

آزمون فرضیه بازار فراکتالی در بورس اوراق بهادار تهران

حبيب مروت¹

چکیده

تشخیص فرایند حاکم بر بازدهی‌های بازار سهام به منظور اخذ تصمیم بهینه و کاهش هزینه ریسک اهمیت فراوانی برای سرمایه‌گذاران و سیاست‌گذاران مالی دارد. در این تحقیق تلاش شده است تا با استفاده از بازدهی‌های روزانه بازار سهام تهران وجود حافظه بلندمدت، ساختار فراکتالی و پایداری در این شاخص بررسی شود. به منظور آزمون فرضیه بازار فراکتالی در بازار سهام تهران با استفاده از سه روش تحلیل R/S کلاسیک، تحلیل R/S اصلاح شده و مدل ARFIMA نمای هرست برآورد شد. با وجود اینکه در هر سه فرض صفر مبنی بر کارایی بازار در برابر فرض وجود حافظه بلندمدت و پایداری در داده‌ها رد شد، اما از آنجائی که نتایج تحلیل R/S در صورت وجود همبستگی‌های کوتاه-مدت دارای تورش می‌باشد بعد از رفع همبستگی‌های کوتاه‌مدت با استفاده از مدل ARMA، مشخص شد که بازدهی‌های روزانه سهام تهران دارای حافظه بلندمدت، ساختار فراکتالی و پایدار نمی‌باشند بلکه دارای حافظه کوتاه‌مدت می‌باشند. از آنجائی که روش R/S نمای هرست را بیش از حد برآورد می‌کند از شبیه‌سازی مونت کارلو برای تعیین مقادیر بحرانی آماره آزمون استفاده شد.

واژگان کلیدی: نمای هرست، تحلیل R/S، ARFIMA، مونت کارلو.

طبقه‌بندی موضوعی: C1, G1.

1. دانشجوی دکتری اقتصاد مالی دانشگاه علامه طباطبائی . habibmorovat@yahoo.com

1- مقدمه

بازارهای سهام نقشی اساسی در تامین و تخصیص بهینه منابع مالی و در نتیجه در رونق اقتصادی و مالی کشورها ایفا می‌نمایند. بنابراین کارایی و پایداری این بازارها برای همه عوامل بازار مخصوصاً سرمایه گذاران و سیاست‌گذاران اهمیت فراوانی دارند. اگر بازار کارا باشد برخی از سرمایه‌گذاران نمی‌توانند بطور سیستماتیک با استفاده از اطلاعات اضافی بازدهی بیشتری از بازدهی متعارف کسب نمایند. اگر بازار پایدار باشد حساسیت آن به شوکهای اقتصادی و غیر اقتصادی اندک بوده و می‌تواند اثرات منفی شوک‌ها را جذب نماید، بنابراین این بازارها دارای نوسانات و تلاطم کمتری بوده و ریسک سرمایه‌گذاری در آنها کمتر خواهد بود. در نتیجه، سرمایه‌گذاران تمایل بیشتری به فعالیت و سرمایه‌گذاری در این بازارها خواهند داشت. سیاست‌گذاران نیز به منظور جذب سرمایه‌های بیشتر و گسترش این بازارها نیاز دارند تا با استفاده از سیاست‌های مناسب کارایی و پایداری بازار سهام را افزایش دهند تا از این طریق رونق اقتصادی کشور را بهبود دهند. بنابراین گام نخست برای سرمایه‌گذاران به منظور سرمایه‌گذاری در یک بازار معین و برای سیاست‌گذاران به منظور ارزیابی اثرات سیاست‌های خود بررسی کارایی و پایداری بازارها می‌باشد.

در طی دهه گذشته بازار سهام تهران از نظر حجم و ارزش معاملات و تعداد شرکت‌های فعال رشد زیادی داشته است. همچنین این بازار نقش مهمی در خصوصی سازی شرکت‌های دولتی داشته است. اما بررسی داده‌ها و اطلاعات مربوط به این بازار نشان می‌دهد که نوسانات و تلاطم بازار زیاد بوده و در برابر شوک‌ها حساسیت زیادی از خود نشان می‌دهد که این موضوع می‌تواند در بلندمدت اثرات منفی بر رونق این بازار داشته باشد. بنابراین باید علاوه بر رشد کمی این بازار به رشد کیفی آن نیز توجه بیشتری شود. در این تحقیق تلاش می‌شود تا پایداری بازار سهام تهران بطور دقیق ارزیابی شود تا دید عمیق‌تر و علمی‌تری از کارایی و پایداری این بازار در اختیار سیاست‌گذاران قرار دهد.

از زمان پیدایش بازارهای سهام روش‌های مختلفی برای شناسایی بازارهای کارا و پایدار مطرح شده‌اند. یکی از روش‌های جدیدی که به پایداری بازار سهام می‌پردازد فرضیه بازار فراکتالی است که در این تحقیق به آن پرداخته شده است.

نظریه‌های سنتی بازارهای سرمایه فرض می‌کردند که رفتار بازدهی‌های بازارهای سرمایه از فرایند مارتینگل¹ تبعیت می‌کند. بر اساس این نظریه‌ها بازدهی‌های بازار سرمایه از هم مستقل هستند. یکی از

دلالت‌های این نظریه‌ها، فرضیه بازارهای کارا¹ (EMH) می‌باشد (Fama, 1970). بر اساس فرضیه بازار کارا به علت عدم وجود وابستگی بین بازدهی‌های بازار سرمایه یک سرمایه‌گذار معمولی نمی‌تواند امید داشته باشد که بطور سیستماتیک از بازار سود کسب نماید. بنابراین، منابع وسیعی که سرمایه‌گذاران برای ارزیابی و تحلیل بازارها و متغیرهای مالی استفاده می‌کنند به هدر می‌رود. مطالعات تجربی و نظری این نظریه را مورد تأیید قرار دادند بطوریکه جنسن (Jensen, 1978) ادعا نمود که هیچ موضوعی در اقتصاد به این اندازه از نظر تجربی مورد تأیید قرار نگرفته است (Shliefer, 2001). اما در طی سه دهه گذشته این نظریه هم از بعد نظری و هم از بعد کاربردهای تجربی مورد تردید و چالش فراوان قرار گرفته است (از بعد نظری، اقتصاد رفتاری فروض مبنایی آن مانند انتظارات عقلایی را زیر سوال برد و از بعد تجربی نیز بسیاری از مطالعات فرضیه بازارهای کارا در بازارهای مالی کشورهای مختلف را تأیید نکردند (Scheinkman & Lebaron, 1989) و هسیه (Hsieh, 1991) در مورد شاخص هفتگی بازار سهام آمریکا، آبیانکر و همکاران (Abhyankar, et al., 1995) در مورد شاخص سهام انگلستان (FTSE 100²). عدم تأیید فرضیه بازارهای کارا به معنی وجود همبستگی در بازدهی‌های بازارهای مالی است.

به منظور در نظر گرفتن همبستگی‌ها در بازدهی‌ها و قیمت‌های شاخصهای مالی در بازار سهام پیترز (Peters, 1991) فرضیه بازار فراکتالی³ را مطرح نمود. این فرضیه دلایل قبلی مبنی بر عدم همبستگی را رد نمی‌کند اما دامنه وسیع‌تری را برای رفتار بازدهی‌ها در نظر می‌گیرد. بنابراین، FMH الزاما فرضیه جایگزین برای EMH ارائه نمی‌دهد. فرضیه بازار فراکتالی از نظریه فراکتالها و هندسه فراکتالی (Mandelbrot, 1981) سرچشمه می‌گیرد. بر اساس این نظریه اجسامی که ساختار فراکتالی دارند پایدارتر هستند. برای تعیین وجود همبستگی در بازدهی‌ها و نوع فرایند رفتاری آنها از آماره نمای هرست⁴، H، استفاده می‌شود. روشهای مختلفی برای محاسبه نمای هرست وجود دارد که مهمترین این روش‌ها، تحلیل دامنه مقیاس‌بندی شده⁵ یا تحلیل R/S نام دارد. این روش توسط هرست (Hurst, 1951) کشف و توسط مندلبروت (Mandelbrot) اصلاح شد. این روش هنگام وجود همبستگی‌های کوتاه‌مدت نتایج تورش‌دار تولید می‌کند. لو (Lo, 1991) برای رفع این نقص روش R/S اصلاح شده را معرفی نمود. از مدل ARFIMA نیز می‌توان به طور غیرمستقیم برای برآورد نمای

1. Efficient Market Hypothesis (EMH)
2. Financial Times Stock Exchange
3. Fractal Markets Hypothesis (FMH)
4. Hurst Exponent
5. Rescaled Range

هرست استفاده نمود. در این تحقیق از سه روش مذکور برای برآورد نمای هرست استفاده خواهد شد. این تحقیق از دو جهت به ادبیات موضوع می‌افزاید، 1- برای برآورد نمای هرست فرایندهای کوتاه-مدت موجود در داده‌ها که باعث تورش نتایج آزمون می‌شوند با استفاده از مدل $ARMA$ حذف شده است. 2- برای تعیین مقادیر بحرانی آماره‌های آزمون از شبیه‌سازی مونت کارلو استفاده شده است. در ادامه در بخش دوم مبانی نظری فرضیه بازار فراکتالی مطرح می‌شود. در این بخش بعد از تعریف فراکتال، دلالت اقتصادی این فرضیه در قالب بند خودهمانندی و فرضیه بازار فراکتالی بیان می‌شود و سپس روش‌های آزمون فرضیه بیان خواهند شد. در بخش سوم ادبیات تجربی موضوع مطرح شده است. در بخش چهارم تجزیه و تحلیل داده‌ها و نتایج تجربی بیان می‌شود و نهایتاً در بخش نتیجه‌گیری ارائه شده است.

2- فرضیه بازار فراکتالی

1-2-1- فراکتال چیست؟

تعریف دقیقی برای فراکتال وجود ندارد. فراکتال‌ها اجسامی هستند که وقتی آنها را می‌بینیم، می‌شناسیم اما در توصیف آنها با دقت کافی به منظور درک کامل چیرستی آنها مشکل داریم. حتی مندلبروت پدر هندسه فراکتالی تعریف دقیقی ارائه ننموده است. بنابراین برای شناسایی آنها بهتر است از ویژگی‌های اصلی آنها استفاده نماییم.

الف - بعد فراکتالی یا شکسته: اجسام فراکتالی دارای بعد فراکتالی هستند که از بعد توپولوژیکی¹ بزرگتر ولی از بعد اقلیدسی² کوچکتر می‌باشد. بنابراین بعد فراکتالی مفهومی وسیع‌تر از بعد اقلیدسی بوده و می‌تواند اعداد غیر صحیح را نیز شامل گردد. بنا به تعریف بعد فراکتالی، D ، یک مجموعه از رابطه (1) به دست می‌آید:

$$D = \lim_{e \rightarrow 0} \frac{\log(N(e))}{\log\left(\frac{1}{e}\right)} \quad (1)$$

که در این فرمول e عبارت است از نسبتی که یک مجموعه بوسیله آن به اندازه‌های یکسان تقسیم می‌شود و N تعداد نسبت‌های تشکیل‌دهنده آن مجموعه است. (برای توضیحات بیشتر و مثالها به پیترز (Peters, 1991) مراجعه نمایید).

ب - خود متشابهی: اجسام فراکتالی خود متشابه هستند؛ یعنی هر جزء از جسم شبیه شکل کلی جسم می‌باشد. این ویژگی، فراکتال‌ها را عاری از مقیاس‌بندی¹ نموده است. این، ویژگی اصلی و متمایز فراکتال‌ها است. این ویژگی به دو گونه وجود دارد: در برخی از اجسام خود متشابهی دقیق² است مانند گیاه سرخس بطوریکه هر بخش کوچکی از این گیاه دقیقاً همانند بخش‌های کلی تر گیاه است اما در برخی دیگر از اجسام، خود متشابهی آماری³ می‌باشد مانند ترک دیوارها.

اجسامی که دارای ساختار فراکتالی باشند پایدارتر هستند زیرا در ساختارهای فراکتالی، خطای وارده بر نسل‌های قبلی به صورت توانی به نسل‌های بعدی منتقل می‌شوند و بنابراین اثر خطای وارده بر نسل‌های اولیه به تدریج در نسل‌های بعدی کاهش می‌یابد اما اگر این خطاها برخلاف ساختارهای فراکتالی به صورت نمایی به نسل‌های بعدی منتقل گردند این خطاها به تدریج در نسل‌های بعدی افزایش یافته و بنابراین شوک وارده باعث از بین رفتن سیستم خواهد شد.

2-2- خودهمانندی و فرضیه بازارهای فراکتالی

امروزه در تمام کشورها تحرک و رونق بورس اوراق بهادار به عنوان یکی از معیارهای سلامت و پویایی اقتصاد شناخته می‌شود. رونق این بازار به عنوان یکی از ارکان اصلی بازار سرمایه، پس‌اندازها و منابع مالی محدود موجود در جامعه را به نحو بهینه و در سریع‌ترین زمان به مسیر سرمایه‌گذاری بهینه هدایت می‌کند. بنابراین کارایی و پایداری این بازار نقش بسیار مهمی در تخصیص بهینه منابع مالی داخلی و خارجی ایفا می‌نماید.

برای سال‌های متمادی این سوال که، تا چه اندازه می‌توان از قیمت‌های قبلی بازار سهام برای پیش‌بینی معنی‌دار (معتبر) قیمت‌های آتی استفاده نمود، یکی از مباحث اصلی و رایج در محافل علمی و تجاری بوده است. برای پاسخگویی به این سوال مدل‌ها و تئوری‌های مختلفی بوجود آمدند. یکی از این مدل‌ها مدل گام تصادفی می‌باشد که تا دهه‌های اخیر از اهمیت و اعتبار بیشتری برخوردار بوده است. این نظریه فرایند حاکم بر روند قیمت‌ها را تصادفی دانسته و بنابراین تغییرات آنها را غیر قابل پیش‌بینی می‌داند. بعد از مطرح شدن نظریه گام تصادفی، فرضیه بازارهای کارا⁴ برای آزمون آن بوجود آمد. بازارهایی که از فرایند گام تصادفی تبعیت نمایند کارا می‌باشند. اما بر اساس مطالعه ماندلبروت

1. Scale- invariant

2. Exact Self-similarity

3. Statistical Self-similarity

4. Efficient Market Hypothesis

(Mandelbrot, 1971) و راجرز¹ (Rogers, 1995) در حالیکه همبستگی کوتاه‌مدت به احتمال زیاد بنیادی برای تدوین استراتژی‌های تجاری به منظور کسب بازدهی‌های غیرمعمول ایجاد نمی‌کند، اما وجود همبستگی‌های بلندمدت تحت شرایط معینی به مفهوم آنست که استراتژی‌های تجاری مبتنی بر قیمت‌های تاریخی ممکن است بطور سیستماتیک سودآور باشد. بنابراین تشخیص نوع همبستگی در بازدهی‌های شاخص‌های بازارهای مالی از اهمیت فراوانی برای سرمایه‌گذاران و سیاست‌گذاران مالی برخوردار است. در نتیجه، فرضیه گسترده‌تر از فرضیه بازار کارا که فقط همبستگی‌های کوتاه‌مدت را در نظر می‌گرفت مطرح شد که در این فرضیه همبستگی‌های بلندمدت نیز مورد توجه قرار می‌گرفت این فرضیه توسط پیترز (Peters, 1991) فرضیه بازار فراکتالی² نامیده شد. این فرضیه دلایل قبلی مبنی بر عدم همبستگی را رد نمی‌کند اما دامنه وسیع‌تری را برای رفتار بازدهی‌ها در نظر می‌گیرد. بنابراین، الزاماً فرضیه جایگزین برای EMH ارائه نمی‌دهد. فرضیه بازار فراکتالی از نظریه فراکتال‌ها و هندسه فراکتالی (Mandelbrot, 1981) سرچشمه می‌گیرد.

فرضیه بازارهای فرکتالی، مدل و الگوی تئوری مالی و اقتصادی در طی بیست سال اخیر بوده است. بعد از تحلیل داده‌های تجربی بازارهای مالی و پیشرفت نظریه‌های مالی و اقتصادی این الگو متداول شد. توسعه نظریه سیستم‌های پویای غیرخطی رهیافت‌های جدیدی در مورد نظریه‌های مالی و اقتصادی را به وجود آورده است. معرفی فرایندهای غیرخطی در این مدل‌ها ممکن است تحقیق در مورد مکانیزیم مولد نوسانات مشاهده شده در داده‌های مالی واقعی را بهبود دهد. رفتار شاخص‌های بازارهای مالی تصادفی بودن منطقه‌ای و معین بودن عمومی را نشان می‌دهند. بازارهای مالی را می‌توان به عنوان سیستم‌های پویای غیرخطی که فعل و انفعالات عوامل را در فرایند تجزیه و تحلیل فوری اطلاعات در نظر می‌گیرند، ارزیابی نمود. سرمایه‌گذاران با افق زمانی سرمایه‌گذاری یکسان در بازار ممکن است این اطلاعات را بطور متفاوت استفاده نموده و به کار گیرند. بنابراین بازار مالی یک ساختار فراکتالی در ارتباط با افق‌های زمانی سرمایه‌گذاری دارد. در نتیجه باید از روش‌های جدید مبتنی بر نظریه آشوب و فراکتالی برای تجزیه و تحلیل این نوع بازارها استفاده نمود. بدین منظور معمولاً مفهوم ضعیف‌تر خود متشابهی در مورد سری‌های زمانی بازدهی‌های بازارهای مالی استفاده می‌شود.

2. Rogers

3. Fractal Markets Hypothesis (FMH)

ساختار فراکتالی پویا مانند بازار سهام از تعدادی سرمایه‌گذار تشکیل شده است که شامل سرمایه‌گذاران لحظه‌ای تا سرمایه‌گذاران بلندمدت است. بازار پایدار بازاری است که در آن تمامی عوامل بتوانند با یکدیگر معامله نمایند و هر یک از آنها با توجه به افق زمانی سرمایه‌گذاری خود با ریسک مشابهی مواجه شوند. بنابراین برای آنکه بازار سرمایه پایدار باشد باید ویژگی‌ها و توزیع‌های آماری (گشتاورهای مرتبه دوم و بالاتر) بازدهی‌ها در افق‌های زمانی مختلف (روزانه، هفتگی، ماهانه و ...) مشابه باشند. خودهمبستگی بیان می‌کند که توزیع بازدهی‌ها در دامنه‌های نمونه‌گیری مختلف همانند و مشابه می‌باشند. در ساختار فراکتالی بازار اگر سرمایه‌گذاران روزانه با یک بحران و سقوط در مقیاس زمانی خود (مانند شوک چهار برابر انحراف معیار سری زمانی) مواجه شوند بازار پایدار باقی خواهد ماند اگر سایر سرمایه‌گذاران با افق زمانی سرمایه‌گذاری متفاوت این حادثه و سقوط را به عنوان یک فرصت خرید بدانند و سهام آنها را خریداری کنند. اما وقتی افق زمانی سرمایه‌گذاری تمامی افراد کاهش یابد و همه سرمایه‌گذاران سرمایه‌گذار لحظه‌ای شوند (یعنی وقتی اعتقاد خود به اطلاعات بلندمدت را از دست بدهند) بازار ناپایدار و بحرانی می‌شود. بنابراین، بازار می‌تواند شوک‌ها را جذب کند به شرطی که بازار ساختار فراکتالی خود را حفظ نماید ولی وقتی ساختار فراکتالی از بین برود ناپایداری بر بازار حاکم می‌شود.

بعد فراکتالی سری‌های زمانی میزان ناهم‌واری و نوسانات آن را نشان می‌دهد. بعد فراکتالی یک خط برابر 1 و برای یک صفحه برابر 2 است، بنابراین بعد فراکتالی یک سری زمانی بین 1 و 2 قرار دارد. رابطه بعد فراکتالی و نمای هرست یک سری زمانی از رابطه (2) به دست می‌آید:

$$D = 2 - H \quad (2)$$

خودهمبستگی به شکل زیر تعریف می‌شود (Calvet & Fisher, 2002):

$$\{X(nt_1), \dots, X(nt_k)\}^d = \{n^H X(t_1), \dots, n^H X(t_k)\} \quad (3)$$

که $X(t)$ بازدهی‌های اندازه‌گیری شده در دوره t را نشان می‌دهد و d = برابری توزیع را نشان می‌دهد.

هنگامیکه بازدهی‌ها دارای توزیع نرمال باشند ویژگی خودهمبستگی بیان می‌کند که واریانس بازدهی‌ها ($g_0^{(n)}$) بطور متناسب با مقیاسی که بازدهی‌ها در آن بازه زمانی اندازه‌گیری می‌شوند (n) و با توجه به عامل تناسب که با نمای هرست نشان داده می‌شود (H) تغییر می‌کند:

$$g_0^n = n^{2H} g_0^1$$

خودهممانندی بطور ضمنی بیان می کند که تابع خودهمبستگی برای وقفه k $(r_k^{(n)} = g_k^n / g_k^0)$ برای همه مقادیر n یکسان می باشد $(r_k^{(n)} = r_k^{(1)})$.

بر اساس این نظریه اجسامی که ساختار فراکتالی دارند پایدارتر هستند. بر اساس فرضیه بازارهای فراکتالی رفتار بازدهی ها می تواند به سه شکل باشد؛ ناپایدار¹ (که معادل ویژگی برگشت به میانگین بودن شاخص مالی می باشد)، تصادفی (که معادل EMH می باشد) و پایدار² (که بیانگر وجود همبستگی ها و حافظه بلندمدت، ساختار فراکتالی و اثرات اهرمی در شاخص ها می باشد). اما تأکید این فرضیه بر وجود پایداری و ساختار فراکتالی در سری های زمانی می باشد.

3-2- تحلیل R/S

این روش ناپارامتریک که از آن برای محاسبه نمای هرست استفاده می شود توسط هرست (Hurst, 1951) کشف شد و توسط مندلبروت اصلاح شد. این روش کاربرد زیادی در تجزیه و تحلیل سری های زمانی مخصوصاً سری های زمانی مالی دارد. تحلیل R/S برای تمیز سیستم های تصادفی از غیر تصادفی، پایداری روندها و طول دوره چرخه ها در بازارهای سهام استفاده می شود. این روش توانایی زیادی برای تشخیص سری های زمانی تصادفی از سری های زمانی فراکتالی دارد.

اگر سری زمانی قیمت ها با تعداد مشاهدات N را با P_i نشان دهیم، آنگاه بازدهی لگاریتمی R_i از رابطه (4) به دست می آید:

$$R_i = \log\left(\frac{P_{i+1}}{P_i}\right), \quad i = 1, \dots, N \quad (4)$$

دوره زمانی را به m زیر دوره با طول n تقسیم می کنیم بطوریکه $N = m.n$. هر زیر دوره را با T_z نشان می دهیم که در آن $z = 1, 2, \dots, m$. هر عضو T_z را N_j نشان می دهیم که در آن $j = 1, \dots, n$. میانگین هر زیر دوره T_z با طول n از رابطه (5) محاسبه می شود:

$$M_z = \frac{\sum_{j=1}^n N_{j,z}}{n} \quad (5)$$

سپس سری های زمانی تجمعی انحراف از میانگین $(Y_{j,z})$ را برای هر زیر دوره T_z از رابطه (6)

محاسبه می کنیم:

$$Y_{j,z} = \sum_{i=1}^j (N_{i,z} - M_z), \quad j = 1, \dots, n \quad (6)$$

دامنه سری‌های زمانی تجمعی انحراف از میانگین $(Y_{j,z})$ از رابطه (7) محاسبه می‌شود:

$$R_{T_z} = \max(Y_{j,z}) - \min(Y_{j,z}), \quad j = 1, \dots, n \quad 1 < j < n \quad (7)$$

انحراف معیار برای هر زیر دوره T_z را از رابطه (8) محاسبه می‌شود:

$$S_{T_z} = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^n (N_{i,z} - M_z)^2}{n}} \quad (8)$$

سپس دامنه هر زیر دوره R_{T_z} که بوسیله انحراف معیار متناظر (S_{T_z}) مقیاس‌بندی شده است را محاسبه می‌کنیم.

$$\left(\frac{R}{S}\right)_n = \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m \left(\frac{R_{T_z}}{S_{T_z}}\right) \quad (9)$$

حال نمای هرست از رابطه (10) و با استفاده از روش OLS برآورد می‌شود:

$$\log\left(\left(\frac{R}{S}\right)_n\right) = \log(c) + H \log(n) \quad (10)$$

که در عبارت فوق H نمای هرست و C مقدار ثابت است.

اگر بازدهی‌های مربوط به شاخص‌های قیمت انباشته فراکتالی¹ باشند آنگاه سری‌های قیمت دارای حرکت براونی فراکتالی² (FBM) خواهند بود که ویژگی خودهماندی را نیز تأمین می‌کنند. FBM تعمیم حرکت براونی³ که معادل پیوسته گام تصادفی است می‌باشد. FBM ویژگی‌های مشابه حرکت براونی دارد اما اجزاء آن دارای وابستگی بلندمدت بوده و بنابراین غیرتصادفی می‌باشند. همبستگی در تمامی مقیاس‌های زمانی بوسیله پارامتر $0 < H < 1$ و تابع همبستگی⁴ (C) به دست می‌آید:

$$C = 2^{(2H-1)} - 1 \quad (11)$$

از رابطه فوق مشخص است که به ازای $0 < H < 0.5$ ، $(C < 0)$ مقادیر سری برای همه دوره‌های k بصورت منفی با هم همبسته‌اند و بیانگر ناپایداری و برگشت به میانگین بودن (با فرض ثابت بودن میانگین) سری است. به ازای $H = 0.5$ ، $(C = 0)$ مقادیر سری زمانی به هم همبسته نبوده

-
1. Fractional Integrated
 2. Fractional Brownian Motion (FBM)
 3. Brownian Motion
 4. Correlation Function

و فرضیه بازار کارا رد نمی‌شود. به ازای $0.5 < H < 1$ ، $(C > 0)$ مقادیر بطور مثبت با هم همبسته-اند و دارای رابطه و حافظه بلندمدت هستند و نشان‌دهنده پایداری سری زمانی می‌باشد. پایداری سیستم با میل نمودن H به سمت 1 افزایش می‌یابد.

در حالیکه تحلیل روش R/S کلاسیک در نمونه‌های کوچک معتبر نمی‌باشد اما در نمونه‌های بزرگ از اعتبار مناسبی برخوردار می‌باشد. همچنین این روش در هنگام تغییر توزیع‌های نهایی داده‌ها از دقت مناسبی برخوردار است (Mandelbrot, et al., 1979). اما روش R/S کلاسیک نسبت به وجود همبستگی‌های کوتاه‌مدت حساس بوده و برآوردهای آن از نمای هرست دارای تورش می‌باشد. لو (Lo, 1991) برای رفع این کاستی روش R/S اصلاح‌شده¹ را برای محاسبه نمای هرست ارائه نمود. در روش لو به جای S_n از آماره S_n استفاده می‌شود و در نهایت آماره V_n از رابطه (15) محاسبه می‌شود:

$$Q_n = \frac{\max(Y_{j,z}) - \min(Y_{j,z})}{s_n(q)} \quad (12)$$

$$s_n(q) = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (N_i - M_z)^2 + \frac{2}{n} \sum_{j=1}^q w_j(q) \left[\sum_{i=j+1}^n ((N_i - M_z)(N_{i-j} - M_z)) \right]} \quad (13)$$

$$w_j(q) = 1 - \frac{j}{q+1} \quad q < n \quad (14)$$

$$V_n = \frac{Q_n}{\sqrt{n}} \quad (15)$$

در این روش به منظور در نظر گرفتن احتمال وجود همبستگی‌های کوتاه‌مدت و ناهمسانی واریانس $S_n(q)$ علاوه بر مجموع انحراف معیارهای N_i ، اتوکواریانس‌های وزنی تا وقفه q را نیز شامل می‌شود. به ازای $q = 0$ ، این روش معادل R/S کلاسیک می‌باشد. با استفاده از تابع توزیع آماره V می‌توان نشان داد که میانگین و انحراف معیار آماره به ترتیب تقریباً برابر 1.25 و 0.27 می‌باشد که با استفاده از آنها می‌توان سطوح معنی‌داری آماره V را تعیین نمود. تعیین صحیح مقدار q در تخمین آماره V اهمیت زیادی دارد. مقدار q نسبت به حجم نمونه نباید خیلی کوچک یا بزرگ باشد. اندروز (Andrews, 1991) یک روش برای تعیین مقدار صحیح q ارائه داده است (Lo, 1991).

معروفترین شکل ارائه وابستگی‌های بلندمدت در زمان گسسته مدل $ARFIMA^1$ می‌باشد (Granger, et al., 1980) و (Hosking, 1981) که در آن $d = H - 0.5$ مرتبه انباشتگی بوده و بطور مجانبی دارای ویژگی خودهمبستگی است (Fisher et al, 1997). مدل $ARFIMA(p,d,q)$ وابستگی‌های بلندمدت و کوتاه‌مدت را با هم نشان می‌دهد. هر چند که با وجود وابستگی‌های کوتاه-مدت، تخمین نمای هرست از طریق استفاده از تحلیل دامنه مقیاس‌بندی شده بر $ARFIMA(p,d,q)$ نامعتبر است.

3- ادبیات موضوع

مطالعه وجود همبستگی بلندمدت در بازدهی‌های مالی به پیترز (Peters, 1994)، گرین و همکاران (Greene, et al., 1977) و پیترز (Peters, 1991) بر می‌گردد که آنها وجود همبستگی بلندمدت در بازار سهام آمریکا را نشان دادند. اما بهبود روش‌های اندازه‌گیری همبستگی‌های بلندمدت نتایج سازگار با EMH را نتیجه داد. اخیراً سرلتیس و همکاران (Serletis, et al., 2009) در یافتن شواهدی مبنی بر وجود همبستگی بلندمدت در شاخص‌های بازار سهام آمریکا شکست خوردند.

ژاکوبسن (Jacobsen, 1996) با استفاده از روش R/S اصلاح‌شده نشان داد که هیچ یک از شاخص‌های مربوط به 5 کشور اروپایی، آمریکا و ژاپن همبستگی بلندمدت از خود نشان نمی‌دهند و ساختار فراکتالی ندارند.

کوستا و همکاران (Costa, et al., 2003) به بررسی وجود ساختار فراکتالی در شاخص سهام برزیل با استفاده از روش R/S پرداختند. آنها وجود ساختار فراکتالی ضعیف در بازدهی‌های سهام برزیل را تأیید کردند.

کیم و همکاران (Kim, et al., 2004) با استفاده از تحلیل R/S وجود همبستگی بلندمدت در شاخص بازار سهام کره جنوبی را نشان دادند.

ژوانگ و همکاران (Zhuang, et al., 2004) با استفاده از روش تحلیل نوسانات روندزایی شده² (DFA) نمای هرست را برای بازار سهام شانگهای و شنژن برآورد نموده و نشان دادند که این بازارها دارای ساختار فراکتالی می‌باشند.

اونالی و همکاران (Onali, et al., 2011) وجود حافظه بلندمدت در بازدهی‌های سهام هشت کشور اروپایی را با استفاده از روش R/S آزمون نمودند. آنها شواهد قوی از وجود همبستگی

1. Autoregressive Fractionally Integrated Moving Average (ARFIMA)

2. Detrend Fluctuation Analysis (DFA)

بلندمدت در شاخص سهام کشور چک و شواهد ضعیف تر در شاخص های سهام سوئیس و اسپانیا یافتند. اما آنها نشان دادند که 5 شاخص دیگر (مانند شاخص سهام انگلیس) از فرایند فراکتالی تبعیت نمی-کنند.

مطالعات اندکی به آزمون فرضیه فراکتالی و بررسی همبستگی های بلندمدت در شاخص های بازار سهام تهران پرداخته اند. این مطالعات وجود ساختار فراکتالی در شاخص بازدهی بازار سهام تهران را تأیید کرده اند:

نوروززاده و همکاران (2005) با استفاده از روش های R/S، لو و تحلیل نمای هرست تعمیم یافته وجود همبستگی بلندمدت در شاخص بازدهی (حقیقی) روزانه سهام تهران (TEPIX) را نشان دادند. شعرابی و همکاران (1389) با استفاده از روش تحلیل R/S اصلاح شده و روش GPH^1 وجود حافظه بلندمدت در بازدهی و تلاطم شاخص کل قیمت سهام تهران بررسی نمودند. آنها وجود حافظه بلندمدت در این دو شاخص را تأیید کردند.

از بررسی مطالعات فوق دو نکته مشخص می شود؛ اولاً بازدهی های بازار سهام اکثر کشورهای صنعتی و توسعه یافته دارای حافظه بلندمدت و ساختار فراکتالی نمی باشند. اما وجود همبستگی های بلندمدت و ساختار فراکتالی در بازدهی های بازارهای سهام در کشورهای در حال توسعه و نوظهور تأیید می شود. ثانیاً مطالعات نشان می دهد که فرایند و روش تحقیق در استخراج نتایج اهمیت فراوانی دارد، بطوریکه استفاده از یک روش به شیوه نادرست نتایج را با خطا مواجه می سازد.

این تحقیق در موارد زیر با تحقیقات مشابه متفاوت است. اولاً، مطالعات مختلفی نشان داده اند که در صورت وجود همبستگی های کوتاه مدت در سری های زمانی تشخیص همبستگی های بلندمدت با مشکل و چالش مواجه خواهد شد (Smith, et al., 1997). بنابراین برای استفاده از تحلیل R/S ابتدا حافظه کوتاه مدت در بازدهی ها از طریق رگرسیون های مدل نوع ARMA حذف شده و از پسماندهای مدل برای آزمون فرضیه فراکتالی و وجود حافظه بلندمدت استفاده خواهد شد. ثانیاً از آنجائی که نمای هرست محاسبه شده از روش R/S برای نمونه های کوچک به سمت بالا دارای تورش می باشد (Onali, et al., 2011)، برای تعیین مقادیر بحرانی آماره آزمون فرضیه صفر مبنی بر اینکه بازدهی ها از دارای توزیع مستقل، مشابه و نرمال² می باشد از شبیه سازی مونت کارلو³ استفاده شده است. ثالثاً، برای

1. Geweke and Porter-Hudak (GPH),

2. Normal and Independent and Identically Distributed (NIID)

3. Monte Carlo Simulation

اطمینان از درستی نمای هرست برآورد شده، مدل ARFIMA بر بازدهی‌ها رگرس شده و پس از برآورد مرتبه انباشتگی فراکتالی¹، نمای هرست بطور غیرمستقیم برآورد شده است.

4- داده‌ها و نتایج تجربی

در این تحقیق برای آزمون فرضیه بازار فراکتالی در بازار سهام تهران از شاخص بازدهی روزانه قیمت سهام تهران (TEPIX) استفاده می‌شود. حجم نمونه برای شاخص قیمت برابر 2876 داده (از 1378/01/07 تا 1390/03/16) و برای بازدهی 2875 داده می‌باشد. بازدهی لگاریتمی از رابطه (13) به دست می‌آید:

$$R_t = \log\left(\frac{P_t}{P_{t-1}}\right) \quad (13)$$

4-1- آماره‌های توصیفی داده‌ها

آماره‌های توصیفی مربوط به بازدهی روزانه سهام تهران در جدول (1) ارائه شده است. همانطور که مشاهده می‌شود این شاخص بطور متوسط روزانه تقریباً 0.04% بازدهی مثبت دارد. واریانس روزانه آن برابر 0.00055% می‌باشد که بطور ضمنی بیان می‌کند که متوسط تلاطم سالانه برابر 37% می‌باشد (برای محاسبه تلاطم سالانه مقدار انحراف معیار روزانه بازدهی در جذر 252 که بیانگر تعداد روزهای فعال در سال می‌باشد ضرب می‌شود). ضریب چولگی نشان می‌دهد که توزیع بازدهی‌ها شدیداً دارای چولگی مثبت است که یک ویژگی متداول در بازدهی‌های سهام می‌باشد. سرانجام ضریب کشیدگی که معیاری برای ضخامت دنباله‌های توزیع می‌باشد، بسیار بالاست که این موضوع بیانگر ضخیم بودن² دنباله توزیع می‌باشد که یکی دیگر از ویژگی‌های دارایی‌های مالی است. توزیع گوسی دارای ضریب کشیدگی برابر 3 می‌باشد بنابراین، این موضوع بطور ضمنی بیان می‌کند که توزیع بازدهی‌ها گوسی نیست³.

جدول (1): آماره‌های توصیفی بازدهی روزانه بازار سهام تهران

کشیدگی	چولگی	انحراف معیار	حداقل	حداکثر	میانگین
19.26539	0.350288	0.002359	-0.023670	0.022848	0.000423

منبع: محاسبات تحقیق

1. Fractional Integrated

2. Fat-tailed

3. آماره آزمون جارک - برا (Jarque-Bera) برای نرمال بودن توزیع بازدهی‌ها برابر 31751 می‌باشد که بسیار بیشتر از مقادیر بحرانی سطوح اعتماد معمول می‌باشد، بنابراین فرض صفر مبنی بر نرمال بودن توزیع رد می‌شود.

4-2- آزمون تجربی فرضیه بازار فراکتالی

در این تحقیق از روش R/S کلاسیک، R/S اصلاح شده و مدل ARFIMA برای آزمون فرضیه فراکتالی در بازار سهام تهران استفاده شده است.

4-2-1- روش R/S کلاسیک

با استفاده از نرم افزار MATLAB مقدار آماره هرست برآورد شده از داده‌های مربوط به بازدهی‌های روزانه سهام تهران برابر 0.72 می‌باشد که بیانگر پایداری و وجود حافظه بلندمدت در این شاخص می‌باشد. اما همانطور که اشاره شد روش R/S کلاسیک نسبت به وجود حافظه و وابستگی‌های کوتاه-مدت در داده‌ها حساس بوده و نتایج تورشدار ارائه می‌دهد. بنابراین ابتدا وجود یا عدم وجود همبستگی‌های کوتاه‌مدت در داده‌ها با استفاده از نمودارهای خودهمبستگی و خودهمبستگی جزئی و آماره باکس-پیرز¹ بررسی شد و فرض صفر مبنی بر عدم وجود همبستگی‌های کوتاه‌مدت رد شد.

برای رفع همبستگی‌های کوتاه‌مدت مدل $ARMA(p,q)$ بر داده‌ها برازش شد. برای تعیین مرتبه خودرگرسیون (p) و مرتبه میانگین متحرک (q) از معیار شوارتز² استفاده شد. مدل $ARMA(6,6)$ بر داده‌ها برازش شد. نمودارهای خودهمبستگی و خودهمبستگی جزئی و آماره باکس-پیرز نشان دادند که پسماندهای مدل فوق دارای وابستگی‌های کوتاه‌مدت نمی‌باشند. همچنین همه ریشه مشخصه‌های مدل $ARMA$ معکوس پذیر می‌باشند و ضرایب برآورد شده که با آماره t آزمون شده اند معنی‌دار می‌باشند (پیوست 4). این موارد بیانگر مناسب بودن مدل برازش شده می‌باشد. بنابراین با استفاده از روش R/S وجود حافظه بلندمدت در پسماندهای مدل $ARMA(6,6)$ بررسی شد. مقدار نمای هرست 0.57 برآورد شد. از آنجائی که روش R/S نمای هرست را بیش از اندازه برآورد می‌کند با استفاده از روش شبیه‌سازی مونت کارلو مقادیر بحرانی نمای هرست برای آزمون فرض صفر محاسبه شد. بدین منظور 5000 مرتبه اعداد تصادفی دارای توزیع نرمال تولید شد و نمای هرست برای آنها محاسبه و مقدار میانگین و انحراف معیار آنها جهت محاسبه مقادیر بحرانی استفاده شد. نتایج این شبیه‌سازی نشان داد که مقدار نمای هرست برابر 0.57 برآورد شده برای پسماندهای مدل $ARMA$ معنی‌دار نیست.

1. Box-Pierce
2. Schwarz Criterion

4-2-2- روش R/S اصلاح شده

مقادیر آماره V محاسبه شده از روش R/S اصلاح شده برای مقادیر مختلف q (مقدار وقفه برای محاسبه اتوکوریانسها) برای بازدهی های سهام تهران در جدول (2) ارائه شده است.

جدول (2): نتایج تحلیل R/S اصلاح شده بر بازدهی روزانه بازار سهام تهران

q (مقدار وقفه در محاسبه اتوکوریانسها)	0	5	30	90	180	270	360
آماره V	5.42	3.55	2.30	1.91	1.73	1.61	1.51

منبع: محاسبات تحقیق

با استفاده از تابع توزیع آماره V و مقادیر میانگین و انحراف معیار آن محدوده عدم رد فرض صفر برابر است با $[0.809, 1.862]$. بنابراین در مقادیر بسیار کوچک q ، فرض صفر رد می شود، اما در مقادیر بزرگتر فرض صفر رد نمی شود. بر اساس مطالعه لو (1991) مقدار q صحیح برای داده های روزانه با حجم بیش از 2500 بین 90 تا 360 است. بنابراین می توان نتیجه گرفت که همانند روش R/S کلاسیک فرض صفر مبنی بر عدم وجود حافظه بلندمدت در بازدهی های روزانه بازار سهام تهران رد نمی شود. آماره V برای پسماندهای مدل $ARMA(6,6)$ برابر 1.858 می باشد که به معنی عدم رد فرض صفر می باشد.

4-2-3- مدل ARFIMA

یکی از روش های دیگر محاسبه نمای هرست استفاده از مدل $ARFIMA(0,d,0)$ می باشد. بعد از برآورد مرتبه انباشتگی (d)، نمای هرست بطور غیرمستقیم از رابطه $H = 0.5 + d$ محاسبه می شود. مقدار d برای بازدهی های روزانه بازار سهام تهران 0.3 برآورد شد، بنابراین نمای هرست تقریباً برابر 0.8 می باشد بنابراین فرض صفر مبنی بر کارایی بازار سهام رد می شود. مقدار H برآورد شده در این روش بسیار نزدیک متناظر آن در روش R/S کلاسیک می باشد. مدل $ARFIMA(0,d,0)$ برای سری زمانی که همبستگی های کوتاه مدت در آن رفع شده است (یعنی پسماندهای مدل $ARMA(6,6)$ برازش شد (شکل 5 در ضمیمه) و مقدار d برآورد شده برابر 0.002 و بنابراین $H = 0.502$ برآورد گردید. در نتیجه فرض صفر رد نمی شود.

بنابراین با استفاده از سه روش R/S کلاسیک، R/S اصلاح شده و مدل $ARFIMA$ مشخص شد که برخلاف مطالعات قبلی، بازدهی های روزانه سهام تهران دارای حافظه بلندمدت و ساختار فراکتالی

و پایدار نمی‌باشد. بلکه این شاخص دارای حافظه کوتاه‌مدت می‌باشد بطوریکه بعد از رفع همبستگی - های کوتاه‌مدت فرض صفر ($H = 0.5$) رد نمی‌شود.

5- نتیجه‌گیری

بررسی کارایی بازارهای مالی ادبیات وسیعی را در مالیه به خود اختصاص داده است. اما در طی دهه - های اخیر فرضیه بازارهای کارا تعمیم یافته و فرضیه بازارهای فراکتالی مطرح شده است. فرضیه بازار فراکتالی علاوه بر آزمون کارایی، پایداری و توانایی بازارهای مالی در جذب شوک‌های اقتصادی را ارزیابی می‌نماید. مطالعات مختلفی فرضیه بازارهای فراکتالی بازارهای مالی بین‌المللی را آزمون نموده اند، اما مطالعه بسیار اندکی در مورد بازار سهام تهران صورت گرفته است. در این راستا، در این تحقیق تلاش شد تا این فرضیه در مورد بازار سهام تهران مورد آزمون قرار گیرد.

در این تحقیق از سه روش تحلیل R/S کلاسیک، تحلیل R/S اصلاح شده و مدل ARFIMA برای برآورد نمای هرست که معیاری است برای تشخیص نوع فرایندها در سری‌های زمانی استفاده شد. نمای هرست محاسبه شده با استفاده از روش تحلیل R/S کلاسیک برابر 0.72 شد که بیانگر پایداری بازار می‌باشد. اما از آنجائی که در صورت وجود اثرات کوتاه‌مدت در سری‌های زمانی، نمای هرست برآورد شده با استفاده از روش تحلیل R/S تورش دار خواهد بود. برای رفع این مشکل ابتدا حافظه کوتاه‌مدت در بازدهی‌ها از طریق رگرسیون‌های مدل نوع ARMA حذف و از پسماندهای مدل برای تحلیل R/S و آزمون فرضیه فراکتالی و وجود حافظه بلندمدت استفاده شد. همچنین از آنجائی - که نمای هرست برآورد شده با استفاده از تحلیل R/S دارای توزیع آماری شناخته شده‌ای نمی‌باشد، برای تعیین مقادیر بحرانی آماره آزمون فرضیه صفر مبنی بر اینکه بازدهی‌ها دارای توزیع مستقل، مشابه و نرمال 1 می‌باشند از شبیه سازی مونت کارلو استفاده شد. با استفاده از معیار شوارتز مراتب AR و MA تعیین شد و مدل ARMA(6,6) به منظور حذف حافظه کوتاه‌مدت بر بازدهی‌ها برازش شد. نمای هرست برآورد شده با استفاده از تحلیل R/S کلاسیک بر پسماندهای مدل ARMA(6,6) برابر 0.57 بود که نشان می‌دهد که فرض صفر مبنی بر عدم وجود حافظه بلندمدت و عدم وجود ساختار فراکتالی رد نمی‌شود. در تحلیل R/S اصلاح شده، برای مقادیر وقفه‌های بیش از 90 مقدار آماره V در محدوده فاصله اطمینان قرار دارد بنابراین در این حالت نیز فرض صفر رد نمی‌شود. در مدل

ARFIMA بعد از رفع وابستگی‌های کوتاه‌مدت، مرتبه انباشتگی جزئی برابر 0.002 تعیین شد و بنابراین مقدار نمای هرست برابر 0.502 محاسبه شد که در این روش نیز فرض صفر رد نشد. بطور خلاصه، در این تحقیق نشان دادیم که برخلاف مطالعات قبلی در صورت استفاده صحیح از روشهای آزمون فرضیه بازارهای فراکتالی، بازدهی‌های روزانه سهام تهران دارای حافظه بلندمدت و ساختار فراکتالی و پایدار نمی‌باشد. بلکه این شاخص دارای حافظه کوتاه‌مدت می‌باشد بطوریکه بعد از رفع همبستگی‌های کوتاه مدت فرض صفر ($H = 0.5$) رد نمی‌شود. دلالت این یافته آنست که نخست، بازار سهام تهران کارا نیست یعنی بازدهی‌ها از فرایند تصادفی تبعیت نمی‌کند و بین بازدهی-های بازار در طی زمان همبستگی وجود دارد. در نتیجه برخی از سرمایه‌گذاران می‌توانند به طور سیستماتیک با استفاده از اطلاعات عمومی بازدهی غیرمتعارف کسب نمایند. دوم، فرایند و همبستگی-های موجود بین بازدهی‌ها دارای حافظه بلندمدت و پایدار نمی‌باشد. بلکه همبستگی بین بازدهی‌ها از نوع کوتاه مدت می‌باشد. دلالت این یافته‌ها این است که با وجود اینکه شوک‌های مثبت و منفی و اطلاعات جدید بازدهی بازار سهام تهران و نوسانات (ریسک) آن را تغییر می‌دهد اما اثرات این شوک‌ها و اطلاعات بر بازدهی‌های بازار پایدار نمی‌باشد. دلالت سیاستی این یافته آنست که با وجود آنکه شوک‌ها و اطلاعات جدید بازدهی و ریسک بازار سهام تهران را در کوتاه‌مدت تحت تأثیر قرار می‌دهد اما آثار این تغییرات بلندمدت و پایدار نیست. بنابراین اگر سیاست‌گذاران با اتخاذ سیاست‌های مناسب بتوانند نوسانات کوتاه‌مدت را بکاهند گام مهمی در کارایی بازار برداشته و این بازار را به عنوان ابزار مهم و مطمئنی جهت تخصیص بهینه منابع مالی کشور تبدیل خواهند نمود که در آن سرمایه‌گذاران با افق زمانی کوتاه‌مدت و بلندمدت منتفع خواهند شد.

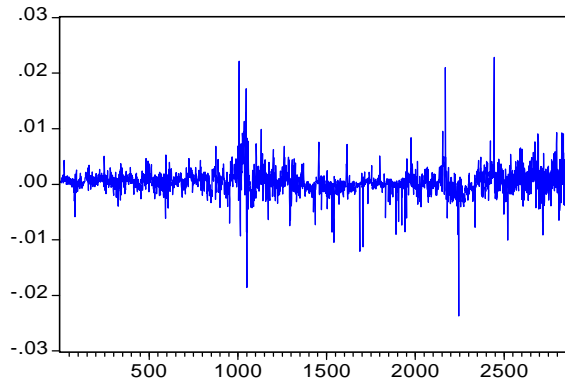
منابع و مأخذ:

1. شعرای، سعید و ثنائی اعلم، محسن (1389)، "بررسی وجود حافظه بلندمدت در بورس اوراق بهادار تهران و ارزیابی مدل‌هایی که حافظه بلندمدت را در نظر می‌گیرند"، پژوهش‌های حسابداری مالی، 6، 173-186.
2. مشیری، سعید و مروت، حبیب (1384)، "بررسی وجود فرایند آشوبی در شاخص بازدهی کل قیمت سهام در بازار بورس تهران"، پژوهش‌های اقتصادی ایران، 25، صفحه 47-64.
3. Abhyankar, A. H., L. S. Copeland, W. Wong, (1995), "Nonlinear Dynamics in Real-Time Equity Market Indices: Evidence from the UK", *Economic Journal*, No. 105, pp 864-880.
4. Costa, R. L., & Vasconcelos, G. L. (2003). "Long-range correlations and nonstationarity in the Brazilian stock market". *Physica A*, 329, 231-248.
5. Fisher, A., Calvet, L., & Mandelbrot, B. (1997). "Multifractality of Deutschemark/US dollar exchange rates". Cowles Foundation Discussion Paper #1166. Yale University.
6. Granger, C. W. J., & Joyeux, R. (1980). "An introduction to long-range dependence time series models and fractional differencing". *Journal of Time Series Analysis*, 1(1), 15-29.
7. Greene, M. T., & Fielitz, B. D. (1977). "Long-range dependence in common stock returns". *Journal of Financial Economics*, 4, 339-349.
8. Hsieh, D. A., (1991), "Chaos and Nonlinear Dynamics: Applications to Financial Markets", *Journal of Finance*, 46, pp. 1839-1877.
9. Jacobsen, B. (1996). "Long term dependence in stock returns". *Journal of Empirical Finance*, 3, 393-417.
10. Jensen, M. (1978). "Some anomalous evidence regarding market efficiency". *Journal of financial economics*. 6: 95-101.
11. Kim, K., & Yoon, S. (2004). "Multifractal features of financial markets". *Physica A*, 344, 272-278.
12. Lo, A. W. (1991). "Long-range memory in stock market prices". *Econometrica*, 59(5), 1279-1313.
13. Mandelbrot, B. (1971). "When can price be arbitrated efficiently? A limit to the validity of the random walk and martingale models". *The Review of Economics and Statistics*, 53(3), 225-236.
14. Mandelbrot, B. (1982). "The fractal geometry of nature". W. H. Freeman.

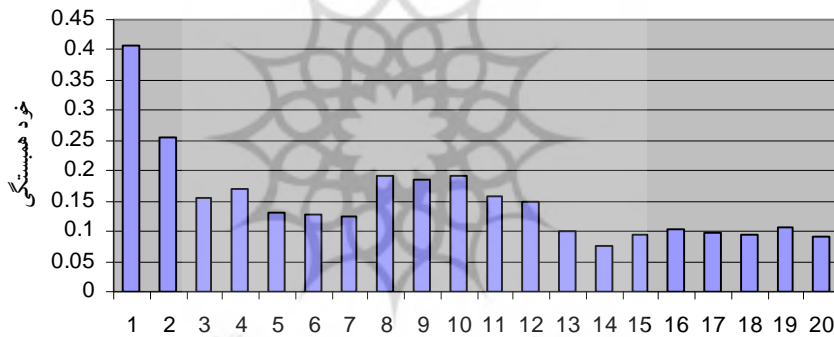
15. Mandelbrot, B., & Taqqu, H. (1979). "Robust R/S analysis of long run dependence". *Bulletin of the International Statistical Institute*, 59–99.
16. Mandelbrot, B. B., M. S. Taqqu (1979), "Robust R/S analysis of long-run serial correlation", In *Proceedings of the 42nd Session of the International Statistical Institute, Manila, Bulletin of the International Statistical Institute. Vol.48, Book 2, pp. 69-104*
17. Norouzzadeh, P., & Jafari, G. R. (2005). "Application of multifractal measures to Teheran price index". *Physica A*, 356, 609–627.
18. Onali, E., & Goddard, J. (2011). "Are European equity markets efficient? New evidence from fractal analysis". *International Review of Financial Analysis*, 20, 59-67.
19. Peters, E. Edgar. (1992), "Fractal Market Analysis: Applying Chaos Theory to Investment and Economics", John Willy & Sons INC.
20. Peters, E. E. (1991). "Chaos and order in the capital markets". John Wiley & Sons.
21. Serletis, A., & Rosenberg, A. A. (2009). "Mean reversion in the US stock market". *Chaos, solitons and fractals*, 40, 2007–2015.
22. Scheinkman, J. A., B. LeBaron, (1989), "Nonlinear Dynamics and Stock Returns", *Journal of Business*, No. 62, pp. 311-337
23. Shleifer, A. (2001). "Inefficient Markets", oxford university press.
24. Zhuang, X. -t., Huang, X. -y., & Sha, Y. -l. (2004). "Research on the fractal structure in the Chinese stock market". *Physica A*, 333, 293–305.

پیوست:

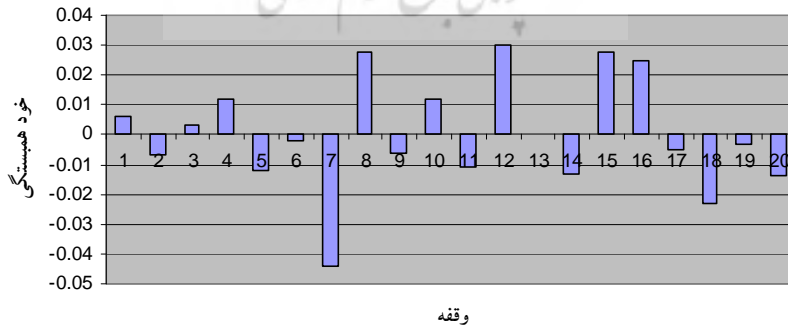
پیوست (1): نمودار بازدهی های روزانه شاخص قیمت بازار سهام تهران



پیوست (2): خود همبستگی های بازدهی های روزانه بازار سهام تهران



پیوست (3): خود همبستگی در پسماندهای مدل $ARMA(6,6)$ برازش شده بر بازدهی های روزانه بازار سهام تهران



پیوست (۴): نتایج برازش مدل ARMA(6,6) بر شاخص روزانه بازدهی سهام تهران

Dependent Variable: RETURN
Method: Least Squares
Date: 06/17/11 Time: 10:24
Sample (adjusted): 7 2875
Included observations: 2869 after adjustments
Convergence achieved after 18 iterations
Backcast: 1 6

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.000417	0.000138	3.024391	0.0025
AR(1)	1.455741	0.028782	50.57883	0.0000
AR(2)	-0.277788	0.032383	-8.578281	0.0000
AR(3)	-0.663313	0.039478	-16.80226	0.0000
AR(4)	0.269892	0.030880	8.740072	0.0000
AR(6)	0.156224	0.011933	13.09143	0.0000
MA(1)	-1.132864	0.023409	-48.39536	0.0000
MA(3)	0.532402	0.022022	24.17586	0.0000
MA(6)	-0.191739	0.017787	-10.77975	0.0000
R-squared	0.207757	Mean dependent var		0.000423
Adjusted R-squared	0.205541	S.D. dependent var		0.002361
S.E. of regression	0.002105	Akaike info criterion		-9.486325
Sum squared resid	0.012667	Schwarz criterion		-9.467623
Log likelihood	13617.13	F-statistic		93.75030
Durbin-Watson stat	1.987770	Prob(F-statistic)		0.000000
Inverted AR Roots	.95	.78-.60i	.78+.60i	-.15+.46i
	-.15-.46i	-.74		
Inverted MA Roots	.84	.76+.59i	.76-.59i	-.25-.52i
	-.25+.52i	-.74		

پیوست (5): نتایج برازش مدل ARFIMA(0,d,0) بر پسماندهای مدل ARMA(6,6) به منظور محاسبه d

---- Maximum likelihood estimation of ARIMA(0,d,0) model ----
The estimation sample is 1 (1) - 2873 (1)
The dependent variable is: Var1

	Coefficient	Std. Error	t-value	t-prob
d parameter	0.00180223	0.01457	0.124	0.902
log-likelihood	13638.0913			
no. of observations	2873	no. of parameters	2	
AIC	-27272.1826	AIC/T		-9.49258008
mean(Var1)	3.50891e-008	var(Var1)		4.40908e-006
sigma^2	4.40906e-006			

BFGS estimation using numerical derivatives (eps1=0.0001; eps2=0.005):
Strong convergence
Used starting values:
0.00000