

صوری سازی مکانیک لاگرانژی و ناوردایی معادلات لاگرانژ

ابوتراب یغمائی*

چکیده

بر اساس دیدگاه تجربه‌گرایان منطقی، که به دیدگاه مورد قبول شهرت دارد، نظریه علمی مجموعه‌ای از گزاره‌هاست که در منطق مرتبه اول صورت‌بندی می‌شوند. مطابق با دیدگاه رقیب که با نام دیدگاه معنایی یا غیرگزاره‌ای شناخته می‌شود، نظریه علمی مجموعه‌ای از مدل‌هاست. در این مقاله سعی می‌شود نشان داده شود که دیدگاه مورد قبول نمی‌تواند الگوی قابل قبولی از تعیین نیروهای تعمیم‌یافته در مکانیک کلاسیک ارائه کند. بر این اساس در قسمت دوم، از ناوردایی معادلات لاگرانژ و استلزامات آن بحث می‌شود. در آخر این بخش این نکته مورد تأکید قرار می‌گیرد که ناوردایی معادلات لاگرانژ مستلزم این است که مقادیر فیزیکی هم‌جنس هم‌بعد نباشند. در بخش سوم، آخرین نسخه دیدگاه مورد قبول معرفی می‌شود. سپس صوری‌سازی مکانیک لاگرانژی در این دیدگاه ارزیابی و مشاهده می‌شود که این دیدگاه نمی‌تواند مقادیر فیزیکی هم‌جنس را به صورت یک‌سان متعین کند. در بخش آخر، دیدگاه معنایی سوپیز - اسنید معرفی می‌شود و نسخه ساختاری مکانیک لاگرانژی مطرح خواهد شد. در نهایت نشان داده می‌شود که این دیدگاه می‌تواند مقادیر فیزیکی هم‌جنس را به صورت یک‌سان متعین کند.

کلیدواژه‌ها: دیدگاه مورد قبول، دیدگاه معنایی، ساختارگرایی، ناوردایی معادلات لاگرانژ.

۱. مقدمه

اگرچه معمولاً فلسفه علم استاندارد با معیارهایش در باب جدایی علم از غیرعلم شناخته شده است، اما پیش‌گامان فلسفه علم در اوایل قرن بیستم همواره به این می‌اندیشیدند که

* استادیار پژوهشکده مطالعات بنیادین علم و فناوری، دانشگاه شهید بهشتی a_yaghmaie@sbu.ac.ir

تاریخ دریافت: ۱۳۹۳/۴/۲۰، تاریخ پذیرش: ۱۳۹۳/۷/۱۶

«نظریه علمی چیست؟». ^۱ موفقیت‌های روزافزون منطق مرتبه اول کافی بود تا فلاسفه را به سمت استفاده از این منطق برای صوری‌سازی نظریه‌های علمی سوق دهد. حاصل آن شد که تجربه‌گرایان منطقی نظریه علمی را چیزی ندانند جز مجموعه‌ای از گزاره‌ها که در نهایت توسط نتایج مشاهدتی و عملیات مشاهدتی تعبیر می‌شود. این دیدگاه که به دیدگاه مورد قبول (recived view) معروف است، توانست تا اواخر دهه ۱۹۵۰ میلادی بر پا باشد. اما انتقادات قاطع هانسون (Hanson, 1958) و کوهن (Kuhn, 1962) در فرو ریختن تمایز مشاهده/نظریه و انتقاد پاتنم (Putnam, 1966) به تمایز میان واژگان مشاهده‌تی/نظری ضربه‌ای جدی به این دیدگاه وارد کرد. هم‌زمان با انتقادات کوهن و حتی پیش از آن، گروهی از فلاسفه علم مانند سوپیز (Suppes, 1957) و بث (Beth, 1949) نشان داده بودند که منطق مرتبه اول نمی‌تواند نظریه‌های علمی را بازسازی کند. دیدگاه آنان بعدها به دیدگاه معنایی (semantic approach)، ساختارگرایانه (structuralist view)، غیرگزاره‌ای (non-statement view) و یا فرازبانی (extra-linguistic view) مشهور شد. اگرچه ادبیات غالب فلسفه علم در دهه‌های ۱۹۶۰ و ۱۹۷۰ تحت تأثیر فلسفه علم کوهن و فایربراند قرار داشت، ساختارگرایان در پایان این دوران برنامه‌های بازسازی عقلانی نظریه‌های علمی را احیا کردند. آثار ون فراسن (Van Fraassen, 1970 and 1980)، اسنید (Sneed, 1979) و اشتگمولر (Stegmuller, 1976) از جمله این برنامه‌ها محسوب می‌شوند.

در این مقاله سعی می‌شود جدا از جزئیات دیدگاه معنایی و موارد اختلاف کلی آن با دیدگاه مورد قبول، موردی از مکانیک کلاسیک بررسی و در نهایت نتیجه گرفته شود که دیدگاه مورد قبول نمی‌تواند الگویی مورد قبول در رابطه با تعین (identification) مفاهیم فیزیکی، خصوصاً نیروهای تعمیم‌یافته، ارائه کند. بر این اساس، در قسمت دوم از ناوردایی معادلات لاگرانژ و استلزامات آن بحث می‌شود. در آخر این بخش این نکته مورد تأکید قرار می‌گیرد که ناوردایی معادلات لاگرانژ مستلزم این است که مقادیر فیزیکی (physical magnitudes) هم‌جنس هم‌بُعد نباشند.

در بخش سوم، آخرین نسخه دیدگاه مورد قبول معرفی می‌شود. سپس صوری‌سازی مکانیک لاگرانژی در این دیدگاه ارزیابی می‌شود و مشاهده می‌شود که این دیدگاه نمی‌تواند مقادیر فیزیکی هم‌جنس را به صورت یک‌سان متعین کند.

در بخش آخر، دیدگاه معنایی سوپیز - اسنید (Suppes-Sneedean approach) معرفی می‌شود و نسخه ساختاری مکانیک لاگرانژی مطرح خواهد شد. در نهایت نشان داده می‌شود که این دیدگاه می‌تواند مقادیر فیزیکی هم‌جنس را به صورت یک‌سان متعین کند.

۲. استلزامات فیزیکی ناوردایی معادله لاگرانژ

معمولاً کتاب‌های درسی فیزیک صورت‌بندی‌های متفاوت مکانیک کلاسیک، یعنی صورت‌بندی نیوتن، لاگرانژ، و هامیلتون را هم‌ارز یا معادل هم می‌دانند. این‌که صورت‌بندی‌های مذکور، در صورت بازسازی در دستگاه‌های صوری‌سازی فلسفی معادل هستند یا خیر، موضوع این مقاله نخواهد بود و در این‌جا صرفاً به شهود اولیه‌ای پرداخته خواهد شد که فیزیک‌دانان از هم‌ارزی این دستگاه‌ها مد نظر قرار می‌دهند.^۲ اگرچه معنای دقیق هم‌ارز بودن توسط کتاب‌های درسی بیان نمی‌شود، اما می‌توان حدس زد که منظور از هم‌ارزی این است که اولاً معادلات مزبور دامنه تبیینی یکسانی دارند و ثانیاً می‌توان با روابط خاصی (روابط تبدیل) برخی از واژگان آن‌ها را به نحوی به هم مربوط کرد که مجموعه معادلات هر یک از دیگری مشتق شود. برای نمونه سایمون (Symon) می‌نویسد: «چون معادلات لاگرانژ از معادلات نیوتن به دست آمده‌اند به منزله یک نظریه جدید فیزیکی نیستند بلکه تنها روش دیگر ولی معادلی برای بیان همان قوانین حرکت‌اند» (سایمون، ۱۳۸۰: ۲۹۲).

در این بخش به موضوع هم‌ارزی نظریه‌های فیزیکی نخواهم پرداخت، اما این موضوع را مورد بحث قرار می‌دهم که هم‌ارز دانستن صورت‌بندی‌های متفاوت یک نظریه تبعاتی دارد که کتاب‌های درسی معمولاً از آن‌ها غفلت می‌کنند. در این نوشته به صورت مشخص استخراج معادلات لاگرانژ از قوانین حرکت نیوتن مطرح خواهد شد. اما پیش از پرداختن به این موضوع، اصل ناگفته‌ای متقح می‌شود که در هم‌ارز دانستن صورت‌بندی‌های متفاوت نقش اساسی ایفا می‌کند.

صورت‌بندی F با مجموعه معادلات E را در نظر بگیرید. یکی از قیودی که یک فیزیک‌دان به صورت ضمنی بر روی معادلات E می‌گذارد تا این معادلات قوانین جهان‌شمولی محسوب شوند این است که با تبدیل دستگاه مختصات^۳ شکل معادلات E تغییر نکند یا اصطلاحاً ناوردا باقی بماند. حال صورت‌بندی دیگر F' با معادلات E' را در نظر بگیرید؛ برای این‌که صورت‌بندی F معادل یا هم‌ارز صورت‌بندی F' باشد باید دو شرط وجود داشته باشد: ۱. روابط تبدیل T به نحوی وجود داشته باشند که بتوان E و E' را به هم مربوط کرد؛ ۲. این روابط تبدیل چنان باشند که معادلات E' با تغییر دستگاه‌های مختصات ناوردا باقی بمانند (هم‌چنان که معادلات E ناوردا باقی می‌مانند).

برای نمونه معادلات لاگرانژ هم‌ارز معادلات نیوتن هستند؛ چراکه مجموعه روابط تبدیل T چنان وجود دارند که اولاً می‌توان توسط تعدادی از آن‌ها معادلات لاگرانژ را از

قوانین نیوتن استخراج کرد، و ثانیاً می‌توان توسط سایر روابط تبدیل ناوردایی معادلات لاگرانژ را نتیجه گرفت. بنابراین تعدادی از گزاره‌های متعلق به روابط تبدیل در استخراج معادلات لاگرانژ از معادلات نیوتن نقش دارند و مابقی در ناوردایی معادلات لاگرانژ دخالت دارند. حال پرسش اساسی این است: روابط تبدیل میان دو صورت‌بندی متفاوت ولی هم‌ارز، چه قیودی را تحمیل می‌کنند؟ در این بخش نشان داده خواهد شد که روابط تبدیل میان قوانین نیوتن و معادلات لاگرانژ، تغییر در بُعد (dimension) مقادیر فیزیکی‌ای (physical magnitude) که از نظر فیزیک‌دان هم‌جنس هستند نتیجه می‌دهد.

اما قبل از هر چیز باید معیار هم‌جنس بودن دو مقدار فیزیکی را مشخص کرد. قانون یا معادله L را فرض کنید که در آن مقدار فیزیکی M حضور دارد. همان‌طور که اشاره شد، با تبدیل دستگاه مختصات معادله L باید ناوردا باقی بماند. بنابراین جایگاهی در تبدیل یافته L یعنی L' وجود دارد که متناظر M یعنی M' آن جایگاه را پر می‌کند. در این صورت می‌گوییم که M و M' هم‌جنس هستند. برای مثال نیروهای تعمیم‌یافته اگرچه دارای بُعد یکسان نیستند، ولی هم‌جنس هستند؛ چراکه در معادلات لاگرانژ نقش ضمنی^۴ یکسانی ایفا می‌کنند. هدف این مقاله این است که نشان دهد دیدگاه مورد قبول نمی‌تواند معیاری برای هم‌جنس بودن مقادیر فیزیکی ارائه دهد. از طرف دیگر، دیدگاه معنایی سوپیز - اسنید چنین هدفی را ارضا می‌کند.

اکنون به استخراج معادله لاگرانژ از معادله نیوتن می‌پردازیم (Johns, 2005). سیستم ذره‌ای را فرض کنید که مختصات ذره n-ام آن $\vec{r}_n = x_{n1}\vec{e}_1 + x_{n2}\vec{e}_2 + x_{n3}\vec{e}_3$ است. به جای به کار گرفتن نوشتار برداری برای مختصات N ذره، مؤلفه‌های بردارهای مکان N ذره را به صورت یک دنباله می‌نویسیم:

$$x_{11}, x_{12}, x_{13}, \dots, x_{N3} \quad (1)$$

حال قرار می‌دهیم:

$$s_1 = x_{11}, s_2 = x_{12}, \dots, s_D = x_{N3} \quad (2)$$

که $D=3N$. اگر نیروی وارد بر ذره n-ام نیز $\vec{f}_n = f_{n1}\vec{e}_1 + f_{n2}\vec{e}_2 + f_{n3}\vec{e}_3$ باشد، قرار می‌دهیم:

$$F_1 = f_{11}, F_2 = f_{12}, \dots, F_D = f_{N3} \quad (3)$$

و برای جرم‌ها:

$$M_1 = m_1, M_2 = m_1, \dots, M_D = m_N \quad (4)$$

دستگاه مختصات S را دستگاه مختصات تعمیم یافته S می نامیم. معادله نیوتن برای ذره i -ام به صورت:

$$F_i = \frac{dP_i}{dt} \quad (5)$$

است، که P_i تکانه تعمیم یافته ذره i -ام است. انرژی جنبشی تعمیم یافته کل سیستم نیز برابر $T = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^D M_i \dot{s}_i^2$ است.

اگر نیروهای وارد بر سیستم متشکل از نیروهای پایستار و ناپایستار باشد، خواهیم داشت: $\vec{f}_n = -\nabla_n U(\vec{r}_1, \dots, \vec{r}_N) + \vec{f}_n^{NP}$ که در مختصات تعمیم یافته S چنین است:

$$F_i = -\frac{\partial}{\partial s_i} U(s_1, \dots, s_D) + F_i^{NP} \quad (6)$$

بنابراین قانون دوم نیوتن در مختصات تعمیم یافته S به صورت ذیل خواهد بود:

$$\frac{dP_i}{dt} = -\frac{\partial}{\partial s_i} U(s_1, \dots, s_D) + F_i^{NP} \quad (7)$$

حال اگر تابع لاگرانژی $L(s, \dot{s}, t)$ را به صورت $L(s, \dot{s}, t) = T(\dot{s}) - U(s, t)$ تعریف کنیم خواهیم داشت:

$$L(s, \dot{s}, t) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^D M_i \dot{s}_i^2 - U(s_1, \dots, s_D, t) \quad (8)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{s}_i} = M_i \dot{s}_i = P_i \quad \text{و} \quad \frac{\partial L}{\partial s_i} = -\frac{\partial}{\partial s_i} U(s_1, \dots, s_D, t)$$

بنابراین صورت تبدیل یافته قانون دوم نیوتن یا معادله ۷ برابر است با:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{s}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial s_i} = F_i^{NP} \quad (9)$$

معادله (۹) را معادله لاگرانژ در مختصات تعمیم یافته S می نامیم. در واقع تا به این جا دو صورت بندی ارائه شده است:

صورت بندی الف:

۱. مختصات مکانی: x_{ij}
۲. نیرو: \vec{f}_n
۳. پتانسیل: $U(\vec{r}_1, \dots, \vec{r}_N)$
۴. تکانه: p_n
۵. انرژی جنبشی: t و ...

$$\frac{dp_n}{dt} = -\nabla_n U(\vec{r}_1, \dots, \vec{r}_N) + \vec{f}_n^{NP} \quad \text{(قانون دوم نیوتن):}$$

صورت‌بندی ب:

واژگان: مختصات تعمیم یافته: s ، ۲. نیروی تعمیم یافته: F_i ، ۳. پتانسیل: $U(s_1, \dots, s_D, t)$ ،
 ۴. تکانه تعمیم یافته: P_i ، ۵. انرژی جنبشی تعمیم یافته: T ، و ...
 معادله یا قانون اساسی (معادله لاگرانژ):

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{s}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial s_i} = F_i^{NP}$$

اگرچه دو صورت‌بندی مطرح شده‌اند، ولی هر دو در یک دستگاه مختصات بیان شده‌اند؛ چراکه در مورد دستگاه‌ها این‌همانی $x_{ij} = s_i$ برقرار بود. برای اشتقاق معادله لاگرانژ از معادله نیوتن نیز از روابط تبدیل (۲)، (۳)، (۴) و $L(s, \dot{s}, t) = T(\dot{s}) - U(s, t)$ استفاده شد، که سه رابطه تبدیل اول روابط این‌همانی بودند. در نتیجه تا به این‌جا با تغییر صورت‌بندی، ابعاد مقادیر فیزیکی‌ای که واژگان دو صورت‌بندی به آن‌ها دلالت می‌کنند، تغییری نکرده‌اند. البته توجه داریم که دو صورت‌بندی در یک دستگاه مختصات بیان شده‌اند. اما هنوز نمی‌توانیم ادعا کنیم که صورت‌بندی الف با صورت‌بندی ب هم‌ارز است. چراکه هنوز نوردایی معادلات لاگرانژ با تغییر دستگاه مختصات تعمیم یافته نشان داده نشده است. برای نشان دادن این نوردایی باید صورت کلی روابط تبدیل را به دست آوریم. روابط تبدیل پیشین تنها در مواردی برقرارند که دو صورت‌بندی در یک دستگاه مختصات بیان شوند.

برای گذار از مختصات تعمیم یافته s ، مختصات تعمیم یافته q را در نظر بگیرید که تعداد درجات آزادی آن نیز همانند s ، D است. فرض می‌کنیم که s_i تابعی از q_1, q_2, \dots, q_D است. اگر دترمینان ماتریس ژاکوبی تبدیل s به q که مؤلفه ik -ام آن به صورت $(J_{s \rightarrow q})_{ik} = \frac{\partial s_i(q, t)}{\partial q_k}$ است، مخالف صفر باشد می‌توان q_k ‌ها را بر حسب s_i ‌ها نوشت.

نیروهای تعمیم یافته در مختصات تعمیم یافته q را نیز باید به نیروهای تعمیم یافته در مختصات s مربوط کنیم. این ارتباط به وسیله رابطه تبدیل ذیل صورت می‌گیرد:

$$Q_k = \sum_{i=1}^D F_i \frac{\partial s_i(q, t)}{\partial q_k} \quad (10)$$

که Q_k نیروی k -ام در مختصات تعمیم یافته q است (اگر مختصات تعمیم یافته q همان مختصات مکانی x_{ij} باشد، رابطه ۱۰ به رابطه این همانی ۳ می انجامد. بنابراین رابطه تبدیل ۳ حالت خاص رابطه تبدیل ۱۰ است). اما چه ضرورتی دارد که میان نیروهای تعمیم یافته در دو دستگاه مختصات چنین ارتباطی برقرار کنیم؟ در سطرهای آینده درخواهیم یافت که رابطه ۱۰ شرط لازم برای ناوردایی معادلات لاگرانژ است.

اکنون باید نسبت تابع پتانسیل را با این نیروی تعمیم یافته جدید به دست آوریم. اگر در رابطه ۱۰ به جای F_i ، معادلش را از رابطه ۶ جانشین کنیم، خواهیم داشت:

$$Q_k = \sum_{i=1}^D \left[-\frac{\partial}{\partial s_i} U(s,t) + F_i^{NP} \right] \frac{\partial s_i(q,t)}{\partial q_k} = \quad (11)$$

$$- \sum_{i=1}^D \frac{\partial}{\partial s_i} U(s,t) \frac{\partial s_i(q,t)}{\partial q_k} + \sum_{i=1}^D F_i \frac{\partial s_i(q,t)}{\partial q_k}$$

اکنون اگر فرض کنیم تابع پتانسیل در مختصات تعمیم یافته s و q بر یک مقدار فیزیکی دلالت می کند، می توانیم مشتق جزئی آن را به صورت ذیل بنویسیم:

$$U = U(s,t) = U(q,t) = U(s_1(q,t), \dots, s_D(q,t), t) \Rightarrow \quad (12)$$

$$\frac{\partial}{\partial q_k} U(q,t) = \sum_{i=1}^D \frac{\partial}{\partial s_i} U(s,t) \frac{\partial s_i(q,t)}{\partial q_k}$$

اگر فرض کنیم روابط تبدیل میان نیروهای تعمیم یافته ناپایستار F_i^{NP} و Q_k^{NP} نیز همانند روابط تبدیل میان نیروهای تعمیم یافته پایستار است، یعنی مطابق رابطه ۱۰، با توجه به رابطه ۱۲، رابطه ۱۱ منجر خواهد شد به:

$$Q_k = -\frac{\partial}{\partial q_k} U(q,t) + Q_k^{NP} \quad (13)$$

که مشابه رابطه ۶ است. بنابراین تا به این جا در مورد روابط تبدیل سه فرض مهم کرده ایم:

۱. روابط تبدیل میان نیروهای تعمیم یافته مطابق رابطه ۱۰ است؛
۲. رابطه تبدیل میان توابع پتانسیل از نوع رابطه این همانی است؛
۳. نیروهای تعمیم یافته ناپایستار همانند نیروهای تعمیم یافته پایستار مطابق رابطه ۱۰ تبدیل می شوند.

این سه فرض به علاوه این فرض مهم که لاگرانژی (همانند تابع پتانسیل) با تبدیل مختصات تغییری نمی کند، برای اثبات ناوردایی معادلات لاگرانژ تحت تبدیلات مختصات تعمیم یافته کافی هستند (ibid: 32):

قضیه نوردایی معادلات لاگرانژ: معادلات لاگرانژ در مختصات تعمیم یافته s

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{s}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial s_i} = F_i^{NP}$$

برای $i = 1, 2, \dots, D$ برقرارند اگر و تنها اگر معادلات لاگرانژ در مختصات تعمیم یافته q

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_k} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_k} = Q_k^{NP}$$

برای $k = 1, 2, \dots, D$ برقرار باشند.

بنابراین در کلی ترین حالت دو صورت بندی در دو دستگاه مختصات مختلف داریم:
 ۱. صورت بندی نیوتن در دستگاه مختصات تعمیم یافته s و ۲. صورت بندی لاگرانژ در مختصات تعمیم یافته q . روابط تبدیل میان این دو صورت بندی عبارت اند از:

$$1) q_k = q_k(s_1, \dots, s_D, t)$$

$$2) Q_k = \sum_{i=1}^D F_i \frac{\partial s_i(q, t)}{\partial q_k}$$

$$3) Q_k^{NP} = \sum_{i=1}^D F_i^{NP} \frac{\partial s_i(q, t)}{\partial q_k} \quad (14)$$

$$4) U(q_1, \dots, q_D, t) = U(s_1, \dots, s_D, t)$$

$$5) L(q_1, \dots, q_D, t) = L(s_1, \dots, s_D, t)$$

دو رابطه تبدیل اول از ۱۴ دو نتیجه مهم در مورد بُعد مقادیر فیزیکی Q_k و q_k دارد:
 ۱. لزومی ندارد که q_k ها با s_i ها هم بُعد باشند (q_k ها حتی می توانند بُعد فیزیکی نداشته باشند)؛
 ۲. لزومی ندارد که Q_k ها با F_i ها هم بُعد باشند. در بخش بعدی خواهیم دید که منطقی مرتبه اول، که رکن اساسی دیدگاه مورد قبول است، نمی تواند هم جنس بودن دو مقدار فیزیکی با بُعد فیزیکی مختلف را توضیح دهد.

۳. دیدگاه مورد قبول و نوردایی معادلات لاگرانژ

در بخش پیشین صورت بندی نامنقحی از مکانیک لاگرانژی ارائه شد. این که چگونه مکانیک لاگرانژی مطابق دیدگاه مورد قبول صورت بندی می شود موضوع این بخش است. گفتنی است که ساختار منطقی این نوع صورت بندی از مکانیک کلاسیک به صورت کامل ذکر

نخواهد شد و به بخش‌هایی از آن اکتفا می‌شود؛ بخش‌هایی که برای نشان دادن ناکارآمدی منطق مرتبه اول و به بیان دیگر ناکارآمدی دیدگاه مورد قبول کفایت می‌کنند.

طبق آخرین اصلاحات دیدگاه مورد قبول، نظریه‌های علمی را می‌توان بر اساس ساختار ذیل صورت‌بندی کرد (Suppe, 1974: 50-51):

۱. زبان مرتبه اول L متشکل از واژگان غیرمنطقی مشاهده‌تی V_0 و نظری VT وجود دارد که نظریه علمی بر اساس آن و حساب منطقی K تعریف‌شده بر روی L صورت‌بندی می‌شود؛

۲. زیرزبان مشاهده‌تی L_0 با واژگان مشاهده‌تی V_0 و زیرحساب K_0 وجود دارد. زیرزبان نظری LT نیز با واژگان نظری VT و زیرحساب KT وجود دارد؛

۳. زبان L علاوه بر جملات حاوی واژگان فقط نظری و جملات حاوی واژگان فقط مشاهده‌تی، دارای جملات ترکیبی است که شامل دو نوع واژگان مشاهده‌تی و نظری است؛

۴. زیرزبان مشاهده‌تی L_0 دارای تعبیر $\langle O, f_j, R_i \rangle$ است که دامنه O شامل رخداد‌های مشاهده‌تی انضمامی، اشیا و عملیات‌های جزئی آزمایشگاهی است. بنابراین روابط $R_i (i \in I)$ و توابع $f_j (j \in J)$ نیز مشاهده‌تی هستند؛

۵. زیرزبان نظری LT توسط دو دسته اصل تعبیر جزئی پیدا می‌کند: الف) اصول موضوعه نظریه که با T نمایش می‌دهیم و صرفاً شامل واژگان نظریه‌اند؛ و ب) قواعد تطابقی C که شامل جملات ترکیبی‌اند؛

۶. نظریه علمی مبتنی بر L, T, C عبارت است از عطف T و C که با TC نمایش می‌دهیم.

برای صورت‌بندی مکانیک لاگرانژی قبل از هر چیز عمل‌گرهای ریاضی مانند تساوی، مشتق‌گیری، انتگرال‌گیری و ... را به زبان منطقی L اضافه می‌کنیم. اکنون باید زیرزبان مشاهده‌تی و نظری را معین کنیم. همان‌طور که قبلاً گفته شد، فقط آن واژگان و تعبیری که برای رسیدن به هدف‌مان لازم هستند معرفی می‌شوند.

دامنه تعبیر $\langle O, f_j, R_i \rangle$ از زیرزبان مشاهده‌تی شامل ذرات نقطه‌ای و بازه‌هایی از اعداد حقیقی است که زمان و مقادیر توابع مشاهده‌تی را بازنمایی می‌کنند. توابع مشاهده‌تی f_j عبارت‌اند از تابع مکان تعمیم‌یافته و تابع جرم. تابع جرم را می‌توان با عملیات مشاهده‌تی مشخصی تعریف کرد (Margenaue and Lindsay, 1954: 91-94)، بدین جهت جزو توابع

مشاهدتی محسوب شده است. نکته شایان ذکر این است که چون بیش از یک مختصات تعمیم‌یافته در اختیار داریم، بیش از یک تابع مکان تعمیم‌یافته باید در نظر بگیریم. روابط میان توابع مکان تعمیم‌یافته به وسیله برخی از روابط R_i بازنمایی می‌شوند.

بر اساس ساختار منطقی معرفی شده، می‌توان معنای واژگان مشاهده‌تی وارد در نظریه را متعین کرد: معنای واژه «جرم» عبارت است از تابع $f_1 = m$ ، معنای واژه «مکان تعمیم‌یافته s » عبارت است از تابع $f_2 = s$ و معنای واژه «مکان تعمیم‌یافته q » عبارت است از تابع $f_3 = q$. اما در منطق مرتبه اول به همان اندازه که توابع جرم m و مکان تعمیم‌یافته s نامربوط هستند، توابع مکان تعمیم‌یافته s و q نیز نامربوط‌اند. این از شهود فیزیکی بسیار بعید است. فیزیک‌دان گویی توابع مکان تعمیم‌یافته را از یک جنس می‌داند. به نظر وی واژگان «مکان تعمیم‌یافته s » و «مکان تعمیم‌یافته q » بر یک موجودیت یا مفهوم فیزیکی دلالت می‌کنند، در حالی که واژه «جرم» به مفهوم دیگری ارجاع می‌دهد. شایان ذکر است که مشکل مذکور در مورد تابع جرم اتفاق نمی‌افتد؛ چراکه با تغییر مختصات تعمیم‌یافته، واژه «جرم» دلالتش ثابت باقی می‌ماند. به عبارت دیگر معنای واژه «جرم» در هر مختصات تعمیم‌یافته‌ای تابع جرم m است.

اما مدافع دیدگاه مورد قبول می‌تواند پاسخ دهد که توابع مکان تعمیم‌یافته s و q با رابطه $R_1(s, q) = 0$ به هم مربوط می‌شوند. بنابراین نمی‌توان آن‌ها را به لحاظ معناشناختی کاملاً از هم جدا دانست. این نوع دفاع از دیدگاه مورد قبول به نظر دو مشکل دارد؛ اول آن‌که رابطه R_1 می‌تواند به نحوی باشد که بر اساس آن بُعد s و q یک‌سان نشود. بنابراین روش عملیاتی اندازه‌گیری آن‌ها، و در نتیجه معنای آن‌ها متفاوت خواهد بود (اگر آن‌ها هم‌بُعد بودند می‌توانستیم ادعا کنیم که علی‌الاصول روش عملیاتی یکسانی برای اندازه‌گیری آن‌ها وجود دارد).

دومین مشکل این است که توابع مختلف می‌توانند با یک رابطه به هم مربوط شوند. برای مثال در اجسام با جرم متغیر، مثل موشک، تابع جرم با تابع مکان تعمیم‌یافته رابطه پیدا می‌کند. اما وجود چنین رابطه‌ای مستلزم آن نیست که این دو تابع اشتراک معنایی دارند.

تا به حال معناداری واژگان نظری مکانیک لاگرانژی به صورت مشخص بحث و ارزیابی نشده است. تمامی ایرادهای وارده را می‌توانستیم به ساختار منطقی مکانیک نیوتنی نیز وارد کنیم؛ یعنی ساختار منطقی مکانیک نیوتنی بر اساس دیدگاه مورد قبول. به عبارت دیگر مدافع دیدگاه مورد قبول می‌تواند ادعا کند که با تغییر مختصات تعمیم‌یافته در مکانیک نیوتنی نیز معنای واژه «مکان تعمیم‌یافته» تغییر می‌کند. بنابراین اگر بنا باشد دیدگاه مورد

قبول ناکارآمد باشد، این ناکارآمدی را مکانیک نیوتنی نیز می‌تواند نمایان کند. اما انحراف مکانیک لاگرانژی از مکانیک نیوتنی در مورد واژگان نظری اتفاق می‌افتد. پیش از پرداختن به این انحراف، کمی از واژگان نظری مکانیک لاگرانژی صحبت می‌کنیم.

به غیر از واژگان مشاهده‌تی ذکر شده، سایر واژگان به کار گرفته شده در مکانیک لاگرانژی واژگان نظری‌اند. واژگانی مانند «نیروی تعمیم یافته»، «انرژی جنبشی تعمیم یافته»، «سرعت تعمیم یافته»، «پتانسیل»، «تکانه تعمیم یافته» و «لاگرانژی». آنچه برای منظور ما اهمیت دارد واژه نظری «نیروی تعمیم یافته» است. در مختصات تعمیم یافته s ، واژه «نیروی تعمیم یافته» F_i بر اساس یک دسته واژگان نظری و یک دسته واژگان مشاهده‌تی تعبیر پیدا می‌کند. واژه مشاهده‌تی «جرم» است که خود بر اساس تابع مشاهده‌تی جرم m معنادار می‌شود. واژه نظری واژه «شتاب» است که خود بر اساس تابع مکان تعمیم یافته s و زمان تعبیر پیدا می‌کند. اما در مختصات تعمیم یافته q ، واژه «نیروی تعمیم یافته» Q_k بر اساس تابع مکان تعمیم یافته q و تابع جرم m معنای تجربی پیدا نمی‌کند، بلکه توسط تابع نیروی تعمیم یافته F_i و $\frac{\partial s_i(q,t)}{\partial q_k}$ ، و بر اساس رابطه ۱۰ معنادار می‌شود. نکته مهم این است که رابطه ۱۰ بعد توابع F_i و Q_k را یکسان باقی نمی‌گذارد. بنابراین به صورت علی‌الاصول روش آزمایشگاهی یکسانی وجود ندارد که توسط آن «نیروی تعمیم یافته» F_i و «نیروی تعمیم یافته» Q_k تعبیر تجربی یکسانی پیدا کنند. این دقیقاً همان مشکلی است که در مورد واژگان مشاهده‌تی «مکان تعمیم یافته» s و «مکان تعمیم یافته» q با آن مواجه بودیم. با این اختلاف که اولی در سطح زیربان مشاهده‌تی اتفاق می‌افتد، در حالی که دومی در سطح زیربان نظری روی می‌دهد.

در سطور پیشین، از این نکته یاد کردیم که مشکل معناساختی در مورد زیربان مشاهده‌تی صرفاً در مورد مکانیک لاگرانژی رخ نمی‌دهد و مکانیک نیوتنی نیز با آن دست به گریبان است. اما نقطه افتراق مکانیک لاگرانژی از مکانیک نیوتنی در این نکته است که زیربان نظری مکانیک نیوتنی مشکل معناساختی‌ای از این بابت ندارد. چراکه واژه «نیرو» در مکانیک نیوتنی در تمامی دستگاه‌های مختصات بر یک تابع دلالت می‌کند. در نتیجه بعد این تابع نیز در تمامی دستگاه‌های مختصات یکسان و برابر $\frac{ML}{T^2}$ است. بنابراین، این صوری‌سازی مکانیک لاگرانژی است که ناکارآمدی دیدگاه مورد قبول را نمایان می‌کند.

قبل از آن‌که این بخش را به پایان برسانیم، ذکر چند نکته ضروری به نظر می‌رسد؛ اول آن‌که، اگرچه در مکانیک لاگرانژی نیروها و مکان‌های تعمیم یافته لزوماً هم‌بعد نیستند، اما مقادیر فیزیکی دیگری هستند که همواره بعدشان ثابت است. برای مثال بعد $F_i s_i$ و $Q_k q_k$

همواره ثابت و برابر $\frac{ML^2}{T^2}$ است. یا بُعد $P_i S_i$ و $P_k q_k$ (که P_i تکانه در مختصات S و P_k تکانه در مختصات q است) همواره برابر $\frac{ML^2}{T}$ است.

نکته شایان ذکر دیگر شیوه‌هایی است که معادلات لاگرانژ از آن‌ها استنتاج می‌شوند. به صورت کلی برای رسیدن به معادلات لاگرانژ سه روش وجود دارد: ۱. قانون دوم نیوتن؛ ۲. اصل دالامبر؛ و ۳. اصل کم‌ترین کنش. ناکارآمدی دیدگاه مورد قبول در مورد صوری‌سازی مکانیک لاگرانژی تنها زمانی معتبر است که شیوه نخست انتخاب شود. برای مثال ناوردایی معادلات لاگرانژ نتیجه بدیهی اصل کم‌ترین کنش است. همان‌طور که می‌دانیم، مسیری برای کنش مسیر مانا (stationary) است که معادلات لاگرانژ را ارضا کند. از طرفی می‌دانیم هر مسیری را می‌توانیم به طرق گوناگون بازنمایی کنیم. بنابراین معادلات لاگرانژ ضرورتاً باید در هر بازنمایی مکانی مسیر مانا ارضا شوند و این یعنی ناوردایی معادلات لاگرانژ. اما هدف اولیه بررسی استلزامات هم‌ارز دانستن مکانیک نیوتنی و لاگرانژی بود، نه اصل کم‌ترین کنش و معادلات لاگرانژ. در بخش بعدی یکی دیگر از شیوه‌های صوری‌سازی نظریه‌های علمی، یعنی دیدگاه سوپیز - اسنید و رابطه آن با مکانیک لاگرانژی مورد واکاوی قرار می‌گیرند.

۴. دیدگاه سوپیز - اسنید و ناوردایی معادلات لاگرانژ

همان‌طور که قبلاً اشاره شد رهیافت ساختارگرایانه سوپیز - اسنید به همراه سایر رویکردهای معنایی (Van Fraassen, 1970)، (Suppe, 1967-mentioned in Suppe, 1970) بدیل‌های دیدگاه مورد قبول هستند. در این بخش ساختار مکانیک لاگرانژی و ارتباط آن با ساختار مکانیک کلاسیک ذره‌ای معرفی می‌شود (Sneed, 1979). درنهایت به مزیت این دیدگاه در مقایسه با دیدگاه مورد قبول در رابطه با ناوردایی معادلات لاگرانژ پرداخته می‌شود.

در رابطه با مکانیک نیوتنی سه سطح از الگوها (models) وجود دارد: ۱. مجموعه الگوها از ساختاری که در آن توابع نظریه‌ای^۷ تعریف نمی‌شوند (در مکانیک نیوتنی یگانه تابعی که اندازه‌گیری آن به نظریه بستگی ندارد، یعنی یگانه تابع غیرنظریه‌ای، مکان است)؛ ۲. مجموعه الگوها از ساختاری که در آن توابع نظریه‌ای تعریف می‌شوند؛ ۳. مجموعه الگوها از ساختاری که در آن رابطه میان توابع نظریه‌ای تعریف می‌شود. در مورد مکانیک کلاسیک ساختار اول را سینماتیک ذره‌ای PK، ساختار دوم را مکانیک ذره‌ای PM و ساختار

سوم را مکانیک کلاسیک ذره‌ای CPM می‌نامیم. این سه ساختار به ترتیب عبارت‌اند از (Stegmuller, 1976):

تعریف: x یک PK است اگر و تنها اگر P, T, s به نحوی وجود داشته باشند که:

اصل موضوع ۱ PK: $x = \langle P, T, s \rangle$ ؛

اصل موضوع ۲ PK: مجموعه P متناهی و غیرتهی باشد؛

اصل موضوع ۳ PK: مجموعه T بازه‌ای از اعداد حقیقی باشد؛

اصل موضوع ۴ PK: s تابعی از $P \times T$ به R^3 باشد؛ به علاوه این که s در زیربازه T بر حسب زمان دو بار مشتق‌پذیر باشد.

تعریف: x یک PM است اگر و تنها اگر P, T, m, s, f به نحوی وجود داشته باشند که:

اصل موضوع ۱ PM: $x = \langle P, T, s, m, f \rangle$ ؛

اصل موضوع ۲ PM: مجموعه P متناهی و غیرتهی باشد؛

اصل موضوع ۳ PM: مجموعه T بازه‌ای از اعداد حقیقی باشد؛

اصل موضوع ۴ PM: s تابعی از $P \times T$ به R^3 باشد؛ به علاوه این که s در زیربازه T بر حسب زمان دو بار مشتق‌پذیر باشد؛

اصل موضوع ۵ PM: m تابعی از P به R است؛ به نحوی که به ازای تمامی $u \in P$ ، $m(u) > 0$

اصل موضوع ۶ PM: f تابعی از $P \times T \times N$ به R^3 است و $\sum_{i \in N} f(u, t, i)$ به ازای تمامی $u \in P$ و $t \in T$ هم‌گرای مطلق است.

تعریف: x یک CPM است اگر و تنها اگر P, T, m, s, f به نحوی وجود داشته باشند که:

اصل موضوع ۱ CPM: $x = \langle P, T, s, m, f \rangle$ ؛

اصل موضوع ۲ CPM: مجموعه P متناهی و غیرتهی باشد؛

اصل موضوع ۳ CPM: مجموعه T بازه‌ای از اعداد حقیقی باشد؛

اصل موضوع ۴ CPM: s تابعی از $P \times T$ به R^3 باشد؛ به علاوه این که s در زیربازه T بر حسب زمان دو بار مشتق‌پذیر باشد؛

اصل موضوع ۵ CPM: m تابعی از P به R است، به نحوی که به ازای تمامی $u \in P$ ، $m(u) > 0$

اصل موضوع ۶ CPM: f تابعی از $P \times T \times N$ به R^3 است و $\Sigma_{i \in N} f(u, t, i)$ به ازای تمامی $u \in P$ و $t \in T$ هم‌گرای مطلق است؛

اصل موضوع ۷ CPM: به ازای تمامی $u \in P$ و $t \in T$

$$m(u) \cdot D^2 s(u, t) = \Sigma_{i \in N} f(u, t, i)$$

مجموعه ذرات می‌تواند تعبیری برای مجموعه P باشد. تعبیر فیزیکی مجموعه T می‌تواند مجموعه اعداد حقیقی باشد که زمان طی شده اندازه‌گیری شده را بازنمایی می‌کند. تابع $s(u, t)$ برداری n -بعدی است که اگر $n=3$ باشد، تعبیر فیزیکی چنین تابعی می‌تواند تابع مکان ذره u در زمان t و در فضای سه‌بعدی باشد. اگر $u \in P$ و $t \in T$ و $i \in N$ می‌تواند به عنوان نیروی i -ام وارد بر ذره u در زمان t تعبیر شود.

اما پردازیم به مکانیک لاگرانژی؛ اسنید (Sneed) در صورت‌بندی خود از مکانیک لاگرانژی (Sneed, 1979: 207) سطح اول ساختاری برای مکانیک لاگرانژی را همان PK قرار می‌دهد. سطح دوم یا مکانیک تعمیم‌یافته GM را چنین صورت‌بندی می‌کند:

تعریف: x یک GM است اگر و تنها اگر P, T, s, X, h, q, Q, K به نحوی وجود داشته باشند که:

اصل موضوع ۱ GM : $x = \langle P, T, s, X, h, q, Q, K \rangle$

اصل موضوع ۲ GM : $\langle P, T, s \rangle$ یک PK باشد؛

اصل موضوع ۳ GM : h عدد صحیح است؛

اصل موضوع ۴ GM : q تابعی از $I_h \times T$ به اعداد حقیقی باشد چنان‌که به ازای هر $i \in I_h$ و $t \in T$ $Dq(i, t)$ موجود باشد؛

اصل موضوع ۵ GM : Q تابعی از $I_h \times R_h \times T$ به اعداد حقیقی باشد؛

اصل موضوع ۶ GM : X تابعی از $P \times R_h \times T$ به R^3 است، به نحوی که:

(i) به ازای هر $i, j \in I_{h+1}$ و به ازای هر $p \in P$ $\langle x_1, \dots, x_h \rangle \in R^h$

$$D_i D_j X(p, x_1, \dots, x_h, t) \quad , t \in T \text{ و}$$

(ii) به ازای هر $p \in P$ و $t \in T$ $s(p, t) = X(p, q(1, t), \dots, q(h, t), t)$

اصل موضوع ۷ GM : K تابعی از $R^{2h} \times T$ به اعداد حقیقی است، به نحوی که به ازای هر $i \in I_{h+1}$ و به ازای هر $\langle x_1, \dots, x_h, y_1, \dots, y_h, t \rangle \in R^{2h} \times T$ $D_i K(x_1, \dots, x_h, y_1, \dots, y_h, t)$ موجود باشد.

در این ساختار، مختصات تعمیم‌یافته q نیروی تعمیم‌یافته Q و انرژی جنبشی کل سیستم یعنی K توابع نظریه‌ای هستند. i ها در شناسه تابع انرژی جنبشی بازنمایی‌کننده سرعت‌های تعمیم‌یافته هستند. h بیان‌کننده تعداد مؤلفه‌های مختصات تعمیم‌یافته است. X تابعی است که رابطه میان s و q را بیان می‌کند. D_i نیز بیان‌گر مشتق جزئی i -ام است. اما ساختار سطح سوم ساختاری است که در آن تابع انرژی جنبشی توسط معادله لاگرانژ به تابع نیروی تعمیم‌یافته مربوط می‌شود. این ساختار را مکانیک تعمیم‌یافته لاگرانژی LGM می‌نامیم (ibid: 208).
تعریف: x یک LGM است اگر و تنها اگر P, T, s, X, h, q, Q, K به نحوی وجود داشته باشند که:

$$\begin{aligned} \text{اصل موضوع ۱: } LGM < P, T, s, X, h, q, Q, K > \text{ یک GM باشد؛} \\ \text{اصل موضوع ۲: } GM \text{ به ازای هر } t \in I_h \text{ و } i \in I_h \text{ داریم:} \\ D_t D_h + i K(q(1,t), \dots, q(h,t), Dq(1,t), \dots, Dq(h,t), t) \\ - D_i K(q(1,t), \dots, q(h,t), Dq(1,t), \dots, Dq(h,t), t) \\ = Q(i, q(1,t), \dots, q(h,t), t) \end{aligned}$$

که اصل موضوع دوم صورت گسترده معادله لاگرانژ برای مختصه تعمیم‌یافته i -ام است. با این فرض که نیروی ناپایستاری وجود ندارد. در واقع، همان نقشی که قانون دوم نیوتن یا اصل موضوع هفتم در CPM ایفا می‌کند، معادله لاگرانژ در LGM ایفا می‌کند. تا به این جا هیچ‌گونه ارتباطی میان CPM و LGM برقرار نکرده‌ایم؛ به عبارت دیگر تابع Q در LGM هیچ‌گونه ارتباطی با تابع f در CPM ندارد. اسنید رابطه میان این دو ساختار را با رابطه ذیل تعریف می‌کند (ibid: 209):

اگر F یک رابطه دوتایی باشد، $\langle x, x' \rangle \in F$ اگر و تنها اگر P, T, s, m, f و $P', T', s', X, h, q, Q, K$ به نحوی وجود داشته باشند که:

$$\begin{aligned} ۱. & \langle P, T, s, m, f \rangle \text{ یک PM باشد؛} \\ ۲. & \langle P', T', s', X, h, q, Q, K \rangle \text{ یک GM باشد؛} \\ ۳. & \langle P, T, s \rangle = \langle P', T', s' \rangle \\ ۴. & \text{به ازای هر } \langle x_1, \dots, x_h, y_1, \dots, y_h, t \rangle \in R^{2h} \times T \\ & K(x_1, \dots, x_h, y_1, \dots, y_h, t) \\ & = \sum_{p \in P} m(p) / 2 \sum_{j=1}^{h_j} [D_j X(p, x_1, \dots, x_h, t) y_j \\ & + D_h + 1 X(p, x_1, \dots, x_h, t)]^2; \end{aligned}$$

۵. به ازای هر $\langle i, x_1, \dots, x_h, t \rangle \in I_h \times R^{2h} \times T$

$$Q(i, x_1, \dots, x_h, t) = \sum_{p \in P[\Sigma h = 1f(p, t, j)]} \times D_i X(p, x_1, \dots, x_h, t).$$

۴ انرژی جنبشی تعمیم‌یافته را با توجه به مکانیک ذره‌ای کلاسیک بازتعریف می‌کند؛ ۵ همان رابطه تبدیل ۱۰ است. اگر تابع X تابع این‌همانی باشد مختصات تعمیم‌یافته q تبدیل به مختصات تعمیم‌یافته s می‌شود که بُعد طول داشت. در این حالت تابع Q و f نیز این‌همان می‌شوند. اما قضیه مهمی که در ارتباط با CPM و LGM داریم این است که (ibid: 210):

قضیه: اگر $\langle x, x' \rangle \in F$ و اگر x یک CPM باشد، x' یک LGM خواهد بود.

به عبارت دیگر قضیه مزبور ادعا می‌کند اگر الگویی از CPM بر اساس روابط تبدیل (۱۴) با ساختار دیگری در ارتباط باشد، آن ساختار ضرورتاً الگویی از LGM است.

یکی از مزیت‌های ساختارگرایی در فلسفه فیزیک این است که مقادیر فیزیکی بر اساس نقش‌شان در یک ساختار متعین (identify) می‌شوند نه بر اساس ویژگی‌های فردی‌شان. این خصلت می‌تواند از سطح زبانی و معناشناختی به سطح هستی‌شناختی نیز سرایت کند: اعیان فیزیکی بر اساس روابط‌شان با سایر اعیان متعین می‌شوند نه بر اساس ویژگی‌های ذاتی‌شان (intrinsic properties). برای آن‌که موجودی نیروی تعمیم‌یافته باشد، اولین قدم آن است که مجموعه یا ساختاری که موجود در آن تعبیه شده است بیابیم. سپس ببینیم که ساختار مزبور الگویی از LGM است یا خیر. مرحله آخر این است که آزمون کنیم نقش آن موجود در ساختار همانند نقش Q در LGM است یا خیر. اگر بود، موجود مزبور نیروی تعمیم‌یافته است. از طرف دیگر، اگر تابع X تابع این‌همانی باشد، f با Q این‌همان می‌شود و در نتیجه عیناً نقش Q را در LGM بازی می‌کند؛ بدون توجه به بُعد فیزیکی. نیروهای تعمیم‌یافته متمایز از f نیز جایگاه یک‌سانی را در LGM اشغال می‌کنند.

ناوردایی معادلات لاگرانژ نتیجه مستقیم قضیه اخیر است: هر الگویی از مکانیک نیوتنی که بر اساس روابط تبدیل (۱۴) با مختصات تعمیم‌یافته دیگری مرتبط شود، لزوماً الگویی از مکانیک لاگرانژی خواهد بود. اما تبعیت از رابطه تبدیل (۱۰) (که شکل ساختاری آن توسط رابطه F ذکر شد) هیچ‌گونه اختلالی در نقش واحدی که نیروهای تعمیم‌یافته باید ایفا کنند وارد نمی‌کند. برخلاف صوری‌سازی در منطق مرتبه اول که نقش‌های معناشناختی مختلفی را به نیروهای تعمیم‌یافته اعطا می‌کرد.

۵. نتیجه گیری

اغلب انتقادات وارد شده علیه دیدگاه مورد قبول و جانب‌داری‌ها از دیدگاه معنایی، با توجه به اهداف فلسفه علمی شکل گرفته‌اند. برای مثال ادعا می‌شود دیدگاه مورد قبول نمی‌تواند تقلیل (reduction) نظریه‌ها را به همان معنایی که فیزیک‌دان‌ها در نظر دارند، الگوسازی کند. یا ادعا می‌شود دینامیک میان نظریه‌های علمی به آن نحوی که در دیدگاه معنایی بازسازی می‌شود، توسط دیدگاه مورد قبول بازسازی نمی‌شود. این نوشته بر آن بود بیش از پیش به قضایا و پراتیک فیزیک‌دان نزدیک شود و نشان دهد که دیدگاه مورد قبول نمی‌تواند مسیری که وی طی می‌کند را الگوسازی کند. اگر بخواهیم بر اساس دیدگاه مورد قبول نوردایی معادلات لاگرانژ را نشان دهیم، باید هزینه‌هایی را صرف کنیم که پراتیک فیزیک تمایلی به پرداخت آن هزینه‌ها ندارد. در حالی که نوردایی این معادلات در صورتی‌سازی سوپیز - اسنیدی هیچ هزینه گزافی برای فیزیک‌دان در پی ندارد.

پی‌نوشت‌ها

۱. برای بررسی تاریخی این موضوع ← Suppe, 1974.
۲. شهود اولیه فیزیک‌دانان مبنی بر معادل‌بودن صورت‌بندی‌های متفاوت از مکانیک کلاسیک مورد نقد نیز قرار گرفته است. برای نمونه ← Curiel, 2009 و North, 2009.
- این پرسش که دیدگاه معنایی هم‌ارزی نظریه‌های شهوداً معادل را نتیجه می‌دهد یا خیر توسط اچ. هالورسن (۲۰۱۲) مورد بررسی قرار گرفته است. مقاله گلیمور (۲۰۱۳) در نقد مقاله پیشین است.
۳. می‌توان دو نوع تبدیل دستگاه مختصات را از هم متمایز کرد؛ نوع اول تبدیل در زمان است، به این معنا که دو دستگاه با توجه به زمان مورد بررسی قرار می‌گیرند؛ مانند تبدیل دستگاه‌های لخت توسط تبدیلات گالیله. تبدیل دوم تبدیل هم‌زمان است که در مقطع معینی از زمان انجام می‌شود. مانند تبدیل دستگاه دکارتی به استوانه‌ای. در این مقاله صرفاً تبدیلات هم‌زمان مورد بررسی قرار می‌گیرند.
۴. در صورت نبود نیروهای ناپایستار، در معادلات لاگرانژ، واژه‌ای که به صورت صریح به نیرو دلالت کند وجود ندارد. اما در صورت وجود نیروهای ناپایستار، واژه نیرو به صورت صریح وجود خواهد داشت. هرچند در مورد اولی نیز به صورت ضمنی واژه نیرو حضور دارد؛ چراکه لاگرانژی بر حسب پتانسیل و آن هم بر حسب نیرو قابل بازنویسی است.
۵. این همان‌بودن دو مقدار فیزیکی در دو دستگاه مختصات اساساً فرضی بدیهی نیست. می‌توان

- نشان داد که تابع هامیلتونی برخلاف تابع پتناسیل و لاگرانژی در دو مختصات تعمیم‌یافته، بر یک مقدار فیزیکی دلالت نمی‌کند.
۶. به یاد داریم که رابطه ۱۰ شرط لازم برای ناوردایی معادلات لاگرانژ بود.
۷. توابعی که اندازه‌گیری آن‌ها مستلزم استفاده از نظریه است.
۸. D عمل‌گر مشتق است.
۹. Di عمل‌گر مشتق جزئی نسبت به i -ام این شناسه است.
۱۰. انرژی جنبشی تعمیم‌یافته تابعیت مکان تعمیم‌یافته نیز دارد.

منابع

سایمون، ک (۱۳۸۰). مکانیک، ترجمه اعظم نیرومند قاضی و غلام‌حسین همدانی، تهران: دانشگاه صنعتی شریف.

- Curiel, Erik (2009). 'Classical mechanics is Lagrangian; it is not Hamiltonian; the semantics of physical theory is not semantical', Unpublished manuscript, manuscript, London School of Economics.
- Glymour, Clark (2013). 'Theoretical equivalence and the semantic view of theories', *Philosophy of Science*, Vol. 80, No. 2.
- Halvorson, H. (2012). 'What Scientific Theories Could Not Be*', *Philosophy of Science*, Vol. 79, No. 2.
- North, Jill (2009). 'The "Structure" of Physics: A Case Study', *Journal of Philosophy*, No.106.
- Beth, E. (1949). 'Towards an up-to-date Philosophy of the Natural Sciences', *Methods*, Vol. 1.
- French, S. and Ladyman, J. (1999). 'Reinflating the Semantic Approach', *International Studies in the Philosophy of Science*, 13.
- Glymour, Clark (2013). 'Theoretical equivalence and the semantic view of theories', *Philosophy of Science*, Vol. 80, No. 2.
- Hanson, N. R. (1948). *Patterns of Discovery*, Cambridge: Cambridge University Press.
- Johns, O. D. (2005). *Analytical Mechanics for Relativity and Quantum Mechanics*, Oxford: Oxford University Press.
- Kuhn, T. (1962). *The Structure of Scientific Revolutions*, Chicago: University of Chicago Press.
- Ladyman, J. (1998). 'What is Structural Realism?', *Studies in History and Philosophy of Science*, No. 29.
- Lindsay, R. B. and H. Margenau (1936). *Foundations of Physics*, New York: John Wiley.
- North, Jill (2009). 'The "Structure" of Physics: A Case Study', *Journal of Philosophy*, No. 106.
- Putnam, H. (1998). 'What Theories are not', *Studies in Logic and the Foundations of Mathematics*, 44.

- Sneed, J. (1979). *The Logical Structure of Mathematical Physics*, Dordrecht: Reidel.
- Stegmuller, W. (1976). *The Structure and Dynamics of Theories*, Berlin: Springer-Verlag.
- Suppe, F. (1967). *The Meaning and Use of Models in Mathematics and the Exact Sciences*, PhD Thesis, Michigan: University of Michigan.
- Suppe, F. (1974). *The Structure of Scientific Theories*, Chicago: University of Illinois Press.
- Suppe, P. (1957). *Introduction to Logic*, Princeton: Van Nostrand.
- Van Fraassen, B. C. (1970). 'On the Extension of Beth's Semantics of Physical Theories', *Philosophy of Science*, 37.
- Van Fraassen, B. C. (1980). *The Scientific Image*, New York: Oxford University Press.

