

## بهبود پایش آماری فرآیند با مشخصه کیفی به صورت پروفایل چند جمله‌ای در فاز دو

امیرحسین امیری<sup>۱\*</sup>، مونا ایوبی<sup>۲</sup>، سید امیر سجاد حاجی سید رضی علاقیند<sup>۳</sup>

۱- استادیار و عضو هیأت علمی گروه مهندسی صنایع، دانشگاه شاهد

۲- دانشجوی دکتری رشته مهندسی صنایع، دانشگاه تربیت مدرس

۳- کارشناس رشته مهندسی صنایع، دانشگاه آزاد اسلامی - واحد تهران شمال

### چکیده

بحث پایش پروفایل‌ها یکی از زمینه‌های نوین تحقیقاتی در حوزه کنترل فرآیند آماری است که در سال‌های اخیر بسیار مورد توجه قرار گرفته است. پروفایل رابطه بین یک متغیر پاسخ و یک یا چند متغیر مستقل را توصیف می‌کند. این رابطه که معمولاً با استفاده از یک رابطه رگرسیونی مدل می‌شود می‌تواند خطی ساده، خطی چندگانه، چند جمله‌ای و در مواردی غیر خطی باشد. تاکنون روش‌هایی برای پایش پروفایل‌های چند جمله‌ای توسعه داده شده است که بهترین آنها روش چند جمله‌ای متعامد است. از جمله نقاط ضعف روش مذکور، تعداد زیاد نمودارهای کنترل است که به صورت همزمان استفاده می‌شوند. در این مقاله، روشی جدید بر اساس روش چندجمله‌ای متعامد پیشنهاد شده که تنها از دو نمودار کنترل برای پایش یک پروفایل چند جمله‌ای از درجه  $k$  استفاده می‌کند. مطالعات شبیه‌سازی و مقایسه منحنی متوسط طول دنباله نشان می‌دهد که روش پیشنهادی در مقایسه با روش موجود عملکرد بهتری دارد. همچنین، استفاده از آن در عمل بسیار آسانتر است.

واژه‌های کلیدی: متوسط طول دنباله، نمودار کنترل میانگین موزون نمایی، پروفایل چندجمله‌ای متعامد، کنترل فرآیند آماری.

## ۱- مقدمه

در بسیاری از موارد کیفیت یک محصول یا عملکرد یک فرآیند به وسیله رابطه رگرسیونی خطی یا غیر خطی میان متغیر پاسخ با یک یا چند متغیر مستقل توصیف می شود. در زمینه پایش پروفایل‌ها در فاز ۱ و ۲ تحقیقات زیادی انجام شده است. از جمله تحقیقات انجام گرفته در زمینه پایش پروفایل‌های خطی ساده می توان به مقالات کنگ و آلباین (۲۰۰۰)، کیم و همکاران (۲۰۰۳)، گوپتا و همکاران (۲۰۰۶)، نورالسنا و امیری (۱۳۸۶)، زو و همکاران (۲۰۰۶)، ژنگ و همکاران (۲۰۰۹)، سقای و همکاران (۲۰۰۹)، در فاز ۲ و محمود و وودال (۲۰۰۴) و محمود و همکاران (۲۰۰۷)، در فاز ۱ اشاره کرد. دو مقاله وودال و همکاران (۲۰۰۴) و وودال (۲۰۰۷) مروری بر تحقیقات انجام شده در حوزه پایش پروفایل‌ها هستند. مقالاتی نظیر جین و شی (۱۹۹۹)، واکر و رایت (۲۰۰۲)، ویلیامز و همکاران (۲۰۰۷) و دینگ و همکاران (۲۰۰۶) در رابطه با پایش پروفایل‌های غیرخطی هستند و مقالاتی نظیر نورالسنا و همکاران (۲۰۰۹)، نورالسنا و همکاران (۲۰۱۰) و ایوزیان و همکاران (۲۰۱۰) پایش پروفایل‌های چند متغیره را بررسی کرده‌اند. پایش پروفایل‌های خطی چندگانه در فاز ۱ و ۲ به ترتیب توسط محمود (۲۰۰۸) و زو و همکاران (۲۰۰۷) بررسی شده است. کاظم زاده و همکاران (۲۰۰۸) سه روش برای پایش پروفایل‌های چندجمله‌ای در فاز ۱ پیشنهاد کردند. همچنین کاظم زاده و همکاران (۲۰۰۹)، روشی مبتنی بر پروفایل‌های چندجمله‌ای متعامد برای پایش پروفایل‌های چندجمله‌ای از درجه  $k$  در فاز ۲ پیشنهاد دادند. در روش پیشنهادی، برآورد

کننده‌های پارامترهای رگرسیون از یکدیگر مستقل و با استفاده از نمودارهای کنترل مجزا کنترل می شوند. هرچه درجه رابطه چند جمله‌ای بزرگتر باشد تعداد نمودارهای کنترل بیشتر شده و این محدودیت، استفاده از روش پیشنهادی را در عمل مشکل می سازد. روش پیشنهادی در این مقاله از تعداد نمودارهای کنترل کمتری برای پایش پروفایل‌های چند جمله‌ای استفاده می کند. همچنین عملکرد روش پیشنهادی در مقایسه با روش موجود بهتر شده که این موضوع با استفاده از مطالعات شبیه سازی و مقایسه متوسط طول دنباله اثبات شده است. تمرکز مقاله روی فاز ۲ پایش پروفایل‌های چند جمله‌ای است. ساختار مقاله بدین صورت است که در بخش ۲ روش چند جمله‌ای متعامد برای پایش پروفایل چندجمله‌ای از درجه  $k$  مرور می شود. در بخش ۳ روش پیشنهادی ارائه می گردد. نتایج حاصل از شبیه سازی و مقایسات عملکرد روش پیشنهادی و روش موجود در بخش ۴ ذکر می شوند و در بخش ۵ نتیجه گیری ارائه خواهد شد.

۲- روش رگرسیون چندجمله‌ای متعامد<sup>۱</sup>

همان گونه که در مقدمه ذکر شد، کاظم زاده و همکاران (۲۰۰۹) روش رگرسیون چندجمله‌ای متعامد را برای پایش پروفایل‌های چندجمله‌ای در فاز ۲ توسعه دادند که در ادامه با جزئیات توضیح داده می شود. این روش، بهترین عملکرد را در پایش پروفایل‌های چندجمله‌ای در فاز ۲ از خود نشان داده است. در این روش فرض بر این است که مقادیر  $x$  دارای فواصل یکسانی هستند.

<sup>1</sup> Orthogonal Polynomial Profile

مدل اصلی و مدل تغییر فرم یافته پروفایل چندجمله‌ای در فاز ۲ به صورت زیر است:

$$y_{ij} = A_{0j} + A_{1j}x_{ij} + A_{2j}x_{ij}^2 + \dots + A_{kj}x_{ij}^k + \varepsilon_{ij} \quad i = 1, 2, \dots, n_j \quad j = 1, 2, \dots \quad (1)$$

$$y_{ij} = B_{0j}P_0(x_{ij}) + B_{1j}P_1(x_{ij}) + B_{2j}P_2(x_{ij}) + \dots + B_{kj}P_k(x_{ij}) + \varepsilon_{ij} \quad i = 1, 2, \dots, n_j \quad j = 1, 2, \dots \quad (2)$$

در فاز ۲ و تحت شرایط کنترل آماری مدل‌های زیر حاصل می‌شوند:

$$y_{ij} = A_0 + A_1x_{ij} + A_2x_{ij}^2 + \dots + A_kx_{ij}^k + \varepsilon_{ij} \quad i = 1, 2, \dots, n_j \quad j = 1, 2, \dots \quad (3)$$

$$y_{ij} = B_0P_0(x_{ij}) + B_1P_1(x_{ij}) + B_2P_2(x_{ij}) + \dots + B_kP_k(x_{ij}) + \varepsilon_{ij} \quad i = 1, 2, \dots, n_j \quad j = 1, 2, \dots \quad (4)$$

در رابطه (۴)،  $P_u(x_{ij})$  چندجمله‌ای متعامد از رتبه  $u$  است و به گونه‌ای تعریف می‌شود که رابطه زیر برقرار باشد:

$$\sum_{i=1}^{n_j} P_r(x_{ij})P_s(x_{ij}) = 0 \quad r \neq s, r, s = 0, 1, \dots, k \quad j = 1, 2, \dots \quad (5)$$

$$P_0(x_{ij}) = 1 \quad i = 1, 2, \dots, n_j \quad j = 1, 2, \dots$$

بنابر این، مدل هر پروفایل به  $Y_j = X_j B_j + \varepsilon_j$  تبدیل می‌شود که در آن ماتریس  $X_j$  به صورت زیر است:

$$X_j = \begin{bmatrix} P_0(x_{1j}) & P_1(x_{1j}) & \dots & P_k(x_{1j}) \\ P_0(x_{2j}) & P_1(x_{2j}) & \dots & P_k(x_{2j}) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ P_0(x_{n_jj}) & P_1(x_{n_jj}) & \dots & P_k(x_{n_jj}) \end{bmatrix} \quad j = 1, 2, \dots \quad (6)$$

از آنجایی که ستون‌های ماتریس  $X_j$  متعامد هستند، آنگاه:

$$X_j' X_j = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^{n_j} P_0^2(x_{ij}) & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \sum_{i=1}^{n_j} P_1^2(x_{ij}) & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \sum_{i=1}^{n_j} P_k^2(x_{ij}) \end{bmatrix} \quad j = 1, 2, \dots \quad (7)$$

به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$(X_j' X_j)^{-1}$$

$$(X'_j X_j)^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sum_{i=1}^{n_j} P_0^2(x_{ij})} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sum_{i=1}^{n_j} P_0^2(x_{ij})} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \frac{1}{\sum_{i=1}^{n_j} P_0^2(x_{ij})} \end{bmatrix} \quad j = 1, 2, \dots \quad (8)$$

برآوردکننده به روش حداقل مربعات  $B_{lj}$  (ضرایب پارامترهای رگرسیون چندجمله ای متعامد در پروفایل های مختلف) به صورت زیر محاسبه می شود:

$$\hat{B}_{lj} = \frac{\sum_{i=1}^{n_j} P_l(x_{ij}) y_{ij}}{\sum_{i=1}^{n_j} P_l^2(x_{ij})} \quad j = 1, 2, \dots \quad l = 0, 1, \dots, k \quad (9)$$

ارزش انتظاری و واریانس  $\hat{B}_{lj}$  به صورت زیر محاسبه می شود:

$$E(\hat{B}_{lj}) = E\left(\frac{\sum_{i=1}^{n_j} P_l(x_{ij}) y_{ij}}{\sum_{i=1}^{n_j} P_l^2(x_{ij})}\right) = \frac{\sum_{i=1}^{n_j} P_l(x_{ij}) (\sum_{r=0}^k B_{lj} P_r(x_{ij}))}{\sum_{i=1}^{n_j} P_l^2(x_{ij})} \quad (10)$$

با جایگزین کردن رابطه (۴) در رابطه (۱۰) داریم:

$$\frac{\sum_{i=1}^{n_j} P_l(x_{ij}) (\sum_{r=0}^k B_{lj} P_r(x_{ij}))}{\sum_{i=1}^{n_j} P_l^2(x_{ij})} = \frac{\sum_{i=1}^{n_j} P_l^2(x_{ij}) B_{lj}}{\sum_{i=1}^{n_j} P_l^2(x_{ij})} = B_{lj} \quad j = 1, 2, \dots \quad l = 0, 1, \dots, k \quad (11)$$

در نتیجه:

$$E(\hat{B}_{lj}) = B_{lj} \quad j = 1, 2, \dots \quad l = 0, 1, \dots, k \quad (12)$$

$$\text{Var}(\hat{B}_{ij}) = \frac{\sigma^2}{\sum_{l=1}^{n_j} P_l^2(x_{ij})} \quad j = 1, 2, \dots \quad l = 0, 1, \dots, k \quad (13)$$

از آنجایی که  $\varepsilon_{ij}$  ها دارای توزیع نرمال هستند  $y_{ij}$  ها نیز دارای توزیع نرمال هستند. از طرف دیگر،  $\hat{B}_{ij}$  ها یک ترکیب خطی از  $y_{ij}$  ها هستند. در نتیجه  $\hat{B}_{ij}$  نیز دارای توزیع نرمال است، بنابراین:

$$\hat{B}_{ij} \sim N\left(B_{ij}, \frac{\sigma^2}{\sum_{l=1}^{n_j} P_l^2(x_{ij})}\right) \quad j = 1, 2, \dots \quad l = 0, 1, \dots, k \quad (14)$$

اکنون با مستقل شدن پارامترهای مدل رگرسیون، می‌توان از نمودارهای کنترل تک متغیره<sup>1</sup> EWMA برای پایش ضرایب استفاده کرد. برای پایش پارامترهای مدل جدید آماره EWMA زیر پیشنهاد می‌شود:

$$EWMA_l(j) = \theta \hat{B}_{ij} + (1 - \theta)EWMA_l(j-1) \quad j = 1, 2, \dots \quad l = 0, 1, \dots, k \quad (15)$$

در این رابطه  $0 < \theta \leq 1$  ثابت هموارسازی و  $EWMA_l(0) = B_l$  است و حدود کنترل بالا و پایین نمودار به صورت زیر است:

$$LCL = B_l - K_l \sqrt{\frac{\theta}{(2-\theta)} \cdot \frac{\sigma^2}{\sum_{l=1}^{n_j} P_l^2(x_{ij})}}, \quad UCL = B_l + K_l \sqrt{\frac{\theta}{(2-\theta)} \cdot \frac{\sigma^2}{\sum_{l=1}^{n_j} P_l^2(x_{ij})}} \quad (16)$$

در رابطه بالا،  $K_l > 0$  به گونه‌ای انتخاب می‌گردد تا ARL<sup>2</sup> تحت کنترل مشخصی به دست آید. برای پایش پراکندگی خطاها آماره زیر استفاده می‌شود:

$$EWMA_E(j) = \max\{\theta(MSE_j - 1) + (1 - \theta)EWMA_E(j-1), 0\} \quad j = 1, 2, \dots \quad (17)$$

در این رابطه  $0 < \theta \leq 1$  ثابت هموارسازی و  $EWMA_E(0) = 0$  است و حد کنترل بالای نمودار به صورت زیر است:

<sup>1</sup> Exponentially Weighted Moving Average

<sup>2</sup> Average Run Length

$$UCL = L_E \sqrt{\frac{\theta \text{Var}(MSE_j)}{(2-\theta)}} \quad (18)$$

$$\text{Var}(MSE_j) = \text{Var}\left(\frac{\sum_{i=1}^{n_j} e_{ij}^2}{n_j}\right) = \frac{1}{n_j^2} \sum_{i=1}^{n_j} \sigma^4 \text{Var}\left(\frac{e_{ij}}{\sigma}\right)^2 = \frac{\sigma^4}{n_j^2} \sum_{i=1}^{n_j} \text{Var}(\chi_1^2) = 2 \frac{\sigma^4}{n_j} \quad (19)$$

در این رابطه  $L_E > 0$  به گونه‌ای انتخاب می‌شود تا ARL تحت کنترل مشخصی به دست آید. همچنین  $MSE_j$  به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$e_{ij} = y_{ij} - \hat{y}_{ij} = y_{ij} - B_0 - B_1 P_1(x_{ij}) - B_2 P_2(x_{ij}) - \dots - B_k P_k(x_{ij}) \quad i = 1, 2, \dots, n_j \quad j = 1, 2, \dots \quad (20)$$

$$MSE_j = \frac{\sum_{i=1}^{n_j} e_{ij}^2}{n} \quad (21)$$

۲-۱- روابط میان پارامترهای مدل اصلی و تغییر

فرم یافته در یک پروفایل چندجمله‌ای درجه ۲

با در نظر گرفتن پروفایل چندجمله‌ای درجه ۲ مدل‌های اصلی و تغییر فرم یافته به صورت زیر هستند:

استفاده از روش مذکور زمانی پیشنهاد می‌شود که

رتبه پروفایل یا رگرسیون چندجمله‌ای خیلی بزرگ

نباشد. بزرگ بودن رتبه پروفایل باعث می‌شود که

تعداد زیادی نمودار کنترل در هر لحظه برای پایش

فرآیند استفاده شود و کار کردن با تعداد زیادی

نمودار کنترل می‌تواند دردسر ساز باشد (کاظم زاده و

همکاران، ۲۰۰۹).

$$y = A_0 + A_1 x + A_2 x^2 + \varepsilon \quad (22)$$

$$y = B_0 P_0(x) + B_1 P_1(x) + B_2 P_2(x) + \varepsilon \quad (23)$$

سه چندجمله‌ای متعامد اول را در رابطه (۲۳) جایگذاری کرده تا رابطه (۲۴) به صورت زیر به دست آید:

چندجمله‌ای‌های متعامد  $P_i(x)$  زمانی که

سطوح  $x$  فاصله مساوی داشته باشند، به آسانی

تعریف می‌شوند (مونتگومری و همکاران، ۲۰۰۱).

$$y = B_0 + B_1 \frac{\lambda_1}{d} (x - \bar{x}) + B_2 \lambda_2 \left[ \left( \frac{x - \bar{x}}{d} \right)^2 - \left( \frac{n^2 - 1}{12} \right) \right] \quad (24)$$

$$y = B_0 - \frac{B_1 \lambda_1 \bar{x}}{d} + \frac{B_2 \lambda_2 \bar{x}^2}{d^2} - B_2 \lambda_2 \left( \frac{n^2 - 1}{12} \right) + \left( \frac{B_1 \lambda_1}{d} - \frac{2B_2 \lambda_2 \bar{x}}{d^2} \right) x + \frac{B_2 \lambda_2}{d^2} x^2$$

همکاران، ۲۰۰۱). در ادامه، ضرایب  $x$  و  $x^2$  را در روابط (۲۲) و (۲۴) مساوی یکدیگر قرار می‌دهیم، در نتیجه:

$$\begin{aligned} A_2 &= \frac{B_2 \lambda_2}{d^2} \\ A_1 &= \frac{B_1 \lambda_1}{d} - \frac{2B_2 \lambda_2 \bar{x}}{d^2} \\ A_0 &= B_0 - \frac{B_1 \lambda_1 \bar{x}}{d} + \frac{B_2 \lambda_2 \bar{x}^2}{d^2} \end{aligned} \quad (25)$$

اکنون پارامترهای رگرسیون در رابطه (۲۴) بر حسب پارامترهای رگرسیون در رابطه (۲۲) با استفاده از رابطه (۲۵) به صورت زیر بدست می‌آید:

$$\begin{aligned} B_2 &= \frac{A_2 d^2}{\lambda_2} \\ B_1 &= \frac{d}{\lambda_1} (A_1 + 2A_2 \bar{x}) \\ B_0 &= A_0 + A_1 \bar{x} + \left[ \bar{x}^2 + \left( \frac{n^2 - 1}{12} \right) d^2 \right] A_2 \end{aligned} \quad (26)$$

یک به یک بین پارامترهای مدل اصلی و تغییر فرم یافته و همچنین دشواری استفاده از تعداد زیادی از نمودارهای کنترل را به دنبال خواهد داشت. روش پیشنهادی در این مقاله از تعداد نمودارهای کنترل کمتری برای پایش میانگین استفاده می‌کند؛ بدین صورت که به جای پایش پارامترهای  $B_0, B_1, \dots, B_k$  فقط پارامتر  $B_0$  را پایش می‌کند، زیرا  $B_0$  تابعی از پارامترهای مدل اصلی  $(A_0, A_1, \dots, A_k)$  است و هر تغییری در پارامترهای مدل اصلی روی  $B_0$  تأثیر می‌گذارد، لذا

در رابطه فوق  $d$  فاصله بین سطوح  $x$  و  $\lambda_j$ ها ثابت‌هایی هستند که به گونه‌ای انتخاب می‌شوند تا چندجمله‌ای‌ها مقادیر صحیح بگیرند (مونتگومری و

### ۳- روش پیشنهادی

با استفاده از روش رگرسیون چندجمله‌ای متعامد، شرط استقلال میان پارامترهای مدل رگرسیون برقرار خواهد شد. بنابراین، به منظور پایش یک پروفایل چندجمله‌ای متعامد درجه  $k$  در روش پیشنهادی کاظم زاده و همکاران (۲۰۰۹)، باید  $k+1$  نمودار کنترل مجزا برای پایش میانگین (پایش جداگانه  $B_0, B_1, \dots, B_k$ ) و یک نمودار کنترل به منظور پایش واریانس خطاها به کار گرفته شود. در نتیجه، اگر  $k$  بزرگ شود، تعداد نمودارهای کنترل مورد نیاز افزایش می‌یابد و مشکلاتی از قبیل عدم وجود رابطه

است، ولیکن در روش پیشنهادی در این مقاله با استفاده از ۲ نمودار کنترل (یک نمودار به منظور پایش میانگین با استفاده از نمودار کنترل مرتبط با پارامتر  $B_0$  و یک نمودار به منظور کنترل واریانس خطاها) می‌توان فرآیند را کنترل کرد.

بدیهی است که استفاده از روش پیشنهادی در این مقاله به علت کاهش تعداد نمودارهای کنترل، آسانتر از روش موجود است. همچنین، روش پیشنهادی نسبت به روش موجود عملکرد بهتری خواهد داشت، زیرا با توجه به رابطه (۲۷) با ثابت ماندن  $\alpha_{Overall}$ ، کاهش تعداد نمودارهای کنترل ( $R$ ) باعث افزایش خطای نوع اول تک تک نمودارها ( $\alpha$ ) و کاهش خطای نوع دوم ( $\beta$ ) و در نتیجه افزایش توان نمودار ( $1 - \beta$ ) در شناسایی شیفت‌های موجود در فرآیند می‌شود.

$$\alpha_{Overall} = 1 - (1 - \alpha)^R \quad (27)$$

می‌توان با یک نمودار کنترل به جای  $k + 1$  نمودار کنترل میانگین فرآیند را پایش کرد.

برای مثال، برای پایش میانگین یک پروفایل چندجمله‌ای متعامد درجه ۲ به جای کنترل پارامترهای  $B_0, B_1, B_2$  با سه نمودار کنترل مجزا می‌توان فقط یک نمودار کنترل برای پایش پارامتر  $B_0$  به کار برد، زیرا با توجه به رابطه (۲۶)،  $B_0$  تابعی از  $A_0, A_1, A_2$  است و کنترل  $B_0$  به تنهایی می‌تواند تمامی تغییرات موجود در پارامترهای مدل اصلی را تحت پوشش قرار دهد.

بنابراین، برای پایش یک پروفایل چندجمله‌ای متعامد درجه ۲ با استفاده از روش کاظم زاده و همکاران (۲۰۰۹)، سه نمودار کنترل برای پایش میانگین و یک نمودار کنترل برای پایش واریانس فرآیند (در مجموع ۴ نمودار کنترل مجزا) مورد نیاز

#### ۴- مطالعات شبیه سازی: مقایسه عملکرد روش

پیشنهادی و روش موجود در فاز ۲ برای انجام شبیه سازی‌ها در این بخش مدل تحت کنترل زیر در نظر گرفته می‌شود:

$$y_{ij} = 3 + 2x_i + x_i^2 + \varepsilon_{ij} \quad i = 1, 2, \dots, 10 \quad j = 1, 2, \dots \quad (28)$$

مقادیر  $\varepsilon_{ij}$  همچنین فرض می‌شود  $\varepsilon_{ij}$ ‌ها دارای توزیع نرمال با میانگین صفر و واریانس ۱ هستند، مقادیر  $x$  ثابت و متساوی الفاصله و برابر ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶، ۷، ۸، ۹، ۱۰ هستند که در ابتدا به منظور کاهش اثر هم خطی چندگانه مقادیر  $x$  از مقدار میانگین آنها کم و به

مقادیر  $-3/5, -2/5, -1/5, 0, 1/5, 2/5, 3/5, 4/5, 5/5$  تبدیل شده‌اند. در روش چندجمله‌ای متعامد، رابطه (۳) به رابطه (۴) تبدیل می‌شود. [در رابطه (۲۶) مقادیر  $\lambda_1 = 2$ ،  $\lambda_2 = 0.5$  و  $d = 1$  را قرار دهید (مونتگومری و همکاران، ۲۰۰۱)].



$$y_{ij} = 52.5 + 6.5P_1(x_i) + 2P_2(x_i) + \varepsilon_{ij} \quad i = 1, 2, \dots, 10 \quad j = 1, 2, \dots \quad (29)$$

در این بخش روش کاظم زاده و همکاران (۲۰۰۹)، با نام EWMA4 و روش پیشنهادی این مقاله با نام EWMA2 نمایش داده شده‌اند.

نتایج شبیه‌سازی‌ها در جداول (۱)، (۲)، (۳) و (۴) که به ترتیب نمایانگر عملکرد روش‌های مورد بررسی تحت شیفت‌های مختلف در عرض از مبدأ، پارامتر دوم، پارامتر سوم و انحراف معیار رابطه (۲۸) هستند، خلاصه می‌شوند.

نتایج به دست آمده در این بخش، صحت این ادعا را که روش پیشنهادی EWMA2 عملکرد بهتری نسبت به روش EWMA4 دارد، به اثبات می‌رساند. همانگونه که در این جداول مشاهده می‌شود در تمامی شیفت‌های اعمال شده در عرض از مبدأ، پارامتر دوم و سوم و انحراف معیار، ARL خارج از کنترل روش پیشنهادی کمتر از روش کاظم زاده و همکاران (۲۰۰۹) است. تنها در شیفت  $0.1\sigma$  در پارامتر سوم عملکرد روش کاظم زاده و همکاران (۲۰۰۹) کمی بهتر است که البته به دلیل کوچک بودن شیفت این نتیجه می‌تواند ناشی از خطای شبیه‌سازی باشد.

مقادیر ثابت  $P_1(x_i)$  برابر ۱، ۳، ۵، ۷، ۹، ۳، -۳، -۵، -۷، -۹، و مقادیر ثابت  $P_2(x_i)$  برابر با ۱، ۲، ۱، -۳، -۴، -۴، -۳، -۱، ۲، ۶ هستند (مونتگومری و همکاران، ۲۰۰۱).

کاظم زاده و همکاران (۲۰۰۹)، برای تعیین حدود کنترل مقادیر  $K_L$  را در رابطه (۱۶) برای سه نمودار کنترل مرتبط با  $B_0$ ،  $B_1$ ،  $B_2$  برابر  $3/1$  و مقدار  $L_E$  در رابطه (۱۸) را برابر با  $3/59$  قرار دادند تا ARL تحت کنترل تقریباً ۲۰۰ به دست آید.

در روش پیشنهادی این مقاله، مقدار  $K_L$  برای نمودار کنترل مرتبط با  $B_0$  برابر با  $2/8845$  و مقدار  $L_E$  برابر  $3/2525$  در نظر گرفته شد تا ARL تحت کنترل تقریباً ۲۰۰ نیز برای این روش بدست آید. همچنین ثابت هموارسازی ( $\theta$ ) در هر دو روش برابر با  $0.2$  در نظر گرفته شده است. برای محاسبه ARL خارج از کنترل تحت شیفت‌های مختلف در عرض از مبدأ، پارامتر دوم، سوم و انحراف معیار از ۵۰۰۰۰ بار شبیه‌سازی استفاده شده است و شیفت‌های اعمال شده ضربی از انحراف معیار هستند.

جدول ۱: مقایسات ARL تحت شیفت در عرض از مبدأ از  $A_0$  به  $A_0 + \lambda\sigma$

نمودار	$\lambda$									
	۰/۱	۰/۲	۰/۳	۰/۴	۰/۵	۰/۶	۰/۷	۰/۸	۰/۹	۱
EWMA4	۹۱/۴۴	۲۸/۰۰	۱۲/۶۴	۷/۶۱	۵/۴۲	۴/۲۱	۳/۴۷	۲/۹۷	۲/۶۰	۲/۳۴
EWMA2	۷۳/۱۹	۲۲/۵۶	۱۰/۷۴	۶/۷۷	۴/۸۹	۳/۸۶	۳/۲۱	۲/۷۶	۲/۴۳	۲/۱۹

جدول ۲: مقایسات ARL تحت شیفت در پارامتر دوم از  $A_1$  به  $A_1 + \beta\sigma$

نمودار	$\beta$									
	۰/۰۲۵	۰/۰۵	۰/۰۷۵	۰/۱	۰/۱۲۵	۰/۱۵	۰/۱۷۵	۰/۲	۰/۲۲۵	۰/۲۵
EWMA4	۴۹/۸۶	۱۳/۵۸	۶/۸۶	۴/۵۷	۳/۴۶	۲/۸۰	۲/۳۷	۲/۰۶	۱/۸۳	۱/۶۳
EWMA2	۴۴/۳۱	۱۲/۴۲	۶/۳۶	۴/۲۸	۳/۲۴	۲/۶۱	۲/۲۲	۱/۹۴	۱/۷۲	۱/۵۲

جدول ۳: مقایسات ARL تحت شیفت در پارامتر سوم از  $A_2$  به  $A_2 + \delta\sigma$

نمودار	$\delta$									
	۰/۰۱	۰/۰۲	۰/۰۳	۰/۰۴	۰/۰۵	۰/۰۶	۰/۰۷	۰/۰۸	۰/۰۹	۰/۱
EWMA4	۶/۶۱	۲/۷۷	۱/۷۲	۱/۱۵	۱/۰۱	۱/۰۰	۱/۰۰	۱/۰۰	۱/۰۰	۱/۰۰
EWMA2	۷/۰۲	۲/۷۱	۱/۶۲	۱/۱۰	۱/۰۰	۱/۰۰	۱/۰۰	۱/۰۰	۱/۰۰	۱/۰۰

جدول ۴: مقایسات ARL تحت شیفت در انحراف معیار از  $\sigma$  به  $\gamma\sigma$

نمودار	$\gamma$									
	۱/۱	۱/۲	۱/۳	۱/۴	۱/۵	۱/۶	۱/۷	۱/۸	۱/۹	۲/۰۰
EWMA4	۴۰/۰۱	۱۲/۹۴	۶/۷۸	۴/۵۰	۳/۳۹	۲/۷۱	۲/۲۸	۱/۹۸	۱/۷۶	۱/۶۰
EWMA2	۳۲/۸۶	۱۰/۹۶	۶/۰۱	۴/۰۷	۳/۰۸	۲/۵۱	۲/۱۲	۱/۸۵	۱/۶۵	۱/۵۱

## ۵- نتیجه گیری

در این مقاله، روش جدیدی برای پایش پروفایل‌های چندجمله‌ای مطرح شد. در روش پیشنهادی در کنار نمودار کنترل پایش واریانس خطاها از تنها یک نمودار کنترل برای پایش پارامترهای رگرسیون استفاده می‌شود. نتایج حاصل از شبیه سازی، بیانگر این مطلب است که روش پیشنهادی عملکرد بهتری نسبت به روش موجود دارد؛ همچنین استفاده از آن به دلیل کمتر بودن تعداد نمودارهای کنترل آسانتر است.

## منابع

- نورالسنا، ر.، امیری، ا. (۱۳۸۶). "بهبود پایش پروفایل‌های خطی در فاز ۲"، مجله علمی و پژوهشی / امیر کبیر، ج ۱۸، شماره ب-۶۶، ۲۸-۱۹.
- Ding, Y., Zeng, L., and Zhou, S. (2006). Phase I Analysis for Monitoring Nonlinear Profiles in Manufacturing Processes. *Journal of Quality Technology*, 38(3), 199-216.
- Eyvazian, M., Noorossana, R., Saghaei, and A., Amiri, A. (2011). Phase II Monitoring of Multivariate Multiple Linear Regression Profiles. To appear in *Quality and Reliability Engineering International*.
- Gupta, S., Montgomery, D.C., and Woodall, W.H. (2006). Performance evaluation of

- Calibration Application. *Quality and Reliability Engineering International*, 26(3), 291-303.
- Saghaei, A., Mehrjoo, M., and Amiri, A. (2009). A CUSUM-Based Method for Monitoring Simple Linear Profiles. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 45(11), 1252-1260.
- Walker, E., and Wright, S. (2002). Comparing Curves Using Additive Models. *Journal of Quality Technology*, 34(1), 118-129.
- Williams, J. D., Woodall, W.H., and Birch, J.B. (2007). Statistical Monitoring of Nonlinear Product and Process Quality Profiles. *Quality and Reliability Engineering International*, 23(8), 925-941.
- Woodall, W.H., Spitzner, D.J., Montgomery, D.C., and Gupta, S. (2004). Using control Charts to Monitor Process and Product quality Profiles. *Journal of Quality Technology*, 36(3), 309-320.
- Woodall, W.H. (2007). Current Research on Profile Monitoring. *Revista Produção*, 17(3), 420-425.
- Zhang, J., Li, Z., and Wang, Z. (2009). Control Chart Based on Likelihood Ratio for Monitoring Linear Profiles. *Computational Statistics and Data Analysis*, 53(4), 1440-1448.
- Zou, C., Tsung, F. and Wang, Z. (2007). Monitoring General Linear Profiles Using Multivariate Exponentially Weighted Moving Average Schemes. *Technometrics*, 49(4), 395-408.
- Zou, C., Zhang, Y. and Wang, Z. (2006). Control Chart Based on Change-Point Model for Monitoring Linear Profiles. *IIE Transactions*, 38(12), 1093-1103.
- Two Methods for Online Monitoring of Linear Calibration Profile. *International Journal of Production Research*, 44(10), 1927-1942.
- Jin, J., and Shi, J. (1999). Feature-preserving Data Compression of Stamping Tonnage Information Using Wavelets. *Technometrics*, 41(4), 327-339.
- Kang, L., and Albin, S.L. (2000). On-Line Monitoring When the Process Yields a Linear Profile. *Journal of Quality Technology*, 32(4), 418-426.
- Kazemzadeh, R.B., Noorossana, R., Amiri, A. (2008). Phase I Monitoring of Polynomial Profiles. *Communications in Statistics-Theory and Methods*, 37(10), 1671-1686.
- Kazemzadeh, R.B., Noorossana, R., Amiri, A. (2009). Monitoring Polynomial Profiles in Quality Control Applications. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 42(7), 703-712.
- Kim, K., Mahmoud, M.A., and Woodall, W.H. (2003). On the Monitoring of Linear Profiles. *Journal of Quality Technology*, 35(3), 317-328.
- Mahmoud, M.A., and Woodall, W.H. (2004). Phase I Analysis of Linear Profiles with Calibration Applications, *Technometrics*, 46(4), 380-391.
- Mahmoud, M.A., Parker, P.A., Woodall, W.H., and Hawkins, D.M. (2007). A Change Point Method for Linear Profile Data. *Quality and Reliability Engineering International*, 23(2), 247-268.
- Mahmoud, M.A., (2008). Phase I Analysis of Multiple Linear Regression Profiles. *Communications in Statistics- Simulation and Computation*, 37(10), 2106-2130.
- Montgomery, D.C., Peck, E.A., and Vining, C.G. (2001). *Introduction to Linear Regression Analysis*. Third Edition, John Wiley and Sons, Inc., New York.
- Noorossana, R., Eyvazian, M., and Vaghefi, A. (2010). Phase II Monitoring of Multivariate Simple Linear Profiles. *Computers and Industrial Engineering*, 58(4), 563-570.
- Noorossana, R., Eyvazian, M., Amiri, A., Mahmoud, M.A. (2010). Statistical Monitoring of Multivariate Multiple Linear Regression Profiles in Phase I with



پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی  
پرتال جامع علوم انسانی