودی آن اقدام می‌کرد. مدل های موجودی چند سطحی تعمیمی از مدل‌های کلاسیک هستند که در آنها تعدادی واحد مختلف برای مثال تعدادی خرده فروش، عمده فروش و ... در قالب یک زنجیره همکاری دارند. زمان سفارش و مقدار سفارش کالا به گونه ای که هزینه های سیستم حداقل شود و همزمان تقاضای مشتریان برآورده شود دغدغه ی اصلی مدیریت موجودی است. تحقیق راجع به سیستم های کنترل موجودی چند سطحی در دهه ی ۱۹۵۰ آغاز شده که از آن میان کلارک و اسکارف از پایه ای ترین مقالات می‌باشد (Zhao, 2008). مدل یکپارچه ای برای موجودی در زنجیره تأمین سه رده‌ای ارائه کرده و برای حل آن الگوریتم جستجوی همسایگی بزرگ متغیری<sup>۱</sup> توسعه داد.

(Aziz & Moein, 2007) مسأله را در حالت چند محصولی، چند دوره ای با چند تأمین کننده و یک کارخانه مونتاژ و با هدف کمینه سازی مجموع هزینه های حمل و نگهداری موجودی بررسی کردند. آنان با بررسی دو نحوه نمایش مختلف جواب، یک الگوریتم ژنتیک ترکیبی بر اساس رویکرد نخست تخصیص و سپس مسیریابی ارائه کردند (Moein, 2010) در تحقیق مشابهی، الگوریتم ژنتیک ترکیبی بهبود یافته‌ای ارائه داد.

(Boudia, 2007) در تحقیق خود با بررسی یک مسأله مسیریابی<sup>۲</sup> موجودی که در آن برنامه ریزی تولید نیز لحاظ شده است، الگوریتم های حل مبتنی بر رویه جستجوی انطباقی حریصانه تصادفی<sup>۳</sup> توسعه داد. (Boudia & Prins, 2009) در تحقیق مشابه ای، ساختاری مبتنی بر الگوریتم ممتیک<sup>۳</sup> با مدیریت جمعیت جواب‌ها توسعه دادند.

(Geunes, 2007) در مطالعه مروری خود به بررسی تحقیقات انجام شده در زمینه سیستم‌های موجودی چندسطحی پرداخته و انواع روش‌های رایج در این مطالعات را شناسایی نمود. با ورود پارامترهای تصادفی مانند تقاضای تصادفی مشتریان به مدل، فرآیندهای تصادفی، معادلات دیفرانسیل و کنترل تصادفی برای بیان و حل چنین سیستم‌هایی به کار رفت که از آن میان می‌توان به (Deurmeyer & Schwarz, 1981)، (Graves, 1985)، (Axsater, 2002, 1990, 2006)، (Cachon, 2001)، (Amiri, Olfat & Razavi, 2012)، (Gao & Wang, 2008)، (Kochel & Nielander, 2005)، (Sherbrook, 1968)، (Ivanov, Dolgui, & sokolov, 2012) و (Perea- Lopez, Ydstie & Grossmann, 2003) اشاره کرد.

(Benton, 1991) یک برنامه‌ریزی غیر خطی و یک روش ابتکاری با استفاده از لاگرانژ برای انتخاب عرضه کننده تحت شرایط اقلام چند گانه محدودیت‌های منابع و تخفیفات مقداری را استفاده کرد. هدف این مدل، کم کردن مجموعه هزینه‌های خرید، نگهداری موجودی و سفارش است. همچنین محدودیت های انبار و سرمایه نیز در نظر گرفته شده است. از آنجا که عملیات زنجیره تأمین پیچیده هستند و روش های ریاضی برای حل شدن به ساده سازیهای زیادی احتیاج دارند که باعث می‌شود با واقعیت سازگاری کمتری داشته باشند، این گونه روش‌ها کارآمد و مطلوب نیستند. به علاوه حل این مدل‌ها به دلیل سختی زیاد محتاج استفاده از روش های شبیه سازی می‌باشند. از این رو روش‌های ترکیبی حاصل از تلفیق شبیه سازی و روش‌های بهینه سازی به سرعت رشد کرده اند که از آن میان (Schwartz, Wang & Rivera, 2006) به ترکیب شبیه سازی و کنترل تصادفی، (Chu, You, & Wassick, 2014)، (Jung, Blau, & Eversdyk, 2008, 2004)، (Almeder, Preusser & Hartl, 2009) و (Nikolopoul & Ierapetritou, 2012) به ترکیب شبیه سازی و برنامه ریزی صحیح، (Mele, Guillen, Espuna & Puigjaner, 2006) و (Silva, Sousa, Runkler & Dacosta, 2006) به ترکیب شبیه سازی و الگوریتم های فرا ابتکاری مانند ژنتیک و کلونی مورچه‌ها دست زدند.

<sup>1</sup> Variable Large Neighborhood Search (VLNS)

<sup>2</sup> Greedy Randomized Adaptive Search Procedure (GRASP).

<sup>3</sup> Memetic algorithm

شبیه سازی را می توان برای تعریف و تفسیر سیستم، آنالیز آن به منظور تعیین پارامترهای بحرانی، برای ارزیابی مسائل مختلف سیستم و نیز به عنوان تخمین گر جهت تخمین مسائلی که در طرح ریزی و توسعه آینده سیستم دخالت دارند با حداقل خطای ممکن استفاده کرد.

(Ehrenberg, Zimmermann, 2012) یک شیوه بهینه سازی مبنی بر شبیه سازی را پیشنهاد می دهند که بر جفت کردن شبیه سازی و بهینه سازی از طریق یک شیوه تولید زمان بندی تکیه دارد.

(Melouk, Freeman, Miller & Dunning, 2013) یک تصمیم گیری مبنی بر بهینه سازی و شبیه سازی در صنایع فولاد معرفی کردند. برای بهینه سازی آنها مدل شبیه سازی را با یک واحد بهینه سازی توسعه یافته با استفاده از OptQuest پیوند دادند. (Altendorfer, Minner, 2011) یک مدل برای بهینه سازی همزمان ظرفیت و زمان برنامه ریزی شده انجام سفارش در یک سیستم تولید دو مرحله ای با زمان سررسید متفاوت برای مشتریان ارائه دادند.

(Almeder, Preusser & Hartl, 2009) دیدگاه جامعی درباره کاربردهای GA، به طور عمده در مسایل اندازه گیری تک سطحی ارائه کردند. (Daniel, & Rajendran, 2005) یک مدل چند سطحی، تک محصولی را برای بهینه سازی سطوح موجودی در زنجیره تامین با هدف حداقل سازی هزینه کل زنجیره تامین فرموله کردند، که شامل هزینه های نگهداری و کمبود در زنجیره تامین می باشد.

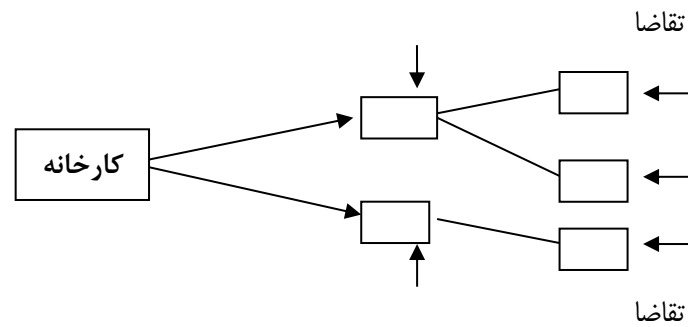
(O'Donnell, Maguire, McIvor & Humphreys, 2006) با اعمال GA به مدل زنجیره تامین بر اساس بازی آبجو اثر شلاق چرمی را کاهش دادند. (Fakhrzad & Zare, 2009) ترکیبی از GA را با ضریبهای لاگرانژ در مسایل برنامه ریزی تولید چند سطحی، چند محصولی و چند دوره ای ارائه کردند. Pasandideh, Niaki & Nia, (2011) یک مدل سفارش اقتصادی (EOQ) برای سیستم زنجیره تامین دو سطحی توسعه دادند که شامل چندین محصول می باشد، که انبار تامین کننده ظرفیت محدودی دارد. (Ghiami, Williams & Wu, 2013) الگوریتم GA و جستجو را برای کاهش زمان محاسبه استفاده نمودند و یک مدل بهینه سازی را برای موجودی رو به کاهش در زنجیره تامین تک عمده فروش و خرده فروش، با انبار ظرفیت محدود خرده فروش فرموله کردند.

(Chu, Wasslick & Agarwal, 2014) به کمک شبیه سازی به موضعی سازی خطی تابع هدف و قیود مسئله بهینه سازی کنترل موجودی چندسطحی پرداختند و سپس به کمک الگوریتم صفحه برش و کارهای آماری سعی در رسیدن به نقطه بهینه موضعی نمودند.

در این مقاله یک تعمیم از الگوریتم مذکور ارائه می شود. با توجه به این نکته که مدل های غیر خطی با ماهیت دنیای واقعی بیشتر همخوانی دارد. به عبارتی ماهیت روابط بین متغیرها در دنیای واقعی، غیر خطی است و استفاده از مدل های خطی تنها برای ساده سازی و رسیدن به جواب است. در الگوریتم جدید به جای موضعی سازی خطی از موضعی سازی درجه دوم و به جای الگوریتم صفحه برش از الگوریتم ژنتیک استفاده می شود و از شبیه سازی و کارهای آماری در فرآیند یافتن نقطه بهینه موضعی استفاده خواهد شود. در ادامه در قسمت دوم روش شناسی و در قسمت سوم نتایج و بحث شرح داده شده و سپس در قسمت چهارم منابع آورده شده است.

## ۲- مواد و روشها

بدیهی است چنانچه واحد بالاتر نتواند بلافاصله به سفارش پاسخ گوید زمان بین ارسال تا دریافت سفارش از زمان پردازش سفارش بیشتر می شود. در شبکه مورد بررسی تمامی واحدها از سیاست کنترل موجودی مرور دائم (R, Q) استفاده می کنند. واحدی که از سیاست (R, Q) استفاده می کند هرگاه سطح موجودیش به زیر R برسد یک سفارش به تعداد Q برای واحد بالاتر خود ارسال می کند. شکل (۱) نمای کلی شبکه را نشان می دهد.



شکل شماره (۱): یک شبکه توزیع دو لایه ای

در مدل مورد بررسی برای تمامی واحدها با دو نوع هزینه نگهداری و هزینه سفارش مواجه هستیم. لذا تابع هزینه شبکه به صورت زیر است.

(۱)

$$INVCOST = \sum_{i=1}^{N_F} \sum_{t=1}^{N_T} C_i^H IOH_{it} + \sum_{i=1}^{N_F} \sum_{t=1}^{N_T} C_i^R SOR_{it}$$

$N_T$  = تعداد روزهای شبیه سازی

$N_F$  = تعداد واحدهای شبکه (به غیر کارخانه)

$C_i^H$  = هزینه نگهداری یک واحد کالا برای واحد  $i$

$C_i^R$  = هزینه یک بار سفارش کالا برای واحد  $i$

$IOH_{it}$  = سطح موجودی پایان روز واحد  $i$  در روز  $t$

$SOR_{it}$  که دو مقدار به خود می‌گیرد:

$SOR_{it} = 1$  یعنی واحد  $i$  در روز  $t$  سفارش ارسال کرده

$SOR_{it} = 0$  یعنی واحد  $i$  در روز  $t$  سفارش ارسال نکرده است.

در این پژوهش سطح سرویس دهی به مشتریان به وسیله نرخ پرسازی که در زیر تعریف شده است سنجیده می‌شود.

(۲)

$$\forall i: FR_i = \frac{SFD_i}{SRD_i}$$

$FR_i$  = نرخ پرسازی واحد  $i$

$SFD_i$  = مجموع سفارشات که در یک دوره شبیه سازی در همان روز در واحد  $i$  تأمین شده اند.

$SRD_i$  = مجموع سفارشات که در یک دوره شبیه سازی به واحد  $i$  رسیده است

فرض می‌شود در یک شبکه مفروض با  $N_F$  واحد،  $R_i$  برابر نقطه سفارش واحد  $i$  و  $Q_i$  برابر مقدار سفارش واحد  $i$  باشد.

هدف مقاله یافتن بردار

(۳)

$$X = [R_1, R_2, \dots, R_{NF}, Q_1, Q_2, \dots, Q_{NF}]$$

است به صورتی که تابع هزینه سیستم کمینه شود در حالی که نرخ پرسازی واحدها از بردار  $fr^{\min}$  بیشتر شود.

(۴)

$$\forall i : FR_i \geq fr_i^{\min}$$

قابل ذکر است که :

که موجودی اولیه واحدها و توزیع بردار مشخص است.

(۵)

$$\theta = [od_{11}, \dots, od_{NFNT}, ot_{11}, \dots, ot_{NFNT}]$$

$od_{it}$  = تعداد سفارشات روزانه مشتریان واحد  $i$  در روز  $t$

$ot_{it}$  = زمان پردازش سفارش واحد  $i$  در روز  $t$

بنابر آنچه گفته شد توابع  $f, g_1, g_2, \dots, g_{NF}$  موجود هستند که

(۶)

$$INVCOST = f(X, \theta)$$

(۷)

$$\forall i : FR_i = g_i(X, \theta)$$

با معرفی

(۸)

$$\Phi(x) = E_{\theta}(f(x, \theta))$$

(۹)

$$\forall i : \psi_i(X) = \frac{E_{\theta}(SFD_i(X, \theta))}{E_{\theta}(SRD_i(X, \theta))}$$

شکل ریاضی مدل بهینه سازی به صورت زیر است:

(۱۰)

$$INVOPT \quad \min \Phi(X)$$

S.t

$$\forall i : \psi_i(X) \geq fr_i^{\min}$$

$X$  یک بردار صحیح مثبت است.

برای برآورد  $\Phi(x)$  و  $\psi_i(x)$  از شبیه سازی استفاده می شود.

در این روش به یک نمونه تصادفی مانند:

(۱۱)

$$\theta^r = \{\theta^{(r,1)}, \theta^{(r,2)}, \dots, \theta^{(r, N_{MC})}\}$$

$$r = 1, 2, \dots, N_R$$

نیاز است که:

$N_{MC}$  اندازه نمونه و  $\theta^{(r,i)}$  یک ماتریس با  $N_T$  سطر می باشد که هر سطر آن یک بردار تصادفی جهت مقداری به  $\theta$  می باشد. برنامه شبیه ساز به کمک  $\theta^r$  به تعداد  $N_{MC}$  بار و در هر بار برای  $N_T$  روز شبکه را بررسی می کند و از آن برای برآوردهای مذکور مطابق فرمول های زیر استفاده می کند.

(۱۲)

$$f^{(r,s)}(x) = f(x, \theta^{(r,s)})$$

(۱۳)

$$SFD_i^{(r,s)} = SFD_i(x, \theta^{(r,s)})$$

(۱۴)

$$SRD_i^{(r,s)} = SRD_i(x, \theta^{(r,s)})$$

(۱۵)

$$\forall i : \psi_i^r(x) = \frac{\sum_{s=1}^{N_{MC}} SFD_i^{(r,s)}(x)}{\sum_{s=1}^{N_{MC}} SFR_i^{(r,s)}(x)}$$

فرض می شود  $X^P$  یک نقطه شدنی مدل INVOPT باشد که هزینه و نرخ پرسیازی آن به وسیله نمونه شماره  $\Gamma$  برآورد شده است. در بخش بعد الگوریتمی معرفی می شود که هدف آن یافتن نقطه شدنی  $X^{P+1}$  از روی  $X^P$  در جهت کاهش هزینه می باشد.

ابتدا فرض می شود که آن الگوریتم اجرا شده و نقطه  $X^{P+1}$  که هزینه و نرخ پرسیازی آن به وسیله نمونه شماره  $\Gamma + 1$  برآورد شده است، بدست آمده است. با توجه به این نکته :

(۱۶)

$$\Phi^{r+1}(x^{P+1}) < \Phi^r(x^P), \forall i : \psi_i^r(x^{P+1}) \geq f_i^{\min}$$

می توان نتیجه گرفت که  $X^{P+1}$  شدنی و بهتر از  $X^P$  است یعنی:

(۱۷)

$$\Phi(x^{P+1}) < \Phi(x^P), \forall i : \psi_i(x^{P+1}) \geq f_i^{\min}$$

با توجه به استفاده از نمونه این اختلاف ها می تواند معنادار نباشد و ناشی از تصادف باشد و لذا از آزمون فرض های زیر استفاده می شود:

(۱۸)

$$H_0: \forall i \psi_i(X^{P+1}) \geq fr_i^{\min}$$

(۱۹)

$$H_1: \exists i \psi_i(X^{P+1}) < fr_i^{\min}$$

و

(۲۰)

$$H_0: \Phi(X^{P+1}) \leq \Phi(X^P)$$

(۲۱)

$$H_1: \Phi(X^{P+1}) > \Phi(X^P)$$

مطابق با نظر (Chu, wasslck & Agarwal,2014) آزمون فرض اول  $H_0$  زمانی قبول می شود که:

(۲۲)

$$\forall i: \psi_i(x) \geq fr_i^{\min} + dp_i$$

در رابطه اخیر

(۲۳)

$$dp_i = sp_i t_{1-\alpha, N_{MC}-1}$$

 $\alpha$  سطح معنی داری آزمون و

(۲۴)

$$\forall i \quad sp_i = \sqrt{\frac{1}{N_R - 1} \sum_{r=1}^{N_R} \left( \psi_i^r(x) - \frac{\sum_{r'=1}^{N_R} \psi_i^{r'}(x)}{N_R} \right)^2}$$

می باشد.

مطابق (Chu, wasslck & Agarwal,2014) آماره آزمون فرض دوم به صورت:

(۲۵)

$$tf = \frac{\Phi^{r+1}(x^{P+1}) - \Phi^r(x^P)}{\sqrt{\frac{(sf^{r+1})^2 + (sf^r)^2}{N_{MC}}}}$$

می باشد که:

$sf^{r+1}, sf^r$  به ترتیب انحراف معیارهای استاندارد  $f^{(r+1,s)}(x^{P+1})$  و  $f^{(r,s)}(x^P)$  هستند.

بنابراین  $H_0$  زمانی رد می شود که :

(۲۶)

$$tf > t_{1-\alpha, 2(N_{MC}-1)}$$

هم اکنون در این قسمت الگوریتمی که هدف آن یافتن نقطه شدنی بهتر  $X^{P+1}$  از روی می باشد ارائه می شود: (۲۷)

$$\begin{aligned} X^P &= [x_1^P = R_1^P, \dots, x_{N_F}^P = R_{N_F}^P, x_{N_F+1}^P \\ &= Q_1^P, \dots, x_{2N_F}^P = Q_{N_F}^P] \end{aligned}$$

تکنیک کار موضعی سازی درجه دوم  $\Phi$  حول  $X^P$  و موضعی سازی خطی  $\psi_i$  ها حول  $X^P$  می باشد که این موضعی سازی ها را به ترتیب با  $\Phi_P^r$  و  $\forall i: \psi_{i,P}^r$  نمایش داده می شود: (۲۸)

$$\Phi_P^r(x) = f_c^P + (x - x^P)^T f_a^P + (x - x^P)^T (x - x^P) f_b^P \quad (۲۹)$$

$$= f_c^P + \sum_i (x_i - x_i^P) f_{a,i}^P + \sum_i (x_i - x_i^P)^2 f_{b,i}^P$$

و

(۳۰)

$$= \sum_j (x_i - x_i^P) h_{a,i,j}^P + h_{b,i,j}^P$$

برای یافتن ضرایب مجهول بردارهای  $f_{b,i}^P$   $f_{a,i}^P$   $f_b^P$   $f_a^P$  روابط اخیر از کمینه سازی مجموع مربعات خطا با استفاده از الگوریتم ژنتیک برای  $2N_f + 1$  نقطه استفاده می شود: (۳۱)

$$D = \{X^P, (x_1^P - \delta, x_2^P, \dots, x_{2N_F}^P), (x_1^P + \delta, x_2^P, \dots, x_{2N_F}^P), \dots, (x_1^P, \dots, x_{2N_F}^P - \delta), (x_1^P, x_2^P, \dots, x_{2N_F}^P + \delta)\}$$

$\delta$  یک مقدار مثبت می باشد. حال نقطه  $X^{P+1}$  جواب مسئله زیر خواهد بود: (۳۲)

INVOPT 1

 $\min \Phi_P^r(X)$ 

S.T



$$(1) \quad \forall i: \psi_{i,p}^r(\mathbf{X}) \geq fr_i^{\min} + dp_i$$

$$(2) \quad \forall i: x_i^P - \delta \leq x_i \leq x_i^P + \delta$$

برای حل 1 INVOPT از الگوریتم ژنتیک مقید برای متغیرهای صحیح استفاده شد. در اینجا ذکر چند نکته ضروری است.

۱- در محاسبه ضرایب موضعی سازی به وضوح  
(۳۳)

$$\forall i: h_{a,i}^P = \psi_i^r(\mathbf{X}^P), f_c^P = \Phi^r(\mathbf{X}^P)$$

۲- موضعی سازی درجه دوم دارای دقت بالاتری نسبت به موضعی سازی خطی است. (حالت خاص  $f_b^P = 0$ ).

۳- دلیل اصلی استفاده از موضعی سازی در این نکته است که:  
(۳۴)

$$\forall i: \psi_{i,p}^r(\mathbf{X}^P) = \psi_i^r(\mathbf{X}^P), \Phi_p^r(\mathbf{X}^P) = \Phi^r(\mathbf{X}^P)$$

و این موضوع دقت محاسبه در نقاط نزدیک  $\mathbf{X}^P$  را افزایش می دهد.

۴- از آنجا که  $\forall i: x_i^P - \delta \leq x_i \leq x_i^P + \delta$  پس در صورت یافتن نقطه شدنی  $x^{P+1}$  همواره:

(۳۵)

$$\Phi_p^r(\mathbf{X}^{P+1}) \leq \Phi^r(\mathbf{x}^P)$$

در صورت پیداشدن نقطه  $\delta$  را کاهش می دهیم و با دقت بیشتری به تقریب پرداخته می شود.

۵- دلیل افزودن ترم  $dp_i$  در قید (۲) مسئله 1 INVOPT اطمینان بیشتری در جهت قبول فرض مربوط به شدنی بودن  $\mathbf{X}^{P+1}$  است.

بعد از محاسبه  $\mathbf{X}^{P+1}$  و بررسی نتایج آزمونهای آماری و اطمینان از اینکه  $\mathbf{X}^{P+1}$  شدنی و بهینه تر از  $\mathbf{X}^P$  است این بار با موضعی سازی حول  $\mathbf{X}^{P+1}$  به  $\mathbf{X}^{P+2}$  می رسیم و ...

اگر در مرحله ای یکی از آزمونها فرض رد شود به بررسی این مطلب پرداخته می شود که آیا نقطه ای که حول آن موضعی سازی کرده ایم یک مینیمم موضعی است یا نه.

می دانیم مطابق شرایط KKT برای این که  $\mathbf{X}^P$  یک نقطه مینیمم موضعی باشد باید:

(۳۶)

$$(1) \quad \nabla \Phi(\mathbf{X}^P) = \sum_i \lambda_i \nabla \psi_i(\mathbf{X}^P)$$

$$(2) \quad \forall i: \lambda_i (\psi_i(\mathbf{x}^P) - fr_i^{\min} - dp_i) = 0$$

$$(3) \quad \forall i: \psi_i(\mathbf{x}^P) - fr_i^{\min} \geq 0$$

$$\forall i : \lambda_i \geq 0$$

$$I = \{i : \psi_i(x^P) = f_i^{\min} + dp_i\} \text{ مجموعه}$$

در بردارنده اندیس قیودی است که در جواب  $X^P$  فعال هستند. از آنجا که از تقریب های آماری برای شناسایی این اندیس ها استفاده شد آزمون فرض زیر ایجاد خواهد شد:

(۳۷)

$$H_0 : \forall i : \psi_i(x) = f_i^{\min} + dp_i$$

$$H_1 : \exists i : \psi_i(x) > f_i^{\min} + dp_i$$

مطابق الگوریتم چو و همکاران فرض  $H_0$  زمانی قبول می شود که:

(۳۸)

$$\psi_i^f(x) < f_i^{\min} + 2dp_i$$

بدیهی است در شرایط KKT ،

(۳۹)

$$\forall i \in I : \lambda_i = 0$$

در این مقاله میزان صحت رابطه رگرسیونی :

(۴۰)

$$\nabla \Phi^r(x^P) = \sum_{i \notin I} \lambda_i \nabla \psi_i^f(x^P)$$

ملاکی برای برقراری رابطه (۱) شرایط KKT قرار داده می شود.

محاسبه سراسری نشان می دهد که:

(۴۱)

$$\nabla \psi_i(x^P) = h_{a,i}^P \quad \nabla \Phi(x^P) = f_a^P$$

اما برای سنجش میزان صحت رابطه مذکور از ملاک ضریب تعیین :

(۴۲)

$$R^2 = 1 - \frac{\varepsilon}{\nabla \Phi(x^P)^T \nabla \Phi(x^P)}$$

استفاده می شود که  $\varepsilon$  جواب بهینه مسئله کمینه سازی مقید زیر است یعنی:

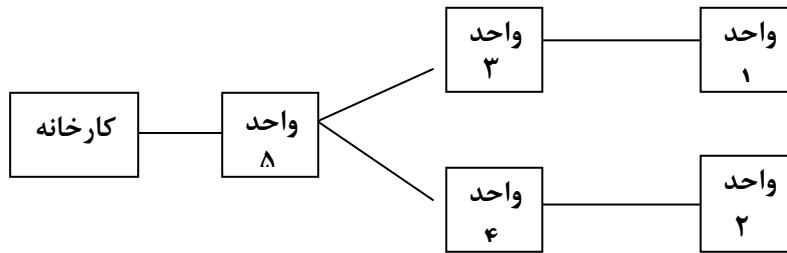
(۴۳)

$$\varepsilon = \min(\nabla \Phi(x^P) - \sum_{i \notin I} \lambda_i \nabla \psi_i(x^P))^T$$

$$(\nabla\Phi(X^P) - \sum_{i \in I} \lambda_i \nabla\psi_i(X^P))$$

$$\forall_i \notin I: \lambda_i \geq 0$$

مسلماً هر چه  $R^2$  به عدد یک نزدیک تر باشد صحت رابطه رگرسیونی بیشتر است. در مثال به بررسی شبکه ای پرداخته می شود که به صورت شکل (۲) است.



شکل ۲: سیستم موجودی چندسطحی

$$\forall t: \begin{array}{ll} od_{1t} \sim N(12, 4) & ot_{1t} \sim U(1, 3) \\ od_{2t} \sim N(18, 4) & ot_{2t} \sim U(1, 3) \\ od_{3t} \sim N(10, 2) & ot_{3t} \sim U(1, 3) \\ od_{4t} \sim N(10, 2) & ot_{4t} \sim U(1, 3) \\ od_{5t} \sim N(8, 2) & ot_{5t} \sim U(1, 3) \end{array}$$

$U$  نشان دهنده توزیع یکنواخت و  $N$  توزیع نرمال می باشد.

$$Inv(0) = [200 \ 200 \ 500 \ 600 \ 1000]$$

موجودی اولیه شبکه به صورت

و هزینه های نگهداری و سفارش تمام واحدها به صورت  $C_i^H = 1$  و  $C_i^R = 50$  واحد پول می باشد.

$$N_T = 100$$

و تعداد نمونه  $MC = 1000$  اختیار می شود.

حداقل نرخ پرسازی تمام واحدها یکسان و برابر  $fr_1^{\min} = 0/6$  اختیار شده است.

اجرای الگوریتم را با شروع از نقطه شدنی  $X^1$  آغاز می شود.

$$[X^1 = 100 \ 100 \ 400 \ 500 \ 800 \ 120 \ 300 \ 1000 \ 1200 \ 4000]$$

$$INVCOST^1 = 41836$$

$$FR^1 = [0/9765 \ 0/9431 \ 0/9479 \ 0/9807 \ 0/9899]$$

$$f_a^1 = [39/2542- 5/7639 18/3185- 9/4424$$

$$3/4587-6/1928 14/97134/2177 34/3460]$$

$$f_b^1=[36/9005-0/8026-16/4685-3/6355$$

$$14/2037-1/9964 0/7575 13/7486 6/8346 34/7100]$$

$$h_{a,1}^1=[0/0037 0/0058 0/0037 0/0019 -0/0004 0/1900 0/0002 -0/0015 -0/0007 0/0089]$$

$$h_{a,2}^1=[0/00090/00130/00090/0011-0/0008 0/4122 0/3465 0/7097 0/1101 0/9053]$$

$$h_{a,3}^1=[0/53140/4604 2/2405 -0/3643 0/7271 0/5674 0/5761 0/5592 0/6354 0/3531]$$

$$h_{a,4}^1=[0/3687 1/6925 0/4372 2/1775 0/6935 0/9974 0/1278 0/49880/10300/3557]$$

$$h_{a,5}^1 = [0/3856 0/4761 0/3739 0/9371 0/2425 0/2514 0/6675 0/5733$$

$$0/0704 0/5270]$$

با اجرای 1 INVOPT به نقطه  $X^2$  می‌رسیم که آزمون‌های فرضی آماری شدنی و بهینه‌تر بودن آن را تضمین می‌کنند.

$$X^2=[87 118 400 512 780 100 319 1020 1219 3980]$$

$$\text{Cost } x^2 = ۳۲۴۲.$$

$$FR^2=[0/6580 0/9161 0/9625 0/9443 0/9898].$$

نقطه  $X^3$  مطابق نتایج آزمون‌های آماری بهینه‌تر نبوده و در شرایط KKT برای  $X^2$

$$\lambda^*=[50/2226 22/1171 0/0053 0/0095 0/0231 3/3962 7/6187 10/0216 7/7655 6/7558]$$

$$R^2 = 0/82$$

لذا  $X^2$  یک نقطه مینیمم موضعی است. پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی  
نقطه بدست آمده از اجرای الگوریتم موضعی سازی خطی پیشنهاد شده در (Chu, wasslck & Agarwal, 2014) بعد از ۳ بار نصف کردن به اولین جواب شدنی و بهتر رسید در حالیکه الگوریتم موضعی سازی درجه دوم با اولین مقدار به جواب شدنی و بهتر رسید.

۳- نتایج و بحث

الگوریتم معرفی شده در این مقاله از موضعی سازی درجه دوم تابع هدف حول یک جواب شدنی برای رسیدن به یک نقطه کمیته موضعی استفاده کرد. از آنجا که موضعی سازی خطی حالت خاصی از موضعی سازی درجه دوم است بنابراین تفاوت مقدار تابع هدف و مقدار تخمین زده شده آن کمتر است و از این رو با اطمینان بیشتری می‌توان انتظار داشت نقطه بدست آمده از این الگوریتم شدنی بهتر از حالت موضعی سازی خطی باشد. پیشنهاد می‌شود خوانندگان از موضعی سازی های دیگری غیر از چند جمله ای ها استفاده کرده و دقت جواب ها را بررسی کنند.

#### ۴- منابع

1. Axsate, R. S. (2006). *Inventory control*, 2nd edition, New York: Spriner.
2. Deuermeyer, B. L., Schwarz, L.B. (1981). "A model for the analysis of system service level in warehouse-retailer- distribution systems: the identical retailer case". Presented in: Schwarz, L.B.

- (1981). *Multilevel Production/Inventory Control systems: Theory and Practice*, Elsevier science Ltd.
3. Graves, S. C. (1985). "A Multi-Echelon Inventory Model for a Repairable Item with one-for-one Replenishment". *Management science*, 31(10): 1247-1256.
  4. Almeder, C., Preusser, M., & Hartl, R. F. (2009). Simulation and optimization of supply chains: alternative Or complementary approaches? *OR Spectrum*, 31, 95-119.
  5. Amiri, M., Seif barghy, M., Olfat, L., Razavi Hajiagha, S.H. (2012). "Determination of a desirable inventory policy in a three echelon multilayer supply chain with normal demand". *International Journal of Industrial Engineering and Production Research*, 23(1): 65-72.
  6. Axsater, S. (1990). "Simple Solution Procedure for a Class of Two-Echelon Inventory Problem". *Operatians Research*, 38(1): 64-69.
  7. Axsater, s. (2002). "Approximate optimization of a two-level distribution inventory system". *International Journal of Production Economics*, 81-82: 545-553.
  8. Cachon, G.P. (2001). "Exact Evaluation of Batch-ordering Inventory Policies in Two-Echelon supply chains with Periodic Review". *Operations Research*: 49(1): 79-98.
  9. Chu, Y., You, F., & Wassick, J. M. (2014). Hybrid method integrating agent-based modeling and heuristic tree search for scheduling of complex batch processes. *Computers & Chemical Engineering*, 60, 277-296.
  10. Chu, Y., You, F., Wasslck, J.M., & Agarwal, A. (2014). Integrated planning and scheduling under production uncertainties: Bi-level model formulation and hybrid solution method. *Computers & chemical Engineering*, DOI: 10. 1016 /j . compchemeng. 2014.02.023. With general network structure via agent-based modeling. *AICHe Journal*, 59, 2884-2906.
  11. Chu, Y., You, F., Wasslck, J.M., & Agarwal.A. (2014). Simulation ° based optimization framework for multi ° echelon inventory systems under uncertainty. *computer & chemical Engineering* , 73, 1-16.
  12. Clark, A. J., Scarf, H. (1960). Optimal policies for a multi-echelon inventory problem". *Management science*, 6(4):475-490.
  13. Gao, J. , Wang, w. D. (2008). "Simulation-based optimization and its application in multi-echelon network stochastic inventory system". 7th International conference on system simulation and scientific computing, 10-12 October, china, Beijing, 1302-1307.
  14. Ghiami, Y., Williams, T., & Wu, Y. (2013). A two-echelon inventory model for a deteriorating item with stock-dependent demand, partial backlogging and capacity constraints. *European Journal of Operational Research*.
  15. Ivanov, D., Dolgui, A., & Sokolov, B. (2012). Applicability of optimal control theory to adaptive supply chain planning and scheduling. *Annual Reviews in control*, 36, 73-84.
  16. Jung, J. Y., Blau, G., Pekny, J. F., Reklaitis, G., & Eversdyk, D. (2008). Integrated safety stock management for multi-stage supply chains under production capacity constraints. *Computers & chemical Engineering*, 32, 2570-2581.
  17. Jung, J. Y., Blau, G., Pekny, J. F., Reklaitis, G., V. & Eversdyk, D. (2004). A Simulation based optimization approach to supply chain management under demand uncertainty. *Computers & chemical Engineering*, 28, 2087-2106.
  18. Kochel, P., Nielander, U. (2005). "Simulation-based optimization of multi-echelon inventory systems". *International Journal of Production Economics*. 93-94(1): 505-513.
  19. Mele, F. D., Guillen, G., Espuna, A., & Puigjaner, L. (2006). A simulation-based optimization framework for parameter optimization of supply-chain networks. *Industrial & Engineering chemistry Research*, 45, 3133- 3178.
  20. Melouk, S., Freeman, N., Miller, D., Dunning, M., (2013). Simulation optimization based decision support tool for steel manufacturing. *Int. J. Prod. Econ.* 141 (1), 269° 276.
  21. Nikolopoul, A., & Ierapetritou, M. G. (2012). Hybrid simulation based optimization approach for supply chain management. *Computers & chemical Engineering*, 47, 183-193.
  22. O Donnell, T., Maguire, L., McIvor, R., & Humphreys, P. (2006). Minimizing the bullwhip effect in a supply chain using genetic algorithms. *International Journal of Production Research*, 44, 1523° 1543.

23. Pasandideh, S. H. R., Niaki, S. T. A., & Nia, A. R. (2011). A genetic algorithm for vendor managed inventory control system of multi-product multi-constraint economic order quantity model. *Expert Systems with Applications*, 38, 2708 ° 2716.
24. Perea-Lopez, E., Ydstie, B.E., & Grossmann, I.E. (2003). A model predictive control strategy for supply chain optimization. *Computers & chemical Engineering*, 27, 1201- 1218.
25. Silva, C.A., Sousa, J.M.C. Runkler, T.A., & Dacosta, J. (2006). Distributed optimization of a logistic system.
26. Sherbrook, C.C. (1968). "Metric: A Multi- Echelon Technique for Recoverable Item Control". *Operations Research*, 16(1): 122- 141.14- Schwartz, J.D., Wang, W.L. & Rivera, D.E. (2006). Simulation- based optimization of process control policies for inventory management in supply chains. *Automatica*, 42, 1311- 1320.

