

معمای صرف سهام در بورس اوراق بهادار تهران در چارچوب آزمون‌های تسلط تصادفی

غلامرضا کشاورز حداد^۱

محمد رضا اصفهانی^۲

تاریخ ارسال: ۱۳۹۲/۱۰/۱۴

تاریخ پذیرش: ۱۳۹۳/۴/۲

چکیده

شاخص ماهیانه بازار سهام تهران در بازه‌ی زمانی ماه اول سال ۱۳۸۰ تا ابتدای ماه دوم سال ۱۳۹۱، دارای رشد میانگین حسابی ۱۵۵ درصد بوده است، این درحالی است که بازدهی سپرده‌ی سرمایه‌گذاری ۵ ساله ۲۵ درصد در سال بوده است. چرا سرمایه‌گذاران مالی تمایل زیادی به سرمایه‌گذاری در بازار سهام ندارند؟ موضوع این مقاله بررسی وجود معمای صرف سهام در بورس اوراق بهادار تهران است. در این راستا از داده‌های مربوط به شاخص کل قیمت در بورس اوراق بهادار تهران به عنوان یک دارایی ریسکی و نرخ سود سپرده‌ی سرمایه‌گذاری بلندمدت ۵ ساله به عنوان یک دارایی غیر ریسکی استفاده شده است. یافته‌های ما نشان می‌دهد که، معمای صرف سهام در بورس اوراق بهادار تهران وجود نداشته و دلیل جریان نیافتن نقدینگی از سپرده‌های بانکی به سمت بازار سرمایه ریسک‌گریزی سرمایه‌گذاران است. علاوه بر این مقایسه‌ی شاخص‌های منتخب بورس اوراق بهادار با یکدیگر و با استفاده از آزمون‌های تسلط تصادفی آشکار می‌سازد که تصمیم‌گیرندگان بازار سرمایه بر اساس ترجیحات خود برای انتخاب سهم‌های بهینه در سبد، ابتدا سهم‌های موجود در شاخص صنعت، سپس شاخص ۵۰ شرکت فعال تر و در آخر شاخص ۳۰ شرکت بزرگ را برمی‌گزینند.

۱. G.K.Haddad@sharif.edu

۱. دانشیار اقتصاد دانشگاه صنعتی شریف

pe.esfahani@gmail.com

۲. کارشناس ارشد رشته علوم اقتصادی دانشگاه صنعتی شریف

واژگان کلیدی: معمای صرف سهام، آزمون‌های ناپارامتریک، آماره آزمون‌های کولموگروف اسمیرنوف و مک‌فادن، بورس اوراق بهادار تهران، آزمون‌های تسلط تصادفی. طبقه‌بندی JEL: G02, G11, G12.



۱. مقدمه

در این تحقیق به وسیله‌ی اطلاعاتی که از سازمان بورس اوراق بهادار و بانک مرکزی جمهوری اسلامی ایران تهیه شده است، وجود شکاف بین بازده دارایی ریسکی و بازده دارایی بدون ریسک مشاهده می‌شود. محاسبات آماری نشان می‌دهد که در بازه‌ی زمانی بین سال‌های ۱۳۷۷ تا ۱۳۹۰، میانگین حسابی نرخ بازدهی سالانه‌ی واقعی شاخص کل قیمت بورس اوراق بهادار تهران ۱۱.۳۲۳۰ درصد و میانگین حسابی بازدهی واقعی دارایی بدون ریسک ۱.۳۵ درصد بوده است. همانطور که مشاهده می‌شود در این سال‌ها با استفاده از میانگین‌های حسابی ما با صرف سهامی معادل ۹.۹۷ درصد مواجه بوده‌ایم. در همین بازه‌ی زمانی با استفاده از میانگین‌های هندسی، صرف سهام مذکور تا ۳.۱۳ درصد کاهش پیدا می‌کند که این امر نشان دهنده‌ی عدم وجود معمای صرف سهام است. در این مقاله هدف ما بررسی وجود معمای صرف سهام با بکارگیری روش‌های پارامتریک با در نظر گرفتن نوع نگرش فعالان بازار سرمایه به ریسک است. مطالعات انجام شده در این زمینه در اکثر کشورها (انگلستان ۶.۱٪، ژاپن ۹.۸٪، آلمان ۹.۱٪، فرانسه ۹.۳٪، سود ۸٪، استرالیا ۸.۵٪، هند ۱۱.۳٪) نشان از وجود اختلاف زیاد بین میانگین نرخ بازدهی سالانه‌ی واقعی دارایی ریسکی و بدون ریسک دارد.^۱ برای محاسبه‌ی این شکاف از روش‌های متفاوتی همچون برآوردهای غیرشرطی^۲ یا همبستگی آماری میان بازدهی مورد انتظار و میانگین بازدهی‌های نمونه‌ای^۳ استفاده شده است. به دلیل اختلافی که بین محاسبات از طریق میانگین هندسی، میانگین حسابی و سایر مطالعات انجام شده در این حوزه در بازارهای مالی گوناگون مشاهده شد به سراغ روش‌های آماری دقیق‌تری می‌رویم تا وجود یا عدم وجود معمای صرف سهام در بازار سرمایه تهران را با دقت بیشتری بررسی کنیم. بر اساس

۱. دیامسون و همکاران (۲۰۰۲) و مهرا (۲۰۰۷)

2. Unconditional estimates

این روش توسط Ibbotson, Mehra-Prescott, Shiller, Siegel برای برآورد صرف سهام در بازه‌های زمانی متفاوت در آمریکا مورد استفاده قرار گرفته است.

۳. این روش در مطالعه‌ی کنستانتینیدز ۲۰۰۲ مورد استفاده قرار گرفته است.

میانگین حساسی شکاف بین این دو بازدهی در ایران مشابه و حتی در بعضی موارد بالاتر از کشورهای صنعتی بوده که این موضوع باعث افزایش اهمیت بررسی این پدیده در ایران می‌شود. به نظر می‌رسد با این مقدار اختلاف از میان بازدهی‌ها، بایستی افراد بیشتری انگیزه‌ی کافی برای هدایت سرمایه‌ی خود به سمت بازار سرمایه را داشته و از حجم سپرده‌های خود نزد بانک‌ها کاسته باشند. ولی آیا واقعاً این چنین است؟ آیا معیارهایی که برای سنجش انگیزه‌ی افراد برای انتقال سرمایه‌ی آنان از یک بازار به بازار دیگر به کار می‌بریم معیارهایی با فرض‌های مناسب و کاربرد درست می‌باشند؟ در ادامه و در بخش‌های پیش‌رو در این نوشتار جواب‌های مناسبی را برای این سوال خواهیم یافت.

برای اولین بار در سال ۱۹۸۵، راجنیش مهرا^۱ و ادوارد پرسکات^۲ مقاله‌ای را تحت عنوان «صرف سهام: یک معما؟»^۳ منتشر و در آن به تفاوت بازده میان دارایی ریسکی و بدون ریسک توجه ویژه‌ای کردند. دلیل این که مهرا و پرسکات تفاوت بین این دو نرخ را قابل توجه دانسته و آن را یک معما نام‌گذاری می‌کنند، این است که داده‌های تاریخی مربوط به صرف سهام در آمریکا به طور قابل توجهی بزرگتر از مقداری است که اقتصاددانان می‌توانند توسط مدل متعارف استاندارد نئوکلاسیک در حوزه‌ی مالی (یا همان مدل C-CAPM) محاسبه کنند. این دو محقق در مقاله‌ی خود نتیجه می‌گیرند که کل این فاصله مشاهده شده بین بازدهی دارایی ریسکی و بدون ریسک، تنها به دلیل ریسک غیر قابل تنوع‌سازی نیست. آن‌ها نشان دادند که اگر مقدار بازده دارایی‌های ریسکی و بدون ریسک را با توجه به داده‌های تاریخی در مدل C-CAPM جایگذاری کنیم، ضریب ریسک-گریزی محاسبه شده برای افراد بسیار بیشتر از حد معمول خواهد شد، در صورتی که بسیاری از مطالعات نشان داده‌اند که این ضریب در حدود عدد ۳ می‌باشد و یا به طور حتم کمتر از ۱۰ است.

-
1. Rajnish Mehra
 2. Edward Prescott
 3. The Equity Premium: a puzzle?

جدول ۱ محاسبات انجام شده برای وجود صرف سهام در ایران در گزارش را نشان می‌دهد. با توجه به این جدول بر اساس میانگین حسابی، در طی سال‌های ۱۳۷۷ تا ۱۳۹۰ ما با صرف سهامی معادل با ۹.۹۷ مواجه بودیم. همانطور که مشخص است اگر مقایسه‌ای بین سرمایه‌گذارانی که پول خود را در بازار سرمایه گذاری کردند و افرادی که پول خود در حساب پس‌انداز بلندمدت سرمایه‌گذاری کردند در ایران انجام شود، ضرر (سود از دست رفته) بسیار قابل توجهی را برای افرادی که در این بازه‌ی زمانی پول خود را در بانک سپرده‌گذاری کرده‌اند مشاهده خواهیم کرد. حال اگر افراد با توجه به این صرف سهام باز هم به سرمایه‌گذاری در قالب سپرده‌های بانکی پرداخته باشند، این کار همچنان مارا به سمت دو دیدگاه راهنمایی می‌کند. اول اینکه، افراد آنقدر ریسک‌گریز هستند که از این صرف سهام مورد توجه پرهیز کنند یا عوامل دیگری غیر از ریسک وجود دارد که آنها را به سمت دارایی‌های بدون ریسک می‌کشاند. دوم اینکه، زمانی که مقایسه افراد در مورد این بازدهی‌ها در چارچوب دیگری مانند آزمون‌های تسلط تصادفی انجام می‌شود، جوابی یکسان با راهکارهایی که از مدل‌های پارامتریک استفاده می‌کنند خواهد داشت یا خیر. در نمودار ۱ روند حرکت بازدهی دارایی ریسکی و دارایی بدون ریسک در طی سال‌های ۱۳۷۷ تا ۱۳۹۰ نشان داده شده است.

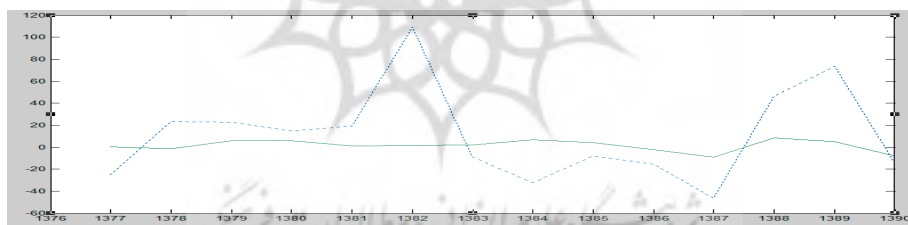
جدول ۱. محاسبه‌ی بازده واقعی شاخص سهام و دارایی بدون ریسک مربوطه

سال	شاخص کل قیمت	بازده اسمی شاخص کل قیمت	نرخ سود سپرده سرمایه‌گذاری پنج ساله	نرخ تورم ^۱	بازده واقعی شاخص کل قیمت	بازده واقعی سود سپرده سرمایه‌گذاری پنج ساله
۱۳۷۶	۱۶۵۳		۱۸/۵	۱۷/۳		
۱۳۷۷	۱۵۳۷	-۷/۰۱۷۵	۱۸/۵	۱۸/۱	-۲۵/۱۱۷۵	۰/۴
۱۳۷۸	۲۲۰۶	۴۳/۵۲۶۳	۱۸/۵	۲۰/۱	۲۳/۴۲۳۶	-۱/۶
۱۳۷۹	۲۹۷۸	۳۴/۹۹۵۴	۱۸/۵	۱۲/۶	۲۲/۳۹۵۴	۵/۹

۱. نرخ تورم براساس شاخص قیمت مصرف‌کننده به سال پایه‌ی ۱۳۸۳ محاسبه شده است. (دلیل این امر نبود داده‌های مربوط به شاخص بهای کالاها و خدمات مصرفی به سال پایه ۱۳۷۶ برای سال‌های بعد از ۸۴ می‌باشد.)

۱۳۸۰	۳۷۵۸	۲۶/۱۹۲۰	۱۷	۱۱/۴	۱۴/۷۹۲۰	۵/۶
۱۳۸۱	۵۰۶۲	۳۴/۶۹۹۳	۱۷	۱۵/۸	۱۸/۸۹۹۳	۱/۲
۱۳۸۲	۱۱۳۷۹	۱۲۴/۷۹۲۶	۱۷	۱۵/۶	۱۰۹/۱۹۲۶	۱/۴
۱۳۸۳	۱۲۱۱۳	۶/۴۵۰۴	۱۷	۱۵/۲	-۸/۷۴۹۵	۱/۸
۱۳۸۴	۹۴۶۰	-۲۱/۹۰۲۱	۱۷	۱۰/۴	-۳۲/۳۰۲۱	۶/۶
۱۳۸۵	۹۸۲۱	۳/۸۱۶۰	۱۶	۱۱/۹	-۸/۰۸۳۹	۴/۱
۱۳۸۶	۱۰۰۸۲	۲/۶۵۷۵	۱۶	۱۸/۴	-۱۵/۷۴۲۴	-۲/۴
۱۳۸۷	۷۹۶۶	-۲۰/۹۸۷۹	۱۶	۲۵/۴	-۴۶/۳۸۷۹	-۹/۴
۱۳۸۸	۱۲۵۳۷	۵۷/۳۸۱۳	۱۹	۱۰/۸	۴۶/۵۸۱۳	۸/۲
۱۳۸۹	۲۳۲۹۵	۸۵/۸۱	۱۷/۵	۱۲/۴	۷۳/۴۱	۵/۱
۱۳۹۰	۲۵۹۰۶	۱۱/۲۰۸۴	۱۷	۲۵	-۱۳/۷۹۱۶	-۸
میانگین حسابی		۲۷/۲۵۸	۱۷/۲۸		۱۱/۳۲۳۰	۱/۳۵
میانگین هندسی					۴/۳۵۱۲	۱/۲۱۸۸

توضیح: صرف سهام عبارت است از تفاوت بین میانگین‌های بازدهی واقعی دارایی ریسکی و دارایی غیر ریسکی برای دوره‌ی زمانی مورد مطالعه، تفاضل میانگین حسابی دو بازده برابر با ۹.۹۷ و تفاضل میانگین هندسی آن برابر با ۳.۱۳۲۴ است.



نمودار ۱. روند حرکت بازدهی دارایی ریسکی و دارایی بدون ریسک

توضیح: خط چین نشان‌دهنده‌ی روند حرکتی بازده واقعی شاخص کل قیمت بورس و خط پیوسته نشان‌دهنده‌ی روند حرکتی بازده واقعی سودسپرده سرمایه‌گذاری ۵ ساله در شبکه‌ی بانکی می‌باشد.

ساختار نوشتار پیش رو چنین است. ادبیات موضوع مرتبط را در بخش ۲ مرور می‌کنیم. در بخش ۳ به تبیین چارچوب تحلیل خود برای بورس اوراق بهادار تهران اشاره می‌کنیم. در زیر بخش اول بخش ۴ به تشریح داده‌های به کار برده شده در این پژوهش و بیان

ویژگی‌های آماری آنان می‌پردازیم. در زیر بخش بعد به انجام آزمون‌های تجربی پرداخته و با تفسیر نتایج حاصل به کار خود پایان می‌دهیم.

۲. مروری بر ادبیات

در این بخش با انجام یک تقسیم‌بندی ابتدا ادبیات نظری مربوط به معمای صرف سهام را مطرح می‌کنیم و سپس به بیان ادبیات نظری مرتبط با آزمون تسلط تصادفی خواهیم پرداخت. در ادامه این بخش پیوند نظری این دو حوزه را در پژوهشی با استفاده از نظریه لیم^۱، وانس مارتین^۲ و اسفندیار معصومی^۳ مورد مطالعه قرار داده و براساس روش به کار رفته در این مقاله به آزمون معمای صرف سهام در بورس اوراق بهادار تهران پردازیم.

۱-۲. ادبیات نظری معمای صرف سهام

توضیح صرف سهام بر مبنای ریسک

همانطور که در بخش ۱، نوع ترجیحات استفاده شده توسط مهرا و پرسکات (۱۹۸۵) تنها در صورتی می‌توانست با صرف سهام مشاهده شده سازگار باشد که ضریب ریسک‌گریزی نسبی به طور غیر قابل قبولی بالا باشد. یکی از قیده‌های اعمال شده در این نوع از ترجیحات، این است که ضریب ریسک‌گریزی نسبی به‌طور مستقیم با کشش جانشینی بین دوره‌ای رابطه دارد. این ویژگی، ایجاب می‌کند که اگر یک فرد از نوسان مصرف در حالت‌های مختلف در یک نقطه‌ی خاص از زمان‌گریزان باشد، آنگاه باید از نوسان مصرف در طول زمان نیز گریزان باشد. در حالی که هیچ رابطه‌ی علت و معلولی بین دو حالت وجود ندارد. از آنجایی که به‌طور متوسط مصرف در طول زمان رشد می‌کند، آحادی که مهرا و پرسکات در مقاله‌ی خود در نظر گرفتند همواره اندکی انگیزه دارند که پس‌انداز نیز داشته باشند. در این صورت تقاضا برای اوراق قرضه کاهش پیدا می‌کند و بدین ترتیب نرخ

1. G.C. Lim

2. Vance L. Martin

3. Esfandiar Maasoumi

بهره‌ی بدون ریسک برخلاف انتظار افزایش می‌یابد. اپستین و زین^۱ (۱۹۹۱) نوعی دیگر از ترجیحات را تحت عنوان «مطلوبیت انتظاری تعمیم یافته»^۲ معرفی کردند که این نوع از ترجیحات اجازه می‌دهد تا، پارامترهای ضریب ریسک‌گریزی نسبی و کشش جانشینی بین دوره‌ای مستقل از یکدیگر باشند. ویژگی دیگر این نوع مدل‌ها این است که بالا بودن ضریب ریسک‌گریزی نسبی لزوماً این ایده را القا نمی‌کند که آحاد تمایل به هموار سازی مصرف در طول زمان دارند.

دومین دیدگاهی که در مشخص کردن نوع ترجیحات مورد بررسی قرار گرفته است، اول بار توسط کنستانتینیدز^۳ (۱۹۹۰) با وارد کردن مکانیزم شکل‌گیری عادات معرفی شد. این نوع فرمول‌بندی از مطلوبیت فرض می‌کند که مطلوبیت نه تنها تابعی از مصرف حال است، بلکه از مصرف گذشته نیز تاثیر می‌پذیرد. این نوع رتبه‌بندی ترجیحات موجب می‌شود که حتی اگر خود ضریب ریسک‌گریزی مقدار کوچکی باشد، تصمیم‌گیرندگان اقتصادی را به گونه‌ای در نظر بگیریم که به شدت از ریسک در مصرف‌گريزان باشند. پیشبرد دیگر کنستانتینیدز (۱۹۹۰) به کار بردن روشی است که در آن مطلوبیت بر روی مصرف نسبت به میانگین مصرف سرانه تعریف می‌شود. این مدل یک مدل با عادت بیرونی است که در آن ترجیحات بر روی نسبت مصرف بر مصرف کل با وقفه تعریف می‌شود. نتیجه این روش مدل کردن این است که باردیگر فرد می‌تواند نسبت به نوساناتی که در مصرف او رخ می‌دهد، بسیار حساس و گریزان باشد. در نتیجه، از آنجایی که میانگین مصرف سرانه در طول زمان افزایش پیدا می‌کند تقاضای شکل گرفته برای اوراق قرضه در این نوع تصریح مدل به کاهش مشکل معمای نرخ بهره‌ی بدون ریسک کمک می‌کند.

مدل‌های رفتاری نیز برای حل معمای صرف سهام مورد آزمون و استفاده قرار گرفته‌اند. مدل‌های رفتاری مدل‌هایی هستند که تحت این مدل‌ها لزوماً آحاد اقتصادی «بطور کامل عقلایی»^۴ در نظر گرفته نمی‌شوند. این موضوع می‌تواند به این معنی باشد که

1. Epstein and Zin
2. Generalized Expected Utility
3. Constantinides (1990)
4. Fully rational

شکل‌گیری انتظارات آنها به صورت عقلایی نیست و اینکه باورهای آنان با استفاده از قاعده‌ی بیز به‌روز نمی‌شود. دلالت این نوع شکل‌گیری رفتار در قالب چارچوب معمای صرف سهام به این معنی است که آحاد تصمیم‌گیرنده دارای ترجیحاتی هستند که با تعریف مطلوبیت انتظاری بر روی مصرف یا ثروت (مطلوبیت غیرمستقیم) همخوانی ندارد. مبحث «شکل‌گیری عادات» که پیش از این مورد مطالعه قرار دادیم، می‌تواند در شمار مفاهیم رفتاری طبقه‌بندی شود اما همانطور که مشاهده شد این مبحث با توجه به مفاهیم تابع مطلوبیت قابل توضیح می‌باشد، که در ادبیات موجود به همان روش اکتفا شده است.

درست است که انواع ساختار ترجیحات رفتاری بسیار گسترده می‌باشد اما از تمام این مدل‌های رفتاری گسترش یافته در چارچوب صرف سهام استفاده نشده است و شمار محدودی از آنها راه خود را برای حل معمای صرف سهام در این چارچوب باز کرده‌اند. به دلیل اینکه وارد شدن به این حوزه از پژوهش‌ها ما را از مسیر اصلی کار دور می‌سازد و از آنجایی که بحث‌های صورت گرفته در این حوزه بسیار گسترده و خارج از حوصله‌ی این مقاله است، در ادامه تنها به معرفی کارهای صورت گرفته در این زمینه اکتفا خواهیم کرد و علاقه‌مندان به این حوزه را به مقالات مربوطه ارجاع می‌دهیم.

۱. ناامید‌گریزی^۱ و ناامید‌گریزی تعمیم یافته^۲ که در این مبحث، کارهای صورت گرفته توسط گول^۳ (۱۹۹۱) و روتلنگ و زین^۴ (۲۰۰۴) از جمله کارهای برجسته در این زمینه هستند.^۵
۲. تئوری چشم‌انداز^۶ که در ابتدا توسط کار کانمن و تروسکی^۷ (۱۹۷۹) معرفی شد. اصلی‌ترین مقاله‌ی کار شده در این زمینه مربوط به باربریس (۲۰۰۱) می‌باشد.^۸

1. Disappointment Aversion

2. Generalized Dis-appointment Aversion

3. Gul

4. Routledge and Zin

5. Gul, Faruk. (1991) & Routledge, B. R., and S. E. Zin. (2004)

6. Prospect Theory

7. Kahneman and Tervsky

8. Barberis, Nicholas, Ming Huang, and Tano Santos. 2001.

۲-۲. ادبیات نظری رویکرد تسلط تصادفی^۱

معیار تسلط تصادفی بر مبنای فرض‌های نرمال بودن توزیع احتمال بازده‌ها و در همه جا مقعر بودن تابع مطلوبیت استوار نیست. معیار تسلط تصادفی یک مدل جامع برای انتخاب سببی است که مطلوبیت مورد انتظار را حداکثر می‌کند.

یکی از مهمترین ویژگی‌های آزمون تسلط تصادفی این است که آن‌ها حداقل تعداد قیده‌ها را به ترجیحات آحاد اقتصادی در چارچوب تابع مطلوبیت انتظاری ون نیومن - مورگنشتاین^۲ تحمیل می‌کنند. این قیده‌ها ناپارامتریک بوده و نیازی به تصریح فرم تابعی پارامتریک برای آن‌ها نیست. همچنین باید توجه داشت که تسلط تصادفی مرتبه پایین‌تر تسلط تصادفی مرتبه‌های بالاتر را ایجاب می‌کنند. در ادامه‌ی این بخش به معرفی تسلط تصادفی مرتبه‌های مختلف، مفروضات آن‌ها و قواعد تصمیم‌گیری بر اساس آن‌ها می‌پردازیم.

۲-۲-۱. تسلط تصادفی مرتبه اول (FSD)^۳

معیار تسلط تصادفی مرتبه اول فرض می‌کند که تصمیم‌گیرندگان، بیشتر را به کمتر ترجیح می‌دهند یعنی مطلوبیت نهایی بازده، مثبت است ($U' \geq 0$). چنین سرمایه‌گذارانی نیازمند تابع مطلوبیت ناکاهشی نسبت به نرخ بازده می‌باشند. تمرکز معیار تسلط تصادفی مرتبه اول بر روی گشتاور^۴ مرتبه اول (میانگین) توزیع می‌باشد. دو دارایی سرمایه‌ای i و j را با تابع توزیع تجمعی F و G رادر نظر بگیرید. هر سرمایه‌گذاری پیامدهای با نرخ‌های بازده متفاوتی دارد. i بر اساس تسلط تصادفی مرتبه اول بر j مسلط است اگر سرمایه‌گذاران بیشتر را بر کمتر ترجیح دهند و تابع توزیع تجمعی F^5 هیچ وقت بزرگتر از تابع توزیع تجمعی

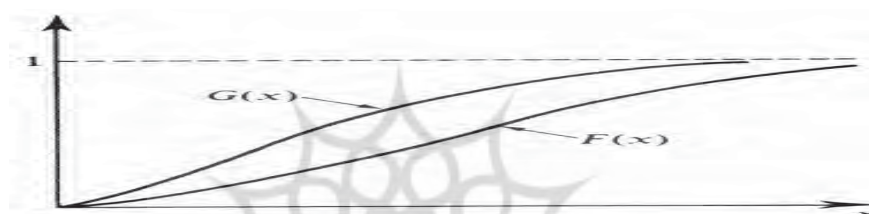
-
1. Stochastic Dominance
 2. Neumann-Morgenstern
 3. First order Stochastic Dominance
 4. Moment
 5. Cumulative Distribution Function

توزیع تجمعی G نباشد و در برخی جاها ——— کوچکتر نیز باشد (توزیع‌ها همدیگر را قطع نمی‌کنند و F بالای G قرار نمی‌گیرد).

به عبارت دیگر زمانی که می‌گوییم i دارای تسلط تصادفی مرتبه‌ی اول بر j است، یعنی احتمال اینکه بازدهی به دست آمده با نگاه‌داری دارایی i بیشتر از مقدار مشخصی مثل x باشد، بزرگتر از همین احتمال با نگاه‌داری دارایی j می‌باشد:

$$\Pr(R_i > x) \geq \Pr(R_j > x)$$

شکل ۱ به نمایش تسلط تصادفی مرتبه‌ی اول توزیع F به G اختصاص دارد.



شکل ۱. تسلط تصادفی مرتبه‌ی اول

توضیح: محور عمودی نشان‌دهنده‌ی احتمال و محور افقی نشان‌دهنده‌ی مقدار بازدهی می‌باشد. مشخص است که در هر سطح احتمال توزیع F بازدهی بیشتری را نسبت به توزیع G به همراه دارد.

منبع: مس کاللی صفحه‌ی ۱۹۶

پس به عنوان نتیجه می‌توان بیان کرد که سرمایه‌گذار زمانی سرمایه‌گذاری در دارایی i با تابع توزیع تجمعی $F(\cdot)$ را به سرمایه‌گذاری در دارایی j با تابع توزیع تجمعی $G(\cdot)$ ترجیح خواهد داد که روابط زیر برقرار باشد:

$$1. \quad E[u(x_i)] \geq E[u(x_j)] \quad \text{و با نامساوی اکید در برخی از } u \text{ها (برای توابع}$$

مطلوبیتی که دارای ویژگی $U' \geq 0$ باشند) یا

$$2. \quad G(x) \geq F(x) \quad \text{برای تمام } x \text{ها و با نامساوی در برخی از } x \text{ها برقرار باشد.}$$

۲-۲-۲. تسلط تصادفی مرتبه‌ی دوم^۱ (SSD)

راسل و هادر (۱۹۶۹) استدلال می‌کنند که یک معیار کارا تر و قوی‌تری نیاز است تا سرمایه‌گذاران را راهنمایی کند. این معیار جدید کارا به تسلط تصادفی مرتبه‌ی دوم معروف است. این معیار بر فرض ریسک‌گریزی سرمایه‌گذاران، یعنی بر روی گشتاور مرتبه‌ی دوم (واریانس) توزیع استوار است. در این حالت محدودیت $U'' \leq 0$ ، علاوه بر قید مربوط به تسلط تصادفی مرتبه‌ی اول ($U' \geq 0$)، به تابع مطلوبیت تحمیل می‌شود.

پس به عنوان نتیجه می‌توان بیان کرد که سرمایه‌گذار زمانی سرمایه‌گذاری در دارایی i با تابع توزیع تجمعی $F(\cdot)$ را به سرمایه‌گذاری در دارایی j با تابع توزیع تجمعی $G(\cdot)$ ترجیح خواهد داد که روابط زیر برقرار باشد:

$$1. E[u(x_i)] \geq E[u(x_j)] \text{ و با نامساوی اکید در برخی از } u \text{ ها (برای توابع}$$

مطلوبیتی که دارای ویژگی $U' \geq 0$ و $U'' \leq 0$ باشند) یا

$$2. \int_{-\infty}^x F(t) dt \leq \int_{-\infty}^x G(t) dt \text{ برای تمام } x \text{ ها و با نامساوی در برخی از } x \text{ ها برقرار}$$

باشد.

۳-۲-۲. تسلط تصادفی مرتبه‌ی سوم^۲ (TSD)

تئوری تسلط تصادفی مرتبه‌ی سوم توسط وایت‌مور^۳ (۱۹۷۰) توسعه یافت. اطلاعات جدید باز هم مربوط به شکل تابع مطلوبیت است و تمرکز این معیار بر روی گشتاور مرتبه‌ی سوم (چولگی) توزیع می‌باشد. مفروضات مشخص ارائه شده این است که سرمایه‌گذاران ریسک‌گریز بوده و دارای ریسک‌گریزی مطلق کاهشی هستند^۴. از نظر ریاضی، این ویژگی نشان می‌دهد که مشتق مرتبه‌ی سوم تابع مطلوبیت یک سرمایه‌گذار مثبت است. هرچه ثروت افزایش یابد، مبالغ بیشتری در دارایی‌های ریسکی سرمایه‌گذاری می‌گردد. به

1. Second order Stochastic Dominance

2. Third order Stochastic Dominance

3. Whitmore

۴. ریسک‌گریزی مطلق، شدت ریسک‌گریزی یک سرمایه‌گذار برای یک سطح معین ثروت را نشان می‌دهد.

طور کلی اکثر سرمایه‌گذاران ریسک‌گریزی مطلق کاهشی را نشان می‌دهند. همچنین می‌توان مثبت بودن مشتق سوم تابع مطلوبیت را بدین صورت تفسیر کرد که افراد توزیع بازدهی که دارای چولگی راست باشد را ترجیح می‌دهند به عبارت دیگر آن‌ها بده و بستان بین میانگین بازدهی کمتر و شانس برای بدست آوردن بازدهی مثبت بسیار زیاد را، می‌پسندند. بنا به تعریف F براساس تسلط تصادفی مرتبه سوم بر G مسلط است اگر:

$$1. E[u(x_i)] \geq E[u(x_j)] \text{ و با نامساوی اکید در برخی از } u \text{ها (برای توابع}$$

مطلوبیتی که دارای ویژگی $U' \geq 0$ و $U'' \leq 0$ و $U''' \geq 0$ باشند) یا

$$2. I_r = \int \int [G(t) - F(t)] dt dz \geq 0 \text{ برای تمام } x \text{ها و با نامساوی در برخی از } x \text{ها}$$

برقرار باشد.

۲-۲-۴. تسلط تصادفی مرتبه‌ی چهارم^۱ (FSD)

تسلط تصادفی مرتبه چهارم با اضافه کردن یک فرض دیگر به تابع مطلوبیت بازهم قاعده‌ی تصمیم‌گیری را محدودتر می‌کند. تمرکز این معیار بر روی گشتاور مرتبه‌ی چهارم (کشیدگی) توزیع می‌باشد. این معیار علاوه بر مفروضات قبلی فرض می‌کند که مشتق مرتبه‌ی چهارم تابع مطلوبیت منفی است ($U'''' \leq 0$). تفسیر این ویژگی را بدین صورت می‌توانیم بیان کنیم که افراد همواره از اینکه ضرر بسیار زیادی کنند بیشتر پرهیز می‌کنند تا این که شانس سود بسیار زیاد را از دست بدهند. به بیان دیگر آن‌ها توزیع‌هایی با دم لاغر را به توزیع‌هایی با دم چاق ترجیح می‌دهند. پس می‌توان نتیجه گرفت که افراد میان دو دارایی که ریسک یکسانی دارند آن دارایی که کشیدگی بیشتری را داراست انتخاب خواهند کرد یعنی کشیدگی کمتر دارایی دیگر باعث می‌شود که افراد برای نگه‌دارای آن درخواست یک صرفه اضافی^۲ داشته باشند. بنابراین F بر اساس تسلط تصادفی مرتبه چهارم بر G مسلط است اگر:

1. Fourth-order stochastic dominance

2. Premium

۱. $E[u(x_i)] \geq E[u(x_j)]$ و با نامساوی اکید در برخی از u ها (برای توابع مطلوبیتی که دارای ویژگی $U' \geq 0$ و $U'' \leq 0$ و $U''' \geq 0$ و باشند $U''' \leq 0$) یا
۲. $\iiint F(t) dt ds du \leq \iiint G(t) dt ds du$ برای تمام x ها و با نامساوی در برخی از x ها برقرار باشد.

۳. ادبیات تجربی معمای صرف سهام

توضیح صرف سهام بر مبنای عواملی غیر از ریسک

در این قسمت ما به مرور ادبیاتی خواهیم پرداخت که پیرامون یافته‌های مهرا و پرسکات (۱۹۸۵) شکل گرفته و سعی در اندازه‌گیری صرف سهام توسط عواملی به غیر از ریسک را داشته‌اند. اکثر کارهای صورت گرفته در این زمینه با در نظر گرفتن فرض‌ها و شرایطی مناسب‌تر از آن چیزی که مهرا و پرسکات در نظر گرفته بودند به آزمون دوباره‌ی معمای صرف سهام پرداختند. اگر بخواهیم به طور خاص مواردی را که در جهت بهبود کار مهرا و پرسکات در این بخش از ادبیات مورد بررسی قرار گرفته نام ببریم می‌توان به محدودیت‌های استقراض، مناسب بودن استفاده از اوراق خزانه به عنوان یک متغیر نماینده^۱ برای نرخ نهایی جانشینی بین دوره‌ای مصرف، نتایج حاصل از مالیات‌ها، تنوع‌سازی^۲ و هزینه‌های واسطه‌گری^۳، مقررات و در آخر ناهمگنی آحاد اقتصادی اشاره کرد. در ادامه به مرور مختصر برخی از این موارد خواهیم پرداخت.

در مدل‌هایی با در نظر گرفتن محدودیت استقراض و هزینه‌های معاملات، اثری که این دو ویژگی به همراه دارند این است که سرمایه‌گذاران مجبور می‌شوند تا برای هموارسازی مصرف، همواره مقداری از اوراق قرضه را نزد خود نگه دارند (تقاضای احتیاطی). بنابراین در یک افق زمانی نامحدود با در نظر گرفتن محدودیت استقراض، آحاد اقتصادی سعی در

1. Proxy
2. Diversification
3. Intermediation costs

برابر کردن نرخ نهایی جانشینی خودشان دارند (مفهوم معادله اوپلر) که این امر با اثری کوچک بر صرف سهام همراه می‌باشد.

در برخی از کارهایی که اخیراً برای حل دوباره معمای صرف سهام صورت گرفته، توجه ویژه‌ای به در نظر گرفتن همزمان محدودیت‌های استقراض و ناهمگنی مصرف-کنندگان شده است. یکی از دیدگاه‌های موفق در این زمینه که دیگر از مدل کارگزار نمونه استفاده نکرده است، دیدگاهی است که توسط کنستانتینیدز (۲۰۰۲) مطرح شده است. مدلی که در این دیدگاه مورد استفاده و تمرکز قرار می‌گیرد مدل نسل‌های همپوش (OLG) می‌باشد که در آن مصرف‌کنندگان برای سه دوره زندگی می‌کنند. دوره‌ی اول دوره انباشت سرمایه‌ی انسانی (یا یادگیری) می‌باشد که در آن مصرف‌کننده از موهبت^۲ درآمدی نسبتاً کمی برخوردار می‌شود. دوره‌ی دوم دوره‌ی است که مصرف‌کننده در این دوره مشغول به کار بوده و از یک درآمد ناشی از دستمزد حاصل از کار خود بهره‌مند می‌باشد که البته این دستمزد با نااطمینانی زیادی همراه است. در دوره‌ی سوم مصرف‌کننده بازنشسته شده است و مصارف او از دارایی‌های جمع‌آوری شده در دوره‌ی دوم صورت می‌پذیرد. محققانی که در این چارچوب به تحقیق و توسعه مدل‌ها پرداختند برای توضیح دلالت‌های ناشی از محدودیت استقراض دو نوع متفاوت اقتصاد را در نظر می‌گیرند. یک حالت وجود محدودیت استقراض می‌باشد^۳، که در آن افراد جوان (که در دوره‌ی اول می‌باشند) اجازه فروش استقراضی^۴ اوراق بهادار را ندارند. حالت دیگر عدم وجود محدودیت استقراض می‌باشد^۵، که تنها تفاوتی که این حالت با حالت قبل دارد این است که در این حالت ممنوعیت فروش استقراضی دیگر وجود ندارد. به عبارت دیگر در حالت اول مقدار خرید مصرف‌کنندگان از سهام و اوراق بهادار در دوره‌ی جوانی صفر می‌باشد اما در حالت دوم این مقدار می‌تواند مقادیر مثبتی به غیر از صفر را اختیار کند.

-
1. Overlapping generations
 2. Endowment
 3. Borrowing-constrained version
 4. Short sale
 5. Borrowing-unconstrained

همچنین باید توجه داشت که در حالت دوم زمانی که افراد در دوره‌ی سوم زندگی خود قرار دارند میزان خرید آن‌ها از اوراق بهادار برابر با صفر خواهد بود. نوآوری‌هایی که در کارهای صورت گرفته در این زمینه وجود دارد، براساس شرکت دادن ویژگی‌های ادوار زندگی در مطالعات قیمت‌گذاری دارایی‌ها استوار است. ایده‌ای که در پس این نوآوری‌ها وجود دارد بسیار ساده می‌باشد. جذابیت یک ورقه‌ی بهادار به عنوان یک دارایی به همبستگی‌ای که بین مصرف و درآمد آن ورقه‌ی بهادار وجود دارد، بستگی خواهد داشت. اگر دریافتی^۱ سهام در شرایطی تحقق یابد که مطلوبیت نهایی مصرف بالا باشد، این موضوع باعث افزایش بیشتر قیمت آن (و به ترتیب نرخ بازدهی کمتر آن) نسبت به زمانی می‌شود که دستاورد سهم در شرایط پایین بودن مطلوبیت نهایی مصرف تحقق یابد. از آنجایی که مطلوبیت نهایی مصرف رابطه‌ی عکس با خود مصرف دارد، اگر دریافتی سهام در زمانی که مقدار مصرف بالا می‌باشد تحقق یابد سهام دارای نرخ بازدهی بیشتری خواهد بود و برعکس..

پس به عنوان نتیجه در این قسمت می‌توان این گونه بیان کرد که در صورت وجود محدودیت استقراض، سهام تنها به وسیله‌ی سرمایه‌گذاران میانسال قیمت‌گذاری می‌شود چون سرمایه‌گذاران جوان به‌طور موثر از بازار سهام خارج شده‌اند و ما شاهد صرف سهام بالایی در این حالت خواهیم بود. اگر محدودیت استقراض آزاد شود آنگاه جوانان می‌توانند با استقراض کردن به خرید سهام بپردازند که این امر باعث افزایش بازدهی اوراق قرضه می‌شود. افزایش در عایدی اوراق قرضه باعث تحریک میانسالان می‌شود که در سبد دارایی خود از نگهداری سهام به سمت نگهداری اوراق قرضه حرکت کنند. افزایش تقاضا برای سهام توسط جوانان و کاهش تقاضای آن توسط میانسالان در جهت مخالف هم عمل خواهند کرد. در تعادل اثر افزایش همزمان بازدهی سهام و اوراق قرضه باعث کاهش صرف سهام خواهد شد.

انتخاب یک دارایی به عنوان دارایی بدون ریسک در این چارچوب تحلیل همواره جای مناقشه بوده است. همانطور که ما برای انتخاب یک متغیر نماینده برای دارایی بدون ریسک در این مطالعه با محدودیت‌هایی مواجه بوده‌ایم که در ادامه به آن اشاره خواهد شد. یک سوال اساسی این است که، چه چیز را باید به عنوان همتای تجربی نرخ بهره‌ی واقعی خانوار در نظر گرفت؟ مهرا و پرسکات (۱۹۸۵) از نرخ اوراق خزانه با نقد شوندگی بسیار بالا که با توجه به انتظارات تورمی تعدیل شده بود به عنوان یک متغیر نماینده برای بازدهی دارایی بدون ریسک استفاده کردند، و فرض کردند که آحاد اقتصادی با استفاده از این نرخ به هموارسازی مصرف می‌پردازند. مناسب بودن این فرض توسط مک‌گارتن^۱ و پرسکات (۲۰۰۳) و مهرا و پرسکات (۲۰۰۸a) مورد سوال قرار گرفت. آیا معقول است که فرض کنیم بازدهی روی اوراق خزانه، برابر با نرخ بهره‌ی واقعی‌ای می‌باشد که خانوار از آن برای پس‌انداز دوره‌ی بازنشستگی و یا هموارسازی مصرف استفاده می‌کنند؟ آیا واقعا خانوار برای تامین مالی دوران بازنشستگی خود، به نگهداری اوراق خزانه دست می‌زنند؟ اگر این موضوع از نظر تجربی مصداق داشته باشد، آنگاه منطقی به نظر می‌رسد که نرخ نهایی جانشینی مصرف انتظاری را برابر با نرخ بازدهی اوراق خزانه در نظر بگیریم.

جدول ۲ نشان دهنده‌ی جزئیات دارایی‌هایی می‌باشد که توسط خانوار آمریکایی نگهداری می‌شود. چهار گروه بزرگ از دارایی‌هایی که نگهداری می‌شوند عبارتند از دارایی‌های مشهود، دارایی‌های مربوط به بیمه‌ی عمر و زندگی، سهام (شامل هر دو نوع شرکتی و غیر شرکتی) و دارایی از جنس اوراق بدهی مانند اوراق قرضه.

جدول ۲. دارایی و بدهی‌های خانوار

		دارایی (تولید ناخالص داخلی)	بدهی (تولید ناخالص داخلی)
دارایی مشهود خانوار	۱/۶۵	بدهی‌ها	۰/۷
سهام شرکتی	۰/۸۵	خالص ثروت	۴/۸۵
سهام غیر شرکتی	۰/۵		
ذخیره بیمه عمر و بازنشستگی	۱		

اوراق قرضه(دارایی با عایدی ثابت)	۰/۸۵		
کل	۴/۸۵	کل	۴/۸۵

منبع: مهرا ۲۰۰۸، (این ارقام به صورت میانگین و طی سالهای ۲۰۰۰ تا ۲۰۰۵ تهیه شده‌اند)

در سال ۲۰۰۰ مقدار بدهی‌های دولت ایالات متحده امریکا که توسط بخش خصوصی نگهداری می‌شد، تنها ۰/۳ تولید ناخالص داخلی را شکل داده که از این مقدار نیز یک سوم آن متعلق به خارجی‌ها بود. مقدار بهره‌ای که به این اوراق که دارای سررسیدی کمتر از یک سال بودند تعلق می‌گرفت تنها ۰/۰۸۵ تولید ناخالص داخلی بوده که این رقم بخش کوچکی از ثروت خالص کل خانوار را تشکیل می‌داد. یک حقیقت دیگر این بود که اوراق خزانه به صورت مستقیم توسط خانوار آمریکایی نگهداری نمی‌شدند. در حدود یک سوم از اوراق خزانه موجود توسط خارجی‌ها، به ویژه بانک‌های مرکزی خارجی و دو سوم آن توسط موسسات مالی آمریکایی^۱ نگهداری می‌شدند. همانطور که در جدول بالا قابل ملاحظه می‌باشد، مقدار قابل توجهی از اوراق بدهی‌ای که توسط خانوار نگهداری می‌شود متعلق به صندوق‌های بازنشستگی و ذخایر بیمه‌ی عمر^۲ می‌باشد. بنابراین اغلب پس‌اندازهای بین دوره‌ای که به شکل اوراق بدهی انجام می‌پذیرد، در قالب دارایی‌هایی همچون دارایی‌هایی با مستمری ثابت^۳ و اوراق بهادار به پشتوانه‌ی وام رهنی می‌باشد که این دارایی‌ها در حساب‌های بازنشستگی و صندوق‌های بازنشستگی ذخیره می‌شوند.

تحقیقات در این زمینه نشان می‌دهد که خانوار آمریکایی مقدار قابل توجهی از جانشین‌های نزدیک اوراق خزانه را نگهداری می‌کنند. این جانشین‌ها عبارتند از حساب جاری^۴، حساب‌های بازار پول^۵ و گواهی‌های سپرده‌ی بانکی با سررسیدی کمتر از یک سال. به نظر می‌رسد متغیر نماینده‌ای که برای دارایی بدون ریسک در نظر گرفته می‌شود، در طول زمان می‌تواند تغییر کند. مثلاً در بازه‌ای از زمان طلا و مسکن و در صورت افزایش

1. American financial institutions
2. Pension fund and life insurance reserves
3. Annuities
4. Checking accounts
5. Money market accounts

نرخ سپرده‌های بانکی و ثبات شرایط سیاسی سپرده‌های بلندمدت بانکی گزینه‌هایی باشند که تصمیم‌گیرندگان اقتصادی برای هموارسازی مصرف خود به نرخ بازدهی آنان توجه می‌کنند.

در ادامه مرور کوتاهی به مقاله‌ی لیم، وانس مارتین و اسفندیار معصومی (۲۰۰۶) خواهیم داشت، تنها مقاله‌ای که ادبیات نظری صرف سهام و آزمون‌های تسلط تصادفی را با یکدیگر پیوند زده و نتایج تجربی نوینی در زمینه‌ی معمای صرف سهام حاصل کرد. مقاله‌ی مذکور به عنوان یک کار تجربی در زمینه‌ی معمای صرف سهام، توانست با فراهم آوردن یک دیدگاه ناپارامتریک مبنی بر معیار تسلط تصادفی به آزمون دوباره‌ی معمای صرف سهام بپردازد، بدون اینکه فرم تابعی خاصی برای مطلوبیت یا نوع خاصی از توزیع را برای بازده در نظر بگیرد. استفاده از معیار تسلط تصادفی به این محققان اجازه داد تا گشتاورهای مراتب بالاتر را نیز در تحلیل خود وارد کنند و نشان دهند که چولگی و کشیدگی نیز در تعیین صرف سهام اضافی به عنوان پاداش تحمل ریسک بیشتر نقش دارند. در این تحقیق با استفاده از داده‌هایی که مهرا و پرسکات با آن‌ها کار کرده بودند مشاهده شد که شاخص سهام S&P500 فقط دارای تسلط تصادفی مرتبه‌ی سوم و چهارم بر اوراق خزانه دولتی می‌باشد آن‌هم در سطح ۱٪ نه در سطح معمول ۵٪. این آزمون برای داده‌های روزانه‌ی بورس اوراق بهادار آمریکا نیز صورت گرفت و نشانه‌ای از وجود تسلط تصادفی مرتبه‌ی اول و دوم میان شاخص سهام و اوراق قرضه یافت نشد. نتیجه‌ی جالب توجهی که در این تحقیق بدست آمد، تسلط تصادفی مرتبه‌ی سوم اوراق خزانه دولتی بر شاخص سهام بود که در تفسیر این نتیجه می‌توان چنین گفت که برخی از افراد دارایی بدون ریسک را بالاتر از دارایی ریسکی در نظر خواهند گرفت زمانی که چولگی نیز وارد تحلیل شود. (یا به اصطلاح گفته می‌شود که چولگی نیز قیمت‌گذاری شود). این نتیجه می‌تواند بیان‌گر این موضوع باشد که صرف سهام مشاهده شده برای دارایی ریسکی ممکن است در حقیقت کوچکتر از پاداشی باشد که افراد برای تحمل ریسک بیشتر در نظر گرفته‌اند. در این مطالعه آزمون‌های تسلط تصادفی برای مقایسه‌ی شاخص‌های S&P500 و NASDAQ به عنوان

دو دارایی ریسکی نیز صورت گرفت. در این آزمون‌ها مشاهده شد که NASDAQ دارای تسلط تصادفی مرتبه‌ی سوم و چهارم بر S&P500 است. این نتیجه ناشی از آن است که S&P500 دارای توزیعی با چولگی چپ و NASDAQ دارای توزیعی با چولگی راست می‌باشد و طبق توضیحات ارائه شده در ادبیات نظری، افراد با تابع مطلوبیتی که مشتق سوم آن مثبت است چولگی راست توزیع را به چولگی چپ آن ترجیح می‌دهند. بنابراین در این حالت صرفه‌ی اضافی مشاهده شده بین این دو دارایی ریسکی بیشتر از زمانی است که توزیع این دو دارایی دارای چولگی یکسانی می‌بود.

۴. ارائه و تبیین چارچوب تحلیل

۴-۱. قاعده‌ی تصمیم‌گیری بر اساس مفهوم تسلط تصادفی

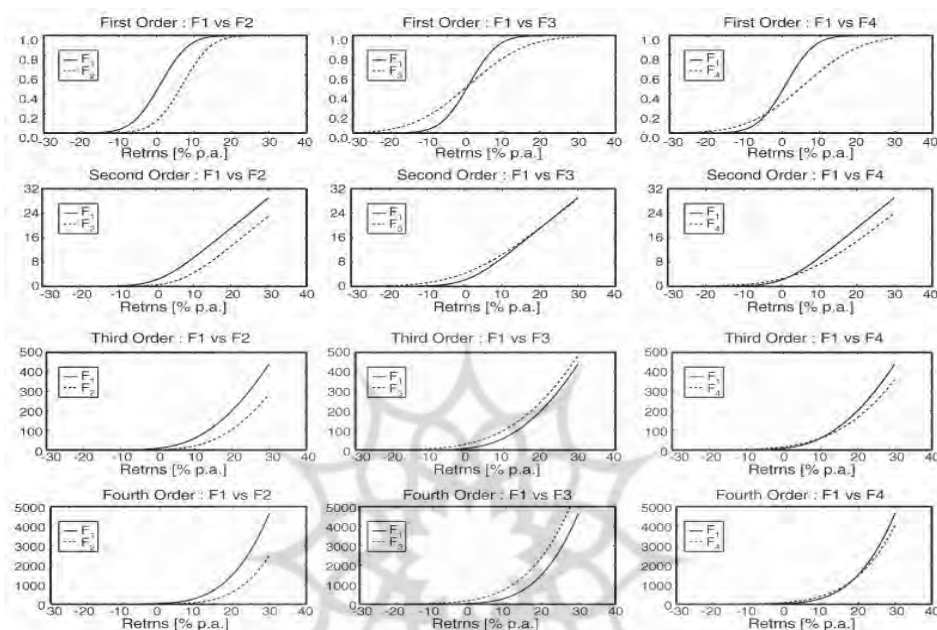
چهار توزیع زیر را در نظر می‌گیریم. فرض می‌کنیم که تمام این توزیع‌ها نرمال بوده و دارای میانگین μ و انحراف معیار σ^2 به صورت زیر می‌باشند:

$$F_4 = N(6, 12^2) F_3 = N(1, 12^2) F_2 = N(7, 6^2) F_1 = N(1, 6^2)$$

موقعیت تابع توزیع تجمعی توزیع‌های مربوط به بازدهی چهار دارایی فرضی به صورت دو به دو در شکل ۲ مقایسه می‌شود.

ستون دست چپ در شکل ۲ نشان دهنده‌ی ویژگی‌های تسلط تصادفی بین F_4 و F_1 است. هر دو توزیع بازده‌ها دارای نوسانات یا انحراف معیار یکسانی هستند ($\sigma_1 = \sigma_4 = 6$) اما میانگین‌های آنان متفاوت می‌باشد ($\mu_4 = 6$ و $\mu_1 = 1$). F_4 دارای تسلط تصادفی مرتبه‌ی اول تا چهارم بر F_1 است. دارایی دوم به‌طور میانگین بازدهی بیشتری نسبت به دارایی اول دارد ($\mu_4 > \mu_1$)، در صورتی که هر دوی آن‌ها سطح ریسک مشابهی دارند ($\sigma_1 = \sigma_4$). در این حالت مقدار صرف سهام موجود عبارت است از $\mu_4 - \mu_1 = 5$. در چارچوب تحلیل معیار تسلط تصادفی این حالت متناظر با یک معما می‌باشد چون دارایی دوم بازده بیشتری را نسبت به دارایی اول بدست می‌دهد در حالی که هیچ ریسک اضافی

را نسبت به آن به سرمایه‌گذار تحمیل نمی‌کند. (پس شاید اینگونه به نظر برسد که عامل دیگری به غیر از ریسک می‌تواند تفاوت میان بازدهی‌ها را توضیح دهد).



شکل ۲. توزیع تجمعی بازده دارایی‌های مفروض، تسلط تصادفی مرتبه‌ی اول تا چهارم برای چهار

$$\text{حالت } F_1 = N(1, 6^2), F_2 = N(7, 6^2), F_3 = N(1, 12^2) \text{ و } F_4 = N(6, 12^2)$$

منبع: لیم، اسفندیار معصومی و وانس مارتین (۲۰۰۶)

ستون میانی در شکل ۲ نشان دهنده‌ی ویژگی‌های تسلط تصادفی بین F_1 و F_2 است. هر دو توزیع میانگین‌های یکسانی دارند اما نوسانات آن‌ها متفاوت می‌باشد. در این مثال تسلط تصادفی مرتبه‌ی اول وجود ندارد اما F_1 دارای تسلط تصادفی مرتبه‌ی دوم به F_2 است چون همانطور که مشاهده می‌شود دارایی اول دارای ریسک کمتری نسبت به دارایی سوم می‌باشد در صورتی که میانگین بازدهی آن با دارایی سوم یکسان است. ملاحظه می‌شود که F_1 نه تنها دارای تسلط تصادفی مرتبه‌ی دوم به F_2 می‌باشد بلکه تسلط تصادفی مرتبه‌ی سوم و چهارم را نیز به F_2 دارا می‌باشد. به هنگام بررسی تسلط تصادفی مرتبه‌ی

دوم چون فرض بر این است که افراد ریسک‌گریز هستند پس بین دارایی‌هایی که به‌طور میانگین بازدهی یکسانی دارند آن دارایی که ریسک کمتری دارد (در این مثال دارایی اول) را ترجیح می‌دهند.^۱

ستون سمت راست در شکل ۲ نشان دهنده‌ی ویژگی‌های تسلط تصادفی بین F_1 و F_4 است. همانطور که از شکل ۲ مشخص است هیچ مرتبه‌ای از تسلط تصادفی بین دارایی اول و چهارم مشاهده نمی‌شود، یعنی توابع توزیع تجمعی در همه‌ی حالت‌ها یکدیگر را (در نقطه‌ای به غیر از نقطه‌ی ابتدایی) قطع می‌کنند. میانگین بازدهی بالاتر دارایی چهارم نسبت به دارایی اول متناسب با ریسک بیشتری است که این دارایی به همراه دارد. نکته مهم این است که در این حالت نیز صرف سهامی معادل ۵ به چشم می‌خورد اما این صرف سهام بیانگر معمای خاصی نیست. این صرف سهام پاداشی است که به علت ریسک بیشتر دارایی چهارم به این دارایی تعلق می‌گیرد.

باید توجه داشته باشیم که تمام تحلیل‌های بالا بر اساس کوانتیل‌های (مقادیر بحرانی) بدست آمده از آزمون کلموگروف-اسمیرنوف نیز قابل بیان است که در بخش بعد اشاره مختصری به این کوانتیل‌ها، نحوه‌ی استخراج آن‌ها و قاعده‌ی تصمیم‌گیری بر اساس آن‌ها خواهیم داشت. مزیتی که این روش نسبت به روش معرفی شده در این بخش دارد، این است که در این روش یک حاشیه‌ی اعتمادی برای نتایج حاصله بدست می‌آید و مشخص می‌کند که در چند درصد موارد نتیجه‌ای که ما بدست آوردیم برقرار می‌باشد.

همچنین قابل ذکر است که از همین تحلیل‌های صورت گرفته در این بخش برای پی‌بردن به اینکه شاخص‌های منتخب بورس اوراق بهادار چگونه نسبت به یکدیگر تسلط دارند بهره خواهیم جست.

۱. به هنگام بررسی تسلط تصادفی مرتبه‌ی چهارم فرض بر این است که افراد توزیع‌هایی با دم باریک را به توزیع‌هایی با دم پهن ترجیح می‌دهند، برای همین در این مثال مشاهده می‌شود که دارایی اول که دارای ریسک (پراکندگی در توزیع بازده) کمتری است (یعنی توزیع کشیده‌تر و دم باریک‌تر دارد) بر دارایی سوم تسلط تصادفی از نوع مرتبه‌ی چهارم دارد. تسلط تصادفی مرتبه‌ی سوم نیز با توجه به توضیحات مفصلی که در بخش ادبیات نظری داده شده به همین ترتیب قابل درک می‌باشد.

۴-۲. روش بوت استرپ و آزمون کولموگروف اسمیرنف

روش تحلیلی انجام آزمون‌های فرضیه تسلط تصادفی در این نوشتار بر پایه‌ی کار انجام شده توسط لیتون، معصومی و وانگ (۲۰۰۵) استوار است. در این روش از یک آزمون ناپارامتریک برای این کار استفاده شده است که بر پایه‌ی فرم تعمیم یافته‌ی آزمون کلموگروف - اسمیرنف که توسط مک‌فادن^۱ (۱۹۸۹) معرفی شده، انجام می‌گیرد. استنتاجی استنتاجی که در این روش صورت می‌گیرد با استفاده از نمونه‌گیری تکراری بازگردان برای ساختن p -مقدار انجام می‌شود که به این منظور از روش بوت استرپ دوتایی^۲ استفاده خواهد شد.

برای توضیح روش چگونگی انجام آزمون‌ها و معرفی آماره‌ها ابتدا به توضیح این روند برای انجام تست تسلط تصادفی مرتبه‌ی اول خواهیم پرداخت. ما دو نوع تجربی از تست‌ها را با یکدیگر ترکیب خواهیم کرد. اولین آماره‌ی به صورت زیر است که فرض صفر آن عبارت است از تسلط تصادفی مرتبه‌ی اول $R_{i,t}$ به $R_{j,t}$:

$$SD_{1,i,j} = \sqrt{T} \sup_r (\hat{F}_i(r) - \hat{F}_j(r)) \quad (1)$$

دومین آماره، که برعکس فرضیه‌ی بالا می‌باشد، با فرضیه صفر تسلط تصادفی مرتبه‌ی اول $R_{j,t}$ به $R_{i,t}$ به صورت زیر است:

$$SD_{1,j,i} = \sqrt{T} \sup_r (\hat{F}_j(r) - \hat{F}_i(r)) \quad (2)$$

در اینجا T حجم نمونه و $\hat{F}_k(r)$ تابع توزیع تجمعی تجربی^۳، که در آن $k = i, j$ بوده و عبارت است از:

$$\hat{F}_k(r) = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T I(R_{k,t} \leq r) \quad (3)$$

که در آن $I(R_{k,t} \leq r)$ یک تابع مشخصه با قاعده‌ی زیر می‌باشد:

$$I(R_{k,t} \leq r) = \begin{cases} 1 & \text{if } R_{k,t} \leq r \\ 0 & \text{if } R_{k,t} > r \end{cases} \quad (4)$$

1. McFadden
2. Paire bootstrap
3. Empirical cumulative distribution function

هر کدام از این آماره‌ها یک حالت تعمیم یافته از آزمون کولموگروف-اسمیرنوف می‌باشند که، برابری با حداکثر فاصله‌ی بین دو تابع توزیع تجمعی تجربی یعنی، $\hat{F}_i(r)$ و $\hat{F}_j(r)$ با پیروی از مک‌فادن (۱۹۸۹)، با ترکیب دو آماره‌ی ۱ و ۲ یک رابطه‌ی بدون ابهام برای آزمون تسلط تصادفی مرتبه‌ی اول به صورت زیر بدست می‌آید:

$$MF_1 = \min_{i \neq j} (SD_{1,i,j}, SD_{1,j,i}) \quad (5)$$

فرض کنید فرضیه‌ی صفر آماره‌ی اول را نتوانیم رد کنیم، بنابراین تابع توزیع تجمعی $R_{i,t}$ همواره در سمت راست و زیر تابع توزیع تجمعی $R_{j,t}$ قرار خواهد گرفت، به جز در نقطه‌ی صفر که با هم برابر هستند. حالا که $F_i(r) < F_j(r)$ برقرار است، تحت فرضیه صفر به جز در نقطه‌ی صفر یک مقدار منفی برای آماره حاصل خواهد شد. با توجه به رابطه ۱ این مقدار برای آماره‌ی آزمون اول دقیقاً برابر صفر خواهد بود ($SD_{i,j} = 0$). حال اگر فرضیه‌ی صفر رد شود، در این حالت تسلط تصادفی مرتبه‌ی اول وجود ندارد (یعنی دو CDF همدیگر را قطع می‌کنند) یا $R_{j,t}$ دارای تسلط تصادفی مرتبه‌ی اول به $R_{i,t}$ می‌باشد. در هر یک از این دو حالت آماره‌ی آزمون به طور اکید مثبت می‌باشد ($SD_{i,j} > 0$). بنابراین تحت فرضیه‌ی صفر رابطه‌ی $MF_1 \leq 0$ و تحت فرضیه‌ی مقابل رابطه‌ی $MF_1 > 0$ برقرار خواهد بود، که تحت فرضیه‌ی مقابل دو دارایی مورد نظر قابل رتبه‌بندی نیز نخواهند بود. با فرض اینکه دنباله‌ی مشاهدات i.i.d باشند، توزیع نمونه‌ای از رابطه‌های ۱ و ۴ تحت فرضیه‌ی صفر، اولین بار توسط کولموگروف (۱۹۳۳) استخراج شد و توزیع نمونه‌ای از رابطه‌ی ۵ نیز برای اولین بار توسط مک‌فادن (۱۹۸۹) بدست آمد. برای مواردی که برخی همبستگی‌ها میان داده‌ها مشاهده می‌شود، فرم (مجانبی) توزیع نمونه‌ای در حالت کلی ناشناخته بوده و به توزیع مرتبط^۱ ناشناخته‌ای نیز بستگی دارد. برای فائق آمدن^۲ بر این مشکل، توزیع نمونه‌ای که برای آماره‌های آزمون مورد استفاده قرار می‌گیرد، نزدیک توزیعی می‌باشد که از طریق یک برنامه بازنمونه‌گیری^۳ که بر پایه‌ی

-
1. Underlying distributions
 2. Circumvent
 3. Resampling scheme

نمونه‌برداری و روش بوت‌استرپ دوتایی^۱ استوار است حاصل می‌شود. این دیدگاه به این صورت است که هر جفت از نمونه‌ها در یک زیر دوره‌ی زمانی از داده‌ها باهم همپوشانی دارند. با نمونه‌گیری از داده‌ها در قالب این روش، ساختار همبستگی میان داده‌ها لحاظ می‌شود، در حالی که این نمونه‌گیری از داده‌ها در قالب جفت‌های دوتایی، ساختار همزمانی آن‌ها را حفظ می‌کند. توزیع نمونه‌ای به وسیله‌ی محاسبه‌ی آماره‌های آزمون برای هر یک از سری‌های نمونه‌گیری شده ساخته می‌شود و همچنین p -مقدار از روی توزیع‌های تجربی حاصل می‌شوند. سپس با استفاده از این p -مقدار می‌توانیم، مقداری که برای آماره آزمون با استفاده از داده‌های واقعی بدست آوردیم مورد بررسی قرار دهیم که مثلاً آیا مقدار که ما برای آماره‌ی آزمون بدست آوردیم با چه سطح اطمینانی می‌توانیم آن را صفر در نظر بگیریم تا فرضیه‌ی صفر ما برای آماره‌ی MF_1 رد نشود. برای انجام آزمون‌های تسلط تصادفی مرتبه‌های بالاتر، توابع توزیع تجمعی جای خود را به انتگرال توابع توزیع تجمعی مناسب برای هر مرتبه می‌دهند. برای انجام این محاسبات در عمل، رویکرد محاسبه‌ی توابع توزیع تجمعی از مرتبه‌ی m برای بازدهی دارایی $(R_{i,t})$ به صورت زیر می‌باشد:

$$\hat{F}_{m,i}(r) = \frac{1}{T(m-1)!} \sum_{t=1}^T I(R_{i,t} \leq r)(r - R_{i,t})^m \quad (6)$$

راهی دیگر برای محاسبه‌ی توابع توزیع تجمعی مرتبه‌های بالاتر، استفاده از مجموع تجمعی^۲، توابع توزیع تجمعی مرتبه‌های پایین‌تر می‌باشد. به طور متناظر آماره‌های آزمون تست‌های تسلط تصادفی مراتب بالاتر با نمادهای $SD_{m,i,j}$ ، $SD_{m,j,i}$ و MF_m نشان داده خواهند شد.

-
1. Pair bootstrap
 2. Cumulative sums

۵. معرفی داده‌ها، آزمون‌های تجربی و نتیجه‌گیری

۵-۱. معرفی داده‌ها

در این بخش به توصیف آماری این داده‌ها، استخراج ویژگی‌های آن‌ها و همچنین نتایج اولیه‌ای که از مشاهده‌ی این ویژگی‌های آماری می‌توان استنتاج کرد خواهیم پرداخت. ابتدا به بررسی ویژگی آماری داده‌های روزانه‌ی شاخص‌های منتخب بورس اوراق بهادار تهران می‌پردازیم. این اطلاعات در جدول ۴ به شکل زیر خلاصه شده است:

جدول ۴. خلاصه‌ی ویژگی‌های آماری مربوط به توزیع بازدهی شاخص‌های منتخب بورس اوراق

بهادار

ویژگی‌های آماری توزیع بازدهی شاخص‌ها	میانگین	انحراف معیار	چولگی	کشیدگی
شاخص صنعت	۰/۱۶۴۳	۰/۸۰۷۶	۰/۱۳۷۲	۳/۹۹۰۰
شاخص ۵۰ شرکت فعال‌تر	۰/۱۳۵۷	۰/۷۶۱۶	۰/۰۸۷۴	۳/۶۸۱۷
شاخص ۳۰ شرکت بزرگ‌تر	۰/۱۳۵۰	۰/۸۹۰۸	-۰/۰۰۸۲	۳/۷۱۷۶

منبع: محاسبات پژوهش

با توجه به توضیحاتی که تا بدین جا داده شده است اگر بخواهیم در مقام مقایسه در مورد شاخص‌های منتخب بورس بر اساس این ویژگی‌های آماری صحبت کنیم، می‌توان به شهود اولیه‌ی زیر اشاره کرد:

به نظر می‌رسد که با در نظر گرفتن این بازه‌ی زمانی ترتیب اولویت‌بندی ما برای انتخاب شاخص‌های مناسب در یک سبد بهینه بر اساس معیار تسلط تصادفی به این صورت باشد که ابتدا سهم‌های مربوط به شاخص صنعت، پس از آن شاخص ۵۰ شرکت فعال‌تر و در آخر نیز شاخص ۳۰ شرکت بزرگ‌تر را برمی‌گزینیم. این نتیجه ابتدایی تا بدین جا با فرضیه‌ی دوم ارائه شده همخوانی دارد^۱.

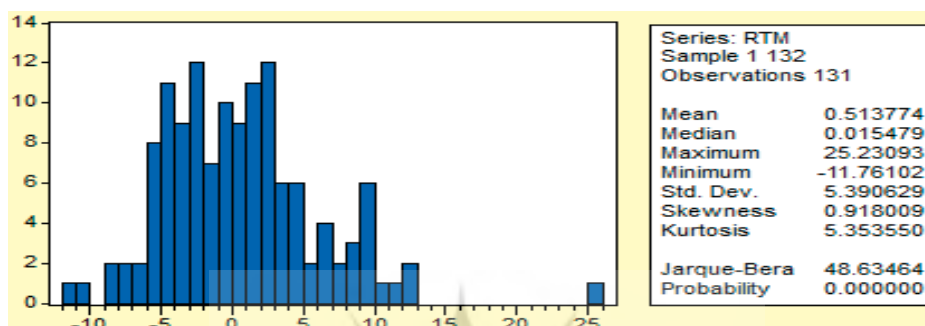
۱. به نظر می‌رسد ما قادر به استفاده از سود سپرده‌ی سرمایه‌گذاری بلندمدت ۵ ساله به عنوان یک متغیر تصادفی به هنگام انجام آزمون تسلط تصادفی نمی‌باشیم. چون این نرخ به صورت دستوری هر سال تعیین شده و اغلب در طول سال ثابت می‌ماند. البته باید توجه داشت که، درست است این نرخ به صورت دستوری توسط سیاست‌گذار تعیین

ویژگی‌های آماری داده‌های مربوط به بازدهی واقعی ماهانه‌ی شاخص کل و سپرده‌ی سرمایه‌گذاری بلندمدت ۵ ساله در نمودارهای ۲ و ۳ گزارش شده است. بر اساس این اطلاعات می‌توان یک نتیجه‌گیری اولیه نسبت معمای صرف سهام و همچنین تسلط تصادفی این دو دارایی بر یکدیگر ارائه کرد.

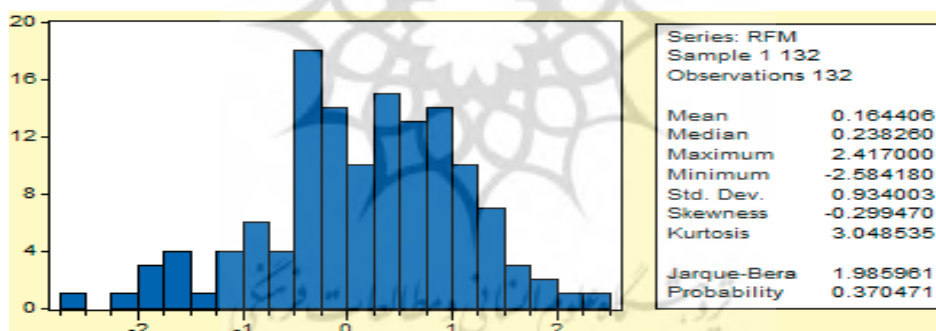
اطلاعاتی که از دو نمودار ۲ و ۳ حاصل می‌شود چندان دور از انتظار نیست. شاخص کل به عنوان یک دارایی ریسکی دارای میانگین بازدهی بیشتر و به تبع آن ریسک (انحراف معیار) بیشتر نسبت به سپرده‌ی سرمایه‌گذاری بلندمدت پنج ساله می‌باشد. حال باید آزمون کنیم که بازدهی اضافی این دارایی صرفاً به خاطر ریسک بیشتر آن می‌باشد یا چیزی فراتر از پاداش تحمل ریسک بیشتر است، که اگر چیزی فراتر از پاداش تحمل

می‌شود اما خود سیاست‌گذار نیز قبل از تعیین آن از مقدار آن مطمئن نیست. به زبان ساده‌تر در حال حاضر که در حال نگارش این متن هستیم خود سیاست‌گذار نیز نمی‌داند که در سال آینده چه نرخ سود سپرده‌ای مناسب است، چون تصمیم او تحت الشعاع عوامل تصادفی مانند نرخ ارز، تحریم‌ها، شرایط سیاسی و دیگر متغیرهای اقتصادی می‌باشد. پس اگر بخواهیم دقیق‌تر به مسئله بنگریم نرخ سود سپرده‌ی بلندمدت نیز به تبع عوامل تصادفی تعیین کننده‌ی آن، رفتاری تصادفی از خود نشان خواهد داد. نمونه‌ای بارز از این رفتار تصادفی افزایش این نرخ در نیمه‌ی اول سال ۱۳۹۱ از ۱۸ درصد به ۲۰ درصد بود که در واکنش به نوسانات دلار شکل گرفت و قبل از آن برای هیچ‌کسی این تغییر رفتار قابل پیش‌بینی نبود. به عنوان نمونه‌ای دیگر از این تغییرات ناگهانی در نرخ سود سپرده‌ی سرمایه‌گذاری ۵ ساله، می‌توان به تغییرات آن در سال ۱۳۹۰ اشاره کرد که در ابتدای سال این نرخ ۱۷ درصد بود و پس از مدت کوتاهی به ۱۵ درصد و سپس در اواخر سال به ۲۰ درصد تغییر کرد. علاوه بر این توجهی بسیار قوی‌تر برای تصادفی بودن آن این است که، چون ما از داده‌های ماهیانه استفاده می‌کنیم و پس از محاسبه‌ی بازده سود سپرده‌گذاری ۵ ساله در هر ماه، آن‌ها را به کمک داده‌های تورم ماهانه واقعی خواهیم کرد، بنابراین از آنجایی که نرخ تورم ماهانه رفتاری تصادفی دارد، بنابراین بازدهی واقعی که ما برای انجام آزمون تسلط تصادفی بکار می‌بریم تصادفی خواهد بود. علت این که نرخ سود سپرده‌ی سرمایه‌گذاری ۵ ساله به عنوان نرخ بازدهی دارایی غیرریسکی در نظر گرفته شده این است که آحاد اقتصادی، به هنگام مقایسه‌ی بازدهی بورس در مقابل سایر دارایی‌ها همواره بیان می‌کنند که اگر پول خود را در جای دیگر بگذارند حداقل ۲۰ درصد را بدست می‌آورند. اگر دقت کنید می‌بینید که افراد شاید به‌طور ناخودآگاه این مقایسه را انجام می‌دهند ولی در بین سپرده‌های بانکی فقط توجه‌شان به سپرده‌ی سرمایه‌گذاری بلندمدت جهت هموارسازی مصرف خود در طول زمان می‌باشد. به همین علت ما این دارایی را به عنوان متغیر نماینده‌ی برای دارایی بدون ریسک در نظر گرفتیم

ریسک باشد ما با معمای صرف سهام مواجه خواهیم شد. قضاوت در این مورد را به بخش بعد و به هنگام استفاده از آماره آزمون‌های مربوطه موکول خواهیم کرد تا بتوان نتیجه‌ی دقیقی را در این رابطه گزارش کرد.



نمودار ۲. ویژگی‌های آماری داده‌های ماهانه مربوط به بازدهی واقعی شاخص کل قیمت در بورس اوراق بهادار تهران



نمودار ۳. ویژگی‌های آماری داده‌های ماهانه مربوط به بازدهی واقعی سپرده‌ی سرمایه‌گذاری بلندمدت ۵ ساله

۲-۵. آزمون‌های تجربی و تحلیل یافته‌ها

در این بخش به ترسیم تخمین توابع توزیع تجمعی بازدهی شاخص‌ها و سپرده‌ی سرمایه‌گذاری بلندمدت و همچنین انواع انتگرال‌ها با مرتبه‌های بالاتر آن‌ها خواهیم پرداخت. با بررسی وضعیت دو به دو آن‌ها در برابر یکدیگر به بررسی وجود معمای

صرف سهام و همچنین رتبه‌بندی شاخص‌های منتخب می‌پردازیم. همچنین در این بخش با استفاده آماره آزمون‌های معرفی شده در بخش «ارائه و تبیین چارچوب تحلیل»، به بررسی قضاوت‌های خود ناشی از موقعیت‌های توابع توزیع تجمعی خواهیم پرداخت و آزمون می‌کنیم که در چند درصد موارد نتیجه‌گیری ما بر اساس موقعیت‌های توابع تجمعی معتبر بوده است.^۱ در ادامه ابتدا به بررسی معمای صرف سهام در بورس اوراق بهادار تهران در بازه‌ی زمانی بین ماه اول سال ۱۳۸۰ تا ابتدای ماه دوم سال ۱۳۹۱ می‌پردازیم.

۵-۲-۱. آزمون تجربی معمای صرف سهام

در نمودار ۴ موقعیت توابع توزیع تجمعی بازده ماهانه‌ی واقعی شاخص کل قیمت و سپرده-ی سرمایه‌گذاری بلندمدت ۵ ساله و همچنین انتگرال‌های مرتبه‌های بالاتر آن‌ها برای قضاوت در مورد مرتبه‌های تسلط تصادفی به نمایش گذاشته شده است. همچنین در ادامه و در جدول ۳ خلاصه‌ی آزمون مربوطه که به وسیله آماره آزمون‌های معرفی شده در بخش «ارائه و تبیین چارچوب تحلیل» صورت گرفته، گزارش شده است.



نمودار ۴. توابع توزیع تجمعی بازده ماهانه‌ی واقعی شاخص کل قیمت و سپرده‌ی سرمایه‌گذاری

بلندمدت ۵ ساله و همچنین انتگرال‌های مرتبه‌های بالاتر آن‌ها

توضیح: در این شکل خط پیوسته مربوط به شاخص کل قیمت و خط چین مربوط سپرده‌ی سرمایه‌گذاری بلندمدت ۵ ساله است.

۱. کدهای مربوط به ترسیم تخمین توابع توزیع تجمعی در این قسمت به کمک نرم افزار MATLAB و همچنین کدهای مربوط به آماره آزمون‌های مورد استفاده به وسیله نرم افزار GAUSS اجرا شده است.

نتیجه‌ای که با توجه به نمودار ۴ قابل بیان است این است که تسلط تصادفی مرتبه‌ی اول و دوم بین شاخص کل قیمت و سپرده‌ی سرمایه‌گذاری بلندمدت ۵ساله وجود ندارد. بنابراین بازدهی اضافی که شاخص کل قیمت به عنوان دارایی ریسکی نسبت به سپرده‌ی سرمایه‌گذاری بلندمدت ۵ ساله به عنوان دارایی بدون ریسک پرداخت می‌کند، صرفاً به دلیل ریسک بیشتر این دارایی می‌باشد. بنابراین این دارایی که به دلیل ریسک بیشتر یک بازدهی اضافی را ارائه می‌دهد به دارایی که با ریسک کمتر بازدهی کمتری را ارائه داده است دارای تسلط تصادفی نمی‌باشد چون این بازدهی اضافی به اندازه‌ی قابل توجهی بالاتر از پاداش تحمل ریسک بیشتر نبوده است. تمام نتایج و توضیحات فوق همگی این موضوع را تایید می‌کنند که، در بورس اوراق بهادار تهران معمای صرف سهام وجود ندارد. نتیجه جالب توجه دیگر که از نمودار ۴ قابل استخراج است این است که - مانند مقاله‌ی لیم، اسفندیار معصومی و وانس مارتین (۲۰۰۶) - سپرده‌ی سرمایه‌گذاری بلندمدت ۵ساله دارای تسلط تصادفی مرتبه‌ی سه و چهار بر شاخص کل قیمت می‌باشد. در این مورد با حالتی مواجه شدیم که دقیقاً عکس معمای صرف سهام می‌باشد. در این جا و با اتکا به روش‌های پارامتریک و کنار گذاشتن فرض‌های محدودکننده‌ی روش‌های پارامتریک جواب مناسبی برای این سوال و واقعیتی که در حال حاضر اقتصاد کشور وجود دارد یافت شد. نتیجه‌ای که از نمودارهای مرتبه‌ی سوم شکل فوق حاصل می‌شود این است، آحاد اقتصادی که همواره (بازده) بیشتر را بر کمتر ترجیح می‌دهند، ریسک‌گریز هستند و چولگی راست توزیع برای آن‌ها اهمیت بیشتری دارد نه تنها سرمایه‌گذاری در بورس اوراق بهادار برای آن‌ها جذاب نیست بلکه سپرده‌گذاری در یک دارایی بدون ریسک مانند سپرده‌ی سرمایه‌گذاری بلندمدت ۵ساله را به سرمایه‌گذاری در بورس اوراق بهادار مسلط تصادفی می‌دانند. یعنی بازدهی بیشتری که در بورس اوراق بهادار به سرمایه‌گذار با ویژگی‌های یاد شده تعلق می‌گیرد، کمتر از پاداشی است که او برای تحمل ریسک بیشتر - که در مرتبه سوم هم انحراف معیار به عنوان ریسک مطرح است و هم اینکه چولگی قیمت‌گذاری شده است - خواهان آن است. به دنبال وجود تسلط تصادفی مرتبه‌ی سوم

دارایی بدون ریسک بر دارایی ریسکی، تسلط تصادفی مرتبه‌ی چهارم آن برای آحاد اقتصادی که همواره (بازده) بیشتر را بر کمتر ترجیح می‌دهند، ریسک‌گریز هستند، چولگی راست توزیع برای آن‌ها اهمیت بیشتری دارد و همچنین کشیدگی بیشتر توزیع برای آنان ارجحیت دارد نیز حاصل می‌شود.

باید توجه داشت که قضاوت از روی شکل توابع توزیع تجمعی بازدهی‌ها همواره کار آسانی نیست و ممکن است این توابع برای دو دارایی به قدری نزدیک هم باشند که نتوان به درستی به اختلاف معنی‌دار آماری آن‌ها پی‌برد. آماره آزمون‌های مربوطه همواره جواب مطمئن‌تر و قطعی‌تری را برای ما فراهم می‌کنند و درستی نتایج را با یک درجه‌ای از اطمینان آماری تضمین می‌کنند. اهمیت این موضوع به هنگام مقایسه‌ی شاخص‌های منتخب بورس با یکدیگر - جایی که توابع بسیار به یکدیگر نزدیک هستند - بیشتر نمایان خواهد شد. به همین علت جدول ۵ را به گزارش نتایج حاصله از انجام آزمون‌های مربوطه در خصوص معمای صرف سهام اختصاص داده‌ایم. نتایج گزارش شده در جدول ۵، تمام نتایج بدست آمده در بالا را که از موقعیت‌های توابع توزیع تجمعی نسبت به یکدیگر استخراج شد را تایید می‌کند. در ادامه به توضیح مختصر این جدول و نتایج آن خواهیم پرداخت.

جدول ۵. خلاصه نتایج آزمون معمای صرف سهام با استفاده از آماره‌های مربوطه

	مرتبه‌ی تسلط تصادفی	فرضیه‌ی صفر	آماره آزمون	مقدار	PV
اول		بدون ارجحیت	MF_1	۴/۰۰۳۷	۰
		$R_{f,t} \text{ SD } R_{s,t}$	$SD_{1,rf,s}$	۴/۰۹۰۸	۰
		$R_{s,t} \text{ SD } R_{f,t}$	$SD_{1,s,rf}$	۴/۰۰۳۷	۰
دوم		بدون ارجحیت	MF_2	۳/۳۹۴۸	۰
		$R_{f,t} \text{ SD } R_{s,t}$	$SD_{2,rf,s}$	۳/۳۹۴۸	۰
		$R_{s,t} \text{ SD } R_{f,t}$	$SD_{2,s,rf}$	۱۶/۴۵۰۳	۰
سوم		بدون ارجحیت	MF_3	-۰/۰۰۸۹	۰/۹۸۷۰
		$R_{f,t} \text{ SD } R_{s,t}$	$SD_{3,rf,s}$	-۰/۰۰۸۹	۰/۹۸۹۰

	$R_{s,t}$ SD $R_{rf,t}$	$SD_{3,s,rf}$	۹۷/۳۶۲۱	۰/۰۰۷۹
چهارم	بدون ارجحیت	MF₄	-۰/۰۰۱۱	۰/۹۸۵۰
	$R_{rf,t}$ SD $R_{s,t}$	$SD_{4,rf,s}$	۹۳۵/۵۶۵۶	۰/۹۸۷۰
	$R_{s,t}$ SD $R_{rf,t}$	$SD_{4,s,rf}$	-۰/۰۰۱۱	۰/۰۰۰۹

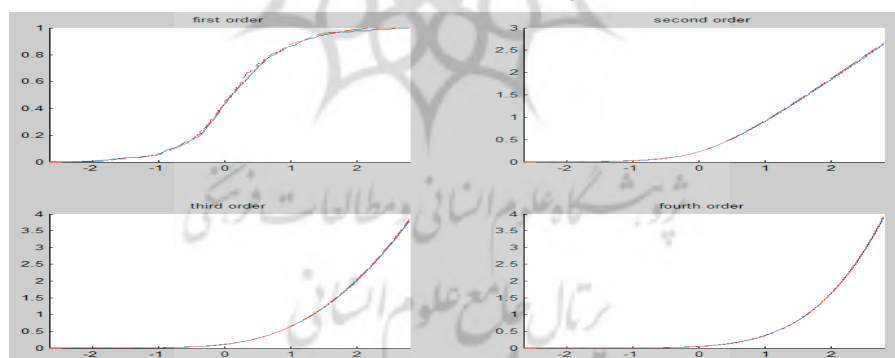
توضیح: در این جدول $R_{s,t}$ نماد بازده ماهانه واقعی شاخص کل قیمت (دارایی ریسکی) و $R_{rf,t}$ نماد بازده ماهانه واقعی سپرده‌ی سرمایه‌گذاری بلند مدت ۵ ساله (دارایی بدون ریسک) می‌باشد. همانطور که مشاهده می‌شود در مرتبه اول و دوم تسلط تصادفی، با توجه به مقادیر PV فرضیه‌ی صفر آماره‌ی آزمون MF₁ و MF₂ مبنی بر وجود تسلط تصادفی رد می‌شوند. البته وجود تسلط تصادفی مرتبه‌ی سوم و چهارم با توجه به آماره‌های MF₃ و MF₄ مورد تایید بوده و از آماره‌های $SD_{3,rf,s}$ و $SD_{4,rf,s}$ مشخص است که تسلط تصادفی در این مرتبه‌ها از سمت دارایی بدون ریسک به سمت دارایی ریسکی می‌باشد. بیان این نکته نیز ضروری می‌باشد که بررسی‌های ما در سطح اطمینان ۹۵٪ صورت می‌گیرد.

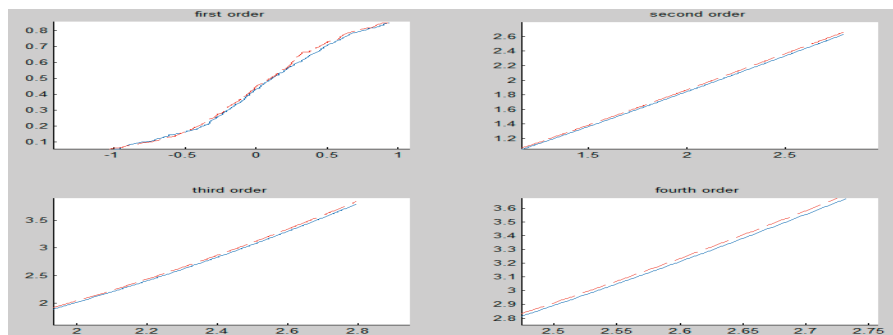
همانطور که از جدول ۵ مشاهده می‌شود با توجه به p - مقدار آماره‌های MF₁ و MF₂ و مقادیر این دو آماره که هر دو مثبت می‌باشند و فاصله‌ی زیادی از صفر و مقادیر منفی دارند، فرضیه‌ی صفر این آماره‌ها مبنی بر وجود تسلط تصادفی مرتبه‌ی اول و دوم رد می‌شود. اما با توجه به مقدار آماره‌های MF₃ و MF₄ و p - مقدار آن‌ها فرضیه صفر وجود تسلط تصادفی در مرتبه‌های سه و چهار در سطح اطمینان ۹۵٪ رد نمی‌شود و با توجه به مقدار آماره‌های $SD_{3,rf,s}$ و $SD_{4,rf,s}$ و p - مقدار آن‌ها فرضیه صفر مبنی بر وجود تسلط تصادفی داری بدون ریسک به دارایی ریسکی در این مرتبه‌ها در سطح اطمینان ۹۵٪ رد نمی‌شود. مشخص است که تسلط تصادفی در این مرتبه‌ها مربوط به تسلط تصادفی سپرده‌ی سرمایه‌گذاری بلند مدت ۵ ساله به عنوان دارایی بدون ریسک بر شاخص کل قیمت بورس اوراق بهادار به عنوان دارایی ریسکی می‌باشد.

۴-۲-۲. آزمون‌های تجربی مقایسه‌ی شاخص‌های منتخب بورس اوراق بهادار مقایسه‌ی شاخص صنعت با شاخص ۵۰ شرکت فعال‌تر

در این قسمت، با استفاده از داده‌های روزانه به انجام آزمون تسلط تصادفی بین شاخص‌های منتخب بورس اوراق بهادار می‌پردازیم. هدف از این آزمون‌ها این است که دریابیم آیا یک سرمایه‌گذار برای انتخاب سهم‌های بهینه‌ی سبد خود می‌تواند سهم‌های انتخابی خود را به گروه خاصی از آن‌ها مثل سهم‌های شرکت‌های صنعتی معطوف کند. برای پاسخ به این سوال شاخصی که مربوط به سهم‌های شرکت‌های صنعتی بورس اوراق بهادار می‌باشد، یعنی شاخص صنعت را با دیگر شاخص‌های منتخب بورس مقایسه می‌کنیم. در این بخش به‌طور مشخص به بررسی و مقایسه‌ی شاخص صنعت و شاخص ۵۰ شرکت فعال‌تر در بازه‌ی زمانی مورد نظر - ۱۳۸۹/۵/۳۱ تا ۱۳۹۱/۱۰/۲۵ - می‌پردازیم و به بررسی وجود تسلط تصادفی بین این دو سهم می‌پردازیم.

نمودار ۵. توابع توزیع تجمعی بازده روزانه‌ی اسمی شاخص صنعت و شاخص ۵۰ شرکت فعال‌تر و همچنین انتگرال‌های مرتبه‌های بالاتر آن‌ها





توضیح: شکل آخر مربوط به همان شکل اول است که برای دقت بیشتر در وضعیت قرار گرفتن توابع، به حالت نزدیک تر به نمایش گذاشته شده‌اند. در این شکل خط پیوسته مربوط به شاخص صنعت و خط چین مربوط به شاخص ۵۰ شرکت فعال تر می‌باشد. همانطور که از شکل‌های بالا مشخص است، حتی در نمای بسیار نزدیک از توابع توزیع جمعی در مراتب مختلف تشخیص وجود تسلط تصادفی بر اساس موقعیت آنان تقریباً غیر ممکن می‌باشد.

جدول ۶. خلاصه نتایج آزمون شاخص صنعت در مقابل شاخص ۵۰ شرکت فعال تر با استفاده از آماره‌های مربوطه

مرتبه‌ی تسلط تصادفی	فرضیه‌ی صفر	آماره آزمون	مقدار	PV
اول	بدون ارجحیت	MF_1	۰/۳۳۳۰	۰/۸۱۲۱
	$R_{ind,t}$ SD $R_{50,t}$	$SD_{1,ind,50}$	۰/۳۳۳۰	۰/۹۰۸۰
	$R_{50,t}$ SD $R_{ind,t}$	$SD_{1,50,ind}$	۱/۲۴۸۹	۰/۰۸۶۹
دوم	بدون ارجحیت	MF_2	۰/۰۶۲۵	۰/۳۷۰۶
	$R_{ind,t}$ SD $R_{50,t}$	$SD_{2,ind,50}$	۰/۰۶۲۵	۰/۶۸۷۳
	$R_{50,t}$ SD $R_{ind,t}$	$SD_{2,50,ind}$	۰/۶۳۲۹	۰/۲۱۳۷
سوم	بدون ارجحیت	MF_3	۰/۰۲۳۱	۰/۲۸۴۷
	$R_{ind,t}$ SD $R_{50,t}$	$SD_{3,ind,50}$	۰/۰۲۳۱	۰/۶۵۰۳
	$R_{50,t}$ SD $R_{ind,t}$	$SD_{3,50,ind}$	۰/۷۶۸۱	۰/۲۷۶۷
چهارم	بدون ارجحیت	MF_4	۰/۰۱۵۶	۰/۱۸۵۸
	$R_{ind,t}$ SD $R_{50,t}$	$SD_{4,ind,50}$	۰/۰۱۵۶	۰/۶۰۴۳
	$R_{50,t}$ SD $R_{ind,t}$	$SD_{4,50,ind}$	۰/۵۴۸۹	۰/۳۵۴۶

توضیح: در این جدول $R_{ind,t}$ نماد بازده روزانه‌ی اسمی شاخص صنعت و $R_{50,t}$ نماد بازده روزانه‌ی اسمی شاخص ۵۰ شرکت فعال تر می‌باشد. همانطور که از آماره آزمون‌ها مشخص است به جز تسلط تصادفی مرتبه‌ی اول شاخص

صنعت به شاخص ۵۰ شرکت فعال‌تر که تقریباً به طور قوی گزارش شده است، بقیه مرتبه‌های تسلط تصادفی به‌طور نسبتاً ضعیفی حکایت از تسلط تصادفی شاخص صنعت به شاخص ۵۰ شرکت فعال‌تر می‌کند.

همانطور که از نمودار ۵ مشخص است قضاوت بر اساس موقعیت توابع توزیع تجمعی و انتگرال‌های مراتب بالاتر آن‌ها تقریباً غیر ممکن است چون توابع توزیع تا حدود زیادی بر یکدیگر منطبق هستند. برای مقایسه این دو شاخص تنها می‌توان از آماره آزمون‌ها کمک گرفت. بر اساس آماره آزمون‌های مربوط به تست تسلط تصادفی مرتبه‌ی اول، تسلط تصادفی مرتبه‌ی اول شاخص صنعت به ۵۰ شرکت فعال‌تر کاملاً مشخص می‌باشد بنابراین به تبع آن تسلط تصادفی مرتبه‌های بالاتر این شاخص بر شاخص ۵۰ شرکت فعال‌تر به دلیل وجود تسلط تصادفی مرتبه‌ی اول تامین می‌شود. از آنجایی که این دو شاخص دارای توزیع تجمعی بسیار شبیه به هم و تقریباً منطبق به هم هستند، زمانی که آزمون تسلط تصادفی را از سمت هر کدام آغاز می‌کنیم (یعنی مثلاً تسلط تصادفی مرتبه‌دوم شاخص ۵۰ شرکت فعال‌تر به شاخص صنعت در این آماره $SD_{2,ind,50}$) تسلط تصادفی آن شاخص تایید می‌شود. اما با توجه به وجود تسلط تصادفی مشخص در مرتبه‌ی اول برای شاخص صنعت در بقیه مراتب نیز این شاخص با حاشیه‌ی اطمینان بیشتری دارای تسلط تصادفی به شاخص ۵۰ شرکت فعال‌تر می‌باشد.

بنابراین به عنوان نتیجه برای آحاد اقتصادی که صرفاً بازده بیشتر را به بازده کمتر ترجیح می‌دهند، شاخص صنعت دارای اولویت بهتری به شاخص ۵۰ شرکت فعال‌تر می‌باشد بنابراین برای آحاد اقتصادی دیگر که ویژگی یاد شده را به ترتیب به همراه هر یک از ویژگی‌های ریسک‌گریزی، ترجیح چولگی راست و ارجحیت کشیدگی بیشتر دارا می‌باشند، شاخص صنعت بالاتر از شاخص ۵۰ شرکت فعال‌تر رتبه‌بندی خواهد شد.^۱

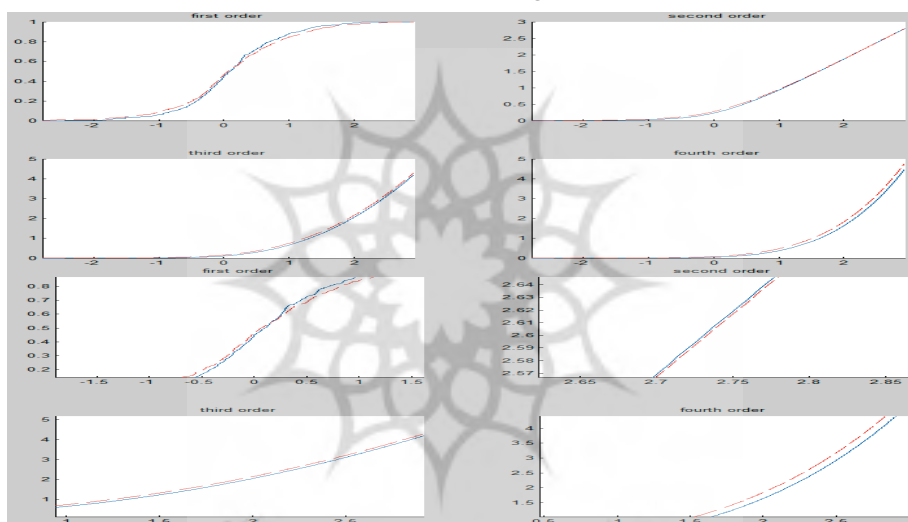
۱. تمام تفسیرهایی که در این بخش نیز انجام شد همگی در سطح اطمینان ۹۵٪ می‌باشد.

مقایسه‌ی شاخص ۵۰ شرکت فعال‌تر با شاخص ۳۰ شرکت بزرگ

در این قسمت به عنوان پایانی آزمون‌های تجربی ابتدا مقایسه‌ای بین شاخص ۵۰ شرکت فعال‌تر و شاخص ۳۰ شرکت بزرگ انجام می‌دهیم و پس از آن به بیان یک نتیجه‌گیری کلی و ترتیب اولویت‌بندی شاخص‌ها برای انتخاب سهام‌های مناسب در سبد بهینه به کار خود پایان خواهیم داد.

نمودار ۶. توابع توزیع تجمعی بازده روزانه‌ی اسمی شاخص ۵۰ شرکت فعال‌تر و شاخص ۳۰ شرکت

بزرگ‌تر و همچنین انتگرال‌های مرتبه‌های بالاتر آنها



توضیح: شکل انتهایی مربوط به همان شکل اول است که برای دقت بیشتر در وضعیت قرار گرفتن توابع، به حالت نزدیک‌تر به نمایش گذاشته شده است. در این شکل خط پیوسته مربوط به شاخص ۵۰ شرکت فعال‌تر و خط چین مربوط به شاخص ۳۰ شرکت بزرگ‌تر می‌باشد. در برداشت اولیه به نظر می‌رسد که تسلط تصادفی مرتبه‌ی اول به طور قطع وجود ندارد و همچنین تسلط تصادفی مرتبه‌های سه و چهار شاخص ۵۰ شرکت فعال‌تر به ۳۰ شرکت بزرگ‌تر با احتمال بالایی وجود دارند.

جدول ۷. خلاصه نتایج آزمون شاخص ۵۰ شرکت فعال‌تر در مقابل شاخص ۳۰ شرکت بزرگ‌تر با استفاده از آماره‌های مربوطه

مرتبه‌ی تسلط تصادفی	فرضیه‌ی صفر	آماره آزمون	مقدار	PV
اول	بدون ارجحیت	MF_1	۰/۸۷۴	۰/۰۴۲۹
	$R_{50,t}$ SD $R_{30,t}$	$SD_{1,50,30}$	۰/۹۵۷۵	۰/۲۳۳۷
	$R_{30,t}$ SD $R_{50,t}$	$SD_{1,30,50}$	۰/۸۷۴۲	۰/۳۵۳۳
دوم	بدون ارجحیت	MF_2	۰/۰۸۲۱	۰/۲۶۲۷
	$R_{50,t}$ SD $R_{30,t}$	$SD_{2,50,30}$	۰/۰۸۲۱	۰/۵۹۹۴
	$R_{30,t}$ SD $R_{50,t}$	$SD_{2,30,50}$	۰/۹۶۶۶	۰/۱۱۰۸
سوم	بدون ارجحیت	MF_3	-۰/۰۰۰۹	۰/۸۳۸۱
	$R_{50,t}$ SD $R_{30,t}$	$SD_{3,50,30}$	-۰/۰۰۰۹	۰/۹۰۴۰
	$R_{30,t}$ SD $R_{50,t}$	$SD_{3,30,50}$	-۱/۵۸۶۰	۰/۱۳۲۸
چهارم	بدون ارجحیت	MF_4	-۰/۰۰۰۶	۰/۸۲۴۱
	$R_{50,t}$ SD $R_{30,t}$	$SD_{4,50,30}$	-۰/۰۰۰۶	۰/۸۹۵۱
	$R_{30,t}$ SD $R_{50,t}$	$SD_{4,30,50}$	۲/۹۱۵۴	۰/۰۳۳۹

توضیح: در این جدول $R_{50,t}$ نماد بازده روزانه‌ی اسمی شاخص ۵۰ شرکت فعال‌تر و $R_{30,t}$ نماد بازده روزانه‌ی اسمی شاخص ۳۰ شرکت بزرگ‌تر می‌باشد.

با توجه به توضیحات کاملی که تا این مرحله بیان شده است، از جدول ۷ و از آماره آزمون‌های مربوط به آزمون تسلط تصادفی مرتبه‌ی اول می‌توان دریافت که تسلط تصادفی مرتبه‌ی اول بین دو شاخص مورد نظر در سطح اطمینان ۹۵٪ وجود ندارد. همچنین با توجه به آماره آزمون‌ها، مقادیر گزارش شده و PV آنان مشخص است که تسلط تصادفی مرتبه‌ی دوم، سوم و چهارم برای شاخص ۵۰ شرکت فعال‌تر نسبت به شاخص ۳۰ شرکت بزرگ‌تر در سطح ۹۵٪ وجود دارد.

حال با توجه به مقایسه‌ای که بین شاخص‌های منتخب بورس به‌طور دقیق و براساس آماره آزمون‌های مربوطه صورت گرفت می‌توان این شاخص‌ها را برای انتخاب سهم‌های مناسب در یک سبد بهینه به صورت زیر رتبه‌بندی کرد:

۱. شاخص صنعت، ۲. شاخص ۵۰ شرکت فعال‌تر و ۳. شاخص ۳۰ شرکت بزرگ‌تر

۵. خلاصه و نتیجه‌گیری

نتایج بدست آمده بر اساس چارچوب تحلیل به کار برده شده در این مقاله، فرضیه عدم وجود معمای صرف سهام در بورس اوراق بهادار تهران را تایید می‌کند. به عبارت دیگر بازدهی اضافی که شاخص بورس در پی ریسک بیشتر خود نسبت به سپرده‌ی سرمایه‌گذاری بلندمدت به همراه دارد تنها پاداش تحمل ریسک بیشتر می‌باشد. نتیجه‌ی جالب توجه دیگر این است که سپرده‌ی سرمایه‌گذاری بلندمدت ۵ ساله (به عنوان دارایی بدون ریسک) دارای تسلط تصادفی مرتبه‌ی سوم و چهارم بر شاخص کل قیمت (به عنوان دارایی ریسکی) می‌باشد که این حالتی دقیقاً معکوس معمای صرف سهام است. این یافته دلالت بر این دارد که بازدهی نتیجه شده از شاخص بورس اوراق بهادار کم‌تر از بازدهی مورد انتظار سرمایه‌گذارانی است که علاوه بر ریسک‌گریز بودن، بازدهی بیشتر را بر کمتر ترجیح می‌دهند و ترجیحات آن‌ها در مورد چولگی نیز قیمت‌گذاری شده است. یعنی اینکه گشتاورهای مرتبه‌ی بالاتر مثل چولگی و کشیدگی در مسئله انتخاب سرمایه‌گذاران دخیل شده است. به عبارت دیگر سرمایه‌گذار برای این گشتاورها مانند گشتاور مرتبه دوم (واریانس یا همان ریسک) بازدهی طلب خواهد کرد و آن‌ها را در مقایسه‌ی دارایی‌ها مورد توجه قرار خواهد داد. همچنین آزمون‌های انجام شده در مورد اولویت‌بندی شاخص‌های منتخب بورس اوراق بهادار از این موضوع حکایت دارد که، سهام‌های مربوط به شاخص صنعت در رتبه‌ی اول، شاخص ۵۰ شرکت فعال‌تر در رتبه‌ی دوم و نهایتاً شاخص ۳۰ شرکت بزرگ در رتبه‌ی سوم قرار دارند.

فهرست منابع

راعی ر. و ترجمان و. (۱۳۸۹). محاسبه‌ی ریسک با معیار تسلط تصادفی و مقایسه‌ی آن با سایر معیارهای متدوال ریسک در بورس اوراق بهادار تهران. همایش بین‌المللی صنعت بیمه چالش‌ها و فرصت‌ها.

عبده تبریزی، حسین و رادپور، میثم. (۱۳۸۸). اندازه‌گیری و مدیریت ریسک بازار. تهران: آگاه

عبده تبریزی، حسین؛ نظریبند، غلامرضا؛ و کوثری، عبدالله. (۱۳۹۰). فرهنگ اصطلاحات مالی و سرمایه‌گذاری، تهران: فرهنگ معاصر.

مس کاللی، آندرو؛ مایکل، وینستون؛ و گرین، جری. (۱۹۹۵). *تئوری اقتصاد خرد*. ترجمه: کشاورز حداد، غلامرضا (۱۳۹۰)، انتشارات دانشگاه صنعتی شریف.

وستون، فرد؛ و بیرگام، یوجین (۱۹۹۰). *مدیریت مالی جلد دوم*. ترجمه: عبده تبریزی، حسین؛ و حنیفی، فرهاد (۱۳۸۶). تهران: انتشارات آگاه و انتشارات پیشبرد.

Bansal, R. a. (1996). A Monetary Explanation of the Equity Premium, Term Premium, and Risk-Free Rate Puzzles. *Journal of Political Economy*, 1135-1171.

Bansal, R. a. (2004). Risks for the Long Run: A Potential Resolution of Asset Pricing Puzzles. *The Journal of Finance*, 1481-1509.

Benartzi, S. a. (1995). Myopic Loss Aversion and the Equity Premium Puzzle. *The Quarterly Journal of Economics*, 73-92.

Campbell, J. Y. (1999). By Force of Habit: A Consumption-Based Explanation of Aggregate Stock Market Behavior. *Journal of Political Economy*, 205-251.

Campbell, J. Y. (2000). Asset Pricing at the Millennium. *The Journal of Finance*, 1515-1567.

Constantinides, G. J. (2002). Junior can't Borrow: A New Perspective on the Equity Premium Puzzle. *The Quarterly Journal of Economics*, 269-296.

Constantinides, G. M. (1990). Habit Formation: A Resolution of the Equity Premium Puzzle. *Journal of Political Economy*, 519-543.

Dimson, E., Marsh, P., & Staunton, M. (2002). *Triumph of the optimists: 101 years of global investment returns*. Princeton, N.J: Princeton University Press.

Epstein, L. G. (1991). Substitution, Risk Aversion, and the Temporal Behavior of Consumption and Asset Returns: An Empirical Analysis. *Journal of Political Economy*, 263-286.

Kahneman, D. and A. Tversky (1979). Prospect Theory: An Analysis of Decision under Risk. *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, 263-292.

Kocherlakota, N. R. (1996). The Equity Premium: It's Still a Puzzle. *Journal of Economic Literature*, 42-71.

Lim, G. C., Maasoumi, E., & Martin, V. L. (August 01, 2006). A reexamination of the equity-premium puzzle: A robust non-parametric approach. *North American Journal of Economics and Finance*, 17, 2, 173-189

Linton, O. E.-J. (2005). Consistent Testing for Stochastic Dominance under General Sampling Schemes. *The Review of Economic Studies*, 735-765.

Lucas, R. E. (1978). Asset Prices in an Exchange Economy. *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, 1429-1445.

Mehra, R. (2003). The Equity Premium: Why Is It a Puzzle? *Financial Analysts Journal*, 54-69.

Mehra, R. (2006). The Equity Premium Puzzle: A Review. *Foundations and Trends in Finance*, 1-81.

Mehra, R. (2007). The Equity Premium in India. Cambridge, Mass: National Bureau of Economic Research.

Mehra, R. (2008). Handbook of the equity risk premium. Amsterdam: Elsevier.

Mehra, R. a. (1985). The Equity Premium: A Puzzle. *Journal of Monetary Economics*, 145-161.

Mehra, R. a. (1988). The equity risk premium: A Solution? *Journal of Monetary Economics*, 133-136.

Mehra, R. a. (Handbook of the Equity Risk Premium). *The Equity Premium: ABCs*.

Mehra, R., and Prescott, E. C. (March 01, 1985) . The equity premium: A puzzle. *Journal of Monetary Economics*, 15, 2, 145-161.

R.G. Ibbotson Associates (Firm), Ibbotson Associates (Firm), Capital Market Research Center (Chicago, Ill.), & Morningstar, Inc. (1983). *Stocks, bonds, bills, and inflation ... yearbook*. Chicago, Ill: R.G. Ibbotson Associates.

Rietz, T. A. (1988). The Equity Risk Premium a Solution. *Journal of Monetary Economics*, 117-131.

Shiller, R. O. B. E. R. T. J. (July 01, 1989). Comovements in Stock Prices and Comovements in Dividends. *The Journal of Finance*, 44, 3, 719-730.

Siegel, J. J. (2013). *Stocks for the long run*. Maidenhead: McGraw-Hill.