

## الگوریتم ژنتیک برای مساله زمان بندی تک ماشین با جرایم زودکرد خطی، و دیرکرد توان دوم و با در نظر گرفتن زمان بیکاری و شکست کار

محمد باقر فخرزاد\*<sup>۱</sup>، مهدی عظیم زاده<sup>۲</sup>

۱- استادیار دانشکده مهندسی، گروه مهندسی صنایع، دانشگاه یزد

۲- دانشجوی کارشناسی ارشد مهندسی صنایع، دانشگاه یزد

### چکیده

در این مقاله، مسئله زمان بندی تک ماشین با هزینه های زودکرد خطی و دیرکرد توان دوم، با در نظر گرفتن شکست کار و بیکاری مجاز مورد بررسی قرار گرفته و یک مدل ریاضی غیرخطی جدیدی برای مسئله زمان بندی تک ماشین ارائه شده است. با در نظر داشتن پیچیدگی در حل، این مسئله به عنوان مسائل NP-hard تلقی می گردد. بنابراین استفاده از روش هایی که نتایج بهینه تولید می کنند، تنها برای مسئله های با اندازه کوچک مناسب است. براین اساس یک الگوریتم ژنتیک برای حل این مسئله در اندازه های متوسط و بزرگ ارائه شده است به طوری که زمان حل به میزان بهینه یا نزدیک به آن کاهش پیدا کرده است. نمونه های عددی نشان می دهد که الگوریتم ارائه شده کارا و مؤثر می باشد.

واژه های کلیدی: تک ماشین، الگوریتم ژنتیک، زودکرد خطی، دیرکرد توان دوم، زمان بیکاری ماشین و شکست

کار

## ۱- مقدمه

محیط‌های زمان بندی تک ماشین به‌طور واقعی در صنایع مختلف مانند صنعت شیمی استفاده می‌گردد (واکنر و همکاران، ۲۰۰۰). نگارش مقاله‌های زمانبندی با موضوع مدل‌های زمانبندی زودکرد/ دیرکرد، به علت اهمیت و ارتباط کاربردی آنها به طور قابل ملاحظه‌ای روبرو افزایش است (هندل و همکاران ۲۰۰۹، والتته و همکاران ۲۰۰۸، والتته ۲۰۰۹). مدیران برنامه‌ریزی تولید، در چنین سازمان‌هایی زودکرد و دیرکرد را نامطلوب در نظر می‌گیرند. در حقیقت، مسائل زمانبندی با جرایم زودکرد و دیرکرد، با مفاهیمی مانند تولید بهنگام (JIT)<sup>۱</sup> و مدیریت زنجیره تأمین سازگار هستند. تولید JIT تأکید می‌کند که هزینه زودکرد را، همانند دیرکرد (تأخیر) می‌توان کاهش داد. این کار به این علت است که وظایف زودکرد ممکن است به هزینه‌های انبار، مانند فرصت از دست‌رفته از سرمایه‌گذاری در انبار، هزینه‌های بیمه و ضایعات انبار منجر گردد. در عوض، کاری که دیرتر از موعد تحویل آماده می‌شود، ممکن است به نارضایتی مشتری، جرایم قراردادی، از دست دادن فروش و اعتبار منجر شود (لیائو و چنج ۲۰۰۷).

مسائل زمانبندی تک ماشین با هزینه‌های زودکرد و دیرکرد بدون مجاز بودن وقفه به عنوان مساله NP-hard به‌طور وسیعی توسط لنسترا و همکاران در سال ۱۹۷۷ مطالعه شده. همچنین، چندین الگوریتم دقیق و ابتکاری در این خصوص ارائه شده است (داویس و کانت ۱۹۹۳، بالبال و همکاران ۱۹۹۳، هندل و سورد ۲۰۰۶، سورد و سایدوم ۲۰۰۳، جفوسکا ۲۰۰۷).

جریمه دیرکرد توان دوم در صنایع مختلف، کاربرد مناسبی دارد، و برای کارهای با تأخیر استفاده می‌شود. در حقیقت، تأخیر صفت مهمی در کیفیت سرویس است، و نارضایتی مشتری تمایل به افزایش توان دیرکرد مانند تابع هزینه را دارد (تاگوچی ۱۹۸۶). همچنین، جریمه دیرکرد در برخی موقعیت‌ها می‌تواند نسبت به توابع تأخیر بیشینه یا تأخیر خطی معمولی ترجیح داده شود؛ چنانکه سان و همکاران در سال ۱۹۹۹ عنوان نموده‌اند. والتته در سال ۲۰۰۸ رویه کران پایین را همراه با یک الگوریتم شاخه و حد ارائه کرده است. در میان الگوریتم‌های ابتکاری الگوریتم‌های جدیدی از سوی وی در سال ۲۰۰۶ و ۲۰۰۷ ارائه شده است.

سورد و سیدهانم در سال ۲۰۰۳ یک نسخه عمومی از مساله وزن‌دار را در مساله تک ماشین بررسی کرده‌اند. در اکثر کارهای انجام شده در مساله تک ماشین، زمانبندی بدون در نظر گرفتن شکست کار فرض شده است (جفوسکا ۲۰۰۷، تاگوچی ۱۹۸۶، سان و همکاران ۱۹۹۹، والتته ۲۰۰۸). این مساله با در نظر گرفتن مفهوم شکست کار در مساله زمانبندی تک ماشین با مجاز بودن زمان بیکاری ماشین  $\sum_{i=1}^n \alpha_i E_i + \beta_i T_i$  توسط هندل و همکاران در سال ۲۰۰۹ بررسی شده است. این مدل توسط والتته در سال ۲۰۰۸ که زودکرد و دیرکرد فعالیت را به صورت توان دوم در نظر گرفته و چندین الگوریتم ابتکاری را برای حل طراحی و عملکرد آنها را با یکدیگر مقایسه کرده، ارائه شده است. والتته در سال ۲۰۰۹ در مقاله دیگری، تابع هدف مساله را توسعه داده است، وی در مدل خود بیکاری و شکست در کار را لحاظ نکرده است و بیشتر الگوریتم‌های فرا ابتکاری، از قبیل GA، GA-IN،

الگوریتم ژنتیک برای یافتن راه حل های خوب در زمان های محاسباتی منطقی استفاده شده است؛ به طوری که از شیوه های کلاسیک مؤثرتر و کارا تر است.

## ۲- تعریف مساله

مجموعه ای از  $n$  کار مستقل  $(\{J_1, J_2, \dots, J_n\})$  باید روی یک ماشین که در هر لحظه تنها یک کار را انجام می دهد، زمان بندی گردد. فرض کنید این ماشین به صورت پیوسته از لحظه صفر در دسترس بوده، زمان بیکاری و شکست کار هم مجاز باشند. کار  $J_i, i = 1, 2, \dots, n$  به زمان پردازش  $p_i$  نیاز دارد و باید به صورت ایده آل در موعد مقرر خود  $d_i$  کامل شود. همچنین فرض کنید،  $\alpha_i, \beta_i$  به ترتیب نشان دهنده جرایم زودکرد، دیرکرد و  $\gamma_i$  جریمه کار نیمه ساخته  $J_i$  باشند.  $x_i$  متغیر صفر و یک بوده، انتخاب کار  $J_i$  در لحظه  $k$  را نشان می دهد. همچنین، فرض شده است که تمامی زمان های پردازش و مواعدهای تحویل عدد صحیح هستند و اندیس ها، پارامترها و متغیرهای مساله به صورت زیر نمایش داده شده اند:

### اندیس ها

$i$	اندیس برای کارها
$k$	اندیس برای دوره های زمانی
$H$	تعداد دوره های زمانی

### پارامترها :

$d_i$	موعد تحویل برای کار $J_i$
$p_i$	زمان محاسباتی برای کار $J_i$
$\alpha_i$	جریمه زودکرد برای کار $J_i$
$\beta_i$	جریمه دیرکرد برای کار $J_i$
$\gamma_i$	جریمه WIP به ازای هر واحد زمانی
$M$	مقدار بسیار زیاد

MA و MA-IN و تفاوت بین الگوریتم ها را بیان کرده است. این مدل، همچنین توسط خورشیدیان و همکاران در سال ۲۰۱۱ توسعه یافته است. آنها با استفاده از مدل هندل، با در نظر گرفتن بیکاری مجاز و وقفه در کار و افزودن محدودیت به مدل مربوطه، مدل جدیدی را ارائه کرده اند. وانگ و همکاران در سال ۲۰۱۱ در مدل خود فقط به دنبال کمینه کردن زودکرد را هدف قرار داده و الگوریتم های مختلفی برای حل ارائه کرده اند.

از آن جایی که در مدل ارائه شده در این مقاله شکست کار مجاز فرض شده است، لازم است تابع هدف بر اساس واقعیت و بر اساس ایجاد جریمه وقفه در کار مورد بررسی شود. در حقیقت، اگر کاری وقفه داشته باشد، زمانی که این کار صرف می کند، افزایش می یابد، و مقدار (WIP) افزایش می یابد. یک هدف عمده در محیط های صنعتی نگه داشتن مقدار WIP به کمترین مقدار ممکن است، به طور واضح، هر کار  $J_i$  حداقل به مدت  $P_i$  بر روی ماشین می ماند. در مدل ارائه شده مدت زمانی را که ماشین بر روی کار فعالیتی انجام نمی دهد، جریمه می شود. این زمان بیکاری (برای کار  $J_i$ ) برابر  $C_i - S_i - P_i$  است. بر این اساس، در این مقاله با در نظر گرفتن توان دوم برای زمان دیرکرد، وزن دار کردن زمان زودکرد و دیرکرد، و اضافه کردن WIP در تابع هدف مدل جدیدی ارائه شده است. هدف از توان دوم در زمان دیرکرد، اهمیت بیشتر آن نسبت به زمان زودکرد از دیدگاه مشتری بوده است. همچنین، وزن دار کردن زمان زودکرد و دیرکرد، اهمیت تولید هر کدام از محصولات را از دیدگاه تولید کننده نشان می دهد. با توجه به اینکه، حل مدل ریاضی به روش های دقیق در واقعیت امکان پذیر نیست، لذا از

		$S_i$	متغیرها :
زمان شروع برای کار $J_i$			
		$S'_i$	زمان شروع برای کار $J_i$ در لحظه
زمان تکمیل کار $J_i$	$C_i$		$k = 2, 3, \dots, H$
		$E_i$	زودکرد کار $J_i$
		$S''_i$	زمان شروع برای کار $J_i$ در لحظه
دیرکرد کار $J_i$	$T_i$		$k = 1$

$$x_{ik} = \begin{cases} 1 & \text{اگر کار } J_i \text{ در زمان } k \text{ انتخاب شود} \\ 0 & \text{در غیر این صورت} \end{cases}$$

$$\delta_{ik} = \begin{cases} 1 & \text{if } x_{ik} = 1 \\ M & \text{if } x_{ik} = 0 \end{cases}$$

### ۳-مدل ریاضی

با توجه به تعریف پارامترها، تابع هدف و

محدودیت ها را می توان به صورت زیر بیان نمود:

$$\delta_{ik} = M(1 - x_{ik}) + 1$$

(10)

$$i = 1, 2, \dots, n, \quad k = 1, 2, \dots, H$$

$$\text{Min } z = \sum_{i=1}^n ((\alpha_i E_i + \beta_i T_i^2) + \gamma_i (C_i - S_i - P_i)) \quad (1)$$

بطوری که:

هدف، یافتن برنامه زمانی است که مجموع

هزینه های زودکرد خطی و دیرکرد توان دوم را کمینه

می نماید و میزان WIP را تا حد ممکن در سطح

پایین تری نگه می دارد که در محدودیت (۱) نشان داده

شده است. محدودیت (۲) تضمین می کند که هر کار  $J_i$

به  $P_i$  عملیات تقسیم گردد بطوریکه دارای زمان های

اجرای خاص باشند. این عملیات باید به  $H$  مقطع زمانی

تولید مجزا اختصاص داده شوند  $(t-1, t)$ ، که در آن

$1 \leq t \leq H$  طول زمان بندی می باشد. محدودیت

(۳) تضمین می کند که در هر مقطع زمانی  $(t-1, t)$ ،

تنها یک بخش از کار می تواند اجرا شود و این

$$\sum_{k=1}^H x_{ik} = P_i \quad (2)$$

$$\sum_{i=1}^n x_{ik} \leq 1 \quad (3)$$

$$C_i = \max_{k=1}^H (k * x_{ik}) \quad (4)$$

$$S'_i = \min_{k=2}^H ((k-1) * \delta_{ik}) \quad (5)$$

$$i = 1, 2, \dots, n, \quad k = 2, 3, \dots, H$$

$$S''_i = (k * \delta_{ik}) - 1 \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad k = 1 \quad (6)$$

$$S_i = \min(S'_i, S''_i) \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (7)$$

$$T_i = \max(0, C_i - d_i) \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (8)$$

$$E_i = \max(0, d_i - C_i) \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (9)$$

را در Lingo و بر اساس پارامترهای لیست شده در جدول ۱، پس از گذشت ۲۰ ساعت و با ۳۷۲، ۶۶۵ و ۴۹۵ تکرار حل نشده است. به همین دلیل اینگونه مسائل با حل در اندازه‌های بزرگ در ردیف مسائل بر اساس نتایج بدست آمده، مشاهده گردید که راه‌حل‌های این دو روش (دقیق، و فرا ابتکاری) برای مسائل با اندازه کوچک شبیه هم هستند.

برای پیش‌گیری از افزایش بی‌حد و مرز در فضای راه حل، یک مجموعه برتر ارائه شده است. فضای راه حل این مجموعه برتر با اعمال طول فرآیند مطرح شده (H)، به صورت رابطه (۱۱) به دست می‌آید

$$H = \max \left\{ \sum_{i=1}^n P_i, d_{\max} \right\} + n$$

where

$$d_{\max} = \max\{d_i\}, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (11)$$

زمانی که طول فرآیند برابر با مقدار:

$$\max \left\{ \sum_{i=1}^n p_i, d_{\max} \right\} + n$$

در نظر گرفته شود، و وقفه در کار برابر با یک واحد زمانی باشد، فضای راه‌حل دارای  $(\max \{ \sum_{i=1}^n p_i, d_{\max} \} + n)!$  حالت خواهد بود. عبارت  $\max \{ \sum_{i=1}^n p_i, d_{\max} \}$  تضمین می‌کند که فضای راه حل همیشه شدنی و امکان پذیر می‌ماند،

جدول ۱: مقادیر پارامتر مساله

Job $j_i$	$p_i$	$d_i$	$\alpha_i$	$\beta_i$	$\gamma_i$
$j_1$	۲۰	۸۲	۹	۱۷	۱۶
$j_2$	۶۵	۱۲۶	۶	۸	۱۱
$j_3$	۱۵	۱۶۲	۱۲	۳	۶
$j_4$	۵	۱۳۵	۱	۱۹	۷
$j_5$	۵۰	۱۱۲	۱۸	۱۱	۱۰

محدودیت قادر است زمان بیکاری ماشین را در نظر بگیرد. محدودیت (۴) در ارتباط با زمان تکمیل هر کار می‌باشد. برای محاسبه زمان شروع هر کار  $j_i$  بعد از NP-hard. قرار دارد که الگوریتم ژنتیک می‌تواند به عنوان یکی از راه‌حل‌ها مورد توجه قرار گیرد

دوره زمانی دوم محدودیت (۵) ارائه شده است. محدودیت (۶) در ارتباط با محاسبه زمان شروع هر کار  $j_i$  در لحظه اول می‌باشد. محدودیت (۷) با استفاده از محاسبه حداقل محدودیت‌های (۴) و (۵) زمان شروع هر کار  $j_i$  در هر لحظه از زمان را محاسبه می‌کند. هزینه دیرکرد و زودکرد هر کار را به ترتیب در محدودیت (۸) و (۹) نشان داده شده است. محدودیت (۱۰) جهت برقرار کردن محدودیت‌های (۵) و (۶) و (۷) می‌باشد.

#### ۴- پیچیدگی مساله

نرم افزار Lingo می‌تواند راه حل بهینه مسائل دارای اندازه کوچک را در زمانی کم محاسبه کند. اما مسائل واقعی و با اندازه بزرگ را به دلیل تعداد بیش از اندازه متغیرها و محدودیت‌ها نمی‌توان با Lingo در زمان معقولی حل نمود. به عنوان مثال مسئله‌ای با ۵ کار

چون طول فرآیند همیشه بزرگتر یا مساوی مجموع زمان‌های پردازش است.

عمل جهش تغییر می‌یابد و بعد فرزند جدید جانشین ضعیفترین کروموزم در مجموعه اولیه می‌شود.

## ۵- رویکرد الگوریتم ژنتیک

ایده اصلی الگوریتم‌های تکاملی در سال ۱۹۶۰ از سوی ریچنبرگ مطرح شد. الگوریتم ژنتیک که منشعب از این الگوریتم‌هاست، در حقیقت روش جستجوی رایانه‌ای بر پایه الگوریتم بهینه‌سازی و بر اساس ساختار ژن و کروموزم است که به وسیله پرفسور هولند در دانشگاه میشیگان مطرح و پس از وی توسط جمعی از دانشجویان، مانند گلدبرگ در سال ۱۹۸۹ توسعه یافت. الگوریتم ژنتیک با الهام از تئوری داروین و بر اساس اصل ادامه حیات بهترین‌ها پی‌ریزی شده است. می‌توان گفت یکی از مزیت‌های اصلی الگوریتم ژنتیک نسبت به روش‌های قدیم بهینه‌سازی در این است که GA با جمعیت یا مجموعه‌ای از نقاط در یک لحظه خاص کار دارد، در حالی که در روش‌های قدیم بهینه‌سازی تنها بر روی یک نقطه خاص عمل می‌گردد. این بدان معناست که GA تعداد زیادی از طرح‌ها را در یک زمان پردازش می‌کند. برخی مراجع رویکرد الگوریتم ژنتیک را به صورت جزئی بررسی می‌کنند (ریوز، ۱۹۹۷، ریوز و همکاران ۲۰۰۳، بین ۱۹۹۴). این الگوریتم در ابتدا با مجموعه‌ای از جواب‌های تصادفی (کروموزم) که به آن جمعیت اولیه گفته می‌شود، آغاز و سپس مقدار شایستگی هر کروموزم با توجه به تابع شایستگی تعیین می‌گردد. کروموزوم‌های با شایستگی بالاتر شانس بیشتری برای تولید فرزندان دارند. بر همین اساس، عمل انتخاب والدین انجام می‌گیرد و سپس فرزند به وسیله عمل تقاطع روی والدین به وجود می‌آید، سرانجام بعضی از ژن‌های فرزند با

گام‌های اصلی در پیاده‌سازی الگوریتم ژنتیک به صورت زیر هستند:

۱. شکل کروموزم
۲. جمعیت اولیه
۳. شایستگی تابع برای محاسبه تناسب جمعیت
۴. استراتژی‌های انتخاب
۵. عملگرهای ژنتیک

### ۵-۱- الگوریتم ژنتیک ارائه شده

برای حل مساله زمان‌بندی یک ماشین با در نظر گرفتن وقفه و زمان بیکاری ماشین، الگوریتم ژنتیکی ارائه شده است. مؤلفه‌های اصلی پیاده‌سازی GA شامل موارد زیر هستند:

### ۵-۱-۱ شکل کروموزم

برای هر پیاده‌سازی الگوریتم ژنتیک، نخستین گام نگاشت خصوصیات ویژه راه‌حل در قالب یک رشته کروموزوم است. هر کروموزوم از ترکیبی از ژن‌ها، از الفبایی خاص ساخته شده است. این الفبا می‌تواند مجموعه‌ای از اعداد دودویی، اعداد حقیقی، اعداد طبیعی، نمادها، یا ماتریس‌ها باشد. طرح ارائه دهنده نه تنها تعیین کننده میزان مؤثر طراحی مساله است، بلکه حتی تعیین می‌نماید که از عملگرهای ژنتیک تا چه میزان مؤثری می‌توان استفاده نمود. برای نمایش آن، دو کار در نظر گرفته شده است، و زمان پردازش، موعد پایان، جریمه زودکرد و دیرکرد آنها در جدول ۲ آمده است. همچنین، نمایش کدگذاری کروموزوم به صورت گرافیکی در شکل ۱ نشان داده شده است.

جدول ۲: پارامترهای دو وظیفه داده شده

Job $j_i$	$p_i$	$d_i$	$a_i$	$\beta_i$
$j_1$	4	5	2	4
$j_2$	2	7	1	3

شماره کار کروموزم	1	1	1	1	2	2	0	0	0
	0.31	0.53	0.08	0.19	0.92	0.73	0.65	0.85	0.13

ترتیب توالی ژن های مرتب شده	1	0	1	1	1	0	2	0	2
	0.08	0.13	0.19	0.31	0.53	0.65	0.73	0.85	0.92

شکل (۱): نحوه کدگذاری سیستم

صفر که نشان دهنده بیکاری است، تولید گردد. سپس از یک الفبای کلید تصادفی استفاده شده  $U(0,1)$  تا کروموزومها را رمزگشایی کند (بین، ۱۹۹۴). در این الفبا هر عضو یک مقدار تصادفی بین ۰ و ۱ است. راه حل های با تابع شایستگی و ارزش تابع هدف خوب را جستجو می کند (والته، ۲۰۰۹).

#### ۵-۱-۲ جمعیت اولیه

مرحله دوم پیاده سازی الگوریتم ژنتیک، تولید یک سری راه حل های اولیه است، که به آن جمعیت می گویند. تعداد راه حل های اولیه ای که باید در این جمعیت قرار گیرند، اندازه جمعیت نامیده می شوند. جمعیت اولیه تنها یک بار در ابتدای اولین نسل الگوریتم ژنتیک تولید می شود. تعیین اندازه مناسب جمعیت، یک انتخاب مهم در پیاده سازی الگوریتم ژنتیک است. اگر میزان انتخاب شده کوچک باشد، ممکن است قادر به دستیابی به راه حل خوبی نباشیم. از سوی دیگر، اگر این عدد خیلی بزرگ باشد، ممکن

در ابتدا، یک ترتیب اولیه تولید می شود، به طوری که طول کروموزوم برابر  $H$  بوده مقدار ژن ها در آن برای کار  $J_1$  به تعداد  $P_1$  (در اینجا ۴) عدد ۱ و برای کار  $J_2$  به تعداد  $P_2$  (در اینجا ۴) عدد ۲ و مابقی عدد بنابراین، هر کروموزوم یک بردار رمزگشایی تصادفی بین ۰ و ۱ است. برای این که تناسب هر کدام اندازه گیری شود، لازم است که کروموزوم آن از یک راه حل متناظر با مساله تغییر داده شود. رمزگشایی یا نگاشت یک کروموزوم به یک رشته به وسیله مرتب سازی کار انجام می شود. اگر تعداد وظیفه ها بیشتر باشد، رویه را به همین صورت ادامه می دهیم.

یک ویژگی مهم الفبای کلید تصادفی این است که تمامی زاد و ولد انجام شده توسط عمل تقاطع جزو راه حل های امکان پذیر به شمار می آیند. اگر هر بردار تصادفی را بتوان به یک راه حل امکان پذیر تغییر داد، آنگاه هر کروموزوم گرفته شده توسط تقاطع نیز با یک راه حل امکان پذیر ارتباط دارد. بر این اساس، الگوریتم ژنتیک رابطه بین بردارهای اعداد تصادفی و

برای تولید نسل‌های بعدی عملگرهای تقاطع و جهش والدین را به صورت جفت از جمعیت انتخاب می‌کنیم؛ یعنی مکانیزمی که به وسیله آن جمعیت جدیدی از افراد موجود و به اندازه جمعیت فعلی را تشکیل دهد. اندازه جمعیت در کل روند کار ثابت باقی می‌ماند که در ادامه شرح داده شده است:

**تقاطع:** فرزندان یا راه‌حل‌های جدید با برخورد دو ترتیب یا والد دیگر از طریق عملگری به نام تقاطع حاصل می‌شوند. عملگرهای تقاطع باید از تولید راه‌حل‌های نشدنی کاملاً دوری کنند. هدف تولید اولاد بهتری است؛ یعنی ساختن ترتیب‌هایی بهتر پس از ترکیب والدین است (میچالویکس، ۱۹۹۶). با توجه به تنوع گسترده‌ای از عملگرهای تقاطع پیشنهادی، تقاطع در نظر گرفته شده در این مقاله، به صورت زیر است. برای نشان دادن عملگر تقاطع دو ترتیب والد زیر را در نظر بگیرید:

والد ۱: ABC|AAB|ACBA

والد ۲: AAB|BBC|CAAA

نقاط برش به صورت تصادفی تعیین می‌شود. در ادامه با جابه‌جایی کاراکترهای پس از برش راستی به ابتدای ترتیب، ترتیبی جدید شکل می‌گیرد که نتایج آن به شکل زیر است:

توالی جدید ۱:

ACB|AAB|CAAB (CAAAAB)

توالی جدید ۲:

CAA|AAA|BBBC (CAABBC)

است برای رسیدن به جوابی بهتر، زمان زیادی از CPU را به خود اختصاص دهد.

### ۳-۱-۵ تابع شایستگی

در پیاده‌سازی GA یک تابع تناسب برای ارزیابی و بازتولید کروموزوم‌های جدید، به نام "اولاد نسل‌های بعدی"، استفاده می‌شود. هدف از این تابع شایستگی اندازه‌گیری کاندیداهای پیشنهاد شده در جمعیت، با در نظر داشتن توابع هدف و محدودیت در مدل موجود، است. با توجه به تابع هدف، تناسب کروموزوم‌ها باید با محاسبه دو پارامتر زمان شروع و زمان تکمیل انجام گیرد. با محاسبه این پارامترها، زودکرد و دیرکرد هر کدام از کارها با اعمال روابط  $E_i =$  و  $T_i = \max(0, C_i - d_i)$  در نهایت تابع هدف هر کروموزوم با اعمال  $E_i$  و  $T_i$  در فرمول (۱۲) به دست می‌آید:

$$\sum_{i=1}^n ((\alpha_i E_i + \beta_i T_i^2) + \gamma_i (C_i - S_i - P_i)) \quad 12$$

### ۴-۱-۵ انتخاب استراتژی‌ها

رویه انتخاب چرخ رولت، که از سوی گلدبرگ در سال ۱۹۸۹ ارائه شده است، استراتژی انتخابی است که در الگوریتم پیشنهادی استفاده شده است. هدف این استراتژی انتخاب، بیشتر در نظر داشتن مناسبترین موارد، برای تولید دوباره فرزندان برای نسل بعد است.

### ۵-۱-۵ عملگرهای ژنتیک



دیرکرد توان دوم و شناسایی نمونه‌های پیچیده است. برای نشان دادن کارایی الگوریتم پیشنهاد شده، مسائل به صورت تصادفی به صورت زیر تولید شدند. مسائل با اندازه کوچک با ۳، ۴ و ۱۰ کار، اندازه متوسط با ۲۰ و ۴۰ کار، و اندازه بزرگ با ۸۰ تا ۱۰۰ کار در نظر گرفته شده است. زمان‌های پردازش از توزیع یکنواخت گسسته (۲۰ و ۱) و زمان‌های زودکرد و دیرکرد از توزیع یکنواخت گسسته (۱۰ و ۱) تولید شده‌اند. زمان‌های تحویل هر کار از توزیع یکنواخت به صورت روابط زیر تعریف شده‌اند:

$$[d_{min} - \lambda, d_{min} + \lambda] \quad (13)$$

$$d_{min} = P \times (1 - TEF) \quad (14)$$

$$P = \sum_{i=1}^n p_i \quad (15)$$

$$\lambda = P \times \left( \frac{RDD}{2} \right) \quad (16)$$

دو پارامتر TEF و RDD محدوده مناسبی از موعده تحویل هستند. مقادیر ۰/۵ و ۰/۸ برای RDD و ۰/۲ و ۰/۵ برای TEF در نظر گرفته شده است.

### ۶-۱ تنظیم پارامترها

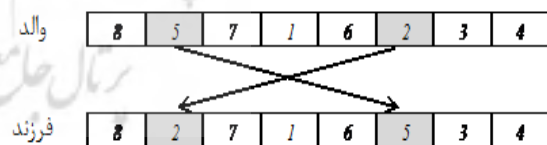
به منظور درجه بندی الگوریتم، چندین روش برای طراحی آزمایش‌ها وجود دارد، اما رویکردی که بیشترین استفاده را دارد، یک آزمایش فاکتوریل کامل است (مونتگومری، ۲۰۰۰). این رویکرد همیشه کارآمد نیست، زیرا اجرای بازرسی‌ها زمانی که تعداد فاکتورها به میزان قابل ملاحظه‌ای زیاد می‌شود، حل مساله سختتر خواهد شد. برای کاهش تعداد آزمایش‌های لازم، آزمایش فاکتوریل کسری (FFE) توسعه داده شد (کوچران و کوكس، ۱۹۹۲). تاگوچی در سال ۱۹۸۶ خانواده‌ای از ماتریس‌های FFE را

از ترتیب جدید، کاراکترهایی که با کاراکترهای بین نقاط برش والد دیگر مطابقت دارند، برداشته می‌شوند (در پرانتز نشان داده شده است). سپس ترتیب میان پرانتزهای والد و کاراکترهای باقی مانده از دیگر ترتیب جدید برای تولید فرزند مورد استفاده می‌شوند. با استفاده از این رویه، فرزندان زیر تولید می‌شوند:

Offspring 1: B B C | A A B | C A A A

Offspring 2: A A B | B B C | A C A A

**جهش:** عملگر جهش از ترتیب‌های اولیه برای تولید کروموزوم‌های تغییر یافته استفاده می‌نماید. در این رویه، یک مورد به صورت تصادفی انتخاب می‌گردد، و در ادامه، دو ژن تصادفی میان (۱ و H) انتخاب می‌شوند. عملگر جهش با تعویض دو ژن در کروموزوم انتخاب شده استفاده می‌شود. شکل ۲ نشان می‌دهد که دو عدد به دست آمده ۲ و ۵ هستند و فرزندان نیز با جایگزینی این دو ژن تولید شده‌اند.



شکل (۲): تولید فرزند از طریق عملگر جهش

### ۶-۲ طراحی آزمایش‌ها و تنظیم داده‌ها

در این بخش، کارایی GA پیشنهاد شده برای این مساله ارائه شده است. هدف، آزمایش کارایی GA پیشنهاد شده برای مساله زمان بندی مسئله تک ماشین با بیکاری مجاز و هزینه‌های زودکرد خطی و

الگوریتم ژنتیک ارائه شده با استفاده از نرم افزار MATLAB 7.8 و روی یک PC Pentium IV با ۲/۸ گیگاهرتز سرعت و ۵۱۲ مگابایت RAM، اجرا شد. ۲۸ مساله آزمایش با تعداد کارهای ۳ تا ۱۰۰ و تکرار ۱۰ بار بررسی شد. جدول ۳ نشان می‌دهد که الگوریتم پیشنهاد شده در داشتن زمان محاسباتی قابل قبول، بسیار مناسب است. همچنین، نشان می‌دهد که Lingo می‌تواند راه حل بهینه را برای مسائل با اندازه کوچک در زمانی اندک محاسبه نماید. شکل ۳ نمودار مقایسه بین زمان پردازش GA با زمان پردازش لینگو در مسائل با ابعاد کوچک را نشان می‌دهد. این نمودار کارایی الگوریتم ژنتیک را در ابعاد کوچک از نظر زمانی نسبت به نرم افزار لینگو، نشان می‌دهد.

برای نشان دادن فرآیند الگوریتم ژنتیک، متوسط هزینه‌ها و بهترین آنها در هر نسل در شکل (۴) نشان داده شده است. از مزایای اصلی که می‌توان برای الگوریتم ژنتیک نام برد، سرعت بسیار بالای این الگوریتم است به طوری که کمترین هزینه در تکرار ۵۳ رخ داده است و از نسل ۶۸ متوسط هزینه‌ها و بهترین جواب در هر نسل همگرا شده‌اند و این نشان دهنده شرایط بهینه در همه کروموزوم‌هاست

#### ۷ - نتیجه‌گیری

در این مقاله، توسعه مساله زمان‌بندی تک ماشین با هزینه‌های زودکرد خطی و دیرکرد با مجاز بودن شکست کار و زمان بیکاری ماشین بررسی شد. برای این مساله مدلی ریاضی ارائه گردید که بیکربندی ترتیب کارها را با هدف کمینه ساختن هزینه‌های زمان‌بندی پیدا می‌کند. الگوریتمی کارا براساس GA

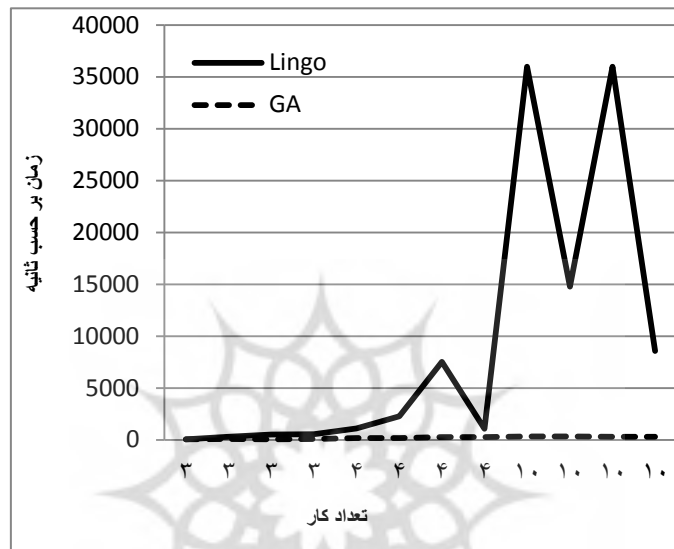
توسعه داد که نهایتاً تعداد آزمایش‌ها را کاهش می‌دهند، اما هنوز هم اطلاعاتی کافی فراهم می‌نماید. در روش تاگوچی، برای مطالعه تعداد زیادی از متغیرهای تصمیم‌گیری با آزمایش‌های گوناگون، آرایه‌های متعامد استفاده شده‌اند. در اینجا مقادیر زیر برای پارامترهای لازم در الگوریتم ژنتیک در نظر گرفته شده است: احتمال تقاطع (pc): سه سطح (۰/۹۰، ۰/۸۵، ۰/۸۰) احتمال جهش (pm): سه سطح (۰/۰۳، ۰/۰۶، ۰/۰۹) تعداد جمعیت اولیه (np): سه سطح (۲۰۰ و ۱۰۰) تعداد نسل‌ها (ng): یک سطح (۱۰۰). بهترین مقدار آزمایش‌های محاسباتی برای مساله زمان‌بندی تک ماشین، با مجموع زودکرد و دیرکرد اعمال شده، از طریق مقایسه نتایج آزمایش‌ها با تغییر پارامترها که به عنوان مقادیر پیش فرض در نظر گرفته شده بود، به صورت زیر به دست آمد:  $pc = 0.80$ ,  $pm = 0.06$ ,  $np = 100$  و  $ng = 100$ . جدول ۳ نشان می‌دهد که الگوریتم ژنتیک طراحی شده در مقابل حل Lingo، تعداد کارهای متوسط و بزرگ را در زمان مناسبی حل کرده است. همچنین Lingo تعداد کارهای کوچک را در زمان قابل قبولی حل نموده است.

آخرین ستون جدول ۳، درصد اختلاف بین جواب بهینه و جواب GA را نشان می‌دهد که با فرمول ۱۷ که در زیر نشان داده می‌شود. تمامی جواب‌ها در سطوح کارهای کوچک مقدار Gap برابر صفر بوده، نشان دهنده این است که الگوریتم ژنتیک در سطوح کارهای کوچک در بهترین جواب به جواب بهینه Lingo دست یافته است

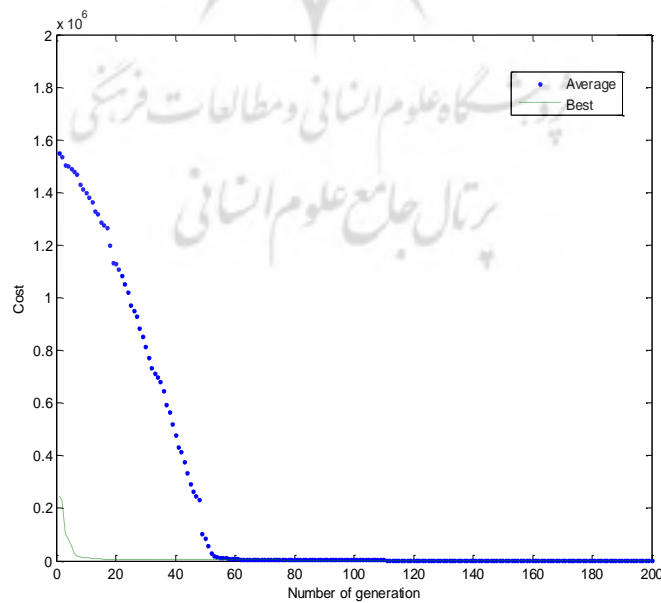
#### ۶-۲ نتایج آزمایش‌ها

منظور تأیید کارایی GA ارائه شده، ۲۸ مساله می‌دهد. به علاوه، الگوریتم ژنتیک از لحاظ زمانی نیز مقایسه شد. با افزایش تعداد کارها قابلیت استفاده الگوریتم در داشتن زمان محاسباتی مناسب نیز اثبات شده است.

برای حل این مدل ریاضیاتی طرح‌ریزی شد. به آزمایش حل شدند. نتایج محاسباتی از لحاظ جواب‌های مساله مقایسه شد و از آنجایی که Lingo توانایی اجرای فعالیت‌ها با تعداد کارهای متوسط و بزرگ را ندارد، برتری الگوریتم پیشنهاد شده را در ترتیب‌دهی کارها نسبت به روش‌های دقیق نشان



شکل (۳): مقایسه بین نتایج زمان GA با زمان حل بهینه حاصل از Lingo



شکل (۴): متوسط هزینه و بهترین جواب کروموزوم

جدول ۳: نتایج مدل حل شده توسط Lingo 9 و GA پیشنهادی

Number of jobs	RDD	TEF	Lingo		GA			Gap%
			Optimal solution	Computational time*	Average of solutions	Best solution	Computational time*	
3	0.5	0.2	45	0:00:56	48.2	45	0:00:40	.
3	0.5	0.5	65	0:05:16	72	65	0:01:40	.
3	0.8	0.2	0	0:08:26	0	0	0:00:50	.
3	0.8	0.5	62	0:09:11	70.4	62	0:01:12	.
4	0.5	0.2	40	0:18:17	52.8	40	0:03:05	.
4	0.5	0.5	36	0:38:09	44.6	36	0:02:51	.
4	0.8	0.2	44	2:05:28	49.2	44	0:04:16	.
4	0.8	0.5	78	0:17:42	78	78	0:04:22	.
10	0.5	0.2	---	10:00:00	140.7	126	0:05:43	---
10	0.5	0.5	114	4:06:32	123.2	114	0:05:25	.
10	0.8	0.2	---	10:00:00	210.5	202	0:04:46	---
10	0.8	0.5	182	2:23:06	184.4	182	0:05:08	.
20	0.5	0.2	---	10:00:00	5329	5166	8 min	---
20	0.5	0.5	---	10:00:00	5357	5025	8 min	---
20	0.8	0.2	---	10:00:00	3636	3443	8 min	---
20	0.8	0.5	---	10:00:00	3676	3375	8 min	---
40	0.5	0.2	---	10:00:00	11364	10931	10 min	---
40	0.5	0.5	---	10:00:00	13351	13016	10 min	---
40	0.8	0.2	---	10:00:00	13987	13847	10 min	---
40	0.8	0.5	---	10:00:00	10769	10364	10 min	---
80	0.5	0.2	---	10:00:00	52312	51430	14 min	---
80	0.5	0.5	---	10:00:00	55337	52183	14 min	---
80	0.8	0.2	---	10:00:00	51389	50008	14 min	---
80	0.8	0.5	---	10:00:00	48040	46512	14 min	---
100	0.5	0.2	---	10:00:00	83212	83001	16 min	---
100	0.5	0.5	---	10:00:00	91151	90366	16 min	---
100	0.8	0.2	---	10:00:00	78255	78352	16 min	---
100	0.8	0.5	---	10:00:00	84918	82892	16 min	---

- machine scheduling problems". *Annals of Discrete Mathematics*, 1, 343–362.
- Liao, C.J., Cheng, C.C., 2007. "A variable neighborhood search for minimizing single machine weighted earliness and tardiness with common due date". *Computers and Industrial Engineering*, 52, 404–413.
- Michalewicz, Z., 1996. *Genetic Algorithms + Data Structures = Evolution Programs*. Springer, New York.
- Montgomery, D.C., 2000. "Design and analysis of experiments". 5th ed. New York:
- Reeves, C.R., 1997. "Genetic algorithms for the operations researcher". *INFORMS Journal on Computing*; 9:231–50.
- Reeves, C., Glover F, Kochenberger., 2003. "Handbook of metaheuristics." *Dordrecht: Kluwer Academic Publishers*; p. 55–82.
- Sourd, F., Kedad-Sidhoum, S., 2003. "The one machine problem with earliness and tardiness penalties". *Journal of Scheduling*; 6:533–49.
- Sun, X., Noble, J.S., Klein C.M., 1999. "Single-machine scheduling with sequence dependent setup to minimize total weighted squared tardiness". *IIE Transactions*; 31:113–24.
- Taguchi, G., 1986. "Introduction to quality engineering. White Plains": *Asian Productivity Organization/UNIPUB*
- Valente, J.M.S., 2006. Heuristics for the single machine scheduling problem with early and quadratic tardy penalties.
- Valente, J.M.S., 2007. "Beam search heuristics for the single machine scheduling problem with linear earliness and quadratic tardiness costs. Working Paper 250, Faculdade de Economia, Universidade do Porto,
- Bean, J.C., (1994). "Genetics and random keys for sequencing and optimization". *ORSA Journal on Computing*;6:154–60.
- Bülbül, K., Kaminsky, P., Yano, C., (2007). "Preemption in single machine earliness/ tardiness scheduling". *Journal of Scheduling*, 10, 271–292.
- Cochran, W.G., Cox, G.M., (1992). "Experimental designs: 2nd ed. New York: Wiley.
- Davis, J.S., Kanet, J.J., (1993)." Single-machine scheduling with early and tardy completion costs". *Naval Research Logistics*, 40, 85–101
- Goldberg, D.E., (1989)." Genetic algorithms in search, optimization, and machine learning. Reading", MA: *Addison-Wesley*
- Hendel, Y., Sourd, F., (2006)." Efficient neighborhood search for the one-machine earliness–tardiness scheduling problem". *European Journal of Operational Research*, 173, 108–119.
- Hendel, F., Runge, N., Sourd, F., (2009)." The one-machine just-in-time scheduling problem with preemption". *Discrete Optimization*, 6, 10-22.
- Holland, J.H., "Adaptation in natural and artificial systems. Ann Arbor", *Michigan: University of Michigan Press*.
- Jżefowska, J., 2007. *Just-in-time scheduling*. Berlin: Springer
- Khorshidian, H., Javadian, N., Zandieh, M., Rezaeian, J., Rahmani, K., 2011. " A genetic algorithm for JIT single machine scheduling with preemption and machine idle time". *Expert Systems with Applications* 38, 7911-7918.
- Lenstra, J.K., Rinnooy Kan, A.H., Brucker, G.P., 1977. "Complexity of

- machischeduling problem with linear earliness and quadratic tardiness penalties ". *Computers & perations Research* 36, 2707-2715.
- Wagner, B.J., Davis, D.J, Kher, H., 2002."The production of several items in a single facility with linearly changing demand rates". *Decision Sciences*; 33:317-46.
- Wang, X.R., Hung, X., Wang, J.B., 2011. " Single-machine scheduling with linear decreasing deterioration to minimize earliness penalties". *Applied Mathematical Modeling* 35, 3509-3515..
- Portugal";. *Asia-Pacific Journal of Operational Research, to appear.*
- Valente, J.M.S., Alves, R.A.F.S., 2008. "Heuristics for the single machine scheduling problem with quadratic earliness and tardiness penalties". *Computers & Operations Research.* 35, 3696-3713.
- Valente, J.M.S., 2008. "An exact approach for the single machine scheduling problem with linear early and quadratic tardy penalties. *Asia-Pacific" Journal of Operational Research;*
- Valente, J.M.S. 2009. "A genetic algorithm approach for the single

پي نوشت:

- 1-Just In Time
- 2- Work In Process

