

## مقایسه عملکرد الگوی ARIMA و MS-AR در پیش‌بینی ادوار

### تجاری ایران

مهدی فاضل\*، اکبر توکلی\*\*، مصطفی رجبی<sup>+</sup>

تاریخ دریافت: ۹۱/۱۱/۲۵ تاریخ پذیرش: ۹۲/۰۶/۱۳

#### چکیده

تجربه نشان می‌دهد ادوار تجاری اجتناب ناپذیرند. به دلیل وابستگی تأثیرگذاری سیاست‌های اقتصادی به ادوار تجاری، اقتصاددانان همواره در صدد شناخت نحوه شکل‌گیری، تأثیرگذاری و پیش‌بینی آن بوده‌اند. مقاله حاضر با نگاه کوتاهی به مفاهیم حوزه ادوار تجاری، الگوی خودهمبسته غیرخطی مبتنی بر زنجیره‌های مارکوف (MS-AR) را جهت تحلیل و پیش‌بینی ادوار تجاری ایران معرفی کرده و توانمندی آن را در مقایسه با الگوی خطی ARIMA می‌سنجد. بدین منظور از داده‌های سری زمانی فصلی تولید ناخالص داخلی (GDP) در دوره ۱۳۶۷:۱ - ۱۳۸۹:۴ برگرفته از سایت بانک مرکزی استفاده شده است. در هر کلاس، الگوهای مناسب برازش و پیش‌بینی‌هایی مبتنی بر روش پیش‌بینی غلتان ایجاد شده است. بر اساس معیارهای RMSE، MAPE و TIC، نتایج نشان می‌دهد الگوی MS-AR نسبت به الگوی ARIMA عملکرد بهتری در پیش‌بینی ادوار تجاری ایران دارد.

طبقه‌بندی JEL : E37 , C24, E32

واژگان کلیدی: ادوار تجاری، الگوی MS-AR، الگوی ARIMA، پیش‌بینی.

\* کارشناس ارشد توسعه اقتصادی و برنامه‌ریزی (نویسنده مسئول)، پست الکترونیکی: mahdy.fazel@iaukhsh.ac.ir

\*\* دانشیار اقتصاد دانشگاه صنعتی اصفهان، پست الکترونیکی: atavakoli@cc.iut.ac.ir

<sup>+</sup> استادیار دانشگاه آزاد اسلامی، واحد خمینی شهر، گروه اقتصاد، خمینی شهر، ایران، پست الکترونیکی: mostafa.rajabi@gmail.com

## ۱. مقدمه

یکی از مشخصه‌های اقتصاد، ادوار تجاری است. دوره‌های طولانی رونق ممکن است این توهم را ایجاد کند که ادوار تجاری پدیده‌ای مربوط به گذشته است و رکودی در کار نخواهد بود. واقعیت این است که رونق و رکود زمان به زمان اتفاق می‌افتد؛ رشد سریع قبل از یک رکود بزرگ یا بالعکس. تجربه به ما آموخته است که ادوار تجاری امری اجتناب ناپذیرند، چه این دوره رونق باشد یا رکود. همان‌گونه که دوره‌های رونق خوشایند هستند، دوره‌های رکود نیز برای تغییر و بازسازی اقتصادی مفیدند (کارائینی<sup>۱</sup>، ۲۰۱۰).

اقتصاد در هر کشوری در طی زمان به طور مداوم دستخوش تغییر است و نمی‌تواند روند یکسانی را برای مدت طولانی طی کند. به همین جهت همواره در متغیرهای اقتصادی نظیر تولید، مصرف و سرمایه‌گذاری با نوسانات مواجه هستیم که در دوره‌ها و تناوب‌هایی این نوسانات قاعده و نظم خاصی را به خود گرفته‌اند و ادوار تجاری را پدیدار نموده‌اند. اصطلاح دور تجاری یا دور اقتصادی، اشاره به نوسانات گسترده اقتصاد در تولید و یا فعالیت‌های اقتصادی در طول چند ماه یا چند سال دارد. این نوسانات پیرامون روند رشد بلندمدت اتفاق می‌افتد و به طور معمول شامل تغییرات در طول زمان بین دوره‌های رشد نسبتاً سریع اقتصادی (انبساط یا رونق) و دوره‌های رکود نسبی یا تنزل (انقباض یا رکود) می‌باشد (سالی ران و شفرین<sup>۲</sup>، ۲۰۰۶).

برنز و میچل<sup>۳</sup> ادوار تجاری را این‌گونه تعریف می‌کنند: «ادوار تجاری نوعی نوسان موجود در فعالیت کل اقتصادی جوامع هستند که اغلب در کسب و کار بنگاه‌ها و موسسه‌های تجاری شکل می‌گیرند. یک دور متشکل از رونق‌هایی است که تقریباً هم‌زمان در بسیاری از فعالیت‌های اقتصادی رخ می‌دهد، مشابه با رکودها، انقباض‌های عمومی احیاء شده و به مرحله رونق در دور بعدی می‌پیوندد. این سلسله تغییرات تکرار می‌شوند ولی نه به طور منظم ادوار تجاری از یک تا دوازده سال طول می‌کشد.» (ابل و همکاران<sup>۴</sup>، ۲۰۰۳: ۲۶۵).

---

1 . Caraiani

2 . Sulliran & Sheffrin

3 . Burns & Mitchell

4 . Abel et al.

با توجه به این که برای پیش‌بینی روند یک فعالیت اقتصاد الگوهای گوناگونی وجود دارند و هر کدام از این روش‌ها از قابلیت‌های مختلفی برخوردارند، بنابراین سیاست‌گذاران اقتصادی همواره درصدد دسترسی به الگویی با حداقل خطا در پیش‌بینی هستند تا بتوانند بر اساس آن دورنمای بهتری از آینده داشته باشند و سیاست‌هایی مبتنی بر آن اتخاذ کنند. مقاله‌ی حاضر در پی معرفی یک الگوی غیرخطی مبتنی بر زنجیره‌های مارکوف<sup>۱</sup>، موسوم به MS-AR<sup>۲</sup> برای پیش‌بینی دوره‌های تجاری است تا توانمندی آن را با یکی از الگوهای خطی سری‌های زمانی، ARIMA<sup>۳</sup> مقایسه کند.

## ۲. ادبیات موضوع

در خصوص روش‌های پیش‌بینی ادوار تجاری در مطالعات خارجی، از روش‌های گوناگونی اعم از روش‌های مبتنی بر الگوهای خطی مانند، روش ARMA<sup>۴</sup> باکس-جنکینز<sup>۵</sup> و یا الگوهای غیرخطی مانند STAR<sup>۶</sup>، TAR<sup>۷</sup>، SETAR<sup>۸</sup> و نیز MS-AR، و روش‌های مبتنی بر فیلترینگ، جهت تجزیه و تحلیل و پیش‌بینی ادوار تجاری استفاده شده است. تا قبل از این که همیلتون<sup>۹</sup> در سال ۱۹۸۹، الگوی پیشنهادی خود را، که بر اساس زنجیره‌های مارکوف شکل گرفته بود، برای پیش‌بینی ادوار تجاری آمریکا به کار ببندد، پژوهشگرانی مانند بوریچ و نلسون<sup>۱۰</sup> (۱۹۸۱)، نلسون و پلاسر<sup>۱۱</sup> (۱۹۸۲) و کمپبل و منکیو<sup>۱۲</sup> (۱۹۸۷)، از الگوهای ARIMA یا فرآیندهای ARMA حول یک روند بلندمدت برای تحلیل ادوار تجاری استفاده کردند.

- 1 . Markov Chains
- 2 . Markov Switching-Autoregressive
- 3 . Autoregressive Integrated Moving Average
- 4 . Autoregressive Moving Average
- 5 . Box- Jenkins Autoregressive Moving Average
- 6 . Smooth Transition Autoregressive
- 7 . Threshold Autoregressive
- 8 . Self-Exciting Threshold Autoregressive
- 9 . Hamilton
- 10 . Beveridge & Nelson
- 11 . Nelson & Plosser
- 12 . Campbell & Mankiw

همیلتون (۱۹۸۹)، در تجزیه و تحلیل ادوار تجاری آمریکا روشی را بر اساس یک الگوی سری زمانی با ویژگی تغییر وضعیت ارائه می‌کند. به عقیده وی، جهش‌ها و تغییرات ناگهانی در درآمد جامعه را می‌توان با استفاده از یک فرآیند مارکوف الگوسازی کرد به طوری که بین موقعیت‌های مختلف بر اساس احتمالات انتقال تغییر وضعیت دهد. این روش برای داده‌های فصلی تولید ناخالص ملی حقیقی آمریکا (۲: ۱۹۵۲ تا ۴: ۱۹۸۴)، با فرض وجود دو حالت نرخ‌های رشد کند و سریع به کار برده می‌شود و بر اساس آن برآوردهای حداکثر راستنمایی پارامترها نیز محاسبه می‌گردد. بدین ترتیب الگویی با دو پارامتر وضعیت و چهار پارامتر خودهمبسته برای این داده‌ها ارائه می‌شود. نتایج حاصل از این الگو به نحو مطلوبی تاریخ‌گذاری‌های دفتر ملی تحقیقات اقتصادی آمریکا (NBER<sup>۱</sup>) را در خصوص موقعیت اقتصاد و همچنین نرخ‌های رشد و دوره‌های رکود و رونق تایید می‌کند. در این مطالعه پیش‌بینی‌هایی ارائه گردیده و مقایسه‌ای نیز بین دو روش مارکوف و ARIMA باکس-جنکینز انجام می‌شود. کلمنت و کرولزیگ<sup>۲</sup> (۱۹۹۷)، از الگوهای مارکوف و خودهمبسته آستانه‌ای استفاده کرده و به مقایسه نتایج تجربی پیش‌بینی‌های این دو الگو می‌پردازند. در این مطالعه نیز الگوی ARIMA، به عنوان یک الگوی با فرآیند خطی، با دو الگوی غیرخطی مورد مقایسه قرار می‌گیرند. برای بررسی حساسیت نتایج نسبت به نمونه‌های انتخابی از داده‌های دو بازه زمانی استفاده می‌شود، یک بازه شامل داده‌های فصلی درآمد ملی آمریکا به قیمت‌های ثابت ۱۹۸۲ برای دوره‌ی ۱: ۱۹۴۸ تا ۴: ۱۹۹۰ است و بازه‌ی دیگر به قیمت‌های ثابت ۱۹۹۲ که در برگیرنده دوره ۱: ۱۹۵۹ تا ۲: ۱۹۹۶ می‌باشد. بر اساس این داده‌ها سه الگوی ARIMA، خودهمبسته آستانه‌ای (TAR) و راهگزینه مارکوف<sup>۳</sup> مورد بررسی قرار گرفته و پیش‌بینی‌ها مقایسه می‌شوند. پیش‌بینی‌ها با استفاده از معیارهای آماری به صورت تجربی با یکدیگر مقایسه می‌گردند. نتایج بررسی نشان می‌دهد هر چند الگوهای مارکوف و خودهمبسته آستانه‌ای در شکارکردن چهره اصلی ادوار تجاری قوی‌تر از الگوهای خطی ARIMA عمل می‌کنند اما عملکرد آن‌ها در پیش‌بینی در مقایسه با این الگوهای خطی متقاعد کننده نیست.

- 
1. National Bureau of Economic Research
  2. Clements & Krolzig
  3. Markov Switching(MS)

کونتولمیس<sup>۱</sup> (۱۹۹۹)، در مطالعه تجزیه و تحلیل دور تجاری آمریکا از الگوی مارکوف خودهمبسته برداری<sup>۲</sup> و داده‌های فصلی دوره ۱۹۴۸:۱ تا ۱۹۹۵:۱ استفاده می‌کند. نتایج مطالعه حاکی از آن است که ادوار تجاری حاصل از این الگو در مقایسه با یک الگوی سری زمانی تک متغیره، نزدیک‌تر به نتایج تاریخ‌گذاری‌های دفتر مطالعات اقتصادی آمریکا می‌باشد. سسپدو و همکاران<sup>۳</sup> (۲۰۰۶) از دو الگوی  $MS-AR$  و  $ARIMA$  و داده‌های فصلی ۱۹۷۵:۱ تا ۲۰۰۰:۲ برای پیش‌بینی ادوار تجاری برزیل استفاده می‌کنند. نتایج مطالعه نشان می‌دهد که الگوی  $MS-AR$  از الگوی  $ARIMA$  دارای عملکرد پیش‌بینی بهتری است. بوس<sup>۴</sup> (۲۰۱۰) در پیش‌بینی تولید ناخالص داخلی کشور لتونی از داده‌های فصلی دوره ۱۹۹۱:۱ تا ۲۰۰۹:۳ و دو الگوی راهگزینه مارکوف و الگوی خطی خودهمبسته برداری<sup>۵</sup> استفاده می‌کند. نتایج مطالعه نشان می‌دهد که الگوی  $MS$  کمی بهتر از  $VAR$  عمل می‌کند. کارائانی (۲۰۱۰) از داده‌های ماهانه شاخص تولیدات صنعتی رومانی برای دوره زمانی ۱۹۹۱:۱ تا ۲۰۰۸:۵ استفاده نموده تا ادوار تجاری این کشور را الگوسازی کند. در این مطالعه از یک الگوی مارکوف دو وضعیتی (رکود و رونق) و دارای عرض از مبدا و با اجازه تغییر در پارامترها با توجه به وضعیت، استفاده می‌شود. الگوی نهایی حاصل، دو وضعیتی و به صورت  $MS-AR(2)$  می‌باشد. نتایج مطالعه نشان می‌دهد که پتانسیل خوبی در جهت استفاده از این الگو در اقتصاد رومانی وجود دارد و شاید بهتر باشد برای تحقیقات بعدی الگویی با سه وضعیت (برای نشان دادن تفاوت بین رشدهای سریع و ناگهانی از رشدهای کند) استفاده شود.

تعداد پژوهش‌های انجام گرفته در داخل کشور در خصوص ادوار تجاری و پیش‌بینی آن چندان زیاد نیست و بیشتر با استفاده از روش‌های فیلترینگ (برای نمونه ختایی و دانش جعفری (۱۳۸۰)، هادیان و هاشم پور (۱۳۸۲)، هوشمند و همکاران (۱۳۸۷)، صیادزاده و دیکاله (۱۳۸۷) انجام شده است. از جمله ضعف‌های روش فیلترینگ مشکلی است که در ادبیات

- 
- 1 . Kontolemis
  - 2 . Markov Switching Vector Autoregressive (MS-VAR)
  - 3 . Céspedes
  - 4 . Buss
  - 5 . Vector Autoregressive (VAR)

تحقیق به نام مشکل نقطه انتهایی<sup>۱</sup> معروف است. دیگر این که ممکن است برای داده‌هایی که هیچ گونه جزء چرخه‌ای ندارند نیز، مولفه چرخه در نظر بگیرد. این ضعف‌ها به نوعی مزیت استفاده از الگوی مارکوف را نشان می‌دهد. در این بین مطالعه محمدی و همکاران (۱۳۸۸) متمایز است. در این مطالعه با استفاده از شاخص‌های ترکیبی آینده نگر<sup>۲</sup> و الگوی مارکوف سه وضعیتی، ادوار تجاری ایران را پیش‌بینی کرده‌اند. مطالعه با استفاده از داده‌های ماهیانه انجام شده است. با بررسی ابتدایی انجام شده در تحقیق، سه دوره رونق، سکون و رکود برای اقتصاد ایران مشخص شده است. البته با توجه به نتایج به نظر می‌رسد که استفاده از الگوی مارکوف سه وضعیتی برای تجزیه و تحلیل اقتصاد ایران، نتایج کاملاً درستی در اختیار نگذارد. زیرا متوسط طول دوره‌های رونق و رکود به دست آمده، بسیار کوتاه است و با توجه به وقفه‌های موجود در تاثیرگذاری سیاست‌ها و متغیرهای کلان اقتصادی، به نظر می‌رسد که متوسط زمان‌های به دست آمده برای دوره‌های رونق، رکود و سکون، از واقعیت‌های موجود اقتصاد ایران به دور باشد. زیرا علاوه بر این که باید الگوی خوبی از لحاظ معیارهای ارزیابی به داده‌ها برازش شود، نتایج نیز باید با واقعیات موجود هم‌خوانی داشته باشد.

با وجود مطالعات انجام گرفته در خصوص نحوه‌ی ایجاد و اثرگذاری ادوار تجاری بر اقتصاد ایران و مباحث مربوط به ادوار تجاری، به نظر می‌رسد در پژوهش‌های داخلی، در زمینه مقایسه روش‌های پیش‌بینی خطی و غیرخطی ادوار تجاری، مطالعه و کنکاشی صورت نگرفته است و مقاله‌ی حاضر در راستای تحقق این هدف است، به علاوه، الگوی معرفی شده در این تحقیق از الگوهای جدید پیش‌بینی می‌باشد.

### ۳. روش شناسی

مفهومی که امروزه به نام زنجیره مارکوف نامیده می‌شود، در اوایل قرن بیستم، توسط ریاضیدان روسی آندره مارکوف<sup>۳</sup> ابداع شد و آن هنگامی رخ داد که وی در حال بررسی تناوب حروف باصدا و بی صدا در شعری با عنوان اونگین<sup>۴</sup> از شاعر روسی الکساندر پاشکین<sup>۱</sup> بود. او الگوی

---

1 . End-Point Problem  
 2 . Mixed Leading Indicators  
 3 . Markov  
 4 . Onegin

احتمالی را توسعه داد که در آن برآمد پرتاب‌های موفق به یکدیگر وابسته بودند به طوری که هر برآمد تنها به بلافاصله ماقبل آن وابسته است. این الگو ساده‌ترین تعمیم الگوی احتمال برآمدهای مستقل بود، که به نظر می‌رسید توصیف بسیار خوبی برای تناوب حروف باصدا و بی‌صدا ارائه می‌کرد و مارکوف را قادر ساخت که تخمین‌های بسیار دقیقی را از فراوانی حروف بی‌صدا در شعر پاشکین محاسبه کند. الگوی مارکوف استثنایی برای قاعده "الگوهای ساده اغلب کاربردی‌ترین الگوها برای تحلیل مسایل هستند" نبود. نظریه فرآیندهای مارکوف، کاربرد زیادی در زمینه‌های گوناگونی شامل زیست‌شناسی، علوم کامپیوتری، مهندسی، تحقیق در عملیات و اقتصاد پیدا نمود.

فرآیند مارکوف<sup>۲</sup> این امکان را می‌دهد که عدم قطعیت موجود در بسیاری از فرآیندهای دنیای واقعی را که تکاملی پویا در طول زمان دارند، الگوسازی کرد. نظریه اصلی در فرآیند مارکوف، عبارت از وضعیت<sup>۳</sup> و انتقال وضعیت<sup>۴</sup> است. در کاربردهای خاص، هنر الگوسازی این است که توصیف کافی و مناسبی برای وضعیت‌ها به دست دهد، به طوری که فرآیند تصادفی مرتبط با آن به واقع دارای ویژگی مارکوفی باشد. به عبارت دیگر، دانش راجع به وضعیت فعلی برای پیش‌بینی رفتار آتی فرآیند تصادفی کافی می‌باشد (تیمز<sup>۵</sup>، ۲۰۰۳: ۸۱).

برای این که بتوان فرآیندهای تصادفی را تحلیل کرد، نیاز به ایجاد فروضی در خصوص ارتباط بین متغیرهای تصادفی است. یکی از مهم‌ترین و عمومی‌ترین ساختارهای ارتباطی بین متغیرهای تصادفی، ساختاری است که آن را خصوصیت مارکوفی می‌نامند. خصوصیت مارکوفی این است که با معلوم بودن وضعیت فعلی فرآیند، آینده آن مستقل از گذشته باشد. این ویژگی مارکوفی را بی‌حافظگی<sup>۶</sup> نیز می‌نامند (اولافسون<sup>۷</sup>، ۲۰۰۵: ۴۰۷).

فرآیندهای مارکوف شامل فرآیندهای زمان گسسته (متناهی) و زمان پیوسته (نامتناهی) می‌شوند. یک زنجیره مارکوف زمان گسسته، فرآیند تصادفی است که ساده‌ترین تعمیم دنباله‌ای

- 1 . Pushkin, Alexander
- 2 . Markov Process
- 3 . State
- 4 . State Transition
- 5 . Tijms
- 6 . Memorylessness
- 7 . Olofsson

از متغیرهای تصادفی مستقل است. یک زنجیره مارکوف دنباله‌ای تصادفی است که وابستگی اتفاقات پی در پی تنها یک واحد زمانی به عقب بر می‌گردد. به عبارتی، رفتار آینده فرآیند تنها به وضعیت کنونی وابسته است و از گذشته متأثر نمی‌شود (تیمز، ۲۰۰۳: ۸۲).

به طور خلاصه، زنجیره‌های مارکوف دارای ویژگی‌های زیر می‌باشند:

۱- احتمالات گذار<sup>۱</sup> (یا احتمالات انتقال) تنها به وضعیت فعلی سیستم وابسته‌اند. به عبارت دیگر، اگر وضعیت فعلی مشخص باشد احتمال شرطی وضعیت بعد، از حالت‌های مقدم بر وضعیت فعلی مستقل است (ویژگی بی‌حافظگی یا خصوصیت مارکوفی).

۲- احتمال گذار همواره مثبت یا صفر است.

۳- جمع احتمالات گذار حرکت به وضعیت‌های دیگر در دوره‌ی زمانی بعد، به فرض این که سیستم در دوره‌ی زمانی فعلی در یکی از وضعیت‌ها باشد، برابر یک است.<sup>۲</sup>

اگر مجموعه وضعیت‌های ممکن در یک زنجیره‌ی مارکوف متناهی باشد، معمولاً  $p_{ij}$  ها را به صورت یک آرایه مربعی مرتب کرده، ماتریس  $P$  حاصل را ماتریس احتمال انتقال زنجیره مارکوف می‌نامند. بنابراین، اگر مجموعه وضعیت‌های  $S = \{1, 2, \dots, n\}$  موجود باشند، خواهیم داشت (چینلار<sup>۳</sup>، ۱۳۸۰: ۱۴۰):

$$P = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} & \dots & p_{1n} \\ p_{21} & p_{22} & \dots & p_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ p_{n1} & p_{n2} & \dots & p_{nn} \end{bmatrix}; \quad 0 \leq p_{ij} \leq 1, \quad \sum_{i=1}^n p_{ij} = 1, \quad j = 1, \dots, n \quad i, j \in S \quad ( )$$

در ماتریس مربعی (۱)، وضعیت‌هایی که سیستم از آن‌ها حرکت می‌کند در عرض سمت چپ، و وضعیت‌هایی که سیستم به طرف آن‌ها حرکت می‌کند در طول بالای ماتریس قرار می‌گیرند. احتمالات انتقال  $p_{ij}$  حرکت سیستم از یکی از وضعیت‌های سمت چپ (i)، به یکی از وضعیت‌های بالای ماتریس (j) توصیف فرآیند مارکوف را کامل می‌کند.

### 1. Transition Probabilities

۲. برای بحث جامع الگوی مارکوف به فصل ۲۲ همیلتون (۱۹۹۴) مراجعه شود.

### 3. Cinlar



روش مورد استفاده در مطالعه حاضر برای پیش‌بینی ادوار تجاری متغیر  $y_t$  (تولید ناخالص داخلی) جامعه بر اساس الگوی مارکوف خودهمبسته (MS-AR) دو وضعیتی است که تعمیمی از الگوی AR می‌باشد. الگوی مارکوف خود همبسته دو وضعیتی این امکان را فراهم می‌آورد که برای هر یک از دوره‌های رونق یا رکود فرآیند خودهمبسته مجزا از دیگری استفاده شود. به بیان دیگر، برای یک وضعیت که می‌تواند دوره رکود یا رونق باشد و احتمال ورود به آن بر اساس احتمالات گذار<sup>۱</sup> است یک فرآیند خودهمبسته با ویژگی‌های مجزا از وضعیت دیگر وجود دارد. این الگو توسط همیلتون (۱۹۸۹) ارایه شده است و به صورت رابطه (۲) می‌باشد (کارائینی، ۲۰۱۰):

$$y_t = \alpha_{S_t} + \sum_{i=1}^p \beta_{i,S_t} y_{t-i} + \sigma_{S_t} \varepsilon_t \quad (2)$$

که در آن:  $y_t$ : تولید ناخالص داخلی ( $GDP^2$ )،

$S_t$ : وضعیت فرآیند در زمان  $t$  (با تعداد وضعیت‌های متناهی)،

$p$ : تعداد وضعیت‌های خودهمبسته،

$\alpha_{S_t}$ : ضریب عرض از مبدا (قابل تغییر با وضعیت)،

$\sigma_{S_t}$ : انحراف معیار استاندارد (قابل تغییر با هر وضعیت مارکوف)،

$\beta_{i,S_t}$ : ضرایب خودهمبسته برای تاخیرهای ۱ تا  $p$  (برای هر وضعیت)،

$V_t$ : باقیمانده‌ها (با میانگین صفر و واریانس یک)،

$t$ : نماد زمان

داده‌های مورد استفاده در این مطالعه تولید ناخالص داخلی حقیقی کشور (بر پایه قیمت ثابت سال ۱۳۷۶) با تواتر فصلی دوره ۱:۱۳۶۷ تا ۴:۱۳۸۹ است که از پایگاه اینترنتی بانک مرکزی گردآوری شده است.

- 
1. Transition Probabilities
  2. Gross Domestic Product

#### ۴. برآورد الگو

ابتدا برای هر یک از دو الگوی MS-AR و ARIMA بر اساس معیارهای انتخاب الگو نظیر  $AIC^1$ ، برازشی را بر روی داده‌ها انجام داده و با استفاده از معیارهایی مانند ریشه دوم میانگین مربعات خطا ( $RMSE^2$ )، قدرمطلق درصد خطا ( $MAPE^3$ )، و ضریب نابرابری تایلر ( $TIC^4$ ) عملکرد دو الگو در پیش بینی ادوار تجاری با هم مقایسه می‌شود.

با بررسی روند سری GDP و تابع  $ACF^5$  آن (نمودار ۱) و نیز آزمون دیکی- فولر تعمیم یافته (ADF) وجود ریشه واحد و عدم ایستایی سری تایید می‌شود. در جدول (۱) مشاهده می‌شود که با توجه به این که مقدار آماره برای وقفه‌های اول و دوم سری کم‌تر از مقادیر بحرانی است، با احتمال ۵ درصد خطا، این سری دارای ریشه واحد است. به علاوه مشخص می‌شود که با یک بار تفاضل‌گیری سری ایستا می‌شود. همچنین با استفاده از مقدار آکائیگی (AIC) داده شده معیاری برای تعیین وقفه‌های بهینه در الگو فراهم می‌شود. در اینجا برای سری تفاضل‌گیری شده، با توجه به این که مقدار آکائیگی کاهش دیگری ندارد، وقفه ۳ را به عنوان وقفه بهینه پیشنهاد می‌کند. البته تعیین وقفه بهینه منوط به کنترل نمودار  $PACF^6$  (نمودار ۲) و برازش الگوها و تعیین مقدار آکائیگی و به علاوه کنترل پیش‌بینی‌های الگو نیز می‌باشد. در بخش برازش الگوها، بر مبنای موارد فوق وقفه بهینه تعیین می‌گردد.

نمودار ۱. تابع خودهمبستگی سری تولید ناخالص داخلی حقیقی ایران



مأخذ: نتایج تحقیق

- 1 . Akaike Information Criterion
- 2 . Root Mean Square Error
- 3 . Mean Absolute Percentage Error
- 4 . Theil Index Criteria
- 5 . AutoCorrelation Function
- 6 . Partial AutoCorrelation Function

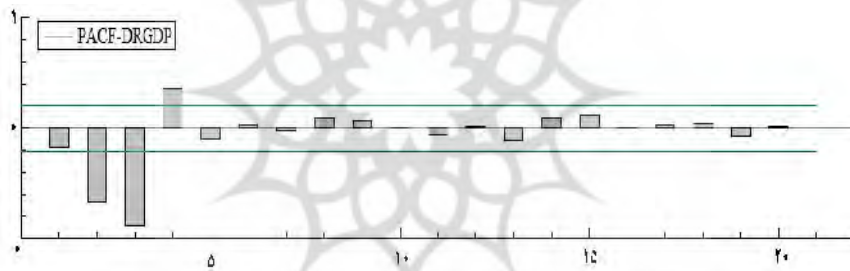
جدول ۱. مقادیر آماره دیکی فولر برای وقفه های ۱ تا ۵

تعداد وقفه	سری زمانی تولید ناخالص داخلی		تعداد وقفه	سری زمانی با یک تفاضل	
	مقدار آماره	مقدار آکائیکی		مقدار آماره	مقدار آکائیکی
۰	-۰/۱۷۵	۱۹/۱۸۰	۰	-۱۰/۹۲۰	۱۹/۱۵۰
۱	۰/۵۷۰	۱۹/۱۸۰	۱	-۱۵/۷۱۰	۱۸/۵۸۰
۲	۱/۶۲۳	۱۸/۵۷۰	۲	-۲۹/۱۶۰	۱۷/۲۱۰
۳	۱۰/۳۳۰	۱۶/۴۰۰	۳	-۲/۷۵۰	۱۶/۲۵۰
۴	۳/۸۰۷	۱۶/۱۱۰	۴	-۲/۱۲۱	۱۶/۲۵۰
۵	۳/۴۳۸	۱۶/۱۴۰	۵	-۱/۶۳۳	۱۶/۲۵۰

مقادیر بحرانی (۱/۹۴=-۱/۹۴ و ۵/۵۹=-۲/۵۹) (%)

مأخذ: نتایج تحقیق

نمودار ۲. تابع خودهمبستگی جزئی سری تولید ناخالص داخلی حقیقی ایران



مأخذ: نتایج تحقیق

#### ۴-۱. برازش الگوی ARIMA (p, d, q)

در ابتدا، با توجه به این که سری زمانی در تفاضل مرتبه اول خود ایستا می‌شود، مرتبه انباشتگی<sup>۱</sup> آن برابر مقدار یک ( $d=1$ ) تعیین می‌گردد. سپس بر اساس روش باکس-جنکینز بهترین الگو برای داده‌ها انتخاب می‌شود. با توجه به جدول و نمودار (۲) و جمع بندی نتایج معیارهای آکائیکی، لگاریتم راستنمایی<sup>۲</sup> و شوارز<sup>۳</sup>، در نهایت وقفه بهینه ( $p=4$ ) تعیین می‌شود.

- 1 . Integration
- 2 . Log-Likelihood
- 3 . Schwarz Criterion

در مرحله‌ی آخر، با برازش الگوهای متعدد، مقدار  $q$  برابر صفر تعیین می‌گردد و الگوی نهایی به صورت  $ARIMA(4,1,0)$  مشخص می‌شود.

جدول ۲. مقادیر راستنمایی و آکائیگی با حضور ۱ تا ۵ وقفه در الگو

تفاضل مرتبه اول سری تولید ناخالص داخلی			تعداد وقفه
مقدار شوارز	مقدار آکائیگی	مقدار لگاریتم راستنمایی	در الگو
۲۱/۴۳۲	۲۱/۴۰۷	-۹۷۱/۰۳۷	۱
۲۰/۱۱۳	۲۰/۸۳۲	-۹۴۳/۸۹۲	۲
۱۹/۲۰۸	۱۸/۸۷۴	-۸۵۳/۸۰۱	۳
۱۹/۲۰۷	۱۸/۵۹۰	-۸۳۹/۸۳۴	۴
۱۹/۲۰۷	۱۸/۶۱۰	-۸۳۹/۷۴۱	۵

مأخذ: نتایج تحقیق

#### ۲-۴. برازش الگوی MS-AR

فرآیند فوق برای الگوی مارکوف نیز تکرار می‌شود. با این تفاوت که در این الگو متغیر برون‌زایی به نام متغیر وضعیت ( $S_t$ ) وجود دارد که دو حالتی فرض می‌شود تا بیانگر وضعیت رکود<sup>۱</sup> یا رونق<sup>۲</sup> باشد. علاوه بر آن، بسته به این که آیا واریانس سری و دیگر پارامترها در هر یک از دو وضعیت متغیر باشند یا خیر، می‌توان الگوهای مختلفی را برازش نمود. الگویی که در بخش روش‌شناسی ارایه گردید، یک الگوی با عرض از مبدأ است که با نماد  $MSI^3$  نشان داده می‌شود. اگر الگو بر اساس اختلاف از میانگین نوشته شود، با نماد  $MSM^4$  نمایش داده می‌شود. در صورتی که واریانس‌ها بسته به متغیر وضعیت تغییر کند نماد آن در حالت با عرض از مبدأ  $MSIH^5$  و در حالت اختلاف از میانگین  $MSMH^6$  خواهد بود و به همین ترتیب

- 
- 1 . Recession
  - 2 . Expansion
  - 3 . Markov Switching Intercept
  - 4 . Markov Switching Mean
  - 5 . Markov Switching Intercept Heteroskedasticity
  - 6 . Markov Switching Mean Heteroskedasticity

الگوهای گوناگون مارکوف ساخته می‌شود. علاوه بر آن به جای الگوی **AR** بنا به تشخیص می‌توان از الگوهای دیگری مثل **ARCH**<sup>۱</sup> یا **GARCH**<sup>۲</sup> استفاده نمود.

برای انتخاب بهترین الگو، بر اساس معیارهایی که قبلاً ذکر شد، تصمیم‌گیری می‌شود. به این نحو که با توجه به حضور وقفه چهارم در الگوی **ARIMA**، در الگوی مارکوف دو وضعیتی نیز تا وقفه چهارم وارد الگو گردید، ضمن این که اجازه تغییر واریانس‌ها و پارامترهای دیگر الگو نیز داده شد. با توجه به تغییر ناچیز در مقدار آکائیکی و راستنمایی و همچنین پسماندهای غیر نرمال الگو با چهار وقفه و نیز توجه به پیش‌بینی‌های حاصل از الگو و طول دوره رونق و یا رکود، ترجیح داده شد از وقفه چهارم صرف نظر شود. به همین دلیل الگوی مارکوفی با سه وقفه و نیز تغییر در واریانس در نظر گرفته شد. حال با وجود سه وقفه، دو الگو، یکی با فرض تغییر در ضرایب پارامترها نسبت به پارامتر وضعیت و دیگری با ضرایب پارامترهای ثابت در دو وضعیت به داده‌ها برازش داده شد، که در پایان بهترین حالت الگویی با تغییر در واریانس نسبت به پارامتر وضعیت و ضرایب پارامترهای **AR** ثابت به دست آمد.

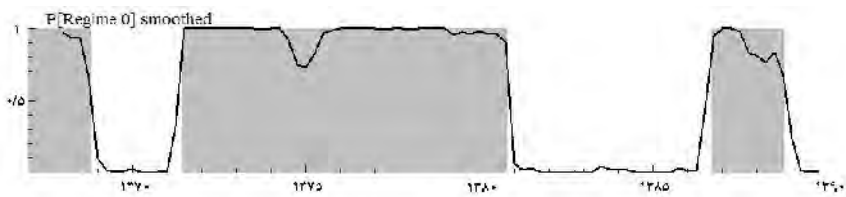
نمودارهای ۳ و ۴ به ترتیب احتمالات هموار شده<sup>۳</sup> وقوع هر یک از دو وضعیت رکود و رونق را نشان می‌دهد. همان طور که مشاهده می‌شود بر اساس الگو، سال‌های قبل از ۱۳۶۷ تا فصل سوم سال ۱۳۶۸ دوره رکود است. از ابتدای سال ۱۳۶۹ تا اواسط سال ۱۳۷۱ یک دوره رونق کوتاه مدت است. سپس از اواسط سال ۱۳۷۱ تا ابتدای سال ۱۳۸۱، دوره رکود ۱۰ ساله اقتصاد ایران است. البته در سال ۱۳۷۵ یک تغییر کوتاه مدتی ایجاد شده است. سال ۱۳۸۱ تا اواسط سال ۱۳۸۶ دوره رونق است. سپس تا سال ۱۳۸۹ رکود مجدد و پس از آن دوره رونق اقتصاد ایران است. به عبارت دیگر این الگو بر اساس داده‌های سری زمانی فصلی برای سال‌های آتی دوره رونق اقتصادی پیش‌بینی می‌کند. نمودارهای ۵ و ۶ نیز تحلیل پسماندهای الگو است. همان طور که از نمودار ۵ بر می‌آید پسماندها تقریباً نرمال هستند و از نمودار ۶ نیز

---

1 . Autoregressive Conditional Heteroskedasticity  
 2 . Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity  
 3 . Smoothed Probabilities

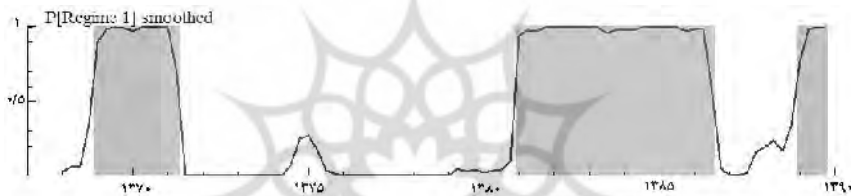
مشخص می‌شود که همبستگی بین پسماندها وجود ندارد. بدین ترتیب الگوی مطلوب به شکل  $MSIH(2)-AR(3)$  شناخته می‌شود.

نمودار ۳. احتمالات هموار شده رژیم رکود



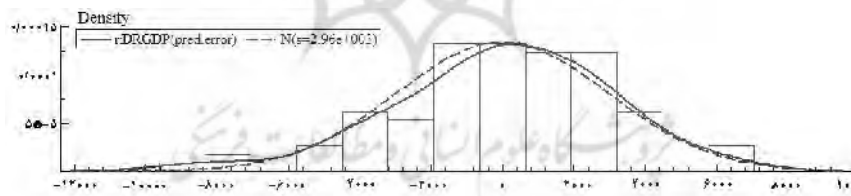
مأخذ: نتایج تحقیق

نمودار ۴. احتمالات هموار شده رژیم رونق



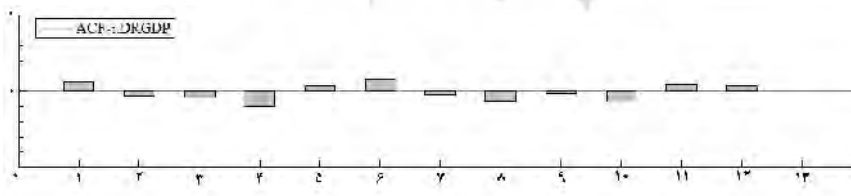
مأخذ: نتایج تحقیق

نمودار ۵. پسماندها



مأخذ: نتایج تحقیق

نمودار ۶. تابع خودهمبستگی پسماندها



مأخذ: نتایج تحقیق

جدول ۳. مقادیر ضرایب برای الگوی مارکوف برازش شده

Log-Likelihood	AIC	$\sigma_2$	$\sigma_1$	$\beta_3$	$\beta_2$	$\beta_1$	$\alpha_1$	$\alpha_0$
-۸۲۸/۸۰۸	۱۹/۰۴۱	۲۳۲۱/۴	۲۶۸۲/۳۷	-۰/۹۹۸	-۰/۹۹۳	-۰/۹۸۶	۶۸۲۱/۷۵	۱۹۰۶/۵۱
آماره تی		۹/۱	۷/۱	-۳۵/۸	-۴۴/۰	-۳۶/۰	۱۱/۹	۳/۳۱
احتمال		۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	۰/۰۰۱

مأخذ: نتایج تحقیق

در جدول ۳ مقادیر برازش شده رابطه ۲ آمده که به ترتیب از سمت راست به چپ عبارتند از: عرض از مبدأ در وضعیت رکود و رونق، ضرایب خودهمبستگی، انحراف معیارها در دو وضعیت و مقادیر آکائیکی و راستنمایی. ماتریس احتمال انتقال که احتمالات وقوع هر یک از وضعیت‌های سطر را به شرط وضعیت ستون نشان می‌دهد نیز به صورت زیر است:

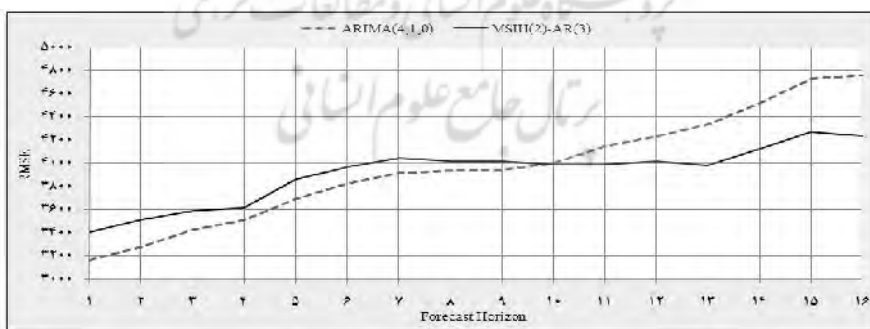
$$\begin{matrix} & \text{رونق} & \text{رکود} \\ \text{رکود} & \begin{bmatrix} ۰/۹۲۷ & ۰/۰۷۴ \\ ۰/۰۷۲ & ۰/۹۲۶ \end{bmatrix} & \end{matrix}$$

#### ۳-۴. پیش‌بینی و مقایسه تجربی

پس از برازش بهترین الگوها بر اساس دو روش ARIMA و MS-AR، به پیش‌بینی و مقایسه توانمندی دو الگو پرداخته می‌شود. بدین منظور از معیارهای RMSE، MAPE و TIC جهت مقایسه استفاده می‌شود. برای محاسبه این معیارها نیاز به پیش‌بینی‌های هر یک از دو الگو می‌باشد. برای این منظور از روش پیش‌بینی غلتان استفاده می‌شود. بر اساس این روش، ابتدا ۲۴ داده از انتهای سری کنار گذاشته شده و الگو برازش می‌شود. پس از آن برای ۲۴ داده یاد شده از یک تا ۱۶ گام پیشرو، پیش‌بینی صورت می‌گیرد. سپس مبدأ پیش‌بینی یک دوره به جلو می‌رود و یک داده از ابتدای نمونه کم می‌شود به طوری که تعداد نمونه برای برازش تغییر نمی‌کند. مراحل تا زمانی که در برابر پیش‌بینی‌ها مقدار مشاهده وجود دارد، تکرار

می‌شود. بدین ترتیب  $1 \times 24$  گام پیش‌بینی تا  $16 \times 8$  گام پیش‌بینی به دست می‌آید که می‌توان بر اساس آن RMSE، MAPE و TIC را محاسبه کرد. مزیت این روش در این است که اگر الگو توانمند باشد پیش‌بینی‌های آن بر اساس نمونه‌های مختلف تقریباً ثابت خواهد بود. برای مقایسه عملکرد پیش‌بینی دو الگو، مقادیر معیارها در نمودارهای ۷، ۸ و ۹ ترسیم شده است. مشاهده می‌شود بر اساس معیارهای RMSE و TIC تا گام نهم الگوی ARIMA خطای پیش‌بینی کمتری دارد در حالی که از گام دهم به بعد این الگوی MS-AR است که پیش‌بینی‌های بهتری را ارائه می‌کند. طبق معیار MAPE نیز، تا گام هفتم الگوی ARIMA بهتر است و از گام هشتم به بعد الگوی MS-AR عملکرد بهتری دارد. ضمن این که متوسط رشد خطای RMSE، MAPE و TIC برای الگوی مارکوف به ترتیب  $1/48$ ،  $0/40$  و  $7/36$  درصد است در حالی که این مقادیر برای الگوی ARIMA به ترتیب  $2/77$ ،  $3/47$  و  $25/5$  درصد می‌باشد. پس رشد خطای پیش‌بینی الگوی مارکوف در طول زمان و در گام‌های بیشتر، کمتر از الگوی ARIMA است. به عبارتی، الگوی MS-AR برای پیش‌بینی‌های میان مدت و بلندمدت بهتر از ARIMA عمل می‌کند. از طرف دیگر، چون متوسط دوره‌های رونق و رکود اقتصاد ایران طبق الگوی مارکوف بیش از دو سال است، از این رو، برای پیش‌بینی‌های بیش از ۸ گام (۸ فصل)، الگوی مارکوف عملکرد بهتری دارد. بنابراین، برای دستیابی به پیش‌بینی‌های بهتر در گام‌های بیشتر، الگوی مارکوف ارجحیت دارد.

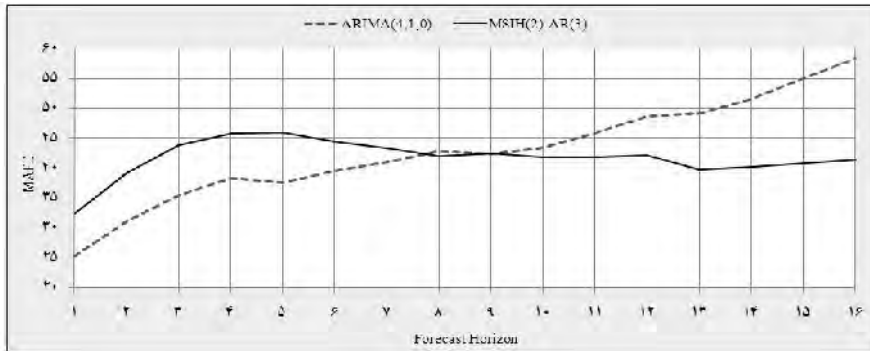
نمودار ۷. مقایسه RMSE دو الگوی ARIMA و MS-AR



مأخذ: نتایج تحقیق

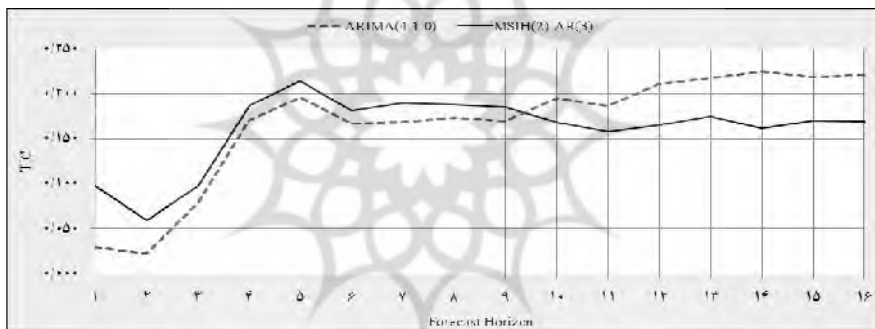


نمودار ۸. مقایسه MAPE دو الگوی **ARIMA** و **MS-AR**



مأخذ: نتایج تحقیق

نمودار ۹: مقایسه TIC دو الگوی **ARIMA** و **MS-AR**



مأخذ: نتایج تحقیق

##### ۵. نتیجه گیری

در این مقاله، ضمن آشنایی مختصر با مفاهیم مربوط به ادوار تجاری و علل پیدایش آن، بر اساس الگوی مارکوف و با استفاده از سری زمانی تولید ناخالص داخلی حقیقی کشور به تجزیه و تحلیل ادوار تجاری پرداخته شد. دوره‌های رکود و رونق اقتصاد ایران بر اساس این الگو استخراج شد. متوسط طول دوره رکود ۲۱ فصل و متوسط دوره رونق ۱۱ فصل به دست آمد. برای تعیین توانمندی آن در پیش‌بینی، در مقایسه با الگوی **ARIMA** به روش غلتان، برای هر الگو پیش‌بینی انجام شد. عملکرد الگوها با استفاده از معیارهای **MAPE**، **TIC** و **RMSE** مقایسه گردید. نتایج نشان داد که براساس معیار **MAPE** تا گام هفتم و طبق معیارهای **RMSE**

و TIC تا گام نهم، الگوی ARIMA نسبت به مارکوف عملکرد بهتری دارد و برای افق‌های پیش‌بینی به ترتیب با بیش از هشت و ده گام، این الگوی مارکوف است که عملکرد بهتری در پیش‌بینی ادوار تجاری ایران دارد. از طرفی با توجه به این که متوسط طول دوره‌های رونق و رکود اقتصاد ایران بیش از دو سال است، طبق نتایج فوق، برای پیش‌بینی ادوار تجاری در افق‌های بیشتر از ۸ گام (۸ فصل)، الگوی مارکوف عملکرد بهتری دارد و مرجح است.

### منابع

- ختایی، محمود، دانش جعفری، داوود (۱۳۸۰). نماگر دوران‌های اقتصادی، فصل نامه پژوهش‌نامه بازرگانی، ۵ (۱۸): ۱-۲۸.
- چینلار، ارهان (۱۳۸۰). آشنایی با فرآیندهای تصادفی. موسسه انتشارات علمی دانشگاه صنعتی شریف، تهران.
- صیادزاده، علی، جمال دیکاله، آرن (۱۳۸۷). بررسی ویژگی‌های ادوار تجاری در ایران در دوره ۱۳۳۸-۱۳۸۵. فصل نامه پژوهش‌ها و سیاست‌های اقتصادی، ۱۶ (۴۶): ۸۲-۶۳.
- محمدی، تیمور، صفرزاده، اسماعیل، موسوی، میرحسین (۱۳۸۸). شناسایی نقاط چرخشی دوران‌های اقتصادی ایران در یک زمان واقعی. فصل نامه پژوهش‌های اقتصادی، ۹ (۳): ۸۹-۶۵.
- هادیان، ابراهیم، هاشم پور، محمدرضا (۱۳۸۲). شناسایی چرخه‌های تجاری در اقتصاد ایران. فصل نامه پژوهش‌های اقتصادی ایران، ۲ (۱۵): ۱۲۰-۹۳.
- هوشمند، محمد، فلاحی، محمدعلی، توکلی قوچانی، سپیده (۱۳۸۷). تحلیل ادوار تجاری ایران با استفاده از فیلتر هادریک- پرسکات. مجله دانش و توسعه، ۱۵ (۲۲): ۵۵-۲۹.

- Abel, A. B., & Bernanke, B. S., & Smith, Gregory, W. (2003). *Macroeconomics* (Addison-Wesley series in economics). Addison-Wesley publishing, Canada.
- Beveridge, S., & Charles.R N. (1981). A new approach to decomposition of economic time series into permanent and transitory components with particular attention to measurement of the business cycle. *Journal of Monetary Economics*, (7): 151-174.
- Buss, G. (2010). Forecasts with single-equation Markov Switching Model, an application to the gross domestic product of Latvia. *Journal of Applied Economic Sciences*, (5):48-58.

- Campbell, J. Y., & Mankiw, N G. (1987). Permanent and transitory components in macroeconomic fluctuations. *American Economic Review Papers and Proceedings*, (77): 111-117.
- Caraiani, P. (2010). Modeling business cycles in the Romanian Economy using the Markov Switching approach. *Romanian Journal of Economic Forecasting*, (1):130-136.
- Céspedes, B. J. V., & Chauvet, M., & Lima, Elcyon C. R. (2006). Forecasting Brazilian output and its turning points in the presence of breaks: A comparison of linear and nonlinear models, *Estud. Econ.* 36(1): 5-46.
- Clements, M. P., & Krolzig, H. M. (1997). A comparison of the forecast performance of Markov-Switching and threshold autoregressive models of US GNP. *The Econometrics Journal*, 1(1): 47-75.
- Hamilton, J. D. (1989). A new approach to the economic analysis of non-stationary time series and the business cycle. *Econometrica* 57(2):357-384.
- Hamilton, J. D. (1994). Time series analysis, Princeton university press, Princeton, NJ.
- Kontolemis, Z. G. (1999). Analysis of the U.S. business cycle with a Vector-Markov-Switching Model. *Journal of Forecastin*, 20(1):47-61.
- Nelson, Ch. R., & Charles I. P. (1982). Trends and random walks in macroeconomic time series: Some evidence and implications. *Journal of Monetary Economics*, 10(2): 139-162.
- Olofsson, P. (2005). Probability, statistics, and stochastic processes. John Wiley & Sons Inc. Hoboken, New Jersey
- Sulliran, A., & Sheffrin, S. M. (2006). Economics: Principles Inaction, Pearson Prentice Hall, California.
- Tijms, H.C. (2003). A first course in stochastic models, John Wiley & Sons Ltd. England.