پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی
پرتال جامع علوم انسانی

پژوهشکده بیمه
(وابسته به بیمه مرکزی جمهوری اسلامی ایران)

ارزیابی و تحلیل ریسک قراردادهای بیمه عمر:

ترکیب رویکردهای اکچوئرال و مالی

مترجم:

زهرا شمس اسفندآبادی

پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی
پرتال جامع علوم انسانی

گزارش موردی، شماره 14

بهمن و اسفند 91

پژوهشکده بیمه

معاونت پژوهشی

اداره کتابخانه، اسناد علمی و نشریات

پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی
پرتال جامع علوم انسانی

پیشگفتار

نقش علوم اکچوئرال در بیمه‌های عمر تنها در محاسبات فنی بیمه‌ای خلاصه نمی‌شود بلکه نظارت بر روند پیش‌رو تا رسیدن به اهداف غایی نیز مورد توجه و اهمیت است. در این‌راستا بررسی بیمه‌های عمر باتوجه به ماهیت بلندمدت بودن آن نسبت به سایر شاخه‌های بیمه‌ای، بیش‌ازپیش با دشواری و پیچیدگی همراه است. علوم اکچوئرال جنبه‌های مختلف ریسک را در ساختار فردی و گروهی در بیمه‌های عمر می‌سنجد و دو مرحله را طی می‌کند. در اولین مرحله، اطلاعات و داده‌ها گردآوری‌شده و در مرحله بعدی، ویژگی‌های افراد تحت پوشش، تجزیه و تحلیل می‌شود و حق‌بیمهٔ مناسب، براساس نوع بیمه‌نامه استخراج می‌شود؛ دراین‌راستا جدول عمر مناسب، یکی از اساسی‌ترین شاخص‌ها برای بررسی صحت مراحل بعدی است. براساس علوم اکچوئرال، باید رفتارهای احتمالی انسان حتی‌المقدور مورد ارزیابی قرار گیرد، بنابراین اکچوئرها غالباً از به‌کارگرفتن احتمالات در مدل‌هایشان یا نرخ‌هایی معین در محاسباتشان صحبت می‌کنند اما نتیجه ممکن است با آنچه در واقعیت سنجیده‌اند، متفاوت باشد. وارد کردن تمامی پارامترها در بیمه‌های عمر ممکن است امری غیرممکن باشد ولی در علوم اکچوئرال باید ابزار مقابله با تغییرات برای احاطه بر پرتفوی مورد بررسی مهیا باشد. رویکردهای اکچوئرال، برای بررسی تضمین‌های مالی در قراردادهای بیمهٔ عمر به‌کار می‌روند و این رویکردها، بر کمّی‌سازی این ریسک با سنجهٔ ریسک مناسب تحت یک سنجهٔ احتمال واقعی تمرکز می‌کنند. ازآنجایی‌که تحلیل قراردادهای سنتی بیمهٔ عمر با تضمین سال به سال به موضوع مورد توجه جوامع علمی و نیز فعالان صنعت بیمه تبدیل شده است، در این شماره از نشریه گزارش موردی، به تحلیل قراردادهای سنتی بیمهٔ عمر با نرخ بهرهٔ تضمینی و مشارکت در سود مازاد می‌پردازیم. امید است این شماره از نشریهٔ گزارش موردی، مورد توجه دست‌اندرکاران و صاحب‌نظران صنعت بیمه قرار گیرد.

دکتر محمدجواد آقاجری

سردبیر

پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی
پرتال جامع علوم انسانی

فهرست

عنوان **صفحه**

چکیده 9

1. مقدمه 10

2. چارچوب مدل 12

2-1. شرکت بیمه 12

2-2. بازار مالی 13

2-3. استراتژی سرمایه‌گذاری بیمه‌گر 13

2-4. مدل بدهی 18

3. روش تحقیق 21

4. نتایج عددی 23

4-1. تضمین نقطه به نقطه 23

4-2. حالت اجباری 29

4-3. حالت موجود 34

5. نتیجه‌گیری و چشم‌انداز 37

منابع 39

پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی
پرتال جامع علوم انسانی

پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی
پرتال جامع علوم انسانی

چکیده

در این مقاله، به تحلیل قراردادهای سنتی بیمه عمر با نرخ بهره تضمینی و مشارکت در سود مازاد می‌پردازیم. سه مدل توزیع سود مازاد و یک مدل تخصیص دارایی که شامل بازار پول، اوراق قرضه با سررسیدهای مختلف و سهام است، در نظر گرفته می‌شود. در این شرایط، رویکردهای مالی و اکچوئرال را از طریق انتخاب تخصیص دارایی کمینه‌کننده ریسک (تحت سنجه واقعی P) و توزیع سود مازاد پایانی ترکیب می‌کنیم، به گونه‌ای که ارزش قرارداد (تحت سنجه قیمت‌گذاری[1] Q) منصفانه باشد. ثابت خواهیم کرد که این استراتژی همیشه امکان‌پذیر است مگر اینکه قراردادهای بیمه، فرصت‌های آربیتراژ را در بازار ایجاد نمایند. سپس تفاوت بین مدل‌های مختلف توزیع سود مازاد را تحلیل می‌کنیم و تاثیر سنجه ریسک[2] انتخابی را روی پرتفوی کمینه‌کننده ریسک بررسی می‌نماییم[3].

واژگان کلیدی: بیمه عمر، تضمین‌های نرخ بهره، مدیریت ریسک، تخصیص بهینه دارایی، ارزیابی ریسک-خنثی

پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی
پرتال جامع علوم انسانی

1. Pricing Measure
2. Risk Measure

3. این مقاله ترجمه‌ای است از:

Graf, S., Kling, A. and Rub, J., 2011. Risk analiysis and valuation of life insurance contracts: Combining actuarial and financial approaches. *Insurance: Mathematics and Economics*, 49, pp. 115-25

1. مقدمه

تضمین نرخ بهره، ویژگی بسیار متداول محصول در قراردادهای بیمه عمر مشارکتی سنتی بسیاری از بازارهاست. دو نوع عمده تضمین نرخ بهره وجود دارد. ساده‌ترین تضمین نرخ بهره، تضمینی است که در اصطلاح به آن تضمین نقطه به نقطه[1] می‌گویند؛ یعنی تضمینی که فقط مربوط به سررسید قرارداد است. نوع دیگر، تضمین سال به سال[2] نامیده می‌شود. این بدان معناست که بیمه‌گذار، حسابی دارد که هر سال حداقل با یک نرخ بازگشت تضمین شده مشخص، سود دریافت می‌کند.

البته ممکن است تضمین‌های سال به سال، بیمه‌گران را مجبور کند که نرخ بهره تضمینی نسبتا زیادی به حساب‌هایی بدهند که قبلا بخش زیادی از سود مازاد سال قبل به آنها پرداخت شده است. به نظر می‌رسد که سناریوهای نامطلوب بازار سرمایه در سال‌های گذشته، مشکلات قابل توجهی را برای بیمه‌گرانی که این نوع از ضمانت را ارائه می‌دهند ایجاد کرده است. بنابراین، تحلیل قراردادهای سنتی بیمه عمر با تضمین سال به سال به موضوع مورد توجه جوامع علمی و نیز فعالان صنعت بیمه تبدیل شده است و این توجه روز به روز در حال افزایش است.

رویکردهای مالی و به اصطلاح اکچوئرال، برای بررسی تضمین‌های مالی در قراردادهای بیمه عمر وجود دارد. رویکرد مالی به ارزیابی ریسک-خنثی[3] و قیمت‌گذاری منصفانه[4] توجه دارد و توسط نویسندگان متعددی از جمله برایس و دی-وارِن[5] (1997)، گروسن و یورگنسن[6] (2000 و 2002)، یا بائر[7] و همکارانش (2006) مورد تحقیق و بررسی قرار گرفته است. توجه داشته باشید که مفهوم ارزیابی ریسک-خنثی، بر اساس فرض یک استراتژی مصون‌سازی[8] کامل (یا عالی) بنا شده است که شرکت‌های بیمه معمولا آن را دنبال نمی‌کنند یا نمی‌توانند دنبال کنند (به عنوان مثال به بائر و همکارانش (2006) رجوع کنید). اگر بیمه‌گر در پرتفویی که تعهدات را تکرار می‌کند، سرمایه‌گذاری نکند یا نتواند سرمایه‌گذاری کند، شرکت در معرض ریسک باقی می‌ماند و بنابراین باید تحلیل ریسک اضافه‌ای انجام دهد. رویکرد اکچوئرال روی کمی‌سازی این ریسک با سنجه ریسک مناسب تحت یک

1. Point-to-Point
2. Cliquet Style or Year-by-year
3. Risk-neutral Valuation
4. Fair Pricing
5. Bryis and De-Varenne
6. Grosen and Jorgensen
7. Bauer
8. Hedging Strategy

سنجه احتمال «واقعی» عینی تمرکز می‌کند (به عنوان مثال به کلینگ و همکارانش[1] مراجعه کنید). چنین رویکردهایی همچنین نقش بسیار مهمی را مثلا در رتبه‌بندی قدرت مالی[2] یا تحت رویکرد جدید توانگری II [3] ایفا می‌کنند. در بین سایر محققان، گزرت و کلینگ[4] (2007) ترکیب‌های پارامتری که منجر به قراردادهای منصفانه می‌شوند را مورد بررسی قرار دادند و ریسک اعمال شده توسط قراردادهای منصفانه را برای مدل‌های قرارداد بیمه مختلف، با شروع از یک تضمین نقطه به نقطه کلی ساده و سپس تحلیل قراردادهای پیچیده‌تر به سبک‌های دانمارکی و انگلستانی[5] تحلیل کردند. کلینگ (2007) بر قراردادهای سنتی بیمه آلمانی تمرکز می‌کند و اتکاء متقابل عوامل متعدد مربوط به بروز ریسک[6] قراردادهای منصفانه را مطالعه می‌کند. گزرت (2008)، کار گزرت و کلینگ (2007) را توسعه داد و رویکردی به «قیمت‌گذاری ریسک»[7] با استفاده از «ارزش منصفانه نکول»[8] برای تعیین قراردادهایی با بروز ریسک مشابه معرفی نمود. با این وجود، این سنجه ریسک سناریوهای دنیای واقعی را نادیده می‌گیرد و فقط به ارزش (ریسک- خنثی) اختیار فروش[9] پیش‌فرض معرفی شده توجه می‌کند. در حالی که گزرت (2008)، ریسک دنیای واقعی ایجاد شده توسط قرارداد مورد نظر را تحلیل می‌کند، بروز ریسک در روند قیمت‌گذاری گنجانده نشده است.

باربارین و دیوُلدِر[10] (2005) روشی را معرفی کردند که اجازه ترکیب رویکردهای مالی و اکچوئرال را می‌دهد. این دو محقق، قراردادی مشابه برایس و دی-وارِن (1997) را با تضمین نقطه به نقطه و مشارکت در سود مازاد نهایی در نظر گرفتند. به منظور ادغام این دو رویکرد، آنان از یک روش دو مرحله‌ای قیمت‌گذاری قراردادهای بیمه عمر استفاده کردند: ابتدا با استفاده از سنجه‌های ریسک ارزش در معرض ریسک[11] و کسری مورد انتظار[12] یک نرخ بهره تضمینی را به گونه‌ای تعیین کردند که الزامات توانگری خاصی برآورده شود. سپس به منظور دستیابی به قراردادهای منصفانه، از ارزیابی ریسک-خنثی استفاده کردند و مشارکت در سود مازاد پایانی را بر طبق آن تعدیل نمودند.

1. Kling, Richter and Russ, 2007 a & b
2. Financial Strength Ratings
3. Solvency II
4. Gatzert and Kling
5. Danish- and UK-style
6. Risk exposure
7. Risk Pricing
8. Fair Value of Default
9. Put Option
10. Barbarin and Devolder
11. Value at Risk
12. Expected Shortfall

ما در این پژوهش، روش باربارین و دیولدر (2005) را توسعه می‌دهیم تا بتوانیم قراردادهای بیمه عمر را در یک چارچوب بدهی کلی‌تر به ویژه شامل ویژگی‌های معمولی محصولات بازار بیمه آلمان و همچنین یک تخصیص دارایی شامل بازار پول[1]، اوراق قرضه[2] با سررسیدهای مختلف و سهام قیمت‌گذاری کنیم. ما ترکیب‌های پارامتری را تعیین می‌کنیم که ریسک دنیای واقعی را بدون تغییر ارزش منصفانه قرارداد، کمینه می‌کنند. ثابت می‌کنیم که روش پیشنهادی در همه شرایط به جز زمانی که طراحی قرارداد بیمه شامل فرصت‌های آربیتراژ[3] است، به درستی عمل می‌کند.

سایر بخش‌های مقاله به صورت زیر سازماندهی شده‌اند. بازار مالی مورد نظر، تخصیص دارایی بیمه‌گر، و مدل‌های مختلف بدهی در بخش 2 معرفی گردیده‌اند. بخش 3 روش‌های ترکیبی ما از رویکردهای اکچوئرال و مالی و نیز نتایج نظری پیرامون امکان‌پذیری استراتژی پیشنهادی ما را، مگر در شرایطی که قرارداد بیمه، فرصت‌های آربیتراژ را در بازار ارائه دهد، نشان می‌دهد. در بخش 4 نتایج عددی مختلفی را برای مدل‌های بدهی معرفی شده ارائه می‌دهیم که هم بر ریسکی که یک تخصیص دارایی و طراحی قرارداد خاص به شرکت بیمه اعمال می‌کند و هم بر ارزیابی قرارداد از دید مشتری تمرکز دارد. سپس در مورد اینکه چگونه نتایج حاصل به سنجه ریسک استفاده شده بستگی دارد، بیشتر بحث می‌کنیم. بخش 5 به نتیجه‌گیری می‌پردازد.

2. چارچوب مدل

2-1. شرکت بیمه

به پیروی از کلینگ و همکارانش[4]، یک «ترازنامه» ساده شده شرکت بیمه را به صورت زیر در نظر می‌گیریم:

دارایی‌ها	بدهی‌ها
$\boldsymbol{A(t)}$	$L(t)$
	$B(t)$
	$R(t)$
$\boldsymbol{A(t)}$	$A(t)$

1. Money market
2. Bonds
3. Arbitrage Opportunity
4. Kling, Richter and Russ, 2007a

در اینجا $A(t)$ به معنی ارزش بازار دارایی‌های شرکت است و $L(t)$ بدهی محاسبه شده شرکت از طریق ذخایر اکچوئرال[1] برای قراردادهای بیمه را نشان می‌دهد. هر سال، $L(t)$ باید حداقل نرخ بهره تضمین شده ثابت i را کسب کند. بنابراین رابطه $L(t+1) \geq L(t)(1+i)$ برقرار است. بیمه‌گذار می‌تواند به دو صورت در بازگشت دارایی بیمه‌گر که بیش از نرخ تضمین شده است، مشارکت کند: از طریق مشارکت معین در سود مازاد، اگر در سالی بیش از نرخ بهره تضمین شده i به حساب L تعلق بگیرد، و از طریق مشارکت در سود مازاد پایانی[2]. $B(t)$ یک مازاد حساب نهایی تجمعی[3] را مدلسازی می‌کند که برای ارائه مشارکت در سود مازاد اضافی در زمان سررسید قرارداد مشتری مورد استفاده قرار می‌گیرد. این حساب ممکن است به منظور حصول اطمینان از قابلیت نقدشوندگی[4] شرکت در هر زمانی کاهش یابد که در این صورت $B(t)$ پرداخت پاداش اختیاری[5] است و به ازای همه tها، $B(t) \geq 0$ می‌باشد. مقدار باقیمانده $R(t) = A(t) - (L(t) + B(t))$، ذخایر (مخفی[6]) بیمه‌گر عمر را نشان می‌دهد.

2-2. بازار مالی

حال، مدلی را برای بازار مالی و ابزارهای مالی پرتفوی دارایی بیمه‌گر معرفی می‌کنیم. سرمایه‌گذاری مورد نظر ما می‌تواند در بازار پول، اوراق قرضه و سهام صورت بگیرد. از مدل واسیشیگ[7] (1997) برای نرخ‌های بهره تصادفی[8] و از یک حرکت براونی هندسی[9] (به بلک و شولز[10] (1973) مراجعه کنید) برای یک سهم مرجع[11] یا شاخص سهام[12] استفاده می‌کنیم.

ابتدا مدل دارایی خود را تحت سنجه احتمال واقعی تعیین می‌کنیم و سپس به سنجه ریسک-خنثی Q که برای اهداف ارزیابی مورد استفاده قرار خواهد گرفت، تغییر جهت می‌دهیم. فضای احتمال (Ω, F, F, P) را با شرط $F = F_t = \sigma((W_1(s), W_2(s)), s \leq t)$ که از طریق حرکت براونی P

1. Actuarial Reserves
2. Terminal Surplus Participation
3. Collective Terminal Surplus Account
4. Liquidity
5. Optional Bonus Payment
6. Hidden
7. Vasiçek
8. Stochastic
9. Geometric Brownian Motion
10. Black and Scholes
11. Reference Stoc k
12. Stock Index

مستقل $W_1(t)$ و $W_2(t)$ ایجاد شده است در نظر می‌گیریم و $r(t)$ را نشان‌دهنده نرخ بهره کوتاه‌مدت[1] و $S(t)$ را ارزش سهام در زمان t فرض می‌کنیم.

لذا مدل دارایی از طریق معادلات دیفرانسیل تصادفی[2] (SDEs) زیر با همبستگی[3] $\rho \in [-1,1]$ بیان می‌شود:

$$dr(t) = a\big(b - r(t)\big)t + \sigma_r dW_1(t)$$
$$dS(t) = S(t)(\mu dt + \sigma_S(\rho dW_1(t) + \sqrt{1-\rho^2}dW_2(t)))$$

برای ساده‌سازی نمادها، فرض می‌کنیم که $W_3(t) := \rho W_1(t) + \sqrt{1-\rho^2}W_2(t)$ باشد. بنابراین به ازای $t_1 \leq t_2$، یک روش حل بسته[4] از SDEهای بالا، به صورت زیر داده می‌شود:

$$r(t_2) = e^{-a(t_2-t_1)}r(t_1) + b\big(1 - e^{-a(t_2-t_1)}\big) + \sigma_r e^{-at_2}\int_{t_1}^{t_2} e^{au}dW_1(u)$$

$$S(t_2) = S(t_1)e^{\{\left(\mu-\frac{1}{2}\sigma_S^2\right)(t_2-t_1)+\sigma_S(W_3(t_2)-W_3(t_1))\}}$$

سپس سرمایه‌گذاری در بازار پول با سرمایه‌گذاری در نرخ بهره کوتاه‌مدت به صورت $\beta(t) = e^{\int_0^t r(s)ds}$ مدلسازی می‌شود.

به علاوه، پرتفویی از اوراق قرضه متشکل از اوراق قرضه‌های مختلف بدون کوپن[5] را در نظر می‌گیریم. بنابراین نیاز داریم که $p(t,T)$، یعنی قیمت یک اوراق قرضه بدون کوپن با سررسید T در زمان t را تعیین کنیم. فرض می‌کنیم که $p(t,T) = F(t,r(t))$ برای تابع هموار $F(t,r(t))$ برقرار باشد. از آنجا که نرخ بهره کوتاه‌مدت در بازار، قابل مشاهده نیست، ممکن است نتوانیم مشتقات را آن‌طور که می‌تواند مثلا در چارچوب بلک-شولز صورت بگیرد، از طریق سرمایه‌گذاری در نرخ بهره کوتاه‌مدت (مثلا اوراق قرضه‌های بدون کوپن) مصون‌سازی کنیم. در عوض، سرمایه‌گذاری در حساب بانکی منجر به ایجاد بازار ناکامل[6] خواهد شد.

با ایجاد پرتفویی بدون ریسک ناگهانی[7] (مثلا متشکل از دو اوراق قرضه بدون کوپن با سررسیدهای متفاوت) و به‌کارگیری شرایط بدون آربیتراژ، به اصطلاح، قیمت بازار ریسک

1. Short-rate
2. Stochastic Differential Equations
3. Correlation
4. Closed form Solution
5. Zero-bond
6. Incomplete Market
7. Instantaneous Risk

$\lambda(t,r(t))$ را به دست می‌آوریم و بنابراین به یک معادله دیفرانسیل جزئی برای قیمت‌های اوراق قرضه بدون کوپن می‌رسیم که به آن در اصطلاح، معادله ساختار دوره[1] می‌گویند.

$$F_t(t,r(t)) + (a(b-r(t)) - \lambda(t,r(t))\sigma_r)F_r(t,t(r)) + \frac{1}{2}\sigma_r^2 F_{rr}(t,r(t)) - r(t)F(t,r(t)) = 0$$

شرط خروج از این معادله، $F(T,r(T)) = 1$ است. سپس فرمول فاینمن-کاک[2] اجازه می‌دهد که درون‌یابی احتمالی از معادله دیفرانسیل جزئی فوق به وسیله $p(t,T) = F(t,r(t)) = E_{\tilde{Q}}(e^{-\int_t^T r(s)ds}|r(t))$ با یک سنجه احتمال $\tilde{Q}$ و یک فرآیند تصادفی $r(t)$ با دینامیک $\tilde{Q}$ به شکل $dr(t) = (a(b-r(t)) - \lambda(t,r(t))\sigma_r)dt + \sigma_r d\widetilde{W_1}$ داشته باشیم. توجه داشته باشید که قیمت‌های اوراق قرضه بدون کوپن مشاهده شده، قیمت بازار ریسک $\lambda(t,r(t))$ را تحت تاثیر قرار می‌دهد و بنابراین، هیچ شکل یا پارامتری‌سازی واضح یگانه‌ای از $\lambda(t,r(t))$ وجود ندارد. با این حال، اگر و تنها اگر فرض کنیم که $\lambda(t,r(t)) = \lambda$ باشد، فرآیند نرخ بهره کوتاه‌مدت تحت $\tilde{Q}$ از نوع واسیشیگ باقی می‌ماند. از نظریه استاندارد نرخ بهره (به عنوان مثال، به بیورک[3] (2005) مراجعه کنید) نتیجه می‌شود که $p(t,T) = e^{A(t,T)-B(t,T)r(t)}$ با دو مورد زیر برقرار است:

$$A(t,T) = \left(\frac{\sigma_r^2}{2a^2} - b + \frac{\lambda\sigma_r}{a}\right)((T-t) - B(t,T)) - \frac{\sigma_r^2}{4a}B(t,T)^2$$

و

$$B(t,T) = \frac{1}{a}(1 - e^{-a(T-t)} - 1)$$

بنابراین، $p(t,T)$ به ازای $t < T$ از یک توزیع لاگ-نرمال[4] پیروی می‌کند و با به‌کارگیری لم ایتو[5]، دینامیک دنیای واقعی اوراق قرضه بدون کوپن متعاقبا به صورت زیر به دست می‌آید.

$$dp(t,T) = p(t,T)((r(t) - \lambda\sigma_r B(t,T))dt - \sigma_r B(t,T)dW_1(t))$$

تعریف یک سنجه احتمال $\tilde{Q}$ معادل با P از طریق چگالی رادون-نیکودیم[6] به صورت زیر، عبارات $\left(e^{-\int_0^t r(s)ds}s(t)\right)_{t\geq 0}$ و $\left(e^{-\int_0^t r(s)ds}p(t,T)\right)_{t\geq 0, t<T}$ را به عنوان مارتینگل[7]های Q به دست می‌دهد.

1. Term Structure Equation
2. Feynman-Kaç
3. Björk
4. Log-normal Disribution
5. Ito's Lemma
6. Radon-nikodym Density
7. Martingales

$$\left.\frac{dQ}{dP}\right|_{F_t} = exp\{-\lambda W_1(t) - \frac{1}{2}\lambda^2 t\}$$
$$-\int_0^t \frac{\mu - r(s) - \rho\lambda\sigma_s}{\sigma_s\sqrt{1-\rho^2}} dW_2(s) - \frac{1}{2}\int_0^t \left(\frac{\mu - r(s) - \rho\lambda\sigma_s}{\sigma_s\sqrt{1-\rho^2}}\right)^2 ds$$

این امر، شرایط کاملی برای تحلیل ریسک تحت سنجه واقعی P و ارزیابی با استفاده از سنجه ریسک-خنثی Q ارائه می‌دهد.

3-2. استراتژی سرمایه‌گذاری بیمه‌گر

اکنون، استراتژی سرمایه‌گذاری بیمه‌گر را که متشکل از ابزارهای سرمایه‌گذاری فوق است معرفی می‌کنیم و T را نشان‌دهنده افق زمانی مورد نظر تصور می‌کنیم. فرض می‌کنیم که بیمه‌گر با نسبت ثابت χ_β (قابل اندازه‌گیری با F_0)[1] در بازار پول، با نسبت ثابت χ_S در بازار اوراق قرضه و با نسبت ثابت χ_B در بازار سهام سرمایه‌گذاری می‌کند. این نسبت‌ها از طریق ایجاد تعادل مداوم، ثابت نگه داشته می‌شوند و رابطه $\chi_\beta + \chi_S + \chi_B = 1$ را برقرار می‌کنند. فرض می‌کنیم که اوراق قرضه‌های بدون کوپنی با زمان باقی‌مانده تا سررسید $1,2,\dots,T^*$ در هر تاریخ منظم سالانه[2] وجود دارند و T^* نشان‌دهنده حداکثر دوره زمانی یک اوراق قرضه است که بیمه‌گر در آن سرمایه‌گذاری می‌کند. به ازای $t \in [i, i+1)$، ما متغیر تصادفی χ_{ij} را که با F_i قابل اندازه‌گیری است، نشان‌دهنده نسبت اوراق قرضه با زمان باقی‌مانده به سررسید j، که در طول سال مربوطه در پرتفوی اوراق قرضه قرار داشته است، در نظر می‌گیریم. فرض می‌شود که این نسبت در این سال، یعنی در طول دوره $[i, i+1)$ از طریق ایجاد تعادل مداوم، ثابت نگه داشته شود. برای ساده‌کردن نمادگذاری، فرض می‌کنیم که تغییر ساختار[3] پرتفوی اوراق قرضه، یعنی تغییر در χ_{ij} فقط در تاریخ‌های منظم سالانه $0,1,\dots,T-1$ صورت می‌گیرد. البته لازم است که به ازای همه iها، $\sum_{j=1}^{T^*} \chi_{ij} = 1$ باشد.

متغیر تصادفی $c_\beta(t)$ را که قابل اندازه‌گیری با F_t است، نشانگر تعداد سهامی در نظر می‌گیریم که شرکت بیمه از حساب بازار پول[4] $\beta(t)$ در دست دارد. به‌طور مشابه، $c_S(t)$ تعداد سهام بازار سهام $s(t)$ در زمان t و همچنین $c_{ij}(t)$ نشان‌دهنده تعداد اوراق قرضه‌ای است که سررسید آنها در زمان $i+j$ است و شرکت در زمان $t \in [i, i+1)$ آنها را در دست دارد. این موارد منجر به

1. F_0-measurable
2. Anniversary Date
3. Restructuring
4. Money Market Account

$\frac{c_{ij}(t)p(t,j+i)}{\sum_{j=1}^{T^*}c_{ij}(t)p(t,j+i)} = \chi_{ij}$ و $\frac{\sum_{j=1}^{T^*}c_{ij}(t)p(t,j+i)}{A(t)} = \chi_B$، $\frac{c_S(t)S(t)}{A(t)} = \chi_S$، $\frac{c_\beta(t)\beta(t)}{A(t)} = \chi_\beta$ به ازای $t \in [i, i+1)$ می‌شود. در نهایت، $A(t) = c_\beta(t)\beta(t) + c_S(t)S(t) + \sum_{j=1}^{T^*} c_{ij}(t)p(t,j+i)$ را به دست می‌آوریم.

پرتفوی دارای تامین مالی شخصی[1]

فرض می‌کنیم که پرتفوی مرجع، به صورت شخصی تامین مالی شود. بنابراین به ازای $t \in [i, i+1)$ خواهیم داشت:

$$dA(t) = c_\beta(t)d\beta(t) + c_S(t)dS(t) + \sum_{j=1}^{T^*} c_{ij}(t)dp(t,j+i)$$

در نتیجه، دینامیک پرتفوی دارایی بیمه‌گر می‌تواند به صورت زیر نوشته شود:

$$\frac{dA(t)}{A(t)} = \chi_\beta r(t)dt + \chi_S\big(\mu dt + \sigma_S dW_3(t)\big) + \sum_{j=1}^{T^*}\chi_{ij}\chi_B$$
$$\times \big(\big(r(t) - \lambda\sigma_r B(t,i+j)\big)dt - \sigma_r B(t,i+j)dW_1(t)\big)$$

معادله بالا به توزیع لاگ-نرمال $A(t)$ با دانستن F_i به ازای $t \in [i, i+1)$ اشاره دارد. اگر به علاوه، تصور کنیم که χ_{ij}، با F_0 قابل اندازه‌گیری باشد (یعنی قطعی باشد)، پرتفوی دارایی بیمه‌گر از یک حرکت براونی هندسی با انحراف[2] و نوسانات[3] وابسته به زمان تبعیت می‌کند.

در این مرحله ممکن است تعجب کنید که چرا ما فرآیندهای تصادفی متفاوتی را برای نرخ‌های بهره و سهام معرفی کردیم در حالی که می‌خواهیم در نهایت به یک پرتفوی دارایی برسیم که از یک حرکت براونی هندسی تبعیت می‌کند (تحت فرضیات فوق). اول اینکه ما می‌خواهیم تاکید کنیم که این مطلب، این فرض را که پرتفوی دارایی بیمه‌گر بر اساس یک GBM توسعه پیدا می‌کند توجیه می‌کند (این فرض توسط افراد زیادی از جمله گزرت (2008) و کلینگ و همکارانش (2007 الف و ب) ارائه شده است). از سوی دیگر، چارچوب مدل ما، انعطاف‌پذیری بیشتری به ما می‌دهد: اگر ما مشتقاتی که بستگی به دارایی‌های مشمول در پرتفو دارند، قیمت‌گذاری کنیم، می‌توانیم با فرآیندهای مربوطه $r(t)$ و $S(t)$ کار کنیم تا به نتایج مناسب برسیم. در نهایت، با آزادسازی[4] برخی از فرضیات

1. Self-financing Portfolio
2. Drift
3. Volatility
4. Relaxing

فوق، مدل ما مدلسازی وابسته به زمان و وابسته به مسیر[1] ترکیب پرتفوی دارایی را در نظر می‌گیرد که البته سپس منجر به فرآیند تصادفی پیچیده‌تری می‌شود و برخی از شرایط تحلیلی که می‌تواند در محیط GBM استخراج شود را از دست می‌دهد.

2-4. مدل بدهی

مدل نقطه به نقطه

با معرفی یک مدل ساده بدهی، مشابه برایس و دی-وارِن (1997) یا باربارین و دیوُلدِر (2005) آغاز می‌کنیم و قراردادی با شرایط ثابت[2] را در نظر می‌گیریم که حق بیمه یکجای[3] P، نرخ بهره تضمین شده i، نرخ مشارکت در پاداش پایانی[4] $\eta > 0$ دارد. بنابراین، هر سال، بهره تضمین شده به ذخایر اکچوئرال واریز می‌شود و در سررسید قرارداد، یک مشارکت در سود مازاد اضافی ایجاد می‌شود. این رقم باید مثبت باشد یعنی بهره‌ای که قبلا واریز شده است، نمی‌تواند در زمان سررسید قرارداد پس گرفته شود. بنابراین به ازای $t = 1, \dots, T$ خواهیم داشت:

$$L(t) = P(1+i)^t \ , \ B(t) = \eta \max\{ A(T) - L(T), 0\}$$

به علاوه، فرض می‌کنیم که مبلغ یکجای P همانطور که در بخش قبل مدلسازی شد، در پرتفوی مرجع بیمه‌گر سرمایه‌گذاری شود، که سپس $A(0) = P$ را به دست خواهد داد.

همانطور که ذکر شد، η هیچ تاثیری بر ریسک کسری[5] شرکت در طول دوره قرارداد ندارد. بنابراین، بروز ریسک فقط به پارامترهای تخصیص دارایی و نرخ بهره تضمین شده بستگی دارد. در نتیجه η می‌تواند به‌طور مستقل انتخاب شود تا دستیابی به ارزش مورد نظر قرارداد، حاصل شود.

تضمین سال به سال: حالت اجباری

حال، مدل قبل را با اضافه کردن مشارکت در سود مازاد سالانه، مطابق الزامات قانونی (به عنوان مثال، کشور آلمان) بسط می‌دهیم. در اینجا، به پیروی از باور و همکارانش (2006) بین به اصطلاح، حالت اجباری[6] که در این بخش توضیح داده شده است (یعنی مورد یک بیمه‌گر که تنها سود مازاد

1. Time – and Path – dependent Modeling
2. Term-fix Contract
3. Single Premium
4. Terminal Bonus Participation Rate
5. Shortfall Risk
6. MUST-case

کافی برای اجرای ملزومات قانونی را تقسیم می‌کند) و به اصطلاح، حالت موجود[1]، که در بخش بعد که تلاش به مدلسازی رفتار مشاهده شده بیمه‌گران آلمانی دارد و همچنین تحت تاثیر رقابت نیز می‌باشد توضیح داده شده است، تمایز قائل می‌شویم. برای جزئیات بیشتر به مقاله باور و همکارانش (2006) مراجعه نمایید.

با توجه به قیمت‌گذاری محافظه‌کارانه محصول، شرکت‌های بیمه معمولا روی آن بخش از دارایی‌هایشان که از نرخ‌های تضمین‌شده فراتر می‌روند، بازده به دست می‌آورند. در بسیاری از کشورها، بیمه‌گذاران از لحاظ قانونی محقّ مشارکت در مازاد حاصل هستند. به عنوان مثال، در آلمان حداقل $\delta = \%\mathbf{90}$ از بازده شرکت که از نرخ بهره تضمین شده بیشتر است، باید بین بیمه‌گذاران تقسیم شود. با این وجود، مازاد به دست آمده بر اساس ارزش دفتری[2] دارایی‌هایی که با $A_b(t)$ نشان داده می‌شود، محاسبه می‌گردد. از آنجا که قوانین حسابداری، آزادی خاصی در مدیریت ارزش‌های دفتری به بیمه‌گران می‌دهد، آنها می‌توانند حداقل بخش‌هایی از توزیع سود مازاد را نیز مدیریت کنند.

ارزش‌های دفتری تحت قوانین حسابداری آلمان به این صورت مدلسازی می‌شوند: فرض می‌کنیم که سهام، به اصطلاح "اصل ارزش کمتر[3]" را دنبال کند، بدین معنا که ارزش دفتری یک سهم نمی‌تواند از قیمت خرید بیشتر شود. به علاوه، اگر ارزش بازار کمتر از ارزش دفتری شود، تحت شرایط خاصی بیمه‌گر می‌تواند از مستهلک کردن آن سهم اجتناب کند. بنابراین، به منظور سادگی، فرض می‌کنیم که ارزش دفتری سهم همیشه بر ارزش اولیه منطبق است. نوسانات قیمت بازار، تنها در اختلاف بین ارزش دفتری و ارزش بازار دارایی یعنی به اصطلاح ذخایر پنهان (یا در صورت منفی بودن، خسارات منظور نشده[4]) نشان داده می‌شود. در رابطه با پرتفوی اوراق قرضه، بین اوراق قرضه بی‌نام و بانام[5] تفاوت قائل می‌شویم، و بخش اوراق قرضه بانام در پرتفوی اوراق قرضه را با y_B نشان می‌دهیم. بر اساس قوانین حسابداری آلمان، ما همچنین از اصل ارزش کمتر برای اوراق قرضه بی‌نام استفاده می‌کنیم و برای سرمایه‌گذاری‌های اوراق قرضه بانام و بازار پول، ارزش دفتری را منطبق با ارزش بازار قرار می‌دهیم. این کار موجب می‌شود که به معادله زیر برسیم:

$$A_b(t) = \chi_\beta A(t) + y_B \chi_B A(t) + (\chi_S + (1 - y_B)\chi_B A(0)$$

1. IS-case
2. Book Value
3. Lower-value Principle
4. Unaccounted Losses
5. Bearer and Registered Bonds

به‌طور خلاصه، توسعه بدهی زیر شامل سود مازاد به ازای $t = 1, \dots, T$ را خواهیم داشت که از $L(0) = P$ شروع می‌شود:

$$L(t) = L(t-1)(1+i) + max\{\delta(A_b(t) - A_b(t-1)) - iL(t-1), 0\}$$
$$B(T) = \eta\, max\{A(T) - L(T), 0\}$$

توجه کنید که اعطای سود مازاد به ذخیره اکچوئرال L بر این مطلب دلالت می‌کند که مازاد قبلی نیز در آینده محقّ دریافت نرخ تضمین شده است.

تضمین سال به سال: حالت موجود

حال، توصیف می‌کنیم که چگونه شرکت‌های بیمه آلمانی معمولا مشارکت در سود مازاد را در نظر می‌گیرند. به منظور نشان دادن ثبات مالی به بازار، شرکت‌های بیمه آلمانی سعی می‌کنند که مشارکت در سود مازاد را در طول زمان، نسبتا پایدار نگه دارند. بنابراین، به پیروی از کار کلینگ و همکارانش (2007 ب) فرض می‌کنیم که بیمه‌گر از قانون مدیریت زیر استفاده می‌کند:

تا زمانی که شرکت ذخایر «کافی» دارد، سود مازاد مورد هدف[1] توزیع می‌شود (که منجر به بهره کل مورد هدف z می‌شود که جمع مازاد و بهره تضمین شده است). در شرایطی که ذخایر شرکت از کران پایین خاصی کمتر شود، مازاد کم می‌شود و در شرایطی که ذخایر تا بیش از کران بالای خاصی افزایش یابد، مازاد افزایش می‌یابد. ما $q(t) := \frac{R(t)}{L(t)}$ را نشان‌دهنده به اصطلاح، سهمیه اندوخته[2] در نظر می‌گیریم. به علاوه، کران پایین و کران بالا برای سهمیه اندوخته را به ترتیب با q_l و q_u نشان می‌دهیم.

آنگاه سیاست توزیع سود مازاد، از طریق قانون مدیریتی زیر که با F_t قابل اندازه‌گیری است، تعیین می‌شود:

اگر $(1 + q_l)((1 + z)\, L(t-1)) \le A(t) \le (1 + q_u)((1 + z)\, L(t-1))$ برقرار باشد، نرخ بهره هدف z را به ذخیره اکچوئرال می‌پردازیم (سپس مستدل می‌شود که $q(t) \in [q_l, q_u]$ می‌باشد).

اگر $A(t) > (1 + q_u)((1 + z)\, L(t-1))$ برقرار باشد، نرخ بیشتر z^* مورد استفاده قرار می‌گیرد که این اطمینان را حاصل می‌کند که پس از توزیع سود مازاد، $q(t) = q_u$ است. این امر با قرار دادن $z^* = \frac{A(t) - (1-q_u)L(t-1)}{(1+q_u)L(t-1)}$ محقق می‌شود.

1. Target Surplus
2. Reserve Quota

اگر $A(t) < (1 + q_l)((1 + z) L(t-1))$ برقرار باشد، به‌طور مشابه، از مقدار z^* استفاده می‌کنیم که پس از توزیع سود مازاد، $q(t) = q_l$ را برقرار می‌کند. داریم که $z^* = \frac{A(t)-(1-q_l)L(t-1)}{(1+q_l)L(t-1)}$ است.

اگر مازاد اجباری، همان‌طور که در حالت اجباری توضیح داده شد، از مازاد محاسبه شده در اینجا بیشتر باشد، مازاد اجباری توزیع می‌شود.

3. روش تحقیق

در این مدل، ما می‌توانیم ریسکی را که بیمه‌گر («در دنیای واقعی») در معرض آن قرار دارد تحلیل کنیم. به بیان دقیق‌تر، به ازای سنجه ریسک مناسب تحت P، می‌توانیم تاثیر تخصیص دارایی‌های متفاوت را برای پارامترهای معین (مثلا نرخ بهره تضمین شده یا نرخ بهره هدف) تحلیل کنیم یا تاثیر نرخ‌های بهره تضمین شده یا نرخ‌های بهره مختلف را برای یک تخصیص دارایی معین بررسی نماییم. می‌توانیم تحلیل کنیم که آیا و چگونه انتخاب سنجه ریسک بر نتایج مربوطه تاثیر دارد. به علاوه، یک ارزیابی ریسک-خنثی تحت Q از قرارداد بیمه می‌تواند صورت بگیرد. و در نهایت، هر دو تکنیک می‌تواند ترکیب شود.

در این تحلیل، ما از این سنجه‌های ریسک استفاده می‌کنیم: احتمال کسری[1] $\mathrm{P}(A(T) < L(T))$ و کسری مورد انتظار $\mathrm{E}_P((L(T) - A(T))1_{\{A(t)\le L(T)\}})$.

در زمان قیمت‌گذاری قرارداد، فرض می‌کنیم که یک شریک خارجی وجود دارد که (در صورت لزوم) تزریق سرمایه انجام می‌دهد تا حداقل از سود تضمین شده $L(T)$ در سررسید، اطمینان حاصل شود. در عوض، این شریک خارجی هرگونه وجه باقی‌مانده یعنی $(1-\eta).\max\{A(T) - L(T), 0\}$ را دریافت می‌کند. البته اگر قرارداد از دیدگاه بیمه‌گذار، منصفانه قیمت‌گذاری شده باشد، از دیدگاه شریک خارجی نیز منصفانه قیمت‌گذاری شده است، یعنی ارزش ریسک-خنثی وجوه باقی‌مانده در $t = 0$ با ارزش این تزریق سرمایه‌ها در $t = 0$ منطبق است (مراجعه کنید به گروسن و یورگنسن (2002)). با این وجود، تحلیل ریسک کسری تحت سنجه واقعی P، مورد علاقه بسیاری از شرکای مربوطه، مثلا بیمه‌گذاران، قانون‌گذاران و البته شریک خارجی اهداف مدیریت ریسک می‌باشد.

1. Shortfall Probability

ترکیب نمودن رویکردهای مالی و اکچوئرال

انتخاب نرخ مشارکت پاداش پایانی η به وضوح، بر ریسک بیمه‌گر که در بالا تعریف شد تـاثیری ندارد. بنابراین، یک استراتژی می‌تواند انتخاب مقداری برای η باشد که قرارداد را منصفانه کند، یعنـی در زمان صفر، $E_Q(e^{\int_0^T -r(s)ds}(L(T)+B(T)) = P$ برقـرار باشـد. بـا ایـن وجـود، بـرای اهـداف کاربردی فقط مقادیر $\eta \in [0,1]$ مناسب هستند. نتیجه نظریه زیر نشان می‌دهد که تحت چه شرایطی، یک مقدار η بین صفر و یک، قرارداد منصفانه‌ای را رقم می‌زند.

قضیه: الف) به ازای همه تخصیص دارایی‌ها و یـک سـاختار بـدهی دلخـواه مسـتقل از پرداخـت پاداش پایانی، یک قرارداد منصـفانه بـا توزیـع سـود مـازاد پایـانی نظـری $\eta \in (-\infty, 1]$ بـه دسـت می‌آوریم، اگر شرط $E_Q(e^{\int_0^T -r(s)ds} max\{A(T)-L(T),0\}) \neq 0$ برقرار باشد.

ب) با استفاده از مقدار $\eta \in [0,1]$، یک قرارداد منصفانه می‌تواند بـه دسـت بیایـد، اگـر قـرارداد، آربیتراژی به بازار ارائه ندهد.

اثبات: نرخ «منصفانه» مشارکت پایانی، ریشه‌ای از تابع پیوسته زیر است:

$$F\left(\eta\right) = E_{\boldsymbol{Q}}\left(e^{\int_0^T -r(s)ds}\,(\mathrm{L(T)} + \eta \max\{A(T)-L(T),0\}\right) - P$$

با توجه به شرط فوق، $E_{\boldsymbol{Q}}\left(e^{\int_0^T -r(s)ds}\max\{A(T)-L(T),0\}\right) > 0$ و بنابراین $\lim_{\eta\to-\infty} F\left(\eta\right) = -\infty$ را به دست می‌آوریم. به علاوه، از آنجا که $(e^{\int_0^t -r(s)ds}A(t))_{t>0}$ یک Q- مارتینگل است، خواهیم داشت:

$$F(1) = E_{\boldsymbol{Q}}\left(e^{\int_0^T -r(s)ds}\,(L(T)+max\{A(T)-L(T),0\}\right) - P$$
$$\geq E_{\boldsymbol{Q}}\left(e^{\int_0^T -r(s)ds}\,(L(T)+A(T)-L(T))\right) - P = 0$$

استفاده از قضیه مقدار میانی[1]، اثبات بخش الف را کامل می‌کند.

اگر نرخ پاداش پایانی نظری $\eta < 0$، قرارداد را منصفانه کند، این مطلب نشان می‌دهـد کـه ارزش قرارداد بیمه برای هر نرخ پاداش پایانی مجاز $\eta \geq 0$ از پرداخت حق بیمـه اولیـه P بیشـتر اسـت و بنابراین، فرصت‌های آربیتراژ را ایجاد می‌کند. از این‌رو، اگر قرارداد بیمه، فرصت‌هـای آربیتـراژ ایجـاد نکند، می‌توان یک نرخ مشارکت پاداش پایانی منصفانه در $[0,1]$ تحت شرایط فوق یافت. این مطلب، اثبات قسمت ب را کامل می‌کند.

1. Intermediate Value Theorem

متذکر می‌شویم که شرط قضیه فوق تنها در صورتی نقض می‌شود که $L(T) > A(T)$ باشد که در چارچوب ما، معادل $A(T)$ با نوسانات صفر و نرخ تضمین شده بیشتر از نرخ بدون ریسک است.

در بخش بعد، تاثیر یک استراتژی قیمت‌گذاری بر وضعیت ریسک بیمه‌گر را تحلیل می‌کنیم که از این نتیجه استفاده می‌کند:

ابتدا پارامترهای تاثیر پذیرفته – به عنوان مثال، تخصیص دارایی یا نرخ بهره هدف – را تعیین می‌کنیم به‌طوری که با یک ریسک قابل تحمل (واقعی) از پیش تعیین شده، سازگار باشند یا به گونه‌ای که ریسک مربوطه، کمینه شود که البته نتایج بستگی به سنجه ریسک انتخاب شده دارد. سپس، نرخ مشارکت پاداش پایانی مربوطه‌ای را محاسبه می‌کنیم که قرارداد را منصفانه می‌کند. اگر نرخ حاصل، کمتر از صفر باشد، قرارداد نباید ارائه شود زیرا فرصت‌های آربیتراژ به بازار ارائه می‌دهد.

4. نتایج عددی

در این بخش، از پارامترهای زیر استفاده شده است:

همبستگی	مدل بازار سهام		مدل نرخ بهره				
$\rho(\%)$	$\sigma_S(\%)$	$\mu(\%)$	$\lambda(\%)$	$\sigma_r(\%)$	$r(0)(\%)$	$b(\%)$	$a(\%)$
15	20	9	-23	2.00	1.15	4.50	30

به علاوه، پرتفوی اوراق قرضه، متشکل از اوراق قرضه بدون کوپن متعادل با زمان باقی‌مانده تا سررسید $1, \dots, 10$ سال است؛ یعنی $j = 1, \dots, 10$ و $i = 1, \dots, T$ و $\chi_{ij} = \frac{1}{10}$.

در ادامه، قراردادی با مبلغ یکجای $P = 1000$ و افق زمانی $T = 10$ سال را بررسی می‌کنیم.

4-1. تضمین نقطه به نقطه

ابتدا مدل نقطه به نقطه، شامل نرخ بهره تضمین شده i و نرخ مشارکت پاداش پایانی η را با جزئیات بیشتر در نظر می‌گیریم.

تحلیل ریسک

در مدل نقطه به نقطه، روش‌های حل بسته‌ای هم برای احتمال کسری و هم برای کسری مورد انتظار وجود دارد.

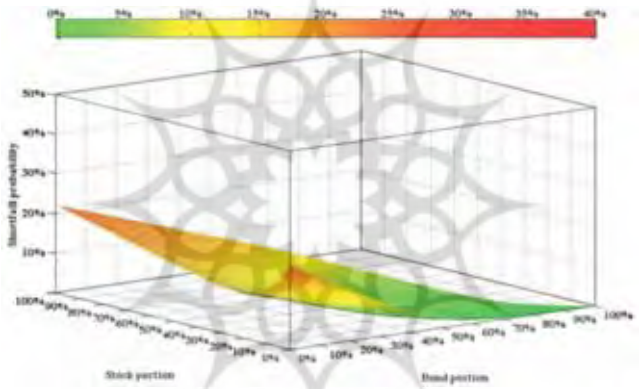
$$P\big(A(T) < L(T)\big) = \Phi\left(\frac{\ln L(T) - \mu_A(T)}{\sigma_A(T)}\right)$$

و

$$E_P\left(\left(L(T)-A(T)\right)\mathbf{1}_{\{A(T)<L(T)\}}\right)$$
$$= L(T)P\big(A(T)<L(T)\big) - e^{\mu_A(t)} + \frac{\sigma_A^2(T)}{2}\Phi\left(\frac{lnL(T)-\mu_{A(T)}-\sigma_{A(T)}^2}{\sigma_{A(T)}}\right)$$

در اینجا، $\sigma_{A(T)}^2 = Var_P(lnA(T))$ و $\mu_{A(T)} = E_P(lnA(T))$ است. به علاوه، $\Phi(.)$ نشان‌دهنده تابع توزیع تجمعی یک متغیر تصادفی نرمال استاندارد است. از آنجا که $\mu_A(t)$ و $\sigma_{A(T)}$ به تخصیص دارایی بستگی دارد، ابتدا تحلیل می‌کنیم که چگونه ریسک به تخصیص دارایی بستگی دارد. شکل 1 احتمال کسری را به عنوان تابعی از تخصیص دارایی بیمه‌گر برای نرخ بهره تضمین شده $i = 2.25\%$، که نرخ تضمین شده کنونی در آلمان است نشان می‌دهد.

شکل 1. احتمال کسری به عنوان تابعی از تخصیص دارایی بیمه‌گر (تضمین نقطه به نقطه)

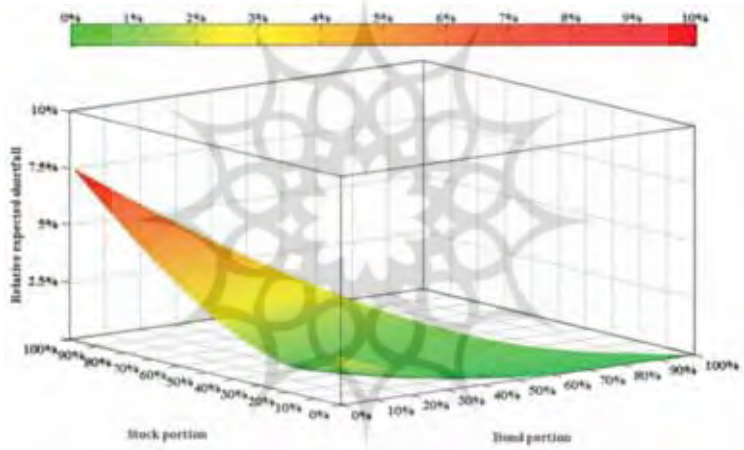


همان‌طور که در بالا تشریح شد، تخصیص دارایی به صورت بخشی سهام، بخشی اوراق قرضه و بخشی بازار پول است که جمع آنها یک می‌باشد. بنابراین، تخصیص دارایی در گوشه بسیار جلو که در آن، بخش سهام و بخش اوراق قرضه، صفر هستند، به یک سرمایه‌گذاری خالص در بازار پول مربوط است. احتمال کسری مربوطه 21% است و بنابراین تقریبا به اندازه ریسکی‌ترین حالت که در صورت نگهداری 100% سهام رخ می‌دهد، بالاست (22%). بسیار شهودی و قابل درک است که اختصاص بخش بزرگی از سرمایه‌گذاری به خرید سهام منجر به نوسانات زیاد و در نتیجه ریسک بالا، و احتمال زیاد کسری می‌شود اما برای سرمایه‌گذاری کامل در بازار پول، این مطلب نیاز به توضیح بیشتری دارد: نرخ بهره کوتاه‌مدت اولیه 1/15% در نظر گرفته می‌شود و بنابراین، به‌طور قابل توجهی کمتر از نرخ بهره تضمین شده است. اگر چه انتظار طولانی مدت از نرخ بهره کوتاه‌مدت، 4.5% است اما افق زمانی نسبتا کوتاه 10 ساله منجر به احتمال قابل توجه دست نیافتن سرمایه‌گذاری بازار پول به بازگشت (عایدی) تضمین شده می‌شود.

برای هر بخش ثابت اوراق قرضه، احتمال کسری ابتدا با افزایش میزان سهام کاهش می‌یابد، به یک مینیمم محلی بین 2% و 20% سهام (بسته به میزان سهام) می‌رسد و سپس در بخش سهام افزایش می‌یابد. بنابراین، نتایج به دست آمده، یک اثر تنوع بخشی[1] شفاف بین سهام و سایر دارایی‌ها را نشان می‌دهد. به بیان دیگر، پرتفوی کمینه‌کننده ریسک، پرتفویی نیست که اگر احتمال کسری، سنجه ریسک مورد نظر باشد، 0% سهام داشته باشد. کمترین احتمال کسری به ازای 2% سرمایه‌گذاری در سهام و 98% سرمایه‌گذاری در اوراق قرضه به دست می‌آید.

حال، کسری مورد انتظار را به عنوان سنجه ریسک در نظر می‌گیریم. شکل 2، کسری مورد انتظار مربوطه را نشان می‌دهد، یعنی کسری مورد انتظار به عنوان درصدی از حق بیمه اولیه P.

شکل 2. کسری مورد انتظار نسبی به عنوان تابعی از تخصیص دارایی بیمه‌گر (تضمین نقطه به نقطه)



با استفاده از کسری مورد انتظار به عنوان سنجه ریسک، مقدار کسری را نیز در نظر می‌گیریم. پس تحت این سنجه ریسک، سهم خیلی زیاد سهام، و بنابراین نوسانات خیلی زیاد منجر به ریسک بالاتری می‌شود. بنابراین بیشترین ریسک به ازای سرمایه‌گذاری خالص در بازار سهام ایجاد می‌شود. اگرچه احتمال کسری برای این دو تخصیص دارایی، بسیار مشابه بود اما این ریسک به‌طور چشمگیری از کسری مورد انتظار مربوط به سرمایه‌گذاری خالص در بازار پول فراتر می‌رود. کسری مورد انتظار برای سرمایه‌گذاری خالص در بازار پول، معادل سرمایه‌گذاری 40 درصدی در سهام و 60 درصدی در اوراق قرضه است.

استراتژی کمینه‌کننده ریسک تحت هر دو سنجه ریسک بسیار مشابه است. ریسک همچنان برای سرمایه‌گذاری 2 درصدی در سهام و 98 درصدی در اوراق قرضه، کمینه است. به علاوه، اثر تنوع

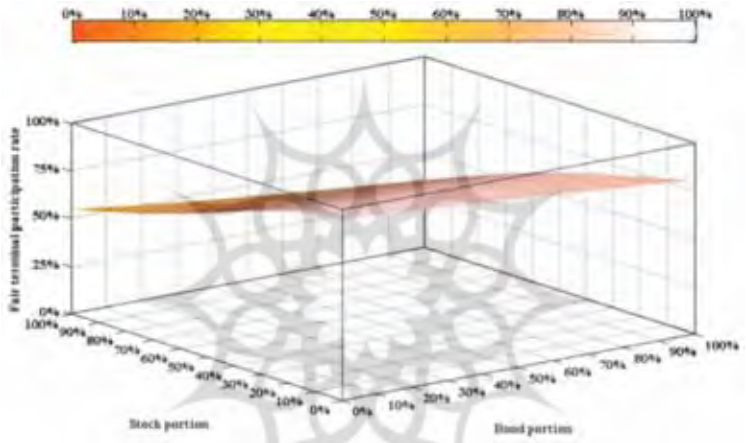
1. Diversification Effect

بخشی که در بالا تشریح شد، مجددا می‌تواند مشاهده شود: به ازای هر میزان ثابتی از سـرمایه‌گـذاری در بازار پول، داشتن 0% سهام، استراتژی کمینه‌کننده ریسک نیست.

قراردادهای منصفانه

اکنون بر ارزش قرارداد از دیدگاه مشتری تمرکز می‌کنیم. همان‌طـور کـه در بخـش 3 مطـرح شـد، قراردادی را منصفانه می‌دانیم که ارزش ریسک-خنثی پرداخت‌های آن، معادل حق بیمه‌های پرداخـت شده باشد. شکل 3 نرخ‌های مشارکت پایانی را نشان می‌دهد که قرارداد را منصفانه می‌سازند.

شکل 3. نرخ منصفانه مشارکت پایانی به عنوان تابعی از تخصیص دارایی بیمه‌گر (تضمین نقطه به نقطه)



همـه نـرخ‌هـای مشـارکت بـه دسـت آمـده، بـین 55% و 95% قـرار دارنـد، بـدین معنـا کـه همـه تخصیص‌های ممکن دارایی می‌تواند با نرخ مشارکت پایانی قابل قبولی که قـرارداد را منصـفانه کنـد، ترکیب شوند. بنابراین برای ضمانت نقطه به نقطه مورد نظر، شرکت بیمه ممکن است ابتدا تخصـیص دارایی خود را با توجه به محدودیت‌هـای ریسـک داده شـده تعیـین نمایـد و سـپس مـی‌توانـد نـرخ مشارکت پایانی را تعیین نماید تا ارزش قرارداد را منصفانه سازد.

اگر شرکت بیمه عمدتا در ابزارهای بازار پول سرمایه‌گذاری کند (که منجر به احتمال کسری نسـبتا بالا و کسری مورد انتظار متوسط می‌شود) نیاز دارد که نرخ مشارکت پایانی خیلی بالایی ارائه دهد. در حالت افراطی سرمایه‌گذاری خالص در بازار پول، نرخ منصفانه مشارکت پایانی، معادل 94% است کـه بدین معناست که چنین تخصیص دارایی در عین حال می‌تواند ریسک نسبتا بالایی برای شرکت بیمـه و بازگشت (عایدی) مورد انتظار پایینی برای مشتری (قبل از مشارکت پاداش پایانی) ایجاد کند.

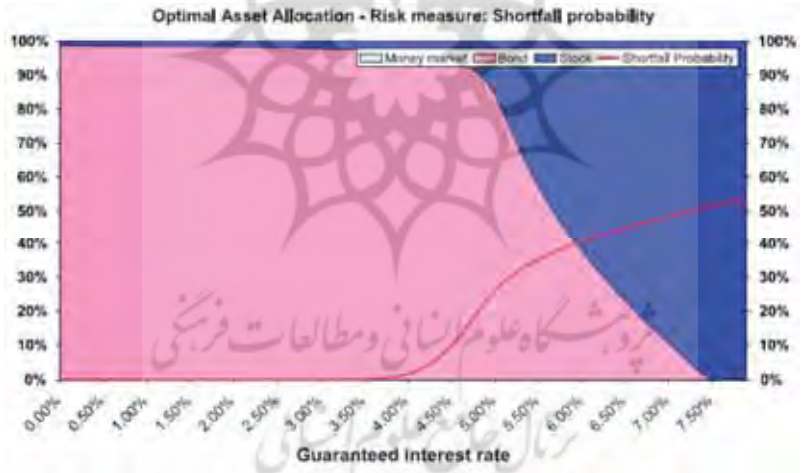
برای تخصیص دارایی‌های مختلف، شرکت می‌تواند با ریسکی مواجه شود که به‌طـور چشـمگیری پایین‌تر است و در عین حال نیاز به نرخ‌های مشارکت پـاداش پایـانی پـایین‌تـری دارد تـا قـرارداد را منصفانه سازد.

تخصیص بهینه دارایی

حال به بررسی چگونگی بستگی تخصیص دارایی کمینه‌کننده ریسک بر نرخ بهره تضـمین شـده i می‌پردازیم. برای حل مسئله بهینه‌سازی مربوطه، از یک الگوریتم جستجوی هیوریسـتیک[1] بـر اسـاس استراتژی‌های تکامل (که به عنوان الگوریتم‌های ژنتیک[2] نیز شناخته می‌شوند) استفاده نمودیم.

شکل 4 تخصیص دارایی که احتمال کسری را به ازای نرخ بهره تضمین شده i کمینـه مـی‌کنـد، و همچنین احتمال کسری مربوطه را نشان می‌دهد.

شکل 4. تخصیص دارایی کمینه‌کننده ریسک به عنوان تابعی از نرخ تضمین شده بهره (تضمین نقطه به نقطه)؛ سنجه ریسک: احتمال کسری



ملاحظه می‌کنیم که به ازای هر نرخ تضمین شده بهره در دامنـه مـورد نظـر، پرتفـوی کمینـه‌کننـده ریسک فقط شامل سهام و اوراق قرضه است.

تا زمانی که نرخ بهره تضمین شده کمتر از سالانه 4% است، ریسک کسری تحت تخصیص دارایـی کمینه‌کننده ریسک، بسیار پایین است. حتی به ازای تضـمین 4%، احتمـال کسـری کمتـر از 2% اسـت. البته، احتمال‌های کسری برای تضمین‌های بالاتر، به‌طور چشمگیری افزایش می‌یابند.

1. Heuristic Search Algorithm
2. Genetic Algorithms

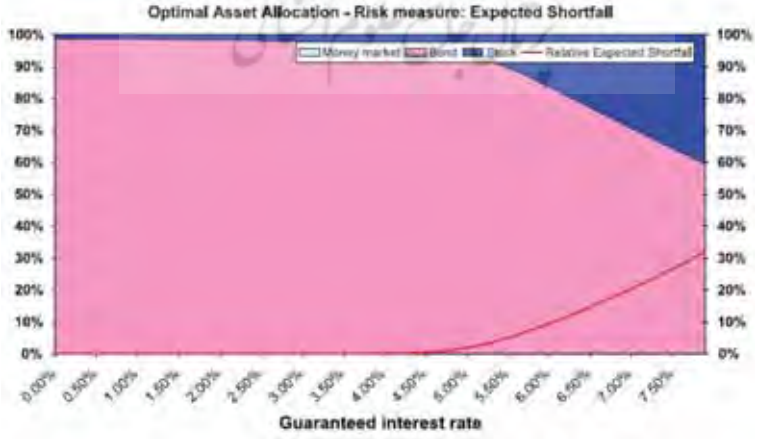
در حالی که به ازای نرخ‌های بهره تضمین شده تا 4%، تخصیص دارایی کمینه‌کننده ریسک، در سطح خیلی پایین سهام (1% تا 3%) و میزان خیلی زیاد اوراق قرضه نسبتا پایدار است، بخش سهام به ازای نرخ‌های بهره تضمین شده معادل یا بالاتر از انتظار بلندمدت از نرخ‌های بهره 4/5% به‌طور چشمگیری افزایش می‌یابد. در حالت افراطی، نرخ بهره تضمین شده 7/5% یا بیشتر، 100% سهام منجر به کمترین احتمال کسری خواهد شد.

در نگاه اول، به نظر می‌رسد این مطلب که نوسانی‌ترین استراتژی سرمایه‌گذاری منجر به کمترین ریسک می‌شود، به نوعی با آنچه که ما درک می‌کنیم، در تناقض باشد. با این وجود، دلیل این مطلب کاملا بدیهی است. اگر نرخ‌های تضمین شده خیلی بالا باشند (به ویژه بالاتر از انتظار بلندمدت از نرخ‌های بهره)، احتمال اینکه سرمایه‌گذاری در بازار پول یا اوراق قرضه به بدهی تضمین شده برسد، بسیار کمتر از سرمایه‌گذاری در بازار سهام است. بنابراین، احتمال کسری مربوطه برای سرمایه‌گذاری در سهام کمتر است.

این مطلب، این سوال را ایجاد می‌کند که از آنجا که احتمال کسری، میزان کسری که می‌تواند برای سرمایه‌گذاری‌های نوسانی سهام به‌طور چشمگیری بالاتر باشد را نادیده می‌گیرد، آیا احتمال کسری، سنجه ریسکی کافی است یا خیر.

بنابراین، شکل 5 تحلیل مشابهی را ارائه می‌دهد که در آن کسری مورد انتظار مربوطه به عنوان سنجه ریسک مورد استفاده قرار گرفته است.

شکل 5. تخصیص دارایی کمینه‌کننده ریسک به عنوان تابعی از نرخ تضمین شده بهره (تضمین نقطه به نقطه)؛ سنجه ریسک: کسری مورد انتظار



برای نرخ‌های تضمین شده کمتر از 4%، نتایج حاصله تغییر چندانی نسبت به موارد مطرح شـده در بالا ندارد. با این وجود، از آنجا که سنجه ریسک کسری مورد انتظار، مقادیر کسری زیاد ممکـن را در نظر می‌گیرد، افزایش میزان سهام با نرخ‌های بهره تضمین شده افزایشی به‌طور چشمگیری کمتر است. بخش سهام کمینه‌کننده ریسک به ازای همه مقادیر در نظر گرفته شده i، کمتر از 35% باقی می‌ماند.

این مطلب نشان می‌دهد که چگونه یک استراتژی مدیریت ریسـک تنهـا بـر اسـاس احتمـال‌هـای کسری (به عنوان مثال همچون یک سنجه خالص ارزش در معرض ریسـک) مـی‌توانـد مشـوق‌هـای سوال‌برانگیز ایجاد کند.

2-4. حالت اجباری

در چیدمان پیچیده‌تر ضمانت‌های سال به سال، هیچ روش حل بسته‌ای بـرای توزیـع‌هـای مـرتبط وجود ندارد. بنابراین، نیاز داریم که بر روش‌های عددی تکیه کنیم تا به نتیجه دست پیدا کنیم. لازم به ذکر است که توزیع $lnA(i+1)-lnA(i)$ به تحقق[1] $r(i)$ بستگی دارد و بنابراین، تحقق‌های متغیـر تصادفی $(lnA(i+1)-lnA(i),r(i+1))_{i=0,\dots,T-1}$ که به صورت چند متغیره توزیع شده اسـت، برای تحلیل‌های عددی مورد نیاز است. با استفاده از تبدیل باکس-مولر[2]، یک نمونـه تصـادفی تولیـد می‌کنیم که به صورت نرمال توزیع شده است (به عنوان مثال، به فیشمن[3] (1996) مراجعـه کنیـد). بـه ازای هر ترکیبی از پارامترها 10,000 شبیه‌سازی مونت کارلو انجام شد تـا بـرآورد احتمـال کسـری و کسری مورد انتظار محاسبه شود.

تحلیل ریسک

بخش بالایی شکل 6 احتمال کسری را به عنوان تابعی از تخصیص دارایی بیمه‌گر برای نـرخ بهـره تضمین شده $i=\%2/25$ و مشارکت در سود مازاد سالانه $\delta=\%\mathbf{90}$ در حالت اجباری (یعنی حـالتی که در آن تنها مازادی که از لحاظ قانونی الزامی اسـت، بیشـتر از نـرخ بهـره تضـمین شـده پرداخـت می‌شود) نشان می‌دهد.

ابتدا شایان ذکر است که در مقایسه با ضمانت نقطه به نقطه، اگر مازاد به‌طور مستمر ارائه شود، حتی اگر بیمه‌گر فقط مازادی را ارائه دهد که از لحاظ قانونی لازم است، احتمال‌های کسـری بـا ثابـت بـودن

1. Realization
2. Box-Muller Transformation
3. Fishman

سایر شرایط، به‌طور چشمگیری بیشتر هستند. از آنجا که مازاد سالانه به شدت به مقادیر دفتری و در نتیجه قوانین حسابداری بستگی دارد، تاثیر تخصیص دارایی با حالت نقطه به نقطه متفاوت است.

کلاس دارایی که بیشترین درجه «آزادی در حسابداری» را دارد، سهام است. بیمه‌گری که 100% در سهام سرمایه‌گذاری می‌کند، حتی اگر سهام به خوبی عمل کند، می‌تواند مشارکت در سود مازاد را به تاخیر بیندازد. بنابراین، نوسانات بازار سرمایه می‌تواند تا حدودی «هموار» شود. در مدل ما، برای استراتژی خاص خرید و نگهداری[1] سهام، عایدی‌های ارزش دفتری همیشه صفر است. این امر منجر به بروز حالت خاصی می‌شود که در آن حالت اجباری با ضمانت نقطه به نقطه بالا مطابقت پیدا می‌کند و بنابراین منجر به احتمال کسری 22% می‌شود.

از سوی دیگر، اگر بیمه‌گر 100% در بازار پول سرمایه‌گذاری کند که در آن هیچ آزادی برای حسابداری وجود ندارد، احتمال کسری به بیشترین مقدار خود در 44% می‌رسد که 2 برابر ارزش سرمایه‌گذاری خالص در سهام است و همچنین 2 برابر مقدار مربوطه در حالت نقطه به نقطه می‌باشد.

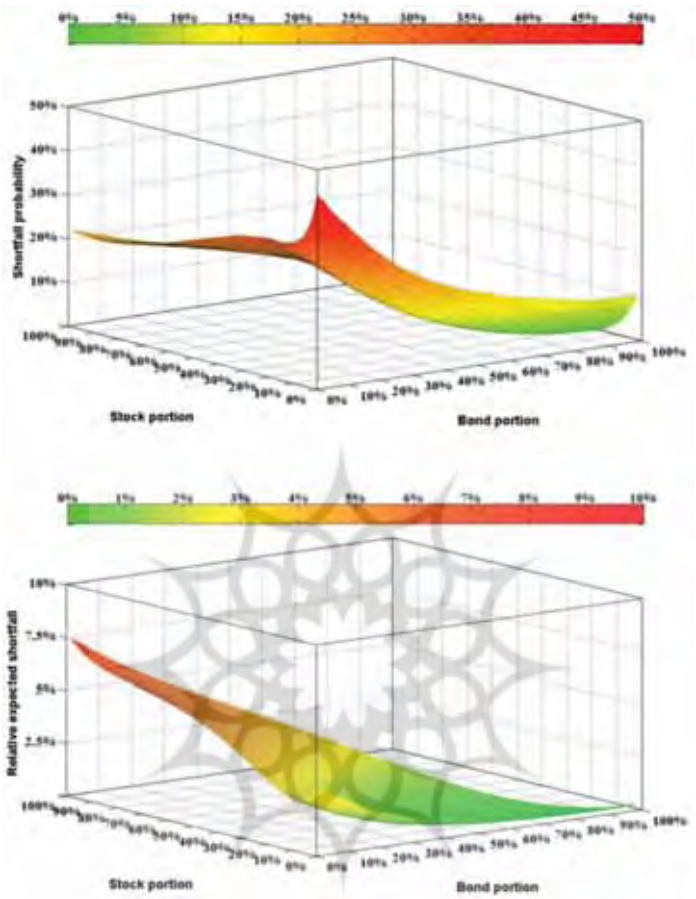
تخصیص دارایی کمینه‌کننده ریسک (که منجر به احتمال کسری 2.17% می‌شود)، دربردارنده سهامی است که تعداد آنها کمی بیشتر از حالت نقطه به نقطه بوده و به صورت 90% اوراق قرضه و 10% سهام تعریف شده است.

اگر کسری مورد انتظار مربوطه، به عنوان سنجه ریسک مورد استفاده قرار گیرد، قسمت پایینی شکل 6 نتایج مشابهی را نشان می‌دهد. نتایج قسمت مربوط به این سنجه بسیار مشابه حالت نقطه به نقطه به نظر می‌رسد. بنا به دلیل ذکر شده، برای نسبت 100% سهام، حالت اجباری و حالت نقطه به نقطه منطبق هستند. به علاوه، 100% سهام تبدیل به ریسکی‌ترین تخصیص سرمایه تحت این سنجه ریسک می‌شود.

پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی
پرتال جامع علوم انسانی

1. Buy-and-hold Strategy

شکل 6. احتمال کسری (شکل بالا) و کسری مورد انتظار نسبی (شکل پایین) به عنوان تابعی از تخصیص دارایی بیمه‌گر (حالت اجباری)

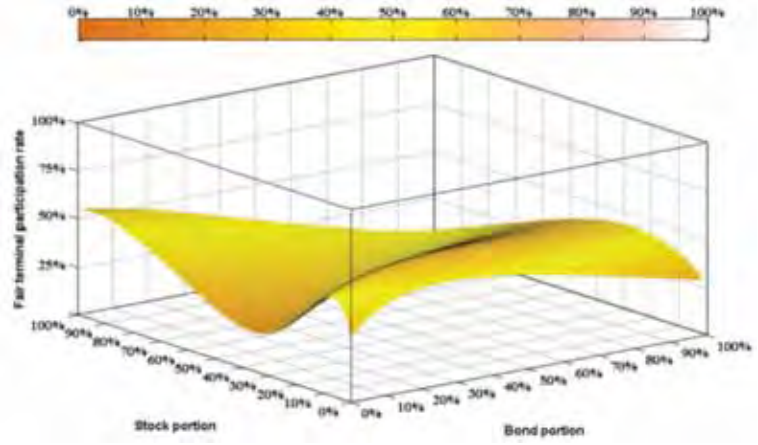


برای سرمایه‌گذاری 100 درصدی در بازار پول، کسری مورد انتظار در مقایسه با حالت نقطه به نقطه تا 60% افزایش می‌یابد اما هنوز به اندازه سرمایه‌گذاری خالص در سهام، ریسکی نیست. استراتژی کمینه‌کننده ریسک بسیار مشابه موردی است که تحت سنجه ریسک احتمال کسری به دست می‌آید؛ تقریبا 10% سهام و 90% اوراق قرضه.

قراردادهای منصفانه

مشابه حالت نقطه به نقطه، شکل 7 نرخ‌های مشارکت پایانی را نشان می‌دهد که قرارداد را منصفانه می‌سازد.

شکل 7. نرخ منصفانه مشارکت پایانی به عنوان تابعی از تخصیص دارایی بیمه‌گر (حالت اجباری)



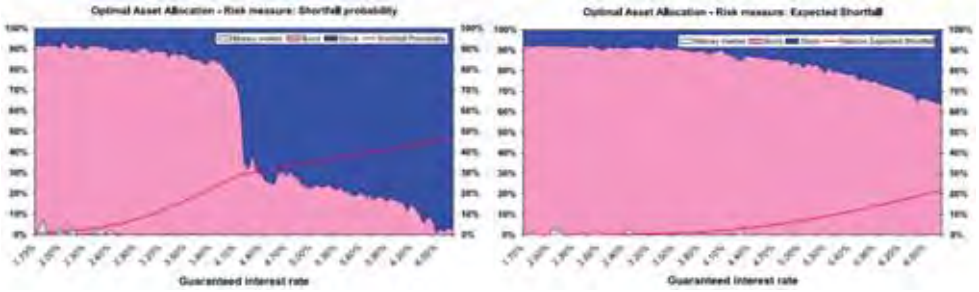
همه نرخ‌های مشارکت بین 20% و 63% قرار دارند و اساسا از حالت نقطه بـه نقطـه کمتـر هسـتند. این مطلب از یک سو بدین معناست که همه تخصیص‌هـای ممکـن دارایـی مـی‌توانـد بـا یـک نـرخ مشارکت پایانی قابل قبول که قرارداد را منصفانه می‌سازد ترکیب شود و از سوی دیگر تایید مـی‌کنـد که مازاد مداوم در حالت اجباری، ارزش مشتری ایجاد می‌کند که باید از طریق نرخ مشـارکت پایـانی کمتری حمایت شود تا ارزش مشابهی را برای مصرف‌کنندگان ایجاد نماید.

از آنجا که سرمایه‌گذاری کامل در بازار پول نیازمند بالاترین نرخ مشارکت پایانی در مدل نقطه بـه نقطه بود، حال، پرتفوی متشکل از 30% اوراق قرضه، 8% سهام و 62% بازار پول- با ثابت بودن سـایر شرایط- کمترین ارزش قرارداد را قبل از مازاد پایانی ایجاد می‌کند و در نتیجه نیازمند نـرخ مشـارکت بالایی است تا قرارداد منصفانه باشد. در مقابل، تخصیص دارایی کمینه‌کننده ریسک، یعنـی 90% اوراق قرضه و 10% سهام، نرخ مازاد پایانی نسبتا بالایی را به همراه دارد.

تخصیص بهینه دارایی

اگر احتمال کسری به عنوان یک سنجه ریسک مد نظر قرار داده شود، قسمت سمت چپ شکل 8 تخصیص دارایی کمینه‌کننده ریسک را به عنوان تابعی از نرخ بهره تضمین شده نشان می‌دهد.

شکل 8. تخصیص دارایی کمینه‌کننده ریسک به عنوان تابعی از نرخ تضمین شده بهره؛ سنجه ریسک: احتمال کسری (شکل سمت چپ)؛ کسری مورد انتظار نسبی (شکل سمت راست) (حالت اجباری)



ابتدا مشاهده می‌کنیم که در مقایسه با نتایج مشابه در مدل نقطه به نقطه (به شکل 4 و 5 مراجعه کنید) نتایج فعلی، همواری کمتری دارد. این امر به دلیل نوسان برآوردهای مونت کارلو و همچنین الگوریتم جستجوی هیوریستیک است. با افزایش زمان محاسبه، می‌توان به هر میزان مطلوبی از دقت دست یافت.

برای نرخ‌های بهره تضمینی نسبتا کم، تخصیص دارایی بهینه، مشابه مدل نقطه به نقطه، عمدتا شامل اوراق قرضه و سهام نسبتا کمی است. با این وجود، در حالی که بیمه‌گر اساسا قادر به حذف احتمال کسری منتج از استراتژی کمینه‌کننده ریسک در بخش قبل است، در اینجا حتی برای نرخ‌های بهره تضمین شده کم، مقداری از احتمال کسری باقی می‌ماند. این مطلب، ریسک اضافه‌ای که ضمانت‌های سال به سال تحمیل می‌کنند را نشان می‌دهد.

به محض اینکه نرخ بهره تضمین شده از سالانه 4% فراتر می‌رود، بخش سهام پرتفوی کمینه‌کننده ریسک به شدت افزایش می‌یابد. همانند مدل نقطه به نقطه، بازار پول و اوراق قرضه نمی‌تواند بازگشت کافی را برای هماهنگی با نرخ تضمین شده نسبتا بالا ایجاد نماید و بنابراین، یک پرتفوی ریسکی‌تر لازم است تا احتمال کسری مینیمم شود. در نهایت، برای نرخ‌های بهره تضمین شده بسیار بالا، پرتفوی کمینه‌کننده ریسک فقط شامل سهام است که به هیچ وجه منجر به مشارکت در سود مازاد عادی نمی‌شود (چرا که برای 100% سهام، مدل نقطه به نقطه و حالت اجباری بر یکدیگر منطبق هستند).

با این وجود، مجددا توجه کنید که احتمال کسری، میزان کسری را نادیده می‌گیرد. بنابراین، تحلیل‌های مشابه، با استفاده از کسری مورد انتظار به عنوان سنجه ریسک هدف در بخش راست شکل 8 نشان داده شده است.

برای نرخ‌های تضمین شده کمتر از 4% سالانه، تخصیص دارایی کمینه‌کننده ریسک، تحت هر دو سنجه ریسک مشابه است. با این وجود برای نرخ‌های بهره تضمین شده بالاتر از نرخ بهره متوسط بلندمدت، چنانچه کسری مورد انتظار به عنوان یک سنجه ریسک مورد استفاده قرا گیرد، بنا به همان دلیلی که در مدل نقطه به نقطه تشریح شد، بخش سهام در تخصیص دارایی کمینه‌کننده ریسک به‌طور چشمگیری با سرعت کمتر افزایش می‌یابد.

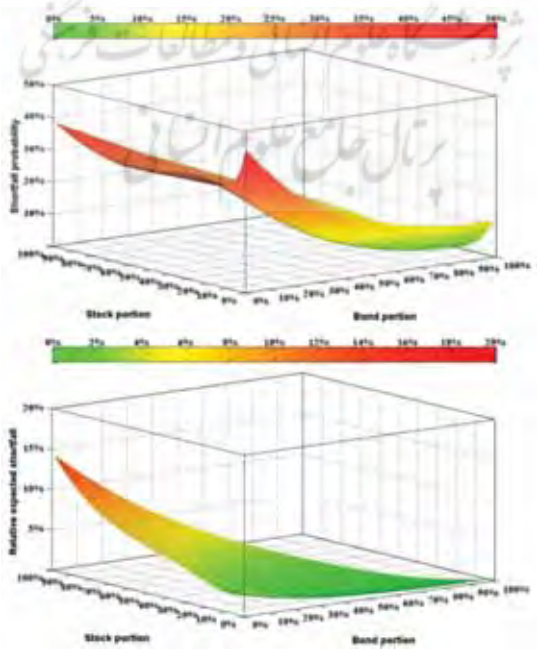
3-4. حالت موجود

در پایان، نتایج را برای حالت موجود، همان‌طور که در بخش 4-2 تشریح شد، نشان می‌دهیم. برای محاسبات زیر، نرخ بهره هدف $z = \%4/5$ و همچنین به ترتیب کران پایین و بالای $q_l = \%5$ و $q_u = \%30$ برای سهمیه اندوخته را فرض کردیم. این پارامترها بدین معنا هستند که شرکت بیمه تا زمانی که ذخایرش بین 5% و 30% باقی بماند، مازاد را در 4/5% پایدار نگه خواهد داشت.

تحلیل ریسک

مشابه فوق، با دانستن تخصیص دارایی‌های مختلف، به بررسی بروز ریسک شرکت بیمه با استفاده از احتمال کسری به عنوان سنجه ریسک مربوطه می‌پردازیم (قسمت بالایی شکل 9).

شکل 9. احتمال کسری (شکل بالا) و کسری مورد انتظار نسبی (شکل پایین) به عنوان تابعی از تخصیص دارایی بیمه‌گر (حالت موجود).



شایان ذکر است که احتمال‌های کسری در مقایسه با حالت اجباری، برای تخصیص دارایی با نسبت سهام کم، افزایش چشمگیری ندارند. یک بار دیگر، این امر به دلیل قوانین حسابداری است که در حالت اجباری بیمه‌گر را مجبور به ارائه مشارکت‌های مازاد زیاد می‌کنند. در نتیجه، استراتژی کمینه‌کننده ریسک (که منجر به احتمال کسری 3/21% می‌شود) فقط کمی تغییر می‌کند و به 91% اوراق قرضه و 9% سهام می‌رسد.

در مقابل، برای تخصیص دارایی‌هایی با نسبت‌های زیاد سهام که به‌طور بالقوه ذخایر نسبتا نوسانی را ایجاد می‌کنند، ریسک بیمه‌گر تحت حالت موجود بسیار افزایش می‌یابد. در زمانی که بازارهای سهام عملکرد خوبی دارند، از دست دادن بخش بزرگ‌تری از ذخایر نسبت به میزانی که از لحاظ قانونی لازم است، ممکن است بعدا توانگری مالی شرکت بیمه را به خطر اندازد، چرا که نرخ تضمین شده باید به مازاد سال‌های قبل نیز پرداخت شود. در نتیجه، هر چه نسبت سهام بیشتر باشد، شرکت بیمه باید در کنار گذاشتن مازاد قانونی بیشتر نسبت به لازمه قانونی، سخاوت کمتری داشته باشد. این مطلب یافته‌های کلینگ و همکارانش[1] که بیان می‌کنند نسبت‌های زیاد سهام تحت ضمانت‌های سال به سال، پایدار نیستند را تایید می‌نماید.

مجددا با استفاده از کسری مورد انتظار، مطالعه بیشتری پیرامون ریسک شرکت بیمه خواهیم داشت (قسمت پایینی شکل 9). ریسک سرمایه‌گذاری کامل در سهام، همانند حالت اجباری، تحت هر دو سنجه ریسک افزایش می‌یابد. جالب است که حتی در حالت موجود، اگر شرکت بیمه سهم زیادی از اوراق قرضه و سهم کمی از سرمایه داشته باشد، ریسک در عمل به صفر می‌رسد. استراتژی کمینه‌کننده ریسک یک بار دیگر با حدود 90% اوراق قرضه و 10% سهام تعیین می‌شود.

در حالی که تحت احتمال کسری، 100% بازار پول و 100% سهام به‌طور یکسانی ریسکی هستند، استفاده از کسری مورد انتظار به عنوان یک سنجه ریسک، به وضوح یک سرمایه‌گذاری کامل در سهام را به عنوان ریسکی‌ترین تخصیص دارایی مشخص می‌کند. این یافته‌ها نسبتا مشابه نتایج مشاهده شده پیرامون ضمانت نقطه به نقطه یا حالت اجباری است.

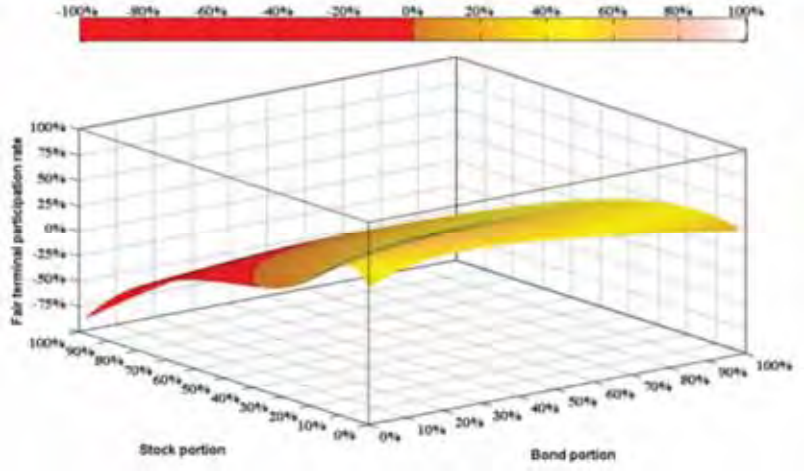
قرارداد منصفانه

همانند تحلیل قبل، شکل 10 نرخ‌های مشارکت پایانی را نشان می‌دهد که موجب می‌شوند قرارداد مورد نظر منصفانه باشد.

---

[1]. Kling, Richter and Russ, 2007b

شکل 10. نرخ منصفانه مشارکت پایانی به عنوان تابعی از تخصیص دارایی بیمه‌گر (حالت موجود)

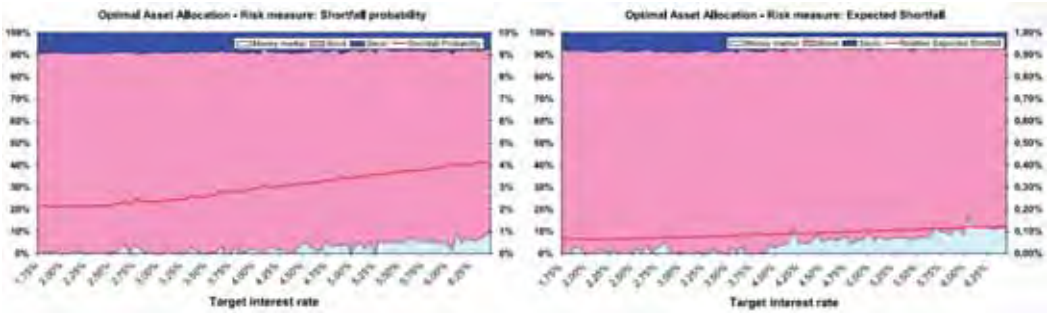


از آنجا که مشارکت در سود مازاد مداوم در حالت موجود بسیار ارزشمند است، نرخ های مشارکت پایانی به ازای همه تخصیص‌های دارایی، کمتر از 60% باقی می‌ماند. به علاوه در حالت موجود، تخصیص دارایی‌هایی وجود دارد که برای آنها تنها یک نرخ مشارکت پایانی منفی، قرارداد را منصفانه می‌سازد. این بدان معناست که ارزش قرارداد بدون پاداش پایانی هنوز از حق بیمه یکجای پرداخت شده بیشتر است. بنابراین، این چیدمان پارامترها، فرصت‌های آربیتراژی در بازار ایجاد خواهد کرد و لذا نباید پیشنهاد داده شوند. تخصیص دارایی‌های مربوطه در شکل 10 به رنگ قرمز نشان داده شده‌اند و با نسبت‌های سهام نسبتا زیاد شناخته می‌شوند. از آنجا که کسری مورد انتظار سنجه ریسک، این موارد را به خصوص به عنوان ریسکی شناسایی نمود، هر دو رویکرد اکچوئرال و مالی در این مورد منجر به تصمیمات مدیریتی مشابه می‌شوند.

تخصیص‌های بهینه دارایی

در پایان، تخصیص‌های بهینه دارایی را در حالت موجود بررسی می‌کنیم. با این وجود، در این مرحله بر تاثیرات تغییر نرخ بهره هدف (در مقابل نرخ بهره تضمین شده) تمرکز می‌کنیم. شکل 11 تخصیص دارایی کمینه‌کننده ریسک را برای نرخ بهره تضمین شده $i = \%2/25$ کران پایین ذخایر $q_l = \%5$ و کران بالای ذخایر $q_u = \%30$ به ترتیب با استفاده از احتمال کسری و کسری مورد انتظار به عنوان تابعی از نرخ بهره هدف نشان می‌دهد.

شکل 11. تخصیص دارایی کمینه‌کننده ریسک به عنوان تابعی از نرخ بهره هدف؛ سنجه ریسک: احتمال کسری (شکل سمت چپ)؛ کسری مورد انتظار نسبی (شکل سمت راست) (حالت موجود)



ابتدا متذکر می‌شویم که – در مقایسه با نتایج پیشین- سنجه‌های ریسک متفاوت مجددا تخصیص‌های بهینه دارایی بسیار مشابهی را به دست می‌دهند. احتمال کسری در نرخ بهره هدف ، تنها اندکی افزایش می‌یابد. بنابراین، با مقایسه با نتایج فوق در می‌یابیم که نرخ تضمین شده (و نه نرخ بهره هدف) به عنوان محرک اصلی ریسک در مدل‌های بدهی مورد نظر ما شناخته می‌شود.

برای نرخ بهره تضمین شده انتخابی 2/25% می‌توان اساسا به طور مستقل از نرخ بهره هدف، از ریسک اجتناب نمود. کسری مورد انتظار مربوطه، تقریبا در حدود 0/2% ثابت می‌ماند. این مطلب نشان می‌دهد که – چنانچه تخصیص دارایی‌های مناسب انتخاب شود- نرخ بهره هدف واقعا تاثیر عملی بر ریسک ندارد. با این وجود، تخصیص دارایی کمینه‌کننده ریسک با تغییر در نرخ هدف تغییر می‌کند: با افزایش نرخ هدف، بخش سهام در حدود 10% پایدار می‌ماند، بخش اوراق قرضه به آرامی‌کاهش می‌یابد و بخش بازار پول تا 10% افزایش می‌یابد.

5. نتیجه‌گیری و چشم‌انداز

در این مقاله، سه نوع متفاوت از قراردادهای مشارکتی بیمه عمر را تحلیل نمودیم. نتیجه نظری بخش 3 نشان می‌دهد که همیشه امکان ترکیب رویکردهای اکچوئرال و مالی به گونه‌ای که مدیریت ریسک بیمه‌گر و قیمت مطلوب قرارداد به‌طور همزمان حاصل شود، وجود دارد مگر اینکه طراحی قرارداد به گونه‌ای باشد که آربیتراژی در اختیار بازار قرار گیرد. در تحلیل عددی، به این نتیجه رسیدیم که تخصیص بهینه دارایی (یعنی تخصیص دارایی کمینه‌کننده ریسک) و همچنین میزان ریسک، بستگی زیادی به مدل بدهی انتخاب شده (یعنی سازوکار توزیع سود مازاد) دارد. به علاوه، نتایج به شدت به سنجه ریسک انتخاب شده بستگی دارند. نتایج به دست آمده نشان می‌دهد که تحت بسیاری از شرایط،

استفاده از احتمال کسری به عنوان تنها سنجه ریسک می‌تواند منجر به مشوق‌های غلط شود. این مطلب باید در زمان به‌کارگیری قوانین مبتنی بر ارزش در معرض ریسک، هم مورد توجه فعالان صنعت بیمه و هم مورد توجه قانون‌گذاران قرار گیرد.

البته مدل و تحلیل ما می‌تواند و باید در پژوهش‌های آینده بهبود یابد. به ویژه ارزنده است که قوانین مدیریتی که امکان استفاده از استراتژی‌های تخصیص دارایی وابسته به مسیر را ایجاد می‌کنند به این کار افزوده شود. به علاوه، این سوال که تحت یک مدل دارایی معین، یک پرتفوی بهینه اوراق قرضه چه مشخصاتی دارد، بسیار جالب خواهد بود. در نهایت، مدل می‌تواند با افزودن بازخرید و مرگ و میر و در نظر گرفتن بیش از فقط یک بیمه‌نامه در ترازنامه بیمه‌گر، واقعی‌تر شود.

پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی
پرتال جامع علوم انسانی

منابع

Barbarin, J., Devolder, P., 2005. Risk measure and fair valuation of an investment guarantee in life insurance. *Insurance: Mathematics and Economics* 37(2), 297–323.

Bauer, D., Kiesel, R., Kling, A., Russ, J., 2006. Risk-neutral valuation of participating life insurance contracts. *Insurance: Mathematics and Economics*, 39(2), pp. 171–183.

Björk, T., 2005. Arbitrage Theory in Continuous Time. Oxford University Press.

Black, F., Scholes, M., 1973. The pricing of options and corporate liabilities. *The Journal of Political Economy*. 81(3), pp. 637–654.

Bryis, E. and De Varenne, F., 1997. On the risk of insurance liabilities: debunking some pitfalls. *Journal of Risk and Insurance*. 64(4), pp. 637–694.

Fishman, G., 1996. Monte Carlo: Concepts, Algorithms, and Applications. Springer.

Gatzert, N., 2008. Asset management and surplus distribution strategies in life insurance: an examination with respect to risk pricing and risk measurement. *Insurance: Mathematics and Economics*, 42(2), pp. 839–849.

Gatzert, N. and Kling, A., 2007. Analysis of participating life insurance contracts: a unification approach. *Journal of Risk and Insurance*, 74(3), pp. 547–570.

GDV, 2007. *Statistisches Taschenbuch der Versicherungswirtschaft*. Technical Report of the Association of German Insurers.

Graf, S., 2008. A combined approach to risk analysis and valuation of life insurance contracts. Ifa-Verlag Ulm.

Grosen, A. and Jørgensen, P.L., 2000. Fair valuation of life insurance liabilities: the impact of guarantees, surrender options and bonus policies. *Insurance: Mathematics and Economics*, 26, pp. 37–57.

Grosen, A. and Jørgensen, P.L., 2002. Life insurance liabilities at market value: an analysis of insolvency risk, bonus policy and regulatory invention rules in a barrier option framework. *Journal of Risk and Insurance*, 69, pp. 63–91.

Kling, A., 2007. *Modellierung, Bewertung und Risikoanalyse von Zinsgarantien in Konventionellen Deutschen Lebensversicherungsverträgen*. Ifa-Verlag Ulm.

Kling, A., Richter, A. and Russ, J., 2007 a. The impact of surplus distribution on the risk exposure of with profit life insurance policies including interest rate guarantees. *Journal of Risk and Insurance* 74(3), pp. 571–589.

Kling, A., Richter, A., Russ, J., 2007 b. The interaction of guarantees, surplus distribution, and assetallocation in with profit life insurance policies. *Insurance: Mathematics and Economics* 40(1), pp. 164–178.

Rechenberg, I., 1994. *Evolutionsstrategie*' 94. Fromann-Holzboog, Stuttgart.

Shreve, S., 2004. *Stochastic Calculus for Finance*, vol.2. Springer.

Sørensen, M., 1997. *Estimating functions for discretely observed diffusions: a review*. In: Selected Proceedings of the Symposium on Estimating Functions. In: IMS Lecture Notes-Monograph Series, 32. pp. 305–325.

Vasicek, O.A., 1977. An equilibrium characterization of the term structure. *Journal of Financial Economics*, 5(2), 177–188.

پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی
پرتال جامع علوم انسانی

فراخوان ارسال مقاله

پژوهشکده بیمه وابسته به بیمه مرکزی جمهوری اسلامی ایران با هدف ارتقاء، بسط، گسترش و نهادینه کردن علم بیمه با رویکرد مطالعه موردی یک موضوع خاص بیمه‌ای و تحلیل مباحث آن، نشریه «گزارش موردی» را منتشر می‌کند

این نشریه قابل استفاده برای کسانی است که به دنبال مباحث خاص بیمه‌ای به‌صورت تئوریک هستند که از آن میان می‌توان به دانشجویان بیمه و اقتصاد، مدیران عالی‌رتبه صنعت بیمه کشور، اساتید دانشگاه‌ها و دست‌اندرکاران صنعت بیمه اشاره کرد؛ لذا از کلیه استادان، پژوهشگران، صاحب‌نظران وکارشناسان محترم برای ارائه مقالات دعوت به عمل می‌آید.

الف . شرایط پذیرش مقاله

1. مقالات می‌توانند به‌صورت تألیفی و یا ترجمه باشند. باید همراه با مقالات ترجمه‌شده، نسخه اصلی آنها نیز ارسال شود.

2. مقالات باید به مطالعه موردی یک موضوع خاص بیمه‌ای بپردازند.

3. حجم مقالات باید با توجه به شرایط مندرج در بند «ب» حداقل 40 صفحه باشد.

4. مقالات ارسالی نباید قبلاً در نشریه‌های داخلی و خارجی یا مجموعه مقالات سمینارها و مجامع علمی چاپ شده باشند و نباید همچنین برای انتشار به جای دیگر واگذار شده باشند.

5. مقالات باید دارای فهرست منابع و مأخذ مستند و اطلاعات کتاب شناختی معتبر باشند.

6. مقالات ترجمه‌ای حداکثر در سال 2005 چاپ شده باشند (مگر در موارد خاص و با تأیید داور).

7. مقالات ارسال‌شده، را داوران تعیین‌شده ازسوی معاونت محترم پژوهشی مورد ارزیابی قرار می‌دهند و پذیرش نهایی آنها نیز مشروط به تأیید معاونت پژوهشی است.

8. حق ویرایش مقالات برای نشریه محفوظ است.

9. مسئولیت مطالب، نظریات و اطلاعات ارائه‌شده در مقاله‌ها و صحت‌وسقم آنها برعهده مؤلف(ان)/مترجم(ان)است.

10. دریافت مقاله به‌صورت الکترونیکی امکان پذیر است.

11. مقالات دریافت‌شده به مؤلف(ان)/ مترجم(ان) بازگردانده نمی‌شوند.

ب . نحوه نگارش مقاله

1. مقاله حداقل در30 صفحهٔ A4 با فاصلهٔ خطوط multiple1.1 و حاشیه‌های 2 سانتی‌متر از هر طرف در نرم‌افزار Wordتایپ شود.

2. نوع قلم و اندازهٔ آن مطابق با شرایط مندرج در جدول(1) باشد.

3. اصول نگارش زبان فارسی به‌طور کامل رعایت شود و از به کاربردن اصطلاحات انگلیسی که معادل فارسی آنها در فرهنگستان زبان فارسی تعریف شده‌است، حتی‌الامکان خودداری شود.

جدول (1) ـ نوع قلم و اندازه

موقعیت استفاده	نام قلم	اندازه قلم
عنوان مقاله	lotus B پررنگ	16
متن مقاله	B lotus	14
تیترهای اصلی	B lotus پررنگ	15
تیترهای فرعی	B lotus پررنگ	14
عناوین جدول‌ها و شکل‌ها	B lotus	14
متن جدول‌ها، شکل‌ها و منابع	B lotus	14
پاورقی فارسی	B lotus	11
پاورقی انگلیسی	Times New Roman	10

ج . شیوه تنظیم منابع

در ذکر منابع، سبک Harvard که به شرح زیر است، رعایت شود:

1. منابع انتهای متن

- کتاب: نام‌خانوادگی، نام نویسنده سال انتشار، عنوان کتاب (ایتالیک)، نام مترجم، ناشر، محل نشر، نوبت چاپ، صفحه یا صفحات.

- مقاله: نام‌خانوادگی، نام نویسنده سال انتشار، عنوان مقاله (در گیومه)، عنوان نشریه (ایتالیک)، دوره، شماره (ماه یا فصل انتشار) ، صفحه یا صفحات.

- منابع الکترونیکی: نام خانوادگی، نام نویسنده سال انتشار، عنوان مقاله (ایتالیک)، تاریخ دقیق دسترسی به مقاله در اینترنت، > آدرس اینترنتی<.

2. منابع داخل متن:

- (نام خانوادگی نویسنده، سال انتشار اثر)

علاقمندان برای دریافت اطلاعات تکمیلی می‌توانند به نشانی زیر مراجعه فرمایند:

نشانی: تهران ـ سعادت آباد ـ میدان کاج ـ خیابان سرو غربی ـ شماره 43 ـ دفتر نشریه گزارش موردی- شماره تماس 22084084 جهت مکاتبه با نشریه به آدرس الکترونیکی workingpaper.irc.ac.ir مراجعه فرمایید.

فهرست گزارش موردی‌های منتشرشده در پژوهشکده بیمه

گزارش موردی1 (دی 1389): کلیات اقتصاد برنامه‌های بیمه اجتماعی

گزارش موردی 2 (اسفند 1389): آمارهای حوادث جاده‌ای در کشورهای منتخب و تحلیل خسارت‌های پرداختی بیمه شخص ثالث در ایران

گزارش موردی 3 (فروردین و اردیبهشت 1390): اوراق بهادار بیمه‌ای

گزارش موردی 4 (خرداد و تیر 1390): نقش شاخص‌ها در انتقال ریسک در صنعت بیمه

گزارش موردی 5 (مرداد و شهریور 1390): شاخص‌های پایه‌ای نرخ بیمه زلزله ساختمان‌های ایران

گزارش موردی 6 (مهر و آبان 1390): اصلاح سیستم خدمات درمانی در ژاپن: کنترل هزینه‌ها، ارتقای کیفیت و تضمین برابری

گزارش موردی 7 (آذر و دی 1390): بیمه در کشورهای درحال‌توسعه: بهره‌گیری از فرصت‌های موجود در بیمه‌های خرد

گزارش موردی 8 (بهمن و اسفند 1390): پولشویی و روش‌های جلوگیری از آن در صنعت بیمه

گزارش موردی 9 (فروردین و اردیبهشت 1391): کاربرد ملی مقررات ساختمان در مدیریت ریسک و نرخ‌گذاری بیمهٔ آتش‌سوزی

گزارش موردی 10 (خرداد و تیر 1391): پیشگیری شناسایی و مقابله با کلاهبرداری در بیمه

گزارش موردی 11 (مرداد و شهریور 1391): تجربه کشور هندوستان در حذف تعرفه‌های بیمه‌های غیرزندگی

گزارش موردی 12 (مهر و آبان): تدوین بیمه‌نامه زلزله در بخش مسکن و ارائه مدلی کاربردی جهت بررسی نقش بیمه در بهبود کیفیت ساختمان در ایران

گزارش موردی 13 (آذر و دی): رابطه بیمه و رشد اقتصادی- تحلیل نظری و تجربی

راهنمای اشتراک دوماهنامه گزارش موردی

لطفاً قبل از پرکردن برگه درخواست اشتراک به نکات زیر توجه نمایید:

1. کلیه مکاتبات خود را با ذکر شماره اشتراک انجام دهید.
2. نشانی خود را کامل و خوانا و با ذکر کدپستی بنویسید.
3. بهای اشتراک را پس از هماهنگی با کتابفروشی پژوهشکده بیمه به شماره حساب **2178959001000**، بانک ملی (سیبا)، شعبه سعادت‌آباد، کد 1011 به نام تمرکز وجوه درآمد اختصاصی پژوهشکده بیمه واریز کنید و فیش بانکی را به همراه فرم اشتراک تکمیل‌شده به دفتر گزارش موردی ارسال نمایید.
4. اشتراک از جدیدترین شماره به بعد پذیرفته می‌شود.

دفتر گزارش موردی: تهران – سعادت‌آباد- میدان کاج- خیابان سرو غربی- پلاک 43

(صندوق پستی: 4499-19395)

برگ درخواست اشتراک دو ماهنامه «گزارش موردی»

قبلا مشترک بوده‌ام قبلاً مشترک نبوده‌ام شماره اشتراک ..... نام کتابخانه: شرکت، سازمان، مؤسسه .....

نام و نام‌خانوادگی:.....

مدت اشتراک: ..... تعداد مورد درخواست: ..... شروع اشتراک از شماره: .....

نشانی دقیق:.....