معرفت فلسفی سال دهم، شماره دوم، زمستان ۱۳۹۱ـ ۱۲۱ـ۱۳۵

الگوریتمی در معرفت و بصیرت ریاضی

صادق رحیمی‌شعرباف*

چکیده

چون مطالعهٔ ریاضیات، دستگاه ذهنی را توسعه می‌دهد و به‌کار می‌اندازد، می‌توان ادعا کرد که درک عمیق مفاهیم ریاضی می‌تواند در حقیقت‌یابی و درست‌فهمی پدیده‌ها مؤثر باشد؛ یعنی درک ریاضی می‌تواند کمک کند که فرد، کارهایش را از روی دانایی و بینایی بهتری انجام دهد. به عبارت دیگر فرد می‌تواند به توانایی در استنتاج حقایق با استفاده از مفاهیم ریاضی نایل شود. در این مقاله نخست جایگاه معرفتیِ ریاضی، با استناد به اقوال افلاطون و دکارت بیان و سپس نوعی از معرفت ریاضی که حاصل درک عمیق مفاهیم ریاضی است، به‌منزلهٔ معرفت و بصیرت ریاضی معرفی می‌شود؛ سپس ضمن تعیین حوزهٔ این نوع معرفت، با استفاده از مفهوم واژهٔ الگوریتم، چگونگی مراحل دستیابی به آن، کانون بحث قرار می‌گیرد. همچنین دربارهٔ جنبهٔ معرفتی مفهوم تابع و ساختار گراف در نظریهٔ گراف‌ها، مصادیقی ارائه می‌شود.

کلیدواژه‌ها: معرفت‌شناسی ریاضی، معرفت و بصیرت ریاضی، مفهوم تابع، الگوریتم، مدل ریاضی گراف.

---

* استادیار دانشگاه صنعتی شاهرود. srahimi@shahroodut.ac.ir

دریافت: ۹۰/۱۰/۴ **پذیرش:** ۹۱/۱۰/۵

مقدّمه

طرح بحث معرفت‌شناسی ریاضی به‌صورت یک نظام معرفتی، موضوعی جدی، مفصل و با سابقهٔ نسبتاً طولانی است. در این‌باره عقیدهٔ بسیاری از عالمان قدیم و جدید بر آن است که حوزهٔ فعالیت ریاضیات، حوزه‌ای عقلی و فکری است. دو تن از فیلسوفان صاحب‌نظر و معروف در این قلمرو، *افلاطون* و *دکارت‌*اند که در این مقاله اشارهٔ جزئی به دیدگاه‌های ایشان خواهد شد. نکتهٔ درخور توجه آن است که موضوع بحث این مقاله، طرح و بررسی کلی مسئلهٔ معرفت‌شناسی ریاضی نمی‌باشد، بلکه طرح وجه خاصی از موضوع است که از طریق توجه دقیق و عمیق به مفاهیم ریاضی حاصل می‌آید. نگارنده با ارائهٔ مصادیقی نشان می‌دهد که این وجه از معرفت ریاضی (که معرفت و بصیرت ریاضی نامیده شده است) می‌تواند به نوعی درست‌فهمی و درک بهتر حقیقت بینجامد. در این‌باره نخست جهت تبیین جایگاه معرفتی ریاضی، دیدگاه دو فیلسوف بزرگ، یکی از قدیمی‌ترین فیلسوفان یعنی *افلاطون* (۴۲۷ـ۳۴۷ ق.م) و دیگری از فیلسوفان قرن هفدهم، یعنی *دکارت* (۱۵۹۵ـ۱۶۵۰) مطرح می‌شود. سپس موضوع خاص این مقاله، یعنی معرفت و بصیرت ریاضی مورد بحث قرار می‌گیرد.

۱. معرفت‌شناسی ریاضی افلاطون و دکارت

معرفت‌شناسی یکی از مهم‌ترین مباحث فلسفی است که از آغاز تدوین فلسفه، توجه فیلسوفان به آن معطوف بوده است (انتظام، ۱۳۷۹). در این میان *افلاطون* یکی از برجسته‌ترین شخصیت‌هایی است که معرفت‌شناسی، دغدغهٔ اصلی و اساسی او بوده است. در مورد جایگاه معرفت نزد *افلاطون* چنین بیان شده است که:

> **همهٔ هنرها و دانش‌هایی که با طبیعت سروکار دارند در قلمرو پندار واقع می‌شوند و چون پندار معرفت نیست، در نتیجه همهٔ دانش‌هایی که با طبیعت سروکار دارند مصداق معرفت نخواهند بود؛ و این از آن جهت است که متعلق این دانش‌ها همواره در حال دگرگونی است و هرگز به یک حال نبوده و در آینده نیز نخواهد بود. اگر چنین است پس معرفت را در کدام دانش باید جست‌وجو نمود؟ افلاطون ریاضیات**

را پیشنهاد می‌کند. از نظر افلاطون در ریاضیات خصوصیتی وجود دارد که آن را در مرتبه‌ای بالاتر از سایر دانش‌ها قرار می‌دهد. از نظر او ریاضیات از دانش‌هایی است که انسان را به تفکر وامی‌دارد (همان).

همچنین *انتظام* به نقل از کتاب ***جمهوری*** *افلاطون* می‌نویسد:

چون ریاضیات زنجیر پندار را از پای روح آدمی برمی‌دارد و تفکر را در او برمی‌انگیزد در مرتبه‌ای بالاتر از پندار قرار دارد و نباید آن را نیز پندار بنامیم. ازاین‌رو افلاطون نام دیگری برای آن پیشنهاد می‌کند و آن «شناسایی از راه استدلال» است، تا هم از دانش دیالکتیک که فراتر از ریاضیات است متمایز باشد و هم از پندار که فروتر از آن است. (همان؛ پاپاس، ۱۳۵۳)

همچنین دربارهٔ دیدگاه معرفت‌شناسی *دکارت* چنین بیان شده است که اساس معرفت‌شناسی ریاضی وی مبتنی بر نظم بخشیدن و قاعده‌مند کردن ذهن است. در این‌باره *رزمی* می‌نویسد:

دکارت برای اینکه زیربنای محکمی برای فلسفهٔ خود بگذارد، ابتدا در همهٔ امور شک و تردید کرد، تا آنچه را که از وضوح و تمایز کلی برخوردار نیست از حوزهٔ معرفت خارج کند. دکارت در وهلهٔ اول معرفت ریاضی را یقینی‌ترین معرفت، معرفی کرد و قایل شد که بقیهٔ علوم اگر می‌خواهند به یقینی غیرقابل تردید برسند، باید هم‌پایهٔ ریاضیات شوند (رزمی، ۱۳۸۰، چکیده).

دکارت تنها معرفت دقیق و یقینی را معرفت ریاضی می‌داند. در این‌باره *غفاری* می‌نویسد:

دکارت شدیداً به ریاضیات علاقه‌مند بود و حتی نظام معرفت یقینی را فقط محصول تفکر و اندیشهٔ ریاضی می‌دانست و سایر رشته‌های علوم را فاقد توانمندی برای دستیابی به معرفت به اندازهٔ توانمندی ریاضی می‌شمرد و از این‌رو، تلاش داشت تا روش ریاضی را در تمام رشته‌ها به کار گیرد تا شاید آنها در دستیابی به معارف دقیق توانمند شوند؛ زیرا معتقد بود: نه‌تنها دیگر رشته‌ها قوت دقت ریاضی را ندارند، بلکه تنها معرفت دقیق و یقینی معرفت ریاضی است. به همین منظور، تصمیم گرفت حتی فلسفه را مبتنی بر روش ریاضی بنا نهد تا به تصور خویش آن را

> **بر اصول تردیدناپذیر بنیاد نماید و این بنیاد همان نقطهٔ عطف عصر خردگرایی غربی گردیده است که در میان اندیشمندان به «اصالت ریاضیات دکارت» شهرت یافته است (غفاری، ۱۳۸۳).**

در این‌باره به نظر می‌رسد بعضی از فیلسوفان مانند *دکارت* دارای دیدگاه افراطی‌اند. *فروغی* در این‌باره می‌نویسد:

> **دکارت معتقد است که تنها معرفت، معرفت حاصل از روش ریاضی است. از این‌رو، به سبب همین ویژگی ذاتی روش ریاضی، معتقد به برتری این روش بر روش‌های دیگر گردید؛ بلکه قایل به انحصار روش تحصیل معرفت به روش ریاضی شد. (فروغی، ۱۳۷۵، ص ۱۲۵)**

۲. معرفت و بصیرت ریاضی

آنچه به‌منزلهٔ مقدمهٔ بحث آورده شد در بیان توجه جدی بعضی از فیلسوفان به موضوع معرفت ریاضی بود. گفته شد که موضوع بحث این مقاله، طرح و بررسی کلی مسئلهٔ معرفت‌شناسی ریاضی نیست، بلکه طرح وجه خاصی از این موضوع است که از طریق توجه دقیق و عمیق به مفاهیم ریاضی حاصل می‌گردد که می‌تواند به نوعی درست‌فهمی بینجامد. برای بررسی این موضوع، نخست با توجه به ماهیت و ساختار ریاضی، ادلهٔ امکان ایجاد این معرفت بیان می‌شود. سپس چگونگی دستیابی به معرفت و بصیرت ریاضی، مورد بررسی قرار می‌گیرد و الگوریتمی در این‌باره ارائه می‌شود.

در ریاضیات دو ویژگی خاص وجود دارد که امکان ایجاد معرفت و بصیرت ریاضی را فراهم می‌آورد.

الف) ساختار منطقی و استنتاجی ریاضیات

ویژگی اول، مربوط به ماهیت و ساختار منطقی و استنتاجی ریاضیات است. این ویژگی به گونه‌ای است که سبب تفکر و تمرکز فکر می‌شود. دربارهٔ نقش تفکری ریاضی از دیدگاه *افلاطون*، *انتظام* می‌نویسد:

> **از نظر افلاطون در ریاضیات خصوصیتی وجود دارد که آن را در مرتبه‌ای بالاتر از سایر دانش‌ها قرار می‌دهد. از نظر او ریاضیات از دانش‌هایی است که انسان را بـه تفکر وامی‌دارد (انتظام، ۱۳۷۹).**

همچنین دربارهٔ تمرکز فکر به‌وسیلهٔ ریاضیات در کتاب **جمهوری** از *افلاطون* نقل شده است که «خطاهای حواس باید از راه تمرکز فکر اصلاح شوند و این تمرکز از راه مطالعه ریاضیات میسر خواهد شد.» (پاپاس، ۱۳۵۳)

ب) خاصیت مجرد بودن ریاضیات

ویژگی دوم ریاضیات، خاصیت مجرد بودن آن است. در این‌باره جمیز *استوارت* می‌نویسد:

> **می‌توان گفت که قدرت ریاضیات در مـجرد بـودن آن است. یک مـفهوم ریـاضی مجرد، می‌تواند تعابیر مختلفی در علوم متفاوت داشته باشد. وقـتی خـواص ایـن مفهوم ریاضی را یک‌بار و برای همیشه درک نموده و تبیین نماییم، آنگاه می‌توانیم برگردیم و تمام این نتایج را در کلیهٔ علوم به کار ببریم. این موضوع خیلی کارآمدتر خواهد بود تا اینکه خواص مفاهیم خاص در هر علم را جداگانه پیدا کنیم. بسیاری از کاربرد های مفاهیم ریاضی، به توانایی ما در اسـتنتاج حـقایق از ایـن مـفاهیم بستگی دارد. (استوارت، ۱۳۸۶، ص ۳۶۵)**

بنابراین با توجه به دو ویژگی مهم یادشده درمی‌یابیم که ریاضیات می‌تواند در حقیقت‌یابی و درست‌فهمی پدیده‌ها مؤثر باشد. نگارنده این نوع حقیقت‌یابی و درست‌فـهمی را «مـعرفت و بصیرت ریاضی» می‌نامد. تا این مرحله، طرح مسئله انجام شد. در ادامهٔ بحث سه موضوع مورد بررسی قرار می‌گیرد: ۱. تعیین حوزهٔ معرفتی؛ ۲. بررسی چگونگی ایـجاد مـعرفت و بـصیرت ریاضی؛ ۳. الگوریتم رهگشا در معرفت و بصیرت ریاضی.

الف. تعیین حوزهٔ معرفتی

در این مقاله آن بخشی از معرفت که به وسیلهٔ مفاهیم ریاضی قابل حـصول است، مـعرفت و

بصیرت ریاضی نامیده شده است. طبیعی است که ایجاد چنین فهم و معرفتی صرفاً در همان حوزهٔ مفهومی، آن‌هم دربارهٔ بعضی از مسائل می‌تواند مطرح شود. در همین‌باره عباراتی همانند این عبارت *دکارت* بسیار اغراق‌آمیز به نظر می‌رسد: «تـنها مـعرفت، مـعرفت حـاصل از روش ریاضی است.» (فروغی، ۱۳۷۵، ص ۱۲۵) شاید مراد از این عبارت بیشتر توجه بـه جـایگاه، ماهیت و ساختار ریاضیات باشد، نه شمول معرفتی آن. بنابراین در ایـنجا مـراد از مـعرفت و بصیرت ریاضی، کمک در فهم بهتر بعضی از مفاهیم و قوانین حاکم بر مسائل اجتماعی، تاریخی و فلسفی است، نه منحصر ساختن معارف به آن و جایگزین کردن سایر منابع شناختی و معرفتی با آن. بنابراین این نوع معرفت دربارهٔ بعضی از مسائل شناختی می‌تواند مطرح شود و نه در همهٔ مسائل. برای نمونه ورود در حوزه‌هایی که عقل در آنها ناکارآمد است (مثلاً در حوزهٔ وحی)، از عهدهٔ این نوع معرفت خارج است.

ب. بررسی چگونگی ایجاد معرفت ریاضی

گفته شد که معرفت ریاضی می‌تواند به دلیـل وجـود مـفاهیم دقـیق، سـاختارهای مـنطقی و روش‌های عقلی و استنتاجی در ریاضیات ایجاد شود. نکتهٔ درخور توجه آن است کـه مـراد از معرفت ریاضی در این بحث، نه بیان قوانین علمی در علومی مانند فیزیک، شیمی و مکانیک با استفاده از مفاهیم ریاضی است و نه بیان کاربردهای ریاضیات در آن علوم؛ بلکه بررسی امکان کسب معرفتی است که در خود مفاهیم و ساختارهای ریاضی نهفته است. این معرفت از طریق توجه دقیق و عمیق به مفاهیم ریاضی و همچنین به وسیلهٔ شناخت روابط ریاضی حاکم بـر پدیده‌ها (ارائه‌شده توسط علوم مختلف) حاصل می‌گردد، که گونه‌ای راهـیابی و دسـتیابی بـه حقیقت را امکان‌پذیر می‌سازد. در ادامه دربارهٔ چگونگی ایجاد معرفت ریاضی، الگوریتمی ارائه شده است که مراحل دستیابی به این معرفت را هـموارتـر مـی‌سازد. کـلمهٔ «الگـوریتم» از نـام ریاضی‌دان ایرانی، *ابوجعفر محمدبن موسی خوارزمی* (سال ۸۲۵م) گرفته شده است. این کلمه در علوم کامپیوتر دارای جایگاه ویژه‌ای است. *علیخانزاده* دربارهٔ معنای کلمهٔ الگوریتم می‌نویسد: «الگوریتم به مجموعهٔ محدودی از دستورالعمل‌ها اطلاق می‌گردد که اگر دنبال شوند، حاصل کار

موجب حل مسئلهٔ خاصی می‌گردد.» (علیخانزاده، ۱۳۸۹، ص ۵) البته در این بحث مراحل الگوریتم زیر صرفاً می‌توانند راهگشا باشند و نه لزوماً ایجادکنندهٔ معرفت؛ زیرا دستیابی به معرفت که گونه‌ای خودآگاهی است، نیازمند عوامل پرشمار دیگری است که بیان آن از حوصلهٔ این بحث بیرون است. به عبارت دیگر طرح این بحث بدین معنا نخواهد بود که هر ریاضی‌دانی، صاحب معرفت می‌شود و هر کس ریاضی نمی‌داند، فردی بی‌معرفت است.

ج. الگوریتم راهگشا در معرفت ریاضی

این الگوریتم دربردارندهٔ مراحل و گام‌هایی است:

گام اول فهم محتوای مفهوم ریاضی: بازخوانی مفهوم همراه با توجه به ویژگی‌های خاص مفهوم به منظور پاسخ به این پرسش که این مفهوم چه چیزی را می‌خواهد بیان کند؟ یا این مفهوم چه معنای جدیدی را ایجاد کرده است؟

گام دوم درک روابط حاکم بر اجزای مفهوم: توجه به ساختار، اجزا و روابط بین اجزای مفهوم به منظور پاسخ به این پرسش که این مفهوم چه ساختاری دارد؟

گام سوم درک ارتباط این مفهوم با سایر مفاهیم: به منظور پاسخ به این پرسش که این مفهوم چه ارتباط منطقی‌ای با سایر مفاهیم ریاضی دارد؟

گام چهارم بسط معرفتی مفهوم به سایر مفاهیم: این مفهوم به درک چه مفاهیم و یا چه حقایقی می‌تواند کمک کند؟

گفتنی است که سه گام اول الگوریتم شرط‌های مقدماتی و در عین حال لازم تلقی می‌شوند و تحقق گام چهارم در حقیقت، مرحلهٔ ایجاد معرفت و بصیرت است. در ادامه برای دو مفهوم ریاضی، مصادیقی از نحوهٔ دستیابی به معرفت و بصیرت، ارائه شده است.

۳. جنبهٔ معرفتی مفهوم تابع

تابع یکی از مفاهیم بسیار اساسی و پایه در ریاضیات جدید است. شکل ساده و کلی تابع یک متغیره بدین صورت است: $y=f(x)$

معمولاً ضابطهٔ تابع، نوع وابستگی متغیرها را به یکدیگر نشان می‌دهد. بر حسب نوع تابع (خطی، چندجمله‌ای، نمایی، مثلثاتی و...) وابستگی تغییرات متغیرها (وابسته و مستقل) معین می‌شود. این مسئله، نکتهٔ مهمی است که در تحلیل تابع اهمیت دارد. با فرض اینکه سه مرحلهٔ اول الگوریتم فوق دربارهٔ مفهوم تابع طی شده و مفهوم تابع به‌گونهٔ کامل درک شده است، این فهم عمیق می‌تواند در یافتن پاسخ به این پرسش اصلی مؤثر باشد:

«مفهوم ریاضی تابع، در درک چه حقایقی مؤثر است؟»

از مفهوم تابع می‌توان به این حقایق پی برد:

حقیقت ۱. تابع ریاضی صرفاً قانونی است حاکم بر وابستگی کمیت‌های متغیر، بـه هـم. (کورانت، ۱۳۷۹، ص ۲۹۳ـ۲۹۵)

حقیقت ۲. با دقت‌نظر در مفهوم تابع و توجه دقیق به نحوهٔ رخداد پدیده‌ها می‌توان دریافت که بسیاری از قوانین حاکم بر پدیده‌ها، به صورت تابع عمل می‌کنند. بـرای نـمونه در کـتاب ***ریاضیات چیست*** آمده است:

> **قانون‌های فیزیکی چیزی نیستند مگر حکم‌هایی دربارهٔ نحوهٔ وابستگی برخی از کمیت‌ها به کمیت‌های دیگر که بعضی از اینها مجاز به تغییرند (متغیرهای مستقل). مثلاً فشار جو به ارتفاع و انرژی یک گلوله به جرم و سرعت آن بستگی دارد. کار فیزیک‌دانان آن است که ماهیت دقیق یا تقریبی این وابستگی را تعیین نمایند (همان).**

بنابراین کشف قوانین حاکم بر پدیده‌های فیزیکی دقیقاً مبتنی بر مفهوم تابع است که چگونگی وابستگی متغیرها را به یکدیگر نشان می‌دهد.

همین بحث را می‌توان دربارهٔ سایر موضوعات در علوم مختلف جست‌وجو کرد. البته کشف این قوانین در حوزه‌های تخصصی به عهدهٔ دانشمندان همان حوزه‌ها بـوده و هست. کشـف ایـن قوانین در حوزه‌های علوم مهندسی و تجربی، به ساخت وسایل و ابزار موردنیاز بشر می‌انجامد و در حوزه‌های علوم انسانی و اجتماعی می‌تواند منجر به تصمیمات مدیریتی و هدایتی شود. ما برای روشن کردن منظور خود دربارهٔ نحوهٔ به‌کارگیری مفهوم تابع در کشف قوانین، دو مثال فیزیکی ارائه می‌کنیم؛ ولی مصداق و منظور حقیقی ما بیشتر نشان داد امکان ایجاد معرفت در حوزه‌های

علوم انسانی است؛ یعنی در جهاتی که انسان بیشتر نیازمند آنهاست، ولی کمتر کانون توجه قرار گرفته‌اند؛ زیرا معرفت سطحی بالاتر از دانش است و گونه‌ای راهیابی و دستیابی به حقیقت است.

الف. نقش کاربرد مفهوم تابع در قوانین فیزیکی

مصداق ۱. قانون بویل دربارهٔ گاز موجود در یک محفظه با دمای ثابت، حاصل‌ضرب فشار در حجم مقداری ثابت است ($p.v=c$). با حل این معادله می‌توان هریک از متغیرهای فشار و حجم را به‌صورت تابعی از دیگری به دست آورد. (استوارت، ۱۳۸۹، ص ۳۶۵)

مصداق ۲. قانون میزان انرژی قابل ذخیره در یک خازن بدین صورت است:

$$E=\frac{1}{2}\ c.v^2$$

حقیقت ۳. در استفاده از مفهوم تابع به‌منزلهٔ بیان قانون بین چند متغیر، منظور بیان قانونی که حاکی از رابطهٔ علّی و معلولی باشد، نیست؛ یعنی اینکه وجود یک متغیر علت وجود متغیر دیگر بوده باشد یا خیر، نیست، بلکه تنها بیان نوع وابستگی بین متغیرهاست. (همان)

ب. بحث معرفتی تابع در حوزهٔ علوم انسانی

حقیقت ۴. بسیاری از قوانین حاکم بر پدیدهای اجتماعی به‌صورت تابع‌اند. کشف این قوانین به عهدهٔ دانشمندان و نظریه‌پردازان علوم اجتماعی است. اطلاع ما از این قوانین و توجه مفهومی به نحوهٔ وابستگی متغیرها در هر قانون، می‌تواند در راهیابی و انتخاب مسیر و تصمیمات ما در زندگی مؤثر باشد.

مثال ۱. نوع وابستگیِ میزان تلاش و وصول به اهداف.

تفسیر: رابطهٔ مستقیم وجود دارد؛ یعنی ارتباط دو متغیر به‌صورت خطی و صعودی است؛ یعنی با افزایش تلاش، امکان وصول به هدف بیشتر است.

مثال ۲. تعیین نوع وابستگی بین خدمت صادقانه و محبوبیت مردمی.

تفسیر: رابطهٔ مستقیم وجود دارد؛ یعنی ارتباط دو متغیر به صورت خطی و صعودی است.

مثال ۳. اطلاع از قوانین سود بانکی و چگونگی وابستگی و تأثیرگذاری متغیرهای آن بر هم، می‌تواند در تصمیم‌گیری فرد برای سرمایه‌گذاری مؤثر باشد.

ج. درک گزاره‌های دینی (معرفت زندگی) با کمک مفهوم تابع

حقیقت ۵. هستی قانونمند است و بسیاری از قوانین کلی در حوزه‌های علوم انسانی، سنت‌هایی تغییرناپذیرند که به‌صورت تابع عمل می‌کنند. نوع عملکرد تابع به وسیلهٔ ضابطهٔ تابع مشخص می‌شود؛ یعنی مقدار متغیر وابسته برای هر مقدار از متغیر مستقل، وابسته به ضابطه و قانون تابع است.

حقیقت ۶. معرفت ریاضی می‌تواند کمک مؤثری در درک گزاره‌های دینی داشته باشد؛ یعنی اطلاع از سنت‌های الهی به‌منزلهٔ گزاره‌های کاملاً درست، که از طریق منابع یقینی مانند قرآن مجید (و منابع دیگری مانند احادیث و روایات مستند) به دست می‌آیند. ما می‌توانیم به روش فوق و به طور مشابه از طریق معرفت ریاضی به درک بهتر این حقایق دست یابیم. این امر موجب راهیابی بهتر فرد در زندگی می‌شود. گفتنی است که در حوزه‌هایی مانند مسئلهٔ زندگی پس از مرگ، نحوهٔ پاداش و مجازات و سایر مواردی که از حوزهٔ علم تجربی خارج‌اند، نیز ابزار معرفت ریاضی می‌تواند در درک این مفاهیم کمک مؤثری باشد. بعضی از نمونه‌های ذیل از جملهٔ این مواردند که به‌صورت تابع عمل می‌کنند؛

مثال اول: خداوند در قرآن، رابطهٔ بین کار نیک و پاداش آن کار را به‌صورت ده برابر و مجازات کار بد را به اندازهٔ خود همان کار بیان می‌کند؛ آنجا که می‌فرماید: ﴿مَن جَاء بِالْحَسَنَةِ فَلَهُ عَشْرُ أَمْثَالِهَا وَمَن جَاء بِالسَّيِّئَةِ فَلاَ يُجْزَى إِلاَّ مِثْلَهَا وَهُمْ لاَ يُظْلَمُونَ.﴾ (انعام: ۱۶۰)

در مورد اول، مثلاً ضابطهٔ تابع می‌تواند به‌صورت $f(x)=10x$ و در مورد دوم، به‌صورت $f(x)=x$ تعبیر شود.

تفسیر: در این‌باره ضمن بیان قانونمندی، جنبهٔ رحمانیت و رحیمیت خداوند سبحان و لطف و مرحمت باری‌تعالی به بندگان اعلام می‌شود.

مثال دوم: وجود وابستگی بین پاداش و اعمال حسنه: ﴿هَلْ جَزَاء الْإِحْسَانِ إِلَّا الْإِحْسَانُ﴾ (الرحمن: ۶۰).

تفسیر: در این مورد نیز تأکید بر وجود ارتباط منطقی بین عمل و پاداش دیده می‌شود. در این حالت به طور منطقی بین دو متغیر رابطهٔ مستقیم برقرار است.

در بسیاری از حالت‌های دیگر، ارتباط بین عمل حسنه و پاداش یا به‌صورت خطی و صعودی است و یا با توجه به قراین قرآنی، نوع تابع می‌تواند به‌صورت چندجمله‌ای و یا نمایی باشد؛ یعنی رشد مقدار تابع بسیار بیشتر از رشد مقدار متغیر است. به عبارت دیگر، پاداش اعمال صالح، بسیار بیشتر از خود عمل است؛ به‌گونه‌ای که خداوند آن را اجر عظیم می‌نامد؛ آنجاکه می‌فرماید: ﴿وَعَدَ اللّهُ الَّذِينَ آمَنُواْ وَعَمِلُواْ الصَّالِحَاتِ لَهُم مَّغْفِرَةٌ وَأَجْرٌ عَظِيمٌ.﴾ (مائده: ۹)

مثال سوم: یک تعبیر وسیع‌تر از تابع، در نحوهٔ ارزیابی عملکردهای انسان:

حقیقت ۷. می‌توان با استفاده از مفهوم تابع مرکب، نحوهٔ ارزیابی عملکردهای انسان‌ها را درک کرد. تابع مرکب زیر را در نظر می‌گیریم:

$$g(f_1(x_1,x_2,\dots x_1),\dots,f_1(x_1,x_2,\dots x_1)) = g(g_1,g_2,\dots g_j) = \sum_{\mathrm{KEJ}} \mathrm{h_k}$$

فرض کنیم $1 \le m \le j$,f_mها توابع عملکردهای هر فرد در طول زندگی او در زمینه‌های مختلف باشند. x_jها متغیرهایی هستند که مقادیر خود را از مجموعه دامنهٔ هریک از این توابع اختیار می‌کنند که شامل همهٔ سرمایه‌ها و امکانات (نعمت‌های) اعم از مادی و معنوی است که فرد در طول زندگی در اختیار داشته است. این دامنه‌ها نوعاً برای اعمال مختلف یکسان نیستند. مقدار هریک از این توابع به صورت g_i نمایش داده شده است. همهٔ این مقادیر تحت تابع g در محضر عدل و رأفت الهی ارزیابی و وزن داده می‌شوند. مقدار این تابع می‌تواند به‌منزلهٔ حاصل و نتیجهٔ ارزیابی اعمال فرد تلقی شود. با استفاده از آموزه‌های قرآنی، در این تعبیر، چند نکتهٔ درخور توجه بدین شرح وجود دارد:

۱. x_iها که امکانات دنیایی فرد تلقی می‌شوند، به‌منزلهٔ نعمت‌هایی از سوی خداوندند و فرد موظف در به‌کارگیری آنها برای رشد خود و جامعه است. بنابراین میزان تلاش فرد در به‌کارگیری این نعمت‌ها، اندازهٔ توابع g_i را تعیین می‌کند؛

۲. حاصل اعمال هر فرد که به صورت توابع g_i نمایش داده شده است، از لحاظ اندازهٔ کیفی است و به پارامترهایی مانند نیات، اخلاص و تقوای فرد نیز وابسته است. همچنین همواره چنین نیست که افزایش تعداد متغیرها، یعنی x_i سبب افزایش مقدار تابع شده باشد؛

۳. ماهیت تابع g که در علم خداوند است. بنابراین قضاوت و ارزیابی اعمال انسان‌ها در جهان آخرت تنها از آن خداوند است و ما از کم‌وکیف آن مطلع نیستیم؛

۴. آنچه انسان‌ها در عملکرد خود هزینه می‌کنند متاع دنیایی است که فانی است؛ ولی آنچه به‌منزلهٔ پاداش دریافت می‌کنند متاع آخرتی و باقی است.

۴. معرفت ریاضی در نظریهٔ گراف‌ها

گفته شد که معرفت ریاضی می‌تواند به دلیل وجود مفاهیم دقیق، وجود ساختارهای منطقی و روش‌های عقلی و استنتاجی در ریاضیات ایجاد شود. در ادامه دربارهٔ چگونگی امکان ایجاد معرفت ریاضی توسط ساختار گراف‌ها توضیح می‌دهیم. برای این منظور از مفهوم مدل‌سازی ریاضی استفاده می‌شود. مدل‌سازی، فرایند انتقال از جهان واقعی به جهان مجرد و سپس به‌کارگیری ابزار (یا نظریه) برای پیش‌بینی دربارهٔ حقیقت، تعریف شده است. حال اگر یک مسئله یا یک پدیده از جهان واقعی را به‌منزلهٔ یک سیستم در نظر بگیریم، یک سیستم عبارت خواهد بود از مجموعه‌ای از اجزای مختلف که به یکدیگر وابسته و باهم مرتبط‌اند و برای هدف خاص و یا انجام کاری، طراحی شده است.

الف. مدل ریاضی گراف‌ها

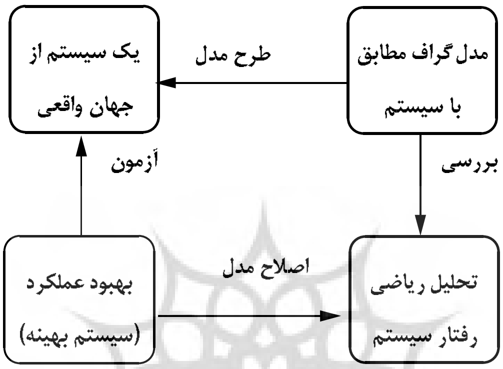
پیش از بیان مدل ریاضی گراف‌ها لازم است که تعریف ریاضی گراف آورده شود.

تعریف گراف: گراف عبارت است از یک ساختار $G = (V,E)$ که V مجموعه‌ای غیرتهی و معمولاً متناهی از عناصری است که آنها را رأس می‌نامند و E مجموعه‌ای متناهی از زوج‌های مرتب (یا نامرتب) از عناصر V هستند که آنها را یال می‌نامند. برای بیان ارتباط این دو مجموعه با گراف (V,E) می‌توان آنها را به‌صورت $E(G)$, $V(G)$ نشان داد. این دو مجموعه را به‌صورت زیر در نظر می‌گیریم: (Bondy & Murty, 1977, p. 62-65)

$$V = \{v_1\ v_2\ ,...\ \ v_n\} \qquad , n \in N \ \ , V \neq \varnothing$$

$$E = \{e_1,e_2,e_3,..........,e_m\} \quad , \ m \in N$$

یک مدل ریاضی گراف با تعیین عناصر یک سیستم به‌منزلهٔ رئوس و چگونگی ارتباط بین عناصر، به‌منزلهٔ یال‌ها، به‌صورت یک گراف شکل می‌گیرد. در نمودار شمارهٔ (۱) فرایند مدل‌سازی گراف ارائه شده است.



نمودار شمارهٔ ۱: فرایند مدل‌سازی گراف و بهینه‌سازی

به گونهٔ کلی برای مدل‌سازی گراف می‌توان دو هدف بنیادین را مطرح ساخت:

الف) طرح و تعیین بهترین ساختار برای سیستم‌هایی که وجود ندارند و باید طراحی شوند؛

ب) تحلیل رفتار سیستم به منظور بهبود عملکرد برای سیستم‌هایی که وجود دارند و باید چرخهٔ کارها در آن سیستم اصلاح شود.

ب. حقایق مربوط به مدل ریاضی گراف

حقیقت ۱. در دنیای کنونی، که ارتباطات نقش اصلی را دارند، تحلیل معرفتی شبکه‌های ارتباطی، به‌ویژه در بُعد مسائل اجتماعی می‌تواند بسیار بصیرت‌افزا باشد؛

حقیقت ۲. تحلیل درست روابط سیاسی ـ اجتماعی کشورها با یکدیگر در ایجاد درک سیاسی، توجه به روابط مجموعه‌های اجتماعی در شناخت گروه‌های سیاسی و دقت در سایر مسائل ارتباطی همه و همه می‌توانند در راهیابی فرد مؤثر باشند؛ (رحیمی شعرباف، ۱۳۸۷)

حقیقت ۳. بسیاری از پدیده‌های اجتماعی به‌صورت یک سیستم عمل می‌کنند. شناخت یک سیستم با اطلاع از نحوهٔ ارتباط عناصر آن سیستم با یکدیگر امکان‌پذیر است. بررسی

ساختار گراف می‌تواند شناخت ما را هم نسبت به تحلیل شبکه‌های ارتباطی و هم نسبت به شناخت یک سیستم امکان‌پذیر کند.

نتیجه‌گیری

در این مقاله گفته شد که درک مفهومی ریاضیات می‌تواند در حقیقت‌یابی و درست‌فهمی پدیده‌ها مؤثر باشد. نگارنده این نوع حقیقت‌یابی و درست‌فهمی را «معرفت و بصیرت ریاضی» نامیده است. در این‌باره ضمن بیان دیدگاه‌های معرفت‌شناختی ریاضی *افلاطون* و *دکارت*، تأکید شد که حوزهٔ چنین فهم و معرفتی محدود است و صرفاً در همان حوزهٔ مفهومی خاص، مطرح است. در همین زمینه، دربارهٔ معرفت ریاضی مفهوم تابع، هفت حقیقت و دربارهٔ مفهوم مدل گراف‌ها، سه حقیقت را بیان کردیم.

منابع

- استوارت، جمیز (۱۳۸۹)، ***حسابگان عام، دیفرانسیل و انتگرال***، ترجمهٔ محمدحسین علامت‌ساز، تهران، نوپردازان.
- انتظام، سیدمحمد، «ساختار منطقی معرفت‌شناسی افلاطون» (زمستان ۱۳۷۹)، ***نامه مفید***، ش ۲۴، ص ۵-۳۵.
- پاپاس، نیکولاس (۱۳۵۳)، ***جمهوری افلاطون***، ترجمهٔ محمدحسن لطفی، تهران، خوشه.
- رحیمی شعرباف، صادق (۱۳۸۷)، ***مدل ریاضی تصمیم‌گیری فازی و گراف فازی در توسعه سیاست خارجی و روابط بین‌الملل***، اولین کنفرانس ملی کاربرد فناوری اطلاعات و ریاضیات در علوم سیاسی و روابط بین‌الملل، تهران، دانشکده روابط بین‌الملل.
- رزمی، عبدالله (۱۳۸۰)، ***مقایسهٔ معرفت‌شناسی دکارت و جان لاک و نقد آن***، پایان‌نامهٔ کارشناسی ارشد، رشتهٔ فلسفه، خوراسگان، دانشگاه آزاد اسلامی.
- علیخانزاده، امیر (۱۳۷۹)، ***طراحی الگوریتم‌ها***، تهران، پرتونگار.
- غفاری، حسن، «رویکردی به اصالت ریاضی نزد دکارت» (فروردین ۱۳۸۳)، ***معرفت***، ش ۷۶، ص ۱۰۵-۱۱۵.
- فروغی، محمدعلی (۱۳۷۵)، ***سیر حکمت در اروپا***، تصحیح و تحشیه امیر جلال‌الدین اعلم، تهران، البرز.
- کورانت، ریچارت (۱۳۷۹)، ***ریاضیات چیست؟***، ترجمهٔ سیامک کاظمی، تهران، نی.
- Bondy J. A. and Murty U. R. (1977), ***Graph theory With Application***, The Macmillan Press Ltd Reprinted.