نظریهٔ معناشناسی نقاط ثابت کریپکی

محمد اردشیر*

احسان سیاوشی**

چکیده

اگرچه نظریهٔ معناشناسی کلاسیک آلفرد تارسکی هنوز به‌عنوان اصلی‌ترین نظریه در بسیاری از شاخه‌های فلسفه نظیر منطق، معرفت‌شناسی و فلسفهٔ زبان محسوب می‌شود؛ ولی خصوصاً در نیم قرن اخیر با انتقادات فراوانی مواجه شده‌است. این امر میدان را برای نظریه‌های رقیب گشوده‌است، یکی از این رُقبا نظریهٔ «نقاط ثابت سؤل کریپکی» است که در ۱۹۷۵ ارائه شد. ویژگی‌های اصلی این نظریه که خصوصاً آن را از نظریهٔ تارسکی متمایز می‌کند، به‌طور خلاصه عبارت‌اند از:

۱. این معناشناسی مبتنی بر یک منطق سه‌ارزشی است؛

۲. برخلاف نظریهٔ تارسکی که محمول صدق را در فرازبان تعریف می‌کرد، در اینجا زبانی داریم که شامل محمول صدق خودش است.

---

* استاد دانشکدهٔ ریاضی دانشگاه صنعتی شریف.

** کارشناس ارشد فلسفهٔ علم دانشگاه صنعتی شریف.

تاریخ دریافت: ۸۹/۴/۱۲ تاریخ تأیید: ۸۹/۶/۸

مقالهٔ حاضر ضمن شرح نظریهٔ کریپکی، برخی از انتقادات وارد بر آن را نیز مطرح می‌کند.
واژگان کلیدی: *نظریهٔ صدق، نقطهٔ ثابت، پارادکس دروغگو، جملهٔ راستگو، معناشناسی، منطق سه‌ارزشی.*

مقدمه

سؤل کریپکی(Saul Kripke) فیلسوف و منطق‌دان آمریکایی، در سال ۱۹۷۵ مقالهٔ معروفی تحت عنوان *«مختصری دربارهٔ یک نظریهٔ صدق»*(1975, 690-719) در مجلهٔ فلسفه (The Journal of Philosophy) به چاپ رساند. همان‌طور که مشهور است، تارسکی و گودل قضیهٔ تعریف‌ناپذیری صدق را برای منطق مرتبهٔ اول اثبات کرده‌اند. با توجه به اینکه طبق این قضیه در چهارچوب منطق کلاسیک امکان داشتن زبانی که شامل محمول صدق خودش باشد، منتفی است، تارسکی نتیجه گرفت که محمول صدق را باید در فرازبان تعریف کرد(1969, 63-77). با این همه خواهیم دید که کریپکی با استفاده از منطق سه ارزشی کلینی(Kleene)، نظریهٔ صدقی را پرورانده که شامل محمول صدق خودش است.

پیش از کریپکی، برخی از فلاسفه مانند باس ون فراسن(Bas van Frasen) و روبرت مارتین(Robert Martin)، برای حل پارادکس دروغگو، نظریه‌ای با عنوان رهیافت *رخنهٔ صدق* (Truth-gap Approach) ارائه داده بودند. ون فراسن مفهوم ابر ارزش‌دهی (Super Valuation) را معرفی می‌کند که به‌وسیلهٔ یک منطق سه‌ارزشی اما با روشی متفاوت با کار کریپکی درصدد حل پارادکس دروغگوست(Van Frassen 1966, 481-495). روبرت مارتین هم پیش از کریپکی مقالات متعددی دربارهٔ نظریهٔ رخنهٔ صدق نوشته بود که کریپکی به برخی از آنها ارجاع می‌دهد. به عقیدهٔ او تنها یک محمول صدق وجود دارد و نیازی به محمول‌های مختلف برای هر لایه از زبان نیست(1967, 297-311). به‌طور خلاصه آنها امیدوار بودند که بتوانند نشان دهند که همهٔ احکام، لزوماً صادق یا کاذب نیستند، بلکه به برخی از آنان اساساً نمی‌توان ارزش صدق نسبت داد. به این ترتیب جملاتی نظیر جملهٔ دروغگو نه صادق است و نه کاذب، بلکه باید ارزش سومی برای آنان در نظر گرفت. به هر حال بیان ایشان نادقیق و غیر صوری بود. کریپکی این ایده‌ها را صوری (فرمول‌بندی) کرد و در نظریهٔ خود به‌دقت پروراند. او در اثر خود

سلسله‌مراتبی از زبان‌ها را معرفی می‌کند که در نهایت به زبانی منتهی مـی‌شـوند کـه شـامل محمول صدق خودش است. چنین زبانی را کریپکی به دلایلی که خواهیم دیـد یـک *نقطـۀ ثابت*(Fixed Point) می‌خواند. به همین دلیل نظریۀ کریپکی را نظریـۀ نقطـۀ ثابـت صـدق می‌نامند.

نکتۀ حائز اهمیت دیگر دربارۀ مقالۀ کریپکی این است که او شهودات فلـسفی خـود را از نظریۀ استراوسون(Strawson) در باب صدق می‌گیرد. بـه عقیـدۀ استراوسـون جمـلات (Sentences)، متناسـب بـا زمینـه‌ای کـه در آن بیـان مـی‌شـوند، ممکـن اسـت حکمی(Statement) را بیان کنند یا نکنند(1950, 320-344). تمایز جمله با حکم در این است که جمله صورت زبانی حکم است. حکم امری بیرونی است؛ مثلاً این مطلبِ صـحیح که «برف سفید است» یک حکم است، در صورتی که جملۀ «برف سفید است یا Snow is white» نمایندگان زبانی آن حکم هستند. حال از نظر استراوسن اینکه آیا جمله‌ای حکمـی است یا نه، وابسته به بستر، زمینه یا سیاقی است که آن جمله در آن بیان شده‌است. همچنان که توضیح خواهیم داد یک جملۀ واحد ممکن است در شرایطی خاص حکمی را بیان کند، اما در شرایط دیگری نه. کریپکی نشان می‌دهد که نظریۀ او ایده‌هـای فلـسفی استراوسـن را صوری می‌کند.

مقالۀ حاضر چهار بخش دارد: ابتدا برخی از مسائل فلسفی دربارۀ صدق مطرح می‌شود، سپس در بخش دوم طبیعتاً نظریۀ کریپکی را شرح خواهیم داد و بعد از آن در بخش سوم با ابزاری که کریپکی در اختیارمان گذاشته به بررسی مشکلات فلسفی‌ای مـی‌پـردازیم کـه در بخش اول معرفی شده بودند. نظریۀ به‌رغم برتری‌های انکارناپذیرش، از برخی انتقادات نیـز مصون نمانده‌است که برخی از آنها را در آخرین بخش آورده‌ایم.

۱. صدق، دروغگو، راستگو

پیش از هر چیز به تبعیت از کریپکی سعی می‌کنیم بیان نسبتاً دقیقـی از پـارادکس دروغگـو ارائه کنیم. فرض کنید که $Q(x)$ و $P(x)$ محمول‌هایی برای جملات زبان باشند. فرض کنید آنها به ترتیب محمول‌های «x کاذب است» و «x فرمولی در خط سوم بخش اول این مقالـه است» باشند. حال فرمول $(x)\ (P(x) \rightarrow Q(x))$ را در نظر بگیرید. می‌بینیم کـه خـود ایـن فرمول *تنها* فرمولی است که محمول P بر آن قابل حمل است، زیرا تنها فرمـولی اسـت کـه

در خط سوم بخش اول این مقاله وجود دارد و به این ترتیب فرمول فوق درواقع بیان‌کنندهٔ این نکته است که هر فرمولی که P باشد؛ یعنی خودش، دارای خاصیت Q است. اگر Q را محمول «کاذب است» در نظر بگیریم، آنگاه فرمول فوق معادل جملهٔ دروغگو خواهد بود؛ زیرا از کذب خود خبر می‌دهد. به عبارت دقیق‌تر اگر این فرمول را صادق فرض کنیم، آنگاه $P(x)$ برقرار است و $Q(x)$ برقرار نیست. در نتیجه $(x)\ (P(x) \rightarrow Q(x))$ کاذب باید باشد. به همین ترتیب اگر فرض کنیم که کاذب باشد آنگاه هم $P(x)$ و هم $Q(x)$ ارضا می‌شوند و لذا باید صادق باشد.

کریپکی استدلال می‌کند که بروز پارادکس دروغگو و نظایرش ناشی از وجود مشکلی در شکل یا ساختار چنین جملاتی نیست. جستجو برای یافتن عیبی در شکل و ساختار این جملات را باید کنار گذاشت، زیرا برخی (شاید بیشتر) احکام عادی ما دربارهٔ صدق یا کذب قابلیت این را دارند که در شرایط خاصی (وضعیت‌های تجربی خاصی) به پارادکس منجر شوند؛ به‌عنوان نمونه فرض کنید که جان، جملهٔ عادی زیر را در مورد واقعهٔ واترگیت بگوید:

(۱) بیشتر ادعاهای نیکسون دربارهٔ واترگیت کاذب است.

به نظر نمی‌رسد که در شکل، ساختار یا گرامر این جمله هیچ ویژگی خاصی وجود داشته باشد، بلکه کاملاً شبیه جملات عادی زبان است. فرض کنید همهٔ آنچه نیکسون دربارهٔ واترگیت گفته‌است، بررسی شوند و نیمی از آن ادعاها صادق و نیمی کاذب باشند، مگر جملهٔ زیر که تکلیفش نامعلوم است:

(۲) هر چیزی که جان دربارهٔ واترگیت گفته، صادق است.

همچنین اگر فرض کنید که ادعای (۱) تنها ادعای جان دربارهٔ واقعهٔ واترگیت باشد. این وضعیت به تناقض منجر می‌شود، زیرا اگر جملهٔ جان یعنی (۱) صادق باشد آنگاه (۲) باید کاذب باشد؛ اما اگر (۲) کاذب باشد معنایش این می‌شود که (۱) باید کاذب باشد که خلاف فرض اولیهٔ ماست. با فرض کاذب بودن جملهٔ جان هم به همین ترتیب می‌توانیم به تناقض برسیم.

مثال فوق برای کریپکی از دو نظر ارزشمند است: اول اینکه نشان می‌دهد اینکه جمله‌ای پارادکسیکال هست یا نه، به بستر و شرایطی که جمله در آن بیان شده، بستگی دارد نه به ساختار جمله. این به‌وضوح تأییدی ضمنی بر تلقی استراوسنی از صدق است که

می‌گوید اینکه جمله‌ای حکمی را بیان کند یا نه، به وضعیتی بستگی دارد که آن جمله در آن بیان شده‌است.

دوم اینکه نشان می‌دهد حال که حتی ساده‌ترین احکام ما دربارهٔ صدق و کذب ممکن است در شرایط خاصی به پارادکس منجر شود، پس ناچاریم به نحوی وجود گریزناپذیر این نوع از جملات را که نه صادقند و نه کاذب، قبول کنیم. این موضوع بیانگر نیاز به منطقی است که وجود احکام پارادکسیکال را با دادن ارزشی غیر از صدق یا کذب به آنها، بپذیرد.

از طرف دیگر باید توجه داشت که اگرچه پارادکس‌ها خصوصاً پارادکس دروغگو اصلی‌ترین چالش بر سر راه نظریات صدق هستند، همهٔ مشکلات حاضر بر سر راه نظریه‌های صدق، منحصر به موارد پارادکسیکال نیست. جملهٔ زیر را که به راستگو(Truthteller) معروف است، در نظر بگیرید:

(۳) (۳) صادق است.

اگرچه جملهٔ فوق پارادکسیکال نیست، ولی شرایط صدق آن هم مشخص نیست؛ زیرا بنابر نظریهٔ تناظر صدق، (۳) صادق است، البته اگر وضع از همان قرار باشد که (۳) می‌گوید. اما خود (۳) می‌گوید که صادق است که بررسی صدق آن بار دیگر نیاز به رجوع به (۳) دارد. این وضع به‌صورت مسلسل تا بی‌نهایت ادامه می‌یابد و هرگز تعیین نمی‌گردد. این جملات را که البته پارادکس‌ها هم زیرمجموعهٔ آنها هستند، جملات *بی‌زمینه*(Ungrounded) می‌نامیم؛ یعنی جملاتی که فاقد ارزش صدق هستند. البته اصطلاح زمینه‌ای(Groundedness) ابتکار کریپکی نیست و اول بار به‌وسیلهٔ هرزبرگر معرفی شده‌است(1970, 145-67).

جملات بی‌زمینه لزوماً بی‌معنا نیستند. به زبان استراوسون یک جمله تلاشی است برای بیان یک حکم. جملهٔ «پادشاه کنونی فرانسه تاس است.» جمله‌ای بامعناست لکن در وضعیت واقعی نمی‌تواند حکمی را بیان کند به این دلیل که فرانسه در زمان کنونی پادشاهی ندارد. این دیدگاه نظریهٔ صدقی را می‌طلبد که در آن صدق به‌طور جزئی تعریف شود. به این معنی که پس از تعبیر، برخی از جملات، احتمالاً همچنان فاقد ارزش صدق باقی می‌مانند. اینها همان جملاتی هستند که نتوانسته‌اند حکمی را بیان کنند و لذا فاقد ارزش صدق‌اند.

تا اینجا با برخی از مشکلات فلسفی تأسیس یک نظریهٔ صدق، خصوصاً با آن دست از مشکلات که نظریهٔ صدق تناظر با آنها دست به گریبان است، آشنا شدیم. مسائلی از قبیل تمایز جمله و حکم، پارادکس دروغگو، جملهٔ راستگو و ارائهٔ تعریف جزئی از صدق. در بخش سوم، یعنی پس از آشنایی اجمالی با منطق سه ارزشی کلینی و نظریهٔ نقطهٔ ثابت کریپکی، به این مسائل باز خواهیم گشت تا ببینیم کریپکی چگونه به توضیح و رفع اینها می‌پردازد.

۲. نظریهٔ نقطهٔ ثابت کریپکی

چون شرح نظریهٔ کریپکی نیازمند آشنایی مقدماتی با منطق سه ارزشی کلینی (Kleene 1952) است، در این قسمت جنبه‌های اصلی آن را توضیح می‌دهیم. الفبای زبان مورد استفاده همان الفبای زبان منطق مرتبهٔ اول، و تفاوت عمده در معناشناسی است. همان‌طور که در بخش قبل گفتیم، کریپکی سعی دارد معناشناسی‌ای بنا کند که ایده‌های استراوسون را برآورده سازد؛ بنابراین او نیازمند نوعی معناشناسی است که صدق یا کذب احکام در آن به‌صورت جزئی تعریف شود؛ به این معنی که وقتی در مدلی تعبیر می‌شود، همواره این طور نباشد که هر جمله‌ای یا صادق یا کاذب باشد؛ بلکه برخی از جملات بدون ارزش صدق باقی بمانند. برای این کار فرض کنید دامنهٔ غیر تهی D از اشیا را در اختیار داریم. یک محمول مانند $P(x)$ با یک جفت مرتب (S_1,S_2) تعبیر می‌شود که S_1 و S_2 دو زیرمجموعهٔ مجزای D می‌باشند که طبق تعریف $P(x)$ برای اعضای S_1 صادق و برای اعضای S_2 کاذب است و ارزش صدقش برای بقیهٔ اعضای D تعریف نشده‌است. روش تعمیم این تعریف برای محمول‌های n موضعی بدیهی است.

حال باید قواعد ارزش‌دهی کلینی را شرح دهیم. مقرر می‌کنیم که ¬P صادق است هرگاه P کاذب باشد و تعریف نشده‌است، اگر P تعریف نشده باشد. یک فرمول به شکل فصلی صادق است اگر لااقل یکی از طرفین آن صادق باشد و کاذب است اگر هر دو طرف کاذب باشند. در باقی موارد هم تعریف نشده‌است. بقیهٔ توابع صدق نیز از طریق این دو قابل تعریف هستند. فرمول $(\exists x)A(x)$ صادق است اگر $A(x)$ برای برخی از اعضای D برای x صادق باشد و کاذب است اگر به ازای هر عضوی از D کاذب باشد و در غیر این دو حالت تعریف نشده‌است.

فرض کنید L زبان مرتبهٔ اول تعبیرشدهٔ کلاسیک است و متغیرها روی دامنهٔ ناتهی D تغییر می‌کنند. تعبیر محمول‌های L نیز در طول بحث زیر ثابت است، همچنین لازم است که فرض کنیم زبان L آنقدر غنی است که مثلاً با حسابی کردن می‌تواند دربارهٔ نحو خود صحبت کند.

L را با اضافه کردن محمولی خاص $T(x)$ به زبان $\mathcal{L}$ گسترش می‌دهیم. این محمول تنها به‌صورت جزئی تعبیر می‌شود. به این معنی که تعبیر آن به‌وسیلهٔ جفت مرتب (S_1,S_2) مشخص می‌شود که اعضای S_2 مصداق $T(x)$ هستند و اعضای S_2 اعضایی از دامنه هستند که حمل T بر آنان کاذب است و برای هر عضوی خارج از $S_1 \cup S_2$ تعریف نشده‌است. فرض کنید $\mathcal{L}(S_1,S_2)$ تعبیری از $\mathcal{L}$ باشد که از تعبیر $T(x)$ به‌وسیلهٔ جفت مرتب (S_1,S_2) به دست آمده‌است و تعبیر بقیهٔ محمول‌ها مانند قبل است. حال فرض کنید S_1' مجموعهٔ جملات صادقِ $\mathcal{L}(S_1,S_2)$ باشد و S_2' مجموعهٔ عناصری از D باشد که جملهٔ کاذبی از $\mathcal{L}(S_1,S_2)$ می‌باشند. S_1' و S_2' به‌صورت یکتایی به‌وسیلهٔ انتخاب جفت (S_1,S_2) مشخص می‌شوند. حال واضح است که اگر $T(x)$ به‌عنوان محمول صدق تعبیر شود، آنگاه ما باید داشته باشیم $S_1=S_1'$ و $S_2=S_2'$.

جفت مرتب (S_1,S_2)ای که این ویژگی را برآورده سازد یک نقطه ثابت می‌نامند. علت این نام‌گذاری این است: فرض کنید (S_1,S_2) برای تعبیر $T(x)$ داده شده باشد. تابع F را به‌صورت $F((S_1,S_2)= (S_1',S_2')$ تعریف می‌کنیم. F تابعی یک موضعی است که دامنه‌اش همهٔ جفت‌های مجزا از زیرمجموعه‌های D به‌صورت (S_1,S_2) هستند. در این صورت یک نقطهٔ ثابت به معنای فوق، یک نقطهٔ ثابتِ تابع F هم هست، به این معنی که اگر (S_1,S_2) یک نقطهٔ ثابت به معنی تعریف فوق باشد، آنگاه: $F((S_1,S_2))= (S_1,S_2)$. در این صورت $\mathcal{L}(S_1,S_2)$ را هم یک نقطه ثابت می‌نامیم.

واضح است که اگر قادر باشیم نشان دهیم نقاط ثابت وجود دارند، آنگاه زبانی در اختیار داریم که شامل محمول صدق خودش است. بنابراین اصلی‌ترین وظیفهٔ ما هم‌اکنون اثبات وجود نقاط ثابت است.

روش اثبات از طریق ارائهٔ روشی برای ساخت یک نقطهٔ ثابت است. چنین کاری را با استفاده از سلسله مراتبی از زبان‌ها انجام می‌دهیم.

با زبان تعبیرشدهٔ $\mathcal{L}_0$ که با $\mathcal{L}(\emptyset,\emptyset)$ تعریف می‌شود، شروع می‌کنیم که در آن $\emptyset$ نماد

مجموعهٔ تهی است. به این ترتیب $\mathcal{L}_0$ زبانی است که $T(x)$ در آن کاملاً تعریف نشده‌است. بدیهی است که $\mathcal{L}_0$ هرگز یک نقطهٔ ثابت نیست. حال اگر برای عدد صحیح مثبت n، $\mathcal{L}_n=\mathcal{L}(S_1,S_2)$ باشد، در این صورت: $\mathcal{L}_{n+1}=\mathcal{L}(S_1',S_2')$ است، که همچون قبل، S_1' مجموعهٔ جملات درستِ $\mathcal{L}_n$ است و S_2' مجموعهٔ عناصری از D است که جمله‌ای کاذب از $\mathcal{L}_n$، هستند.

حال به چند تعریف نیاز داریم. گوییم (S_1^*,S_2^*) بسط (S_1,S_2) است اگر و تنها اگر $S_1 \subseteq S_1^*$ و $S_2 \subseteq S_2^*$ باشند، و طبق قرارداد این بسط را به‌صورت: $(S_1,S_2)\leq(S_1^*,S_2^*)$ نشان می‌دهیم. واضح است که اگر $T(x)$ به‌وسیلهٔ (S_1^*,S_2^*) تعبیر شود، آنگاه در هر موردی که (S_1,S_2) ارزش صدق یا کذبی به فرمولی نسبت می‌دهد، (S_1^*,S_2^*) هم همان ارزش صدق را نسبت می‌دهد. تنها تفاوت آنها در مورد برخی از فرمول‌هایی است که در (S_1,S_2) تعریف نشده‌اند، ولی احتمالاً در (S_1^*,S_2^*) صادق یا کاذبند. پس یکی از ویژگی‌های اساسی و مهم قواعد ارزش‌دهی ما این است که F یکنواست، یعنی تحت رابطهٔ $\leq$ داریم:

اگر $(S_1,S_2)\leq(S_1^*,S_2^*)$ آنگاه $F((S_1,S_2))\leq F((S_1^*,S_2^*))$.

به عبارت دیگر، اگر $(S_1,S_2)\leq(S_1^*,S_2^*)$، آنگاه هر جمله‌ای که در $\mathcal{L}(S_1,S_2)$ صادق (یا کاذب) است صدقش (یا کذبش) را در $\mathcal{L}(S_1^*,S_2^*)$ عیناً حفظ می‌کند. نتیجهٔ مهم این است که به این ترتیب، تعبیر $T(x)$ که در بالا توضیح دادیم، صرفاً با دادن ارزش صدق به احکام تعریف‌نشدهٔ لایه‌های پایین‌تر بسط می‌یابد، بدون اینکه در ارزش صدق فرمول‌هایی که قبلاً ارزشمند شده‌اند، تغییری صورت گیرد. این ویژگی برای ساختمان مورد نظر ما ضروری است.

حال با توجه به خاصیت یکنوایی F، می‌توانیم نتیجه بگیریم که برای هر n تعبیر $T(x)$ در $\mathcal{L}_{n+1}$ *بسط* تعبیر $T(x)$ است در $\mathcal{L}_n$. برای اثبات این مطلب از استقرا استفاده می‌کنیم. حکم برای $n=1$ بدیهی است، زیرا در اولین لایهٔ $T(x)$ برای همهٔ xها تعریف نشده‌است، پس هر تعبیری از $T(x)$ به‌طور خودکار آن را بسط می‌دهد. اگر ادعا برای $\mathcal{L}_m$ برقرار باشد، یعنی اگر تعبیر $T(x)$ در $\mathcal{L}_{m+1}$ آن را برای $T(x)$ در $\mathcal{L}_m$ بسط دهد، آنگاه هر جمله‌ای که در $\mathcal{L}_m$ صادق یا کاذب باشد، در $\mathcal{L}_{m+1}$ نیز صادق یا کاذب باقی می‌ماند.

فرض استقرا	1 $(S_{11}, S_{12}) \leq (S_{21}, S_{22})$
خاصیت یکنوایی	2) $F(S_{11}, S_{12}) \leq F(S_{21}, S_{2}$
روش تشکیل سلسله‌مراتب	3) $F(S_{11}, S_{12}) = (S_{21}, S_{22})$, $F(S_{21}, S_{22}) = (S_{31}, S_{32})$
جانشینی (۳) در (۲)	$(S_{21}, S_{22}) \leq (S_{31}, S_{32})$

با توجه تعاریف، نتیجه می‌گیریم که تعبیر $T(x)$ در L_{m+2}، تعبیر آن را برای L_{m+1} بسط می‌دهد. بنابراین به‌وسیلۀ استقرا ثابت کردیم که همواره $T(x)$ هم مصادیقش و هم ضد مصادیقش(Anti-extensions) در حال افزایش هستند؛ همین‌طور که n افزایش می‌یابد، جملات بیشتری هم ارزش‌های صدق و کذب می‌گیرند.

کریپکی این سلسله‌مراتب را به همۀ اعداد ترتیبی گسترش می‌دهد. اگر α یک عدد ترتیبی باشد آنگاه $L_\alpha=L(S_{1,\alpha},S_{2,\alpha})$ که در آن $S_{1,\alpha} = \bigcup_{\beta<\alpha} S_{1,\beta}$ و $S_{2,\alpha} = \bigcup_{\beta<\alpha} S_{2,\beta}$.

آیا این بسط یافتنِ تعابیر $T(x)$ تا بی‌نهایت ادامه می‌یابد یا آنکه سرانجام در مرحله‌ای متوقف می‌شود؟ به کمک اثباتی که در ادامه می‌آید و نیاز به اندکی آشنایی با ریاضیات دارد، کریپکی اثبات کرد که این بسط‌های پیاپی سرانجام در مرحله‌ای (یعنی یک نقطۀ ثابت) متوقف می‌شوند. اثبات از این قرار است: توجه داریم که جملات زبان $\mathcal{L}$ مجموعه‌ای را تشکیل می‌دهند. حال دو مجموعۀ A و B را به این صورت تعریف می‌کنیم: A و B به ترتیب مجموعه‌های متشکل از تمام $S_{1,\alpha}$ها و $S_{2,\alpha}$هایی هستند که به ترتیبی که در بالا گفته شد، طی سلسله‌مراتب فوق ساخته می‌شوند. واضح است که هر زیرمجموعه از A یا B را که در نظر بگیریم، اولاً یک مجموعۀ کلاً مرتب است و ثانیاً لااقل یک کران بالا دارد. در اینجا به یک اصل مشهور ریاضی با عنوان لم‌زورن(Zorn's Lemma) نیازمندیم. لم‌زورن که حکمی در نظریۀ مجموعه‌هاست، بیان می‌کند که: هر مجموعۀ جزئی مرتب، که در آن هر زنجیری (زیرمجموعه‌های کلاً مرتب) یک کران بالا داشته باشد، حداقل یک عضو ماکسیمال دارد. اگر $(A,\leq)$ یک مجموعۀ جزئاً مرتب باشد، آنگاه عنصر e از A را ماکسیمال می‌نامیم اگر و تنها اگر برای هر a متعلق به A، از $e \leq a$ نتیجه شود که $e = a$.

پس بنا بر لم‌زورن A و B هر کدام، دست کم یک عنصر ماکسیمال دارند؛ یعنی عددهای ترتیبی‌ای مانند β و γ وجود دارد که برای آنها $S_{1,\beta}$ و $S_{2,\gamma}$ به ترتیب شامل تمام $S_{1,\alpha}$ها و $S_{2,\alpha}$ها هستند. اگر σ را ماکزیمم β و γ انتخاب کنیم، آنگاه به ازای آن $(S_{1,\sigma},S_{2,\sigma})$

$(S_{1,\sigma+1},S_{2,\sigma+1})=$. یعنی $(S_{1,\sigma},S_{2,\sigma})$ یک نقطهٔ ثابت است و می‌توان نشان داد که این نقطهٔ ثابت، کوچک‌ترین نقطهٔ ثابت هم می‌باشد.

به این ترتیب ما زبانی یافته‌ایم که شامل محمول صدق خودش است. حال در این زبان صوری به ارائهٔ یک‌سری تعاریف می‌پردازیم که بعداً در حل مسائل فلسفی مطرح‌شده در بخش اول، مفید خواهند بود.

فرمول A را *زمینه‌دار* می‌نامیم، هرگاه آن فرمول در کوچک‌ترین نقطهٔ ثابت ارزش صدق داشته باشد و *بی‌زمینه* می‌نامیم هرگاه چنین نباشد. فرمول A را پارادکسیکال می‌نامیم، اگر آن فرمول نه تنها در کوچک‌ترین نقطهٔ ثابت (که به‌وسیلهٔ سلسله‌مراتب ساخته می‌شود)، بلکه در هیچ نقطهٔ ثابتی ارزش صدق نداشته باشد. یک نقطهٔ ثابت ماکسیمال، نقطهٔ ثابتی است که هیچ بسط سره‌ای ندارد که یک نقطهٔ ثابت باشد. نقطه‌ثابت‌های ماکسیمال را می‌توان این طور در نظر گرفت که فرمول‌هایشان تا آنجا که امکان داشته‌است، ارزش صدق کسب کرده‌اند.

۳. رهیافت کریپکی به صدق

اینک آمادگی کافی داریم که به بررسی مشکلات فلسفی‌ای بپردازیم که در بخش اول مطرح شد. کریپکی می‌گوید که بیایید فرض کنیم می‌خواهیم برای فردی که تاکنون محمول «صادق است» را نشنیده توضیح دهیم که صدق چیست. می‌توانیم به این فرد بگوییم، هرگاه در وضعیتی بتوان جمله‌ای مانند A را بیان کرد و به کار برد، آنگاه می‌توان گفت A صادق است. با این تعریف فرد مذکور می‌تواند بداند که مثلاً همواره جملهٔ «برف سفید است» را می‌تواند بیان کند، پس او همواره می‌تواند بگوید: «برف سفید است.» صادق است؛ اما اگر در خود جملهٔ مورد نظر محمول صدق به کار رفته باشد، اوضاع فرق می‌کند. در این صورت به آن فرد گفته می‌شود که چنین جملاتی در صورتی صادقند که خود آن ادعا در شرایط مورد نظر، صادق باشد، به همان معنایی که قبلاً گفتیم.

حال اجازه دهید وضعیت این فرد را در سلسله‌مراتب کریپکی بررسی کنیم. وضعیت این فرد قبل از اینکه معنای صدق را بداند مانند اولین لایه از سلسله‌مراتب کریپکی است که در آن محمول صدق کلاً تعریف نشده‌است. محمول T(x) در لایهٔ بعد بر هر جمله‌ای که در اولین لایه صادق باشد، حمل می‌شود که معادل با این است که به فرد مورد نظر

گفته می‌شود حمل محمول صدق بر یک جمله به آن معنی است که آن جمله را می‌توان بیان کرد. در مراحل بعدی سلسله‌مراتب نیز درواقع همان فرد، جملاتی را که واجد محمول‌های صدق بیشتری هستند، ارزش‌گذاری می‌کند؛ بنابراین می‌بینیم که نظریهٔ کریپکی هم‌خوانی خوبی با ایده‌های استراوسن دارد و شهودات اولیهٔ ما را برآورده می‌سازد.

از دیگر مسائل پیش‌روی نظریه‌های صدق، مسئلهٔ جملهٔ راستگو، پارادکس‌ها و احکام بی‌زمینه بود. جملاتی مانند:

(۳) (۳) صادق است.

(۴) (۴) کاذب است.

که به ترتیب با فرمول‌های:

$$(3^*)\ (x)\ (P(x) \rightarrow T(x))$$

$$(4^*)\ (x)\ (P(x) \rightarrow \sim T(x))$$

بیان می‌شوند با این فرض اضافه که در هر مورد، خودِ آنها تنها فرمولی هستند که خاصیت P برای آن صادق است. با توجه به شناختی که تا اینجا از کار کریپکی به دست آوردیم، مسلماً انتظار نداریم که او مانند تارسکی این احکام را به‌عنوان احکامی بدساخت یا بیمار رد کند. راه‌حل کریپکی این است که نشان دهد چرا به چنین احکامی ارزش صدق و کذب تعلق نمی‌گیرد.

فرمول‌های (3^*) و (4^*) در کوچک‌ترین نقطهٔ ثابت، فاقد ارزش صدق هستند. اثبات را برای اولین فرمول ارائه می‌کنیم، راه‌حل برای دومی هم به‌صورت مشابه است. این کار به‌وسیلهٔ استقرا روی لایه‌های زبان انجام می‌شود: در اولین لایه، برای همهٔ فرمول‌ها، $T(x)$ تعریف نشده‌است؛ لذا مقدم فرمول فوق صادق و تالی آن تعریف نشده‌است. پس طبق قواعد کلینی که در بخش قبل توضیح دادیم، نتیجه می‌شود که این فرمول در اولین لایه تعریف نشده‌است، به‌عنوان فرض استقرا، اگر فرمول (3^*) در لایهٔ nام تعریف نشده باشد، آنگاه $T(x)$ به ازای $x=(x)\ (P(x) \rightarrow T(x))$ فاقد ارزش صدق خواهد بود؛ لذا باز هم ارزش صدق کل فرمول (3^*) تعریف‌نشده خواهد ماند.

به این ترتیب کریپکی نشان داده‌است که چرا اطلاق ارزش صدق به این فرمول‌ها صورت نمی‌گیرد؛ اما بین این دو فرمول تفاوت جالب و مطلوبی وجود دارد. در ادامه نشان می‌دهیم که می‌توان نقطهٔ ثابتی ساخت که به (3^*) ارزش صدق نسبت دهد، در حالی که

این کار برای (*4) ممکن نیست.

در ساخت کوچک‌ترین نقطهٔ ثابت، فرض کردیم که در اولین لایـهٔ محمـول T(x) کـلاً تعریف نشده‌است. می‌توان سلسله‌مراتب را به‌صورت دیگری پیش برد؛ یعنـی فـرض کنیـد در اولین لایه T(x) برای همهٔ جملات تعریف نشده باشد، به استثنای جملـهٔ (*3) اهمیتـی ندارد که چه ارزشی(صادق یا کاذب) به آن نسبت دهیم. اگر این سلسله‌مراتب اخیر را ادامه دهیم، بار دیگر به یک نقطهٔ ثابت خواهیم رسید. با این تفاوت که ایـن بـار مـسلماً فرمـول (*3) در این نقطهٔ ثابت (که البته کوچک‌ترین نقطهٔ ثابت نیست) دارای ارزش صدق است.

اما این کار را در مورد فرمول (*4) نمی‌تـوان انجـام داد، زیـرا بـه محـض آنکـه ارزش صدق یا کذبی، در هر لایه، به آن نسبت دهیم بلافاصله به تناقض در آن لایه منجر می‌شود.

نتیجه اینکه اگرچه هم (*3) و هم (*4) هر دو در کوچک‌ترین نقطهٔ ثابـت فاقـد ارزش صدق‌اند، یعنی بنا بر تعریف، بی‌زمینه هستند، ولی اولـی در یـک نقطـهٔ ثـابتی دارای ارزش صدق می‌تواند باشد، در حالی که دومی در هیچ نقطهٔ ثابتی نمی‌توانـد ارزش صـدق داشـته باشد. با توجه به تعاریف بخش قبل بـرای مفـاهیم بـی‌زمینـه و پارادکـسیکال، (*3) صـرفاً بی‌زمینه است؛ در حالی که (*4) هم بی‌زمینه است و هم پارادکسیکال.

این درواقع راه‌حل مهم کریپکی برای رفع پارادکس دروغگوست. پارادکس دیگری نیـز در بخش اول معرفی کردیم که به‌صورت زیر بود: فرض کنید جان ادعا کند که:

(۱) همهٔ ادعاهای نیکسون دربارهٔ واترگیت کاذب است.

و تحت شرایطی که تکرارشان نمی‌کنیم، نیکسون هم ادعا کرده باشد که:

(۲) هر چیزی که جان دربارهٔ واترگیت گفته، صادق است.

اگر این جملات را بخواهیم به‌صورت فرمول بیان کنیم، می‌توان فرمول‌هـای زیـر را بـه کار برد:

$$(1^*)\ (x)\ (P(x) \rightarrow \sim T(x))$$

$$(2^*)\ (x)\ (Q(x) \rightarrow \sim T(x))$$

که محمول‌های P و Q به ترتیب «ادعایی که نیکسون دربارهٔ واترگیـت کـرده‌اسـت.» و «چیزی که جان دربارهٔ واترگیت گفته است.» هستند.

مسئله این است که آیا با این وضعیت اساساً این جملات زمینه‌ای هستند یا نه. با توجـه به اینکه (*1) از مصادیق Q و (*2) از مصادیق P است؛ لذا به‌وضوح فرض اینکه هر یـک

از آنها در لایه‌ای ارزش صدق داشته باشد منتهی به این می‌شود که دیگری هم در لایه‌ای بالاتر و هم در لایه‌ای پایین‌تر از اولی اظهار شده باشد؛ لذا فرض زمینه‌ای بودن هر یک از آنها ناصحیح است و بنابراین این جملات در این شرایط بی‌زمینه هستند و چون فاقد ارزش صدق هستند با تناقضی مواجه نخواهیم شد.

۴. انتقادات

به‌رغم زیبایی و صلابتش، متأسفانه انتقادات وارد بر این نظریه کاملاً جدی به نظر می‌رسند. اولین انتقاد، ایرادی است که ویسر به استعارهٔ کریپکی در مورد فردی که معنای واژهٔ «صدق» را نمی‌داند، وارد می‌کند(200,188). از قرار معلوم استعارهٔ کریپکی قرار است نشان دهد که ما چگونه معنای صدق را درک می‌کنیم. برای همین نخست معنای صدق در اولین لایه را تعریف می‌کند و پس از آن با استفاده از ارزش‌دهی جملات در نخستین لایه، ارزش جملات در لایه‌های بعد، مرحله‌به‌مرحله روشن می‌شود؛ اما نکته اینجاست که این فرایند تا رسیدن به کوچک‌ترین نقطهٔ ثابت لزوماً در تعداد متناهی گام امکان‌پذیر نیست. در این صورت شخص فانیِ فرضیِ مذکور در استعارهٔ کریپکی هرگز معنای کامل صدق را برای تمام جملات درک نخواهد کرد.

انتقاد بعدی از سوی گوپتا(Anil Gupta) مطرح شده‌است، برای بررسی کامل‌تری از انتقادات گوپتا و بلنپ از نظریهٔ کریپکی می‌توانید به فصل سوم(A.Gupta and N.Belnap 1993, 84-112) مراجعه کنید.

شهوداً انتظار داریم که فرمول $(\forall x)\neg(T(x) \wedge \neg T(x))$ فرمولی صادق باشد، زیرا این فرمول چیزی جز قانون آشنای نفی تناقض نیست. بنابراین انتظار داریم که در کوچک‌ترین نقطهٔ ثابت، صادق باشد. با این حال گوپتا نشان داد که قواعد قوی ارزش‌دهی کلینی باعث می‌شوند که این فرمول بی‌زمینه باشد. برای اینکه یک فرمول که بر سر آن سور کلی آمده‌است. اساساً ارزش صدقی داشته باشد، بنا بر قواعد ارزش‌دهی کلینی، یا باید برای هر عضو دامنهٔ سور صادق باشد، که در این صورت فرمول مسور صادق خواهد بود یا اینکه لااقل به ازای یک عضو از دامنه، کاذب باشد، که در این صورت کاذب خواهد شد. در غیر از این دو حالت فاقد ارزش صدق است. به این ترتیب برای اینکه فرمول $(\forall x)\neg(T(x) \wedge \neg T(x))$ ارزش صدقی داشته باشد باید یا برای عضوی از دامنه‌اش

(که شامل مجموعهٔ فرمول‌های زبان است) کاذب باشد، که این به‌وضوح غیرممکن است، یا آنکه به ازای هر عضو دامنه‌اش صادق باشد؛ اما از آنجا که خود فرمول $(\forall x)\neg(T(x) \wedge \neg T(x))$ یکی از اعضای دامنه است و تعیین ارزش صدق آن به معلوم بودن ارزش صدق خودش منوط است؛ این فرمول نمی‌تواند صادق باشد و از آنجا که نه می‌تواند صادق باشد و نه کاذب، بنابراین بی‌زمینه است.

انتقاد دیگری از نظریهٔ کریپکی شده که متوجه پارادکس دروغگوست. باید توجه کرد که خود کریپکی در مقالهٔ ۱۹۷۵ به‌صراحت گفته که ادعا ندارد که راه‌حل تمام و کمالی برای پارادکس دروغگو ارائه داده‌است. با این حال انتقاد مطرح‌شده ضربهٔ محکمی به ایدهٔ استفاده از یک منطق سه‌ارزشی برای رفع پارادکس‌ها به‌شمار می‌آید. این انتقاد به تقریر سیمونز (2002, 120) از قرار زیر است:

جملهٔ معروف دروغگو، همان‌طور که دیدیم به‌وسیلهٔ رهیافت کریپکی به جمله‌ای تبدیل می‌شود که فاقد ارزش صدق است، بدون اینکه تناقضی را در زبان ساخته‌شده ایجاد کند. با این حال دروغگوی مورد نظر اگر کمی سماجت به خرج دهد، می‌تواند جملهٔ دیگری بسازد که حتی راه‌حل کریپکی نیز از پس آن برنیاید. جملهٔ زیر را در نظر بگیرید:

(ل) این جمله یا کاذب است یا فاقد ارزش است.

سه حالت ممکن است:

۱. اگر (ل) صادق باشد آنگاه یا کاذب است یا فاقد ارزش، که به تناقض می‌رسیم؛

۲. اگر (ل) کاذب باشد، آنگاه کاذب یا فاقد ارزش هم هست و این یعنی (ل) صادق است که باز هم به تناقض رسیدیم؛

۳. فرض اینکه (ل) فاقد ارزش باشد باز هم مانند مورد ۲ به تناقض منجر می‌شود!

به این ترتیب هر رهیافتی که بخواهد با یک منطق سه ارزشی(یا n ارزشی) از پارادکس‌ها رهایی یابد بار دیگر گرفتار دروغگویی کینه‌جو خواهد شد.

۵. نتیجه

با توجه به انتقاداتی که در بخش قبل برخی از آنها را ذکر کردیم، به نظر می‌رسد نظریهٔ کریپکی نتوانسته است به نحوی شایسته از پس چالش‌هایی نظیر پارادکس دروغگو برآید. این چالش‌ها هرچند نظریهٔ کریپکی را به کلی بی‌خاصیت نمی‌کنند، اما بیانگر آنند که

اصلاحات کاملاً اساسی برای ترمیم آن لازم است. با این وجود نظریهٔ کریپکی را باید به لحاظ معناشناسی یکی از مهم‌ترین دستاوردهایی به‌شمار آورد که از زمان تارسکی تاکنون فراچنگ آمده است. اگر ناتوانی در ارائهٔ توضیحی تمام عیار برای پارادکس دروغگو را به کریپکی خرده می‌گیریم، در عین حال آگاهیم که نه تارسکی و نه سایر نظریه‌های معناشناسی نیز تاکنون نتوانسته‌اند پاسخی شایسته به این پارادکس دهند. از سوی دیگر نظریهٔ کریپکی میدانی وسیع از امکانات صوری را در برابر فیلسوفان و منطق‌دانان قرار داده است که در آن به کاوش مشغولند. کریپکی لااقل این نوید را به ما می‌دهد که می‌توان نظریه‌های معناشناسی‌ای ارائه داد که شامل محمول صدق خود باشند. از این لحاظ کریپکی نسبت به تارسکی یک گامِ بلند جلوتر است.

هر نظریهٔ معناشناسی بر بستری از یک نظریهٔ عامتر فلسفی رشد می‌کند. چنان‌که دیدیم نظریهٔ کریپکی صوری‌سازی ایده‌های فلسفی استراوسن بود، همان‌طور که نظریهٔ تارسکی متاثر از ایده‌های تناظری و اتمیسم راسل و ویتگنشتاین متقدم است. نویسندگان معتقدند برای حل معناشناسانهٔ پارادکس دروغگو باید نخست دید آیا این چالش در نظریهٔ فلسفی پس‌زمینه‌ای که این نظریهٔ صوری براساس آن بنا شده است قابل حل است یا نه. زیرا بدیهی است که اگر این بیماری در پیشفرض‌های فلسفی یک نظریهٔ معناشناسی رسوخ داشته باشد، آنگاه خود را در نظریهٔ معناشناسی برآمده از آن نیز نشان خواهد داد. به این ترتیب پیشنهاد ما این است که یافتن راه‌حلی فلسفی برای پارادکس دروغگو را باید مقدم بر تلاش‌های صوری قرار داد.

منابع

1. A.Gupta and N.Belnap, 1993, ***"The Revision Theory of Truth"***, MIT Press, pp: 84-112.

2. Herzberger. Hans, ***"Paradoxes of Grounding in Semantics"***, Journal of Philosophy, Vol. 79, pp:479-497.

3. Kleene, S.C, 1982, ***"Introduction to Mathematics"***, New Yourk: Van Nostrand, pp:332-340.

4. Kripke, Saul, 1975, ***"Outline of a Theory of Truth"***, The Journal of Philosophy, Vol 72, No.19, pp: 690-716.

5. Martin, Robert, 1968, ***"Toward a Solution to the Liar Paradox"***, Philosophical Review, pp: 279-311.
6. Simmons, Keith, 2002, ***"Semantical and Logical Paradoxes"***, A Companion to Philosophical Logic, Blackwell Publisher, pp: 120.
7. Strawson, Peter, 1950, ***"On Referring, Mind, New Series"***, Vol.59, No.235, pp: 320-344.
8. Tarski, Alfred, 1969, ***"Truth and Proof, Scientific American"***, Vol. 220, No. 6, pp: 63-77.
9. Van Frassen, Bas, 1966, ***"Singular Terms, Truth-value Gaps"***, and Free Logic, The Journal of Philosophy, pp: 481-495.
10. Visser, Albert, 2002, ***"Semantics and Liar Paradox"***, Handbook of Philosophical Logic, Kluwer Academic Publisher, Vol. 10, pp:159-245.