

ابن سینا و گودل:

«عدم برهان بر امتناع» یا «برهان بر عدم امتناع»؟^۱

مهدی عظیمی^۲

چکیده

گودل امکان فرضیه تعمیم یافته پیوستار را از رهگذر برهان بر عدم امتناع آن ثابت می‌کند؛ این در حالی است که بر پایه سخن ابن سینا در بند ما قبل آخر اشارات، عدم برهان بر امتناع چیزی برای اثبات امکان آن بسنده است. اکنون شایسته است بررسییم که آیا کار گودل بیهوده است، یا سخن ابن سینا نادرست؟ پاسخ این جستار گزینه سوم است: هیچ کدام. «امکان» در فلسفه اسلامی دست کم هشت معنا دارد: ۱- امکان عام؛ ۲- امکان خاص؛ ۳- امکان اخص؛ ۴- امکان استقبالی؛ ۵- امکان استعدادی؛ ۶- امکان وقوعی؛ ۷- امکان فقری؛ ۸- احتمال. در سخن ابن سینا امکان به معنای احتمال است که امری ذهنی، انفسی، و سوپزکتیو است، و از این رو به چیزی بیش از عدم برهان بر امتناع نیاز ندارد؛ اما امکان در کلام گودل امری عینی، آفاقی، و اُبزکتیو است که نیازمند برهان بر عدم امتناع است. بنابراین، نه کار گودل بیهوده است و نه سخن ابن سینا نادرست.

واژگان کلیدی

امکان، احتمال، امتناع، گودل، ابن سینا، فرضیه پیوستار

۱- تاریخ دریافت مقاله: ۱۳۹۲/۱۰/۱۱؛ پذیرش مقاله: ۱۳۹۳/۳/۱۹

۲- استادیار گروه فلسفه و کلام اسلامی دانشگاه تهران

طرح مسئله

«کدام یک از ما شادمان نخواهد شد از برافکندن نقابی که آینده در پس آن پنهان شده است؛ و از نظر افکندن به پیشرفت‌های بعدی دانشمان و به رازهای دگرذیسی آن در سده‌های فرا رو؟ چه هدف‌های ویژه‌ای وجود خواهند داشت که ذهن‌های برجسته ریاضیاتی نسل‌های آینده به آن‌ها در خواهند پیچید؟ سده‌های پیش رو چه روش‌های تازه و واقعیت‌های نوینی را در پهنه گسترده و سرشار اندیشه ریاضیاتی آشکار خواهند ساخت؟» (Hilbert, 1900, P.407).

این‌ها نخستین جمله‌های سخنرانی پرآوازه دیوید هیلبرت، ریاضی‌دان برجسته آلمانی است که به سال ۱۹۰۰ در همایش جهانی ریاضی‌دانان در پاریس ایراد شد. هیلبرت در این سخنرانی سیاهه‌ای از بیست‌وسه مسئله حل‌نشده ریاضیات را پیش نهاد که به رأی او «از رهگذر بحث درباره آن‌ها پیشرفت علم را می‌توان چشم در راه بود» (Ibid, P.412). بر صدر این مسئله‌های بیست‌وسه‌گانه، مسئله پیوستار کانتور^۱ جای داشت.

گئورگ کانتور^۲ (۱۸۴۵-۱۹۱۸) ریاضی‌دان آلمانی روسی‌تبار و بنیان‌گذار نظریه مجموعه‌ها است؛ نظریه‌ای که پس از او پایه ریاضیات شد. در میان آوردن مفهوم تناظر یک‌به‌یک میان مجموعه‌ها، تعریف مجموعه‌های بی‌پایان و خوش‌ترتیب، اثبات بزرگ‌تر بودن عددهای حقیقی از عددهای طبیعی، و پدید آوردن حساب عددهای اصلی و ترتیبی از جمله مهم‌ترین کارهای کانتور در ریاضیات است. او یکی از بحث‌انگیزترین چهره‌های تاریخ ریاضیات بوده و دیدگاه‌هایش موافقان و مخالفان نیرومندی داشته است. کسانی چون راسل و هیلبرت، او و کارهایش را بسیار می‌ستودند؛ و در برابر، افرادی چون کرونگر، پوتانکاره، و ویتگنشتاین بر نظریه مجموعه‌ها و آموزه عددهای ترامتناهی^۳ او سخت می‌تاختند (Dauben, 1979, P.1; Rodych, 2007, § 2.6).

مسئله پیوستار کانتور چیست؟ برای پاسخگویی به این پرسش باید نگاهی به نظریه مجموعه‌های کانتور بیفکنیم. یکی از مهم‌ترین مفاهیم این نظریه، چنان‌که پیش‌تر نیز اشاره کردیم، مفهوم «تناظر یک‌به‌یک» است. شادروان احمد بیرشک تمثیل نمکینی برای توضیح این مفهوم به کار برده است: «شما اگر به یک روستایی عامی تعدادی گردو بدهید و پرسید که آیا عده آن‌ها از عده بچه‌هایی که دور او جمع شده‌اند بیش‌تر است یا کم‌تر، او که حساب نمی‌داند به هر بچه یک گردو می‌دهد. اگر به

1- Cantor's Continuum Problem
2- Georg Cantor
3- transfinite

هر بچه یک گردو رسید و برای او گردو باقی ماند تعداد گردوها بیشتر است و اگر گردو باقی نماند تعداد هر دو یکی است و اگر سر بچه‌ای بی کلاه ماند تعداد گردوها کمتر است. این کار را مقابله یک به یک می‌نامند» (بیرشک، ۱۳۵۳، ص ۳۴۸). کار روستایی ممکن است در نگاه نخست خنده‌دار به نظر آید. شاید اگر ما به جای او بودیم، بی‌درنگ گردوها و بچه‌ها را جداگانه می‌شمردیم و دو عدد به دست آمده را با هم مقایسه می‌کردیم. این کار بی‌شک درباره مجموعه‌های متناهی کوچک کارآمد است، ولی درباره مجموعه‌های متناهی بزرگ روش همان روستایی بهتر است. «به عنوان مثال، برای مقایسه تعداد صندلی‌های موجود در یک سالن سینما و تعداد تماشاگرانی که برای مشاهده فیلم داخل سالن آمده‌اند بهتر است، به جای شمارش صندلی‌ها و تماشاگران، از تماشاگران خواسته شود که بر روی صندلی‌ها بنشینند. از این طریق به راحتی می‌توان زیادت، نقصان، و یا تساوی مجموعه صندلی‌ها نسبت به مجموعه تماشاگران را تشخیص داد» (خادم‌زاده و سعیدی‌مهر، ۱۳۸۸، ص ۶۶). اکنون اگر با مجموعه‌های نامتناهی سروکار داشته باشیم، عضوشماری به کلی ناکارآمد خواهد بود؛ زیرا عضوهای چنین مجموعه‌هایی را نمی‌توان شمرد. بنابراین روش عضوشماری برای مجموعه‌های متناهی کوچک آسان و کارآمد، برای مجموعه‌های متناهی بزرگ دشوار و ناکارآمد، و برای مجموعه‌های نامتناهی محال است. و کانتور که با مجموعه‌های نامتناهی سروکار داشت، برای فهم برابری، فزونی، یا کاستی آن‌ها نسبت به هم، ناگزیر روش روستایی را به کار بست؛ یعنی تناظر یک‌به‌یک را.

کانتور به هر مجموعه عددی نسبت می‌داد که نشان‌گر شمار عضوهای آن مجموعه بود. به این عدد «عدد اصلی»^۱ می‌گویند. بنابراین اگر میان دو مجموعه تناظر یک‌به‌یک برقرار باشد، عدد اصلی آن دو برابر است، یعنی شمار عضوهایشان مساوی است. کانتور عدد اصلی مجموعه اعداد طبیعی^۲ را \aleph_0 نامید^۳ و، چنان‌که در جدول پایین دیده می‌شود، از طریق تناظر یک‌به‌یک نشان داد که این مجموعه و زیرمجموعه‌هایش (مانند مجموعه اعداد زوج، یا فرد) عدد اصلی یکسانی دارند. بنابراین در مجموعه‌های نامتناهی همیشه کل بزرگ‌تر از جزء نیست بلکه مساوی نیز توانند بود.

1- Cardinal Number

۲- مجموعه اعداد طبیعی: $\{1, 2, 3, 4, \dots\}$.

۳- \aleph_0 حرف اول الفبای عبری است که الف تلفظ می‌شود.

مضربهای میلیارد	مضربهای میلیون	مضربهای ۵	عددهای فرد	عددهای زوج	عددهای طبیعی
۰	۰	۰	۰	۰	۰
۱	۱	۵	۱	۲	۱
۲	۲	۱۰	۲	۴	۲
۳	۳	۱۵	۳	۶	۳
۴	۴	۲۰	۴	۸	۴
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
n	n	۵n	۲n-۱	۲n	n
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮

کانتور سپس به مقایسه مجموعه اعداد طبیعی با مجموعه اعداد صحیح^۱ پرداخت. این مجموعه اعداد منفی را هم در بر می گیرد و در نتیجه از هر دو سو نامتناهی است. بنابراین نامعقول نیست که بگوییم عدد اصلی آن، دو برابر (یا دست کم بزرگ تر از) عدد اصلی مجموعه اعداد طبیعی است. اما کانتور به شیوه زیر از طریق تناظر یک به یک نشان داد که عدد اصلی این دو مجموعه نیز برابر است.

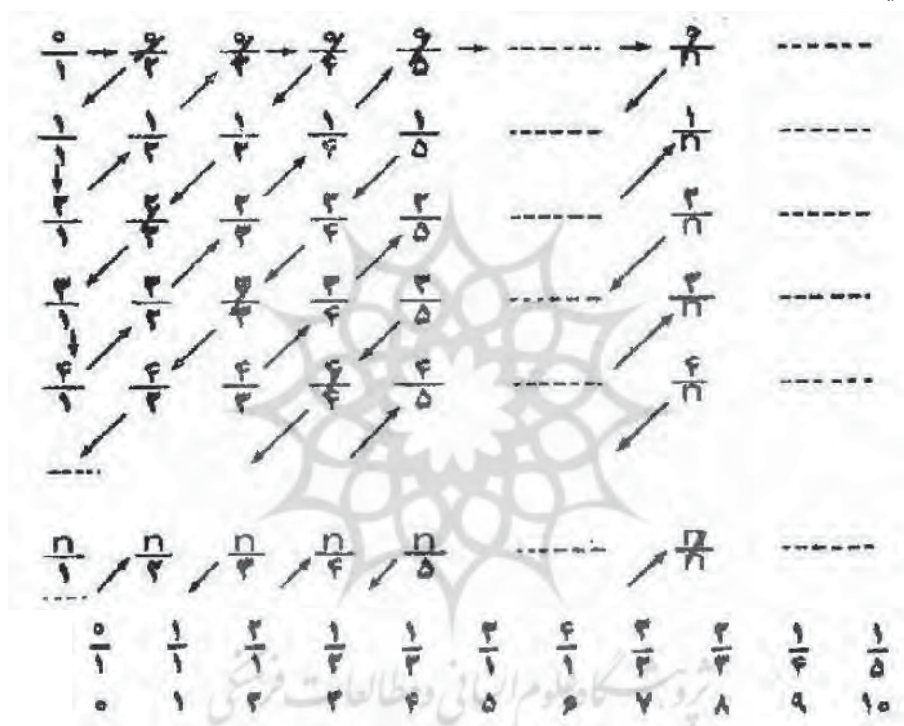


کانتور هم چنین به مقایسه مجموعه اعداد طبیعی با مجموعه اعداد گویا^۲ پرداخت و نشان داد که

۱- مجموعه اعداد صحیح: $\{ \dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots \}$.

۲- یعنی اعداد کسری که صورت و مخرج آن ها اعدادی صحیح اند ولی مخرج آن ها صفر نیست.

این دو نیز تناظر یک‌به‌یک دارند و از این‌رو عدد اصلی هر دو یکی، یعنی \aleph_0 است. او جدولی مانند جدول زیر ترتیب داد که سطر اول آن شامل اعداد گویا با صورت ۰، سطر دوم آن شامل اعداد گویا با صورت ۱، سطر سوم آن شامل اعداد گویا با صورت ۲ بود، و به همین سان تا بی‌نهایت. سپس اعداد برابر را از این جدول خط زد و اعداد باقی‌مانده را ردیف کرد و آن‌ها را با اعداد طبیعی تناظر یک‌به‌یک داد.



تا این‌جا دانستیم که میان مجموعه اعداد طبیعی با زیرمجموعه‌هایش، با مجموعه اعداد صحیح، و با مجموعه اعداد گویا تناظر یک‌به‌یک برقرار است و از این‌رو عدد اصلی همه آن‌ها یکسان و برابر با \aleph_0 است. بنابراین ممکن است این تصور در ذهن پدید آید که می‌توان میان مجموعه اعداد طبیعی با همه مجموعه‌های نامتناهی تناظر یک‌به‌یک برقرار کرد. اما کانتور نشان داد که چنین تناظری میان مجموعه اعداد طبیعی و مجموعه اعداد حقیقی^۱ برقرار نیست؛ یعنی عدد اصلی مجموعه اعداد حقیقی برابر با

۱- مجموعه همه اعداد گویا و گنگ. اعداد گنگ اعدادی‌اند که نمی‌توان آن‌ها را به صورت یک عدد گویا نشان داد بلکه تنها با زنجیره‌ای نامتناهی از ارقام که دارای الگوی تکراری نیستند، نمایش داده می‌شوند. مانند، $\sqrt{2}$ که برابر است با $1.414213562\dots$

\aleph_0 نیست. او برای تعیین عدد اصلی مجموعه اعداد حقیقی با خود اندیشید که اگر بتواند تعداد اعداد حقیقی بین ۰ و ۱ را بشمارد، خواهد توانست که بقیه را هم بشمارد. بنابراین جدولی ترتیب داد که همه اعداد حقیقی بین ۰ و ۱ را در بر گیرد؛ به این شیوه:

$$\begin{aligned} n_1 &= 0/11111\dots \\ n_2 &= 0/12111\dots \\ n_3 &= 0/1234\dots \\ &\dots \\ &= 0/2356\dots \\ &\dots \\ &= 0/3789\dots \\ &\dots \\ &= 0/9876\dots \\ &\dots \\ &= 0/9999\dots \end{aligned}$$

او سپس، با فرض این که تعداد این عددها برابر با \aleph_0 است، دریافت که شمار بی کرانی عدد حقیقی می توان ساخت که در این جدول نیست؛ به این صورت که n' را به گونه ای می نویسیم که رقم اولش پس از ۰، ۱ باشد اگر رقم اول n_1 ، ۱ نباشد و گرنه ۲ باشد؛ و رقم دومش ۱ باشد اگر رقم دوم n_2 ، ۱ نباشد و گرنه ۲ باشد؛ و به همین سان تا پایان.

با این ترفند، دست کم یک رقم n' با یک رقم هر یک از اعداد موجود در جدول فرق خواهد داشت و بنابراین خودش در جدول نخواهد بود. به همین روش می توان بی نهایت عدد حقیقی مانند n' ساخت. کانتور این بی نهایت عدد حقیقی را \aleph_1 نامید؛ و باز به همین روش ثابت کرد که عددی بزرگ تر از \aleph_1 هم وجود دارد. او این ها را اعداد ترامتناهی نام نهاد. بنابراین تعداد اعداد حقیقی بین ۰ و ۱ از تعداد اعداد طبیعی، یعنی از \aleph_0 ، به مراتب بزرگ تر است. از سوی دیگر کانتور ثابت کرد که مجموعه اعداد حقیقی بین ۰ و ۱ با هر مجموعه دیگری از اعداد حقیقی تناظر یک به یک دارد. از این رو عدد اصلی مجموعه اعداد حقیقی که c نامیده می شود و برابر با 2^{\aleph_0} است، بزرگ تر از \aleph_0 است؛ یعنی:

$$\aleph_0 < 2^{\aleph_0} (= c)$$

اکنون بازگردیم به مسئله پیوستار. در حدود سال ۱۸۸۰، کانتور این پرسش را درآفکند که:

آیا عددی اصلی میان \aleph_0 و $c (= 2^{\aleph_0})$ وجود دارد؟

به دیگر سخن، آیا مجموعه‌ای وجود دارد که از نظر تعداد اعضا حد وسط مجموعه اعداد طبیعی و حقیقی باشد، یعنی بزرگ‌تر از اولی و کوچک‌تر از دومی باشد؟ این را «مسئله پیوستار» گویند. او حدس می‌زد که پاسخ منفی است:

عددی اصلی مانند x که در $(2^{\aleph_0} = c) < x < \aleph_0$ صدق کند، وجود ندارد.

کانتور هیچ‌گاه نتوانست این حدس را که به «فرضیه پیوستار»^۱ معروف شد، به اثبات برساند. از مسئله و فرضیه پیوستار کانتور روایت فراگیرتری هم به دست داده شده است که با قید «تعمیم‌یافته» از آن یاد می‌شود:

مسئله تعمیم‌یافته پیوستار - آیا عددی اصلی وجود دارد که میان دو عدد اصلی ترامتناهی a و 2^a واقع باشد؟

فرضیه تعمیم‌یافته پیوستار - عدد اصلی ترامتناهی a هرچه باشد، عددی اصلی مانند x وجود ندارد به گونه‌ای که $a < x < 2^a$.

پس از آن که هیلبرت، مسئله پیوستار را در صدر بیست‌وسه مسئله باز ریاضیات اعلام کرد، دو رخداد جالب برای آن پیش آمد. نخست این که در ۱۹۳۸، کورت گودل^۲ (۱۹۰۶-۱۹۷۸)، یکی از برجسته‌ترین منطق‌دانان تاریخ، اثبات کرد که «فرضیه کانتور با اصل‌های موضوع نظریه مجموعه‌ها، به شرط آنکه این اصل‌ها سازگار باشند، ابطال‌ناپذیر^۳ است» (گودل، ۱۳۸۲، ص ۲۲۳). حادثه دوم ۲۵ سال بعد رخ نمود، هنگامی که پل کوهن^۴، ریاضی‌دان جوان دانشگاه استنفورد^۵، در ۱۹۶۳ نشان داد که این فرضیه با اصل‌های موضوع نظریه مجموعه‌ها اثبات‌ناپذیر است. بنابراین «وضع فرض پیوستار تعمیم‌یافته در نظریه مجموعه‌ها، همانند اصل توازی اقلیدس (اصل پنجم) در هندسه است؛ می‌توانیم آن را بپذیریم یا رد کنیم و در هر حالت یک تئوری سازگار ریاضی به دست آوریم» (لین ولین، ۱۳۸۶، ص ۱۵۰).

1- Continuum Hypothesis

۲- برای اطلاع بیشتر بنگرید به: لین ولین، ۱۳۸۶، ص ۱۴۹

3- Kurt Gödel

۴- تأکید از ناقل.

5- Paul Cohen

6- Stanford

از میان دو رخداد یادشده، تنها رخداد نخست با جستار کنونی پیوند دارد؛ از این رو، رخداد دوم را به کناری می‌نهیم و اندکی درباره رخداد نخست و پدیدآورنده آن سخن می‌گوییم.

گودل و «امکان» فرضیه پیوستار

کورت گودل به سال ۱۹۰۶ در شهر برنو^۱ واقع در استان موراویا^۲ که اکنون در جمهوری چک است^۳ از پدر و مادری آلمانی‌تبار زاده شد. پس از آن که دوران مدرسه را در زادگاهش گذراند، به سال ۱۹۲۴ دانشجوی فیزیک نظری در دانشگاه وین شد. دلبستگی‌اش به «دقت» او را از فیزیک به ریاضیات و منطق ریاضی کشاند، به گونه‌ای که در ۱۹۲۶ به ریاضیات تغییر رشته داد و همزمان به عضویت حلقه وین درآمد^۴. در ۱۹۲۹ دانشگاه را به پایان رساند و در ۱۹۳۰ در کونیگسبرگ، که میزبان همایشی درباره مبانی ریاضیات بود، کشف پرآوازه خود را که به قضیه‌های ناتمامیت معروف است، اعلام کرد و مهم‌ترین رخداد تاریخ منطق سده بیستم را رقم زد. درخشش گودل در کونیگسبرگ راه او را برای تدریس در دانشگاه وین هموار کرد و در ۱۹۳۳ مدرس این دانشگاه شد. در ۱۹۴۰ به آمریکا مهاجرت کرد و در بنیاد مطالعات پیشرفته واقع در پرینستون همکار و دوست آلبرت اینشتین گردید. گودل در واپسین سال‌های زندگی‌اش دچار بیماری پارانوئیا^۵ شد و چون پیوسته گمان می‌کرد که غذایش زهرآلود است، چندان گرسنگی کشید که در ژانویه ۱۹۷۸ از پای درآمد (هیئتیکا، ۱۳۸۸، ص ۹-۱۲).

بی‌شک شاهکار گودل اثبات قضیه‌های اول و دوم ناتمامیت است؛ ولی ما در این جستار با یکی دیگر از دستاوردهای مهم او سر و کار داریم. او در نیم‌سال پاییزی ۱۹۳۸-۱۹۳۹ در بنیاد مطالعات پیشرفته درس گفتارهایی را ارائه کرد که در ۱۹۴۰ با نام *سازگاری اصل موضوع انتخاب و فرضیه*

1- Brno

2- Moravia

۳- موراویا در زمان گودل بخشی از پادشاهی دوگانه اتریش - مجارستان (Austria-Hungary) بوده که از سال ۱۸۶۷ تا ۱۹۱۸ در اروپای مرکزی سیطره داشته است. این کشور از اتحاد امپراتوری اتریش و پادشاهی مجارستان به وجود آمد.

۴- با وجود این، گودل هیچ‌گاه خود را یک پوزیتیویست نمی‌دانست.

۵- بیماری‌ای روانی که مبتلای آن بدگمانی شدیدی می‌یابد.

ع- قضیه نخست ناتمامیت نشان می‌دهد که هر دستگاه اصل موضوعی حساب ناتمام است، یعنی در بردارنده مجموعه تام و کاملی از اصل‌های موضوع نیست؛ زیرا همواره جمله‌ای مانند G وجود دارد که نه G و نه $\sim G$ هیچ یک بر پایه آن اصل‌های موضوع اثبات‌پذیر نیست. این قضیه منطق‌گروی راسل و وایتهد را به کلی بازایستاند. قضیه دوم ناتمامیت که در واقع فرع قضیه نخست است نشان می‌دهد که سازگاری یک دستگاه اصل موضوعی حساب را نمی‌توان در خود آن دستگاه اثبات کرد. این قضیه نیز برنامه هیلبرت را با دست‌اندرهایی دشوار روبه‌رو کرد. برای آگاهی بیش‌تر بنگرید به: استراول، ص ۱۹-۲۶ و هیئتیکا.

تعمیم یافته پیوستار با اصول موضوع نظریه مجموعه‌ها انتشار یافت. چنان که در پیش‌گفتار این اثر آمده است، «در این درس‌گفتارها ثابت خواهد شد که اصل موضوع انتخاب و فرضیه تعمیم‌یافته پیوستار (یعنی این گزاره که برای هر α ، $\aleph_{\alpha+1} = 2^{\aleph_\alpha}$) با دیگر اصول موضوع نظریه مجموعه‌ها سازگارند، اگر این اصول موضوع [خودشان] سازگار باشند (Gödel, 1940, P.1). به دیگر سخن، چنان که هینتیکا می‌گوید: «او موفق به اثبات درستی فرضیه پیوستار عام نشد اما قادر به انجام بهترین کار ممکن پس از آن، یعنی [اثبات] امکان^۱ آن... بود» (هینتیکا، ۱۳۸۱، ص ۱۴).

اکنون شایسته است بپرسیم که گودل «امکان» فرضیه تعمیم‌یافته پیوستار را چگونه اثبات کرد؟ او خود چنین پاسخی می‌دهد: «آن‌چه ما اثبات خواهیم کرد این است که اگر از اصل موضوع انتخاب و فرضیه تعمیم‌یافته پیوستار تناقضی در Σ استنتاج شود، می‌توان آن را به تناقضی برآمده از اصول موضوع Σ تبدیل کرد» (Gödel, 1940, p.2). ولی فرض این است که اصول موضوع Σ سازگارند و تناقضی از آن‌ها بر نمی‌آید؛ و با این فرض، از افزودن فرضیه تعمیم‌یافته پیوستار به اصول موضوع Σ باز هم تناقضی بر نخواهد آمد. «به عبارت دیگر، فرض پیوستار تعمیم‌یافته نسبت به اصول موضوع نظریه مجموعه‌ها سازگار است» (لین و لین، ۱۳۸۶، ص ۱۵۰).

بنابراین، گودل «امکان فرضیه تعمیم‌یافته پیوستار» را از رهگذر «اقامه برهان بر عدم امتناع آن» اثبات می‌کند. به دیگر سخن، گودل اثبات می‌کند که فرضیه پیوستار، چون به تناقض نمی‌انجامد، صدقش ممتنع نیست و «عدم امتناع صدق» همان «امکان عام صدق» است. اکنون زمینه برای مطالعه‌ای تطبیقی آماده است.

کسانی که افزون بر کارهای گودل با نوشته‌های ابن‌سینا، به‌ویژه *الإشارات و التنبیهات*، آشنایی دارند، ممکن است که در میان سخنان او جمله‌ای مشهور را دیده باشند یا ببینند که به‌ظاهر با کار گودل سر‌ناسازگاری دارد و آن را بیهوده می‌شمارد. پرسش این جستار این است که آیا کار گودل و سخن ابن‌سینا به‌راستی ناسازگارند؟ آیا راهی برای هماهنگ‌ساختن آن دو وجود ندارد؟ نخست ببینیم که ابن‌سینا چه می‌گوید.

ابن سینا و راه اثبات «امکان»

ابن‌سینا در بند قبل از آخر اشارات سخنی می‌گوید که از جهات گوناگون سزاوار درنگ است. وی

۱- تأکید از ناقل.

در این بند به خواننده چنین «اندرز» می‌دهد که: مبادا زیرکی و دوری جستنت از عوام این باشد که منکرانه با هر چیزی به ستیز برخیزی، که این سبک‌خردی و ناتوانی است. و ناروایی تکذیب تو نسبت به چیزی که هنوز حقیقتش برایت آشکار نشده، کم‌تر نیست از ناروایی تصدیق تو نسبت به چیزی که دلیل روشنش به دست داده نشده است. بل که بر تو باد چنگ‌زدن به ریسمان توقف - حتی اگر زشت‌شمردن آن چه به گوشت می‌رسد، تو را بیازارد - تا هنگامی که استحاله آن برای تو برهانی نشده است. «پس درست این است که چنین اموری را در سرزمین امکان رها سازی تا هنگامی که برهان آورنده‌ای تو را از آن جدا نساخته است.^۱ و بدان که در طبیعت چیزهایی هست شگفت، و قوای عالی فعال با قوای سافل منفعل اجتماعی دارند بر چیزهایی شگرف» (ابن‌سینا، ۱۳۸۳، ص ۴۱۸).

مقصود ابن‌سینا را در این بند می‌توان چنین خلاصه کرد: تا هنگامی که بر صدق گزاره‌ای - هر چند شایع و مشهور - برهان نداریم، پذیرش آن، و تا زمانی که بر کذب گزاره‌ای - هر چند شگفت و نامأنوس - دلیل نداریم انکار آن روا نیست. سخن بوعلی از منظر منطق، شناخت‌شناسی، و اخلاق باور^۲ بسی سزاوار درنگ و بررسی است. ولی در این جا بر آنیم که تنها یک جمله از این عبارت را با دید منطقی بررسی کنیم؛ جمله‌ای که در متن متمایز شده است. این جمله بدان معنا است که «عدم برهان بر امتناع» مستلزم «امکان» است. اما «امکان» معنای گوناگونی دارد. / ابن‌سینا در *الإشارات* چهار معنا برای آن برمی‌شمرد:

۱- امکان عام، که به معنای سلب امتناع از رابط، و ملازم با سلب ضرورت از نقیض رابط است. مثلاً «الف ب است به‌امکان عام»؛ یعنی ممتنع نیست که الف ب باشد، یا ضروری نیست که الف ب نباشد.

۱- تأکید از ناقل

۲- اصطلاح «اخلاق باور» (The Ethics of Belief) به ویلیام کینگدن کلیفورد (William Kingdon Clifford) (۱۸۴۵-۱۸۷۹) بازمی‌گردد. او مقاله‌ای دارد با همین نام که در آن، ارتباط دلیل و باور را چنین بیان می‌دارد: «همیشه، هر جا، و برای هر کسی خطاست که بر پایه‌ی دلیل ناکافی به چیزی باور داشته باشد» (روشن است که آن «چیزی» می‌تواند سلبی باشد یا ایجابی). از نظر کلیفورد، همه ما/خلاقاً مکلفیم که شواهد و دلایل هر چیزی را به‌دقت بررسی کنیم و در صورت عدم کفایت آن‌ها از باور به آن خودداری کنیم. هر اندازه هم که یک باور پیش‌پاافتاده و بی‌اهمیت باشد، باز این تکلیف/خلاقی باید گزارده شود، چون زیر پا گذاشتن آن می‌تواند «نقش خود را برای همیشه بر منش ما جا بگذارد». دیدگاه کلیفورد در مقاله معروف ویلیام جیمز (William James)، به نام «اراده معطوف به باور» ("The Will to Believe") نقد شده است (Audi, 1999, P. 146).

۲- امکان خاص، که به معنای سلب ضرورت هم از رابط و هم از نقیض رابط است؛ مثلاً «الف ب است به امکان خاص» یعنی نه ضروری است که الف ب باشد و نه ضروری است که الف ب نباشد. بنابراین امکان خاص مرکب از دو امکان عام است.

۳- امکان اخص، که به معنای سلب ضرورت‌های ذاتی، وصفی، و وقتی است؛ ولی ضرورت به شرط محمول را نفی نمی‌کند؛ مانند «انسان نویسنده است به امکان اخص» که یعنی انسان نه بر پایه ذاتش، نه به خاطر وصفی از اوصافش، و نه در زمانی، ضروری نیست که نویسنده باشد.

۴- امکان استقبالی، که به معنای سلب همه ضرورت‌ها حتی ضرورت به شرط محمول است؛ زیرا این امکان ویژه امور آینده است و امور آینده تحقق نیافته‌اند که ضرورت به شرط محمول داشته باشند (ابن سینا، ۱۳۸۳، ج ۱، ص ۱۵۱-۱۵۷).

ملاصدرا پس از آن که همین چهار معنا را برمی‌شمرد و شرح می‌دهد، معنای پنجمی را هم به این فهرست می‌افزاید:

۵- امکان استعدادی، که به معنای آمادگی ماده برای پذیرش صورت‌ها و عرض‌هاست. او تأکید می‌کند که امکان به این معنا، نه یک مفهوم منطقی بلکه یک صفت هستی‌شناختی است (شیرازی، ۱۴۳۳، ج ۱، ص ۱۶۲-۱۶۶).

علامه طباطبایی پس از ذکر این پنج معنا، دو معنای دیگر نیز برای امکان برمی‌شمرد:

۶- امکان وقوعی، که به معنای لازم نیامدن محال از فرض وقوع شیء است.

۷- امکان فقری، که عبارت است از وابستگی وجودی معلول به علت (طباطبایی، ۱۴۲۴، ص ۶۲).

بنابراین تا این جا می‌توان گفت که امکان دست کم هفت معنا دارد. از این رو، شایسته است بپرسیم که ابن سینا کدام امکان را منظور داشته است. به ظاهر، او در عبارت یادشده از امکانی سخن می‌گوید که در برابر امتناع است، و چنین امکانی همان «امکان عام» است. پس، ظاهر سخن او نشان‌گر این است که عدم برهان بر امتناع چیزی مستلزم امکان عام آن است. در این صورت، سخن بوعلی در رویارویی آشکار با کار گودل قرار می‌گیرد. چه، گودل با تلاشی ذهن‌فرسا بر عدم امتناع فرضیه پیوستار برهان آورده و از این رهگذر امکان عام آن را به اثبات رسانده است. بر پایه سخن ابن سینا، چنین تلاشی بیهوده است؛ چون همین که بر امتناع فرضیه پیوستار برهانی نیست، برای پذیرش امکان عام آن بسنده است. به دیگر سخن، در حالی که گودل «امکان عام» فرضیه پیوستار را از رهگذر «برهان بر عدم امتناع» آن ثابت کرده است، بوعلی می‌گوید که «عدم برهان بر امتناع» برای اثبات «امکان عام» بسنده است. در این میانه حق با کیست؟

داوری میان گودل و ابن سینا

روشن است که «عدم برهان بر امتناع P» نمی‌تواند مستلزم «عدم امتناع، یعنی امکان عام P» باشد؛ زیرا هنگامی که بر امتناع P برهان نداریم، ممکن است که P به‌راستی ممتنع باشد، ولی ما به امتناع آن شناخت نداشته باشیم. آنچه مستلزم «امکان عام P» است، «برهان بر عدم امتناع آن» است؛ زیرا تنها هنگامی که ما عدم امتناع P را با برهان بدانیم، می‌توانیم بگوییم که P ممکن عام است؛ چراکه معنای امکان عام P، چنان که خود بوعلی می‌گوید: چیزی جز سلب امتناع آن نیست؛ بنابراین، در پاسخ به پرسش پیشین باید گفت که حق با گودل است.

توجیه سخن ابن سینا: امکان به معنای احتمال

با این همه، به نظر می‌رسد که برپایه نکته‌ای که فخر رازی در شرح *الإشارات* بدان اشاره می‌کند، می‌توان سخن ابن سینا را به‌گونه‌ای تفسیر کرد که با کار گودل سازگار افتد. فخر رازی در توضیح سخن بوعلی جمله زیر را برمی‌نگارد: «انسان حقیقت‌جو اگر برهانی در نفی یا اثبات برایش نمودار شد، بدان می‌گراید، وگرنه در آن بازمی‌ایستد و آن را در سرزمین امکان و احتمال و عدم جزم، نه به صحت و نه به امتناعش، رها می‌سازد» (رازی، ۱۳۸۴، ج ۲، ص ۶۶۵).

رازی در این جمله «عدم جزم» را بر «احتمال»، و «احتمال» را بر «امکان» عطف می‌کند. اگر این عطف‌ها را تفسیری بگیریم، وی می‌خواهد بگوید که در این جا منظور بوعلی از «امکان» احتمال، به معنای عدم جزم است. در امکانی که به معنای احتمال نیست جزم وجود دارد ولی در امکانی که به معنای احتمال است هیچ جزمی وجود ندارد. برای نمونه، هنگامی که می‌گوییم «الف ب است، به امکان عام» جزم داریم که ثبوت ب برای الف ممتنع نیست؛ ولی هنگامی که می‌گوییم «الف ب است، به احتمال» هیچ جزمی نداریم، نه به امتناع ثبوت ب برای الف و نه به عدم امتناع آن. بنابراین، اگرچه امکان عام ناقض امتناع است، احتمال نافی آن نیست. پس بوعلی می‌گوید که «عدم برهان بر امتناع» مستلزم «احتمال» است که آغوشش هم به روی امتناع و هم به روی عدم امتناع باز است. آن‌گاه اگر «برهان بر عدم امتناع» پیدا شد، به «امکان عام» حکم می‌کنیم و اگر «برهان بر امتناع» یافت شد، به «امتناع» حکم می‌کنیم.

اکنون باید ببینیم که آیا این برداشت با سخنان خود ابن سینا سازگار است. بوعلی خود در *الشفاء* از

سه احتمال در باب تفاوت معنای «امکان» و «احتمال» سخن می‌گوید: «به نظر می‌رسد که منظور از «محتمل» آن چیزی باشد که نزد ما چنین است ولی «ممکن» آن چیزی است که در نفس الامر چنین است و به نظر می‌رسد که معنای دیگری هم از آن منظور باشد و آن این که «محتمل» چیزی است که به حالت آینده‌اش نگریسته می‌شود و اکنون معدوم است؛ ولی «ممکن» چیزی است که در وجود یا عدم دوام ندارد، خواه موجود باشد یا نباشد. و گروهی گفته‌اند که منظور از «ممکن» ممکن عام است و منظور از «محتمل» ممکن خاص است؛ ولی سخن ایشان در الفاظ وی [یعنی ارسطو] استمرار ندارد. و به نظر می‌رسد که میان «ممکن» و «محتمل» فرق دیگری هم باشد که اکنون نسبت به آن حضور ذهن ندارم و نیاز زیادی هم به پی‌جویی و کاوش آن نیست» (ابن سینا، ۱۴۰۵هـ ص ۱۱۴).

۱- امکان امری عینی، آفاقی، و اُبژکتیو است؛ در حالی که احتمال امری ذهنی، انفسی، و سوژکتیو است.

۲- امکان بیانگر ناپایداری وضع جاری یک چیز است، خواه آن چیز در وضع جاری‌اش موجود باشد یا معدوم؛ اما احتمال بیانگر چشمداشت و توقع نسبت به وضع آینده چیزی است که اکنون موجود نیست.

۳- امکان بطور ویژه به معنای امکان عام است و احتمال به معنای امکان خاص. درباره تمایز سوم باید گفت که ارسطو در *ارگانون*: در *پیرامون گزارش* (21^a35) دو اصطلاح به کار می‌برد: یکی *δυνατόν* و دیگری *ενδεχόμενον*.^۲ حنین بن اسحاق در کتاب *العباره* اولی را به «ممکن» و دومی را به «محتمل» ترجمه کرده است (ابن اسحاق، ۱۹۸۰، ص ۱۲۲). از سوی دیگر، می‌دانیم که اولی به معنای «ممکن به امکان عام»^۳ و دومی به معنای «ممکن به امکان خاص»^۴ است. بنابراین گزارش *ابن سینا* درست است. افزون بر این داوری ابن سینا که می‌گوید این تمایز در الفاظ ارسطو استمرار ندارد نیز درست است، زیرا ارسطو همیشه و همه‌جا این تمایز را رعایت نمی‌کند.^۵ افزون بر این، نکته دیگری که از این‌جا معلوم می‌شود این است که در نخستین ترجمه‌ها

1- dunatón

2- endekhómenon

3- possible

4- contingent

۵- برای اطلاع بیشتر بنگرید به: *ادیب سلطانی*، ۱۳۷۸، ص ۱۵۱-۱۵۲

«احتمال» به یکی از معانی امکان به کار رفته، بنابراین شگفت نیست که در آثار بعدی، از جمله در آثار ابن سینا، «امکان» به یکی از معانی احتمال به کار رود.

باری، اگر در عبارت /بن سینا منظور از «امکان» احتمال باشد، باید پرسید: کدام احتمال؟ قطعاً معنای سوم منتفی است؛ زیرا در این صورت /بن سینا باید بگوید که عدم برهان بر امتناع P مستلزم امکان خاص P است؛ اما امکان خاص، چنان که گفتیم مرکب از دو امکان عام است: امکان عام P و امکان عام $\sim P$ ؛ و همان گونه که بیان شد، عدم برهان بر امتناع P حتی نمی تواند مستلزم امکان عام P به تنهایی باشد، چه رسد به این که مستلزم امکان عام $\sim P$ هم باشد.

بنابراین، مراد ابن سینا از «امکان» یا احتمال به معنای نخست است یا احتمال به معنای دوم. اما این دو معنا با هم جمع پذیرند؛ زیرا «چشم داشت و توقع» که در معنای دوم آمده گونه ای از «امر ذهنی، انفسی، و سوپرکتیو» است که در معنای نخست ذکر شده است. بدین سان، هنگامی که ابن سینا می گوید عدم برهان بر امتناع P مستلزم امکان P است، می توان آن را چنین فهمید که مستلزم احتمال P است، به این معنا که در ذهن فاعل شناسا این چشم داشت غیر جزمی را پدید می آورد که P صادق باشد یا در آینده ثابت شود که صادق است.

متکلمان و اثبات «امکان» بازگشت معدوم

در این جا شایان یادآوری است که بدفهمی سخن ابن سینا در تاریخ اندیشه اسلامی سبب شده است که برخی از متکلمان به کژراهه هایی شگفت درغلتنند. میرداماد روایت می کند که پاره ای از متکلمان بر پایه سخن بوعلی گفته اند که چون برهانی بر امتناع بازگرداندن [= اعاده] معدوم نیست پس /امکان آن ثابت است: «از مردمان یکی به تقلید خو کرده و با پژوهش در حقایق و تلاش در دانش های عقلی همدم نشده و شنیده است که حکیمان گرامی و فیلسوفان بزرگوار می گویند که از چیزهای شگرف گیتی هرچه به گوش ات خورد، تا هنگامی که برهان آورنده ای از آن جدایت نساخته، در سرزمین امکان رهایش کن. [...] و چون غریزه او را راهی به سوی [...] امتناع بازگشت عین معدوم نبوده است، به این گمان چنگ درافکنده است، گمانی که سست ترین چیزی است که عنکبوت وهم چو نان برهانی بر امکان آن می بافتد» (میرداماد، ۱۳۸۵، ج ۲، ص ۹۸).

میرداماد در رد دیدگاه این متکلم چند نکته را یادآوری می کند که از آن میان یکی با جستار ما در پیوند است: «آن چه شریکان پیشین ما^۱ در این دانش گفته اند معنایش این است که آنچه نه برهانی

۱- یعنی ابن سینا.

بر وجوبش هست و نه برهانی بر امتناعش سزاوار انکار نیست؛ بلکه در سرزمین امکان عقلی که بازگشتش [به] احتمال در نگاه نخست است، رها می‌شود» (میرداماد، ۱۳۸۵، ج ۲، ص ۹۸).

همین سخنان را ملاحظه را (با واژگانی بسیار نزدیک به میرداماد) تکرار کرده (شیرازی، ۱۳۲۳ هـ ج ۱، ص ۳۴۹-۳۴۸)، لاهیجی بازگفته (لاهیجی، ۱۴۲۵ هـ ج ۱، ص ۵۱۹-۵۲۰)، و سبزواری به نظم کشیده است:

و امتناعها لأمر لازم و معنی «الإمكان» خلاف الجازم
فی مثل «ذر فی بقعه الإمكان ما لم یذده قائم البرهان»

یعنی، امتناع اعاده معدوم به‌خاطر امری است که لازم هویت شیء است؛^۱ و در سخنی مانند این که «آن چه را که از سوی برهان آورنده‌ای ابطال نشده، در سرزمین امکان رها کن» معنای «امکان» عدم جزم است (سبزواری، ۱۳۷۹، ج ۲، ص ۱۹۴؛ قس: مطهری، ۱۳۸۴، ج ۱، ص ۵۳۱-۵۳۳).

نتیجه‌گیری

از بحث‌هایی که کردیم نکته‌های زیر دانسته شد:

- ۱- واژه «امکان» نزد فیلسوفان اسلامی دست‌کم هشت معنا دارد: امکان عام، امکان خاص، امکان اخص، امکان استقبالی، امکان استعدادی، امکان وقوعی، امکان فقری، و احتمال.
- ۲- واژه «احتمال» نیز برپایه آن چه ابن‌سینا می‌گوید، دست‌کم سه معنا دارد: الف - حالت عدم جزم (بی‌باوری، و نه ناباوری) فاعل شناسا نسبت به هر دو سوی سلب و ایجاب یک گزاره، که حالتی ذهنی، انفسی، و سوژکتیو است؛ ب - چشم‌داشت و توقع فاعل شناسا نسبت وضع آینده چیزی که اکنون موجود نیست، و از جمله چشم‌داشت نسبت به اثبات صدق گزاره‌ای که اکنون صدقش معلوم نیست؛ ج. امکان خاص.
- ۳- معنای اول و دوم احتمال هم‌پوشانی دارند و از این‌رو با هم جمع‌پذیرند: معنای اول اعم است از معنای دوم.
- ۴- ابن‌سینا در بند ما قبل آخر اشارات می‌گوید که عدم برهان بر امتناع گزاره‌ای مستلزم امکان آن است. این در حالی است که گودل بر امکان فرضیه پیوستار کانتور برهان می‌آورد. اکنون سخن

۱- این در پاسخ به اشکالی است که می‌گوید: امتناع اعاده معدوم یا به‌خاطر ماهیت معدوم است، یا به‌خاطر لازم آن ماهیت است، یا به‌خاطر عرض مفارق آن؛ در فرض اول و دوم آن ماهیت نمی‌بایست از آغاز به‌وجود می‌آمد، و در فرض دوم با زوال عرض مفارق امتناع اعاده هم زائل می‌شود. حکیم سبزواری می‌گوید: امتناع اعاده به‌خاطر هیچ یک از این سه امر نیست، بلکه به‌خاطر لازم هویت شیء است.

ابن سینا نادرست است یا کار گودل بیهوده؟ پاسخ این جستار، برپایه نکته‌های بالا، گزینه سوم است. «امکان» در سخن ابن سینا به معنای احتمال است؛ احتمال به معنای بی‌باوریِ فاعل شناسا نسبت به هر دو سوی گزاره که می‌تواند با امید و چشمداشت به اثبات یکی از آن دو در آینده همراه باشد. این «امکان» صفتی ذهنی، حالتی انفسی، و امری سوپژکتیو است. برای «امکان» به این معنا عدم برهان بر امتناع کافی است؛ اما «امکان» در کار گودل به معنای امکان عام است؛ صفتی عینی، حالتی آفاقی، و امری اُبژکتیو است. برای «امکان» به این معنا عدم برهان بر امتناع کافی نیست؛ بلکه به برهان بر عدم امتناع نیاز است. بنابراین، نه سخن ابن سینا نادرست است و نه کار گودل بیهوده. ابن سینا می‌گوید که در صورت عدم برهان بر امتناع باید هم امکان عام و هم امتناع آن را احتمال داد، تا این که برهانی بر یکی از این دو سو یافت شود. گودل با آوردن برهان بر عدم امتناع فرضیه پیوستار، امکان عام آن را ثابت می‌کند.

۵- بدفهمی سخن ابن سینا برخی از متکلمان را بر آن داشته تا بگویند که بازگشت معدوم، ممکن است؛ چون برهانی بر امتناع آن اقامه نشده است. میرداماد، ملاصدرا، و لاهیجی در مقام نقد این استدلال بر همین نکته تأکید کرده‌اند که عدم برهان بر امتناع مستلزم امکان به معنای احتمال است، نه امکانی که یک معقول ثانی فلسفی است.

منابع و مأخذ

- ابن سینا، حسین بن عبدالله (۱۳۸۳)، *الإشارات والتنبيهات*، مع الشرح لنصيرالدين الطوسي و شرح الشرح لقطب‌الدين الرازی، ۳ جلدی، قم، نشر البلاغه
- _____ (۱۴۰۵هـ)، *الشفاء المنطق: ۳- العبارة*، تصدير و مراجعه الدكتور ابراهيم مذكور، بتحقيق محمود الخضيری، قم، منشورات مكتبه آيه الله العظمى المرعشى النجفی
- ابن اسحاق، حنين (۱۹۸۰م)، *كتاب العبارة*، در *منطق أرسطو*، الجزء الأول، حقه و قدم له الدكتور عبدالرحمن البدوي، و كاله المطبوعات، الكويت، بيروت، دار القلم
- اديب سلطانی، مير شمس‌الدين (۱۳۷۸)، *منطق ارسطو (أركانون)*، تهران، مؤسسه انتشارات نگاه
- استراول، أورام (۱۳۸۷)، *فلسفه تحلیلی در قرن بیستم*، ترجمه فریدون فاطمی، تهران، نشر مرکز
- بیرشک، احمد (۱۳۵۳)، «*تئوری مجموعه‌ها و آفریدگار آن: گئورگ کانتور و تئوری مجموعه‌ها*»، ماهنامه آموزش و پرورش، شماره ۸۲
- خادم‌زاده، وحید، و محمد سعیدی‌مهر (۱۳۸۸)، «*بررسی برهان‌های ریاضیاتی ابطال تسلسل بر اساس نظریه مجموعه‌ها*»، فلسفه و کلام اسلامی، دفتر ۱
- رازی، فخرالدين (۱۳۸۴)، *شرح الإشارات والتنبيهات*، ۲ جلدی، تهران، انجمن آثار و مفاخر فرهنگی
- سبزواری، هادی (۱۳۷۹)، *شرح المنظومه*، تصحيح و تعليق حسن حسن‌زاده آملی، تهران، نشر ناب
- شیرازی، صدرالدين (۱۴۲۳هـ)، *الحکمه المتعالیه فی الأسفار العقلیه الأربعة*، ۹ جلدی، بيروت، دار إحياء التراث العربی
- طباطبایی، سید محمد حسین (۱۴۲۴ق) *نهایه الحکمه*، صححه و علق عليه عباس علی الزارعی السبزواری، مؤسسه النشر الإسلامی، قم
- گودل، کورت (۱۳۸۲)، *مسئله پیوستار کانتور چیست؟*، در: موحد، ضیاء (نویسنده و مترجم)، *از ارسطو تا گودل*، تهران، هرمس

- لاهیجی، عبدالرزاق (۱۴۲۵هـ)، *سوارق الإلهام فی شرح تجرید الکلام*، الجزء الأول، تحقیق الشیخ أكبر أسدعلی زاد، قم، مؤسسه الإمام الصادق 7
- لین، شووینگ تی، و یوفنگ لین (۱۳۸۶)، *نظریه مجموعه‌ها و کاربردهای آن*، ترجمه عمید رسولیان، تهران، مرکز نشر دانشگاهی
- میرداماد، محمد باقر (۱۳۸۵) *مصنفات میرداماد*، ۲جلدی، به اهتمام عبدالله نورانی، تهران، انجمن آثار و مفاخر فرهنگی
- مطهری، مرتضی (۱۳۸۴)، *مجموعه آثار ۹: جلد پنجم از بخش فلسفه: شرح مبسوط منظومه (۱)*، تهران، انتشارات صدرا
- هینتیکا، یاکو (۱۳۸۸)، *درباره گودل*، ترجمه ساجد طیبی، مؤسسه انتشاراتی روزنامه ایران، تهران

منابع لاتین

- Audi, R. (1999), *The Cambridge Dictionary of Philosophy*, Cambridge University Press, Cambridge
- Dauben, J. W. (1979), *Georg Cantor, His Mathematics and the Philosophy of the Infinite*, Princeton University Press, Princeton, New Jersey
- Gödel, K. (1940), *The Consistency of the Axiom of Choice and of the Generalized Continuum Hypothesis With the Axioms of Set Theory*, Princeton University Press, Princeton, New Jersey
- Hilbert, D. (1900), 'Mathematical Problems', *Bulletin (New Series) of the American Mathematical Society*, Volume 37, Number 4, pp. 407-436
- Rodych, V. (2007), 'Wittgenstein's Philosophy of Mathematics', in E. N. Zalta (Ed.) *The Stanford Encyclopedia of Philosophy* (Internet Version)