

«کنزالحساب» فرهاد میرزا معتمدالدوله

دانشجویی یک کتاب ریاضی را برای خواندن در اختیارم گذاشت. پس از بررسی نخستین متوجه شدم که چاپ سنگی است. جلد ندارد و رویه‌های ۱ و ۲ و ۳۰۵ و ۳۰۶ را نیز ندارد و سرانجام دیدم که «کنزالحساب» نوشته‌ی فرهاد میرزا است. و برای معرفی و به‌روز درآوردن آن، نوشته‌ی حاضر را نوشتم. آن‌چه را که از متن کتاب گرفته‌ام در نماد [...] آورده‌ام و بقیه از پژوهش‌های این همیشه دانش‌آموز است. بخشی از این نوشته، نخستین بار در طول برگزاری بیست و نهمین کنفرانس ریاضی در دانشگاه صنعتی امیرکبیر (۸-۱۱ فروردین ۱۳۷۷) دوبار به صورت سخنرانی ارائه شد.

فرهاد میرزا معتمدالدوله پسر عباس میرزا و نوه‌ی قتلعلی شاه قاجار است. او از معدود شاهزادگان قاجاریه که اهل دانش و اندیشه‌ی دانشی بوده است. و ضمن پرداختن به پیشه‌های دیوانی به پژوهش‌های علمی و هم‌آوری کتاب‌های علمی در زمان خود پرداخته است. او از ارادتمندان دانشمند شهیر دوره‌ی شاه‌عباس صفوی «شیخ بهایی» بود و کوشش می‌کرد کتاب‌هایی در ردیف کتاب‌های او بنویسد. در برابر «کنکول» شیخ بهایی «زنبیل» را فراهم آورد و در برابر «خلاصه الحساب شیخ»، «کنزالحساب» را هم‌آوری کرد. کنزالحساب فرهاد میرزا برگردانی برگزیده از خلاصه الحساب شیخ بهایی است و می‌توان از رویه‌ی سیم و نیز دو رویه‌ی آخر کتاب، شناسنامه‌ی آن را چنین فهمید: «آن قذوه الفضلا و عمدة العلما بهاء‌المله والدین، بین‌المحققین حی عدیل است... آن کتاب را موجز و مقید یافتم، برگردان آن را به فارسی لازم دانستم و بعضی افاضات را که در آن کتاب جناب شیخ بیان فرموده برای تشویق خاطر متعلمین واجب شمردم»

از صفحه‌های ۳۵۵ و ۳۵۶ پایانی کتاب آگاهی‌های بیش‌تری می‌توان به‌دست آورد:

الحمدالله والمنه که این نسخه‌ی شریفه المسمی به کنزالحساب، امشب که شب جمعه شب هفتم شهر رجب المرجب من شهو رسنه‌ی ۱۲۵۶ است شرف اختتام پذیرفت، چون امشب

مطابق جلوس میمنت مانوس شهریار قدر قدرت افتاد و چه مبارک سحری بود و چه فرخند
شبی... پس همان بهتر به نام نامی و القاب گرامی خداوند تخت و بخت... (نویسنده در این
چهارده لقب برای شاه می آورد)... گرفتم خسروان این است همچون نبی چرا - ز آغاز شد ملقب
به اسم پیمبر او. نام شریفش از این شعر پیدا و اسم مبارکش از این القاب هویدا است. چه دیگر
جز او چنین القاب را نشاید و کسی را غیر از او چنین مدحت نباید و اسم مبارکش را جهت سو
کذب در خاتمه ذکر نساخت و به القاب همایون پرداخت و جلوس میمنت مانوس آن خس
خسروان و ملک ملک گیر کشورستان در شب یکشنبه هفتم شهر رجب المرجب من شهر رسنه
۱۲۵۰ در دارالسلطنه تبریز بهجت انگیز از شب مزبور شش ساعت و پنج دقیقه گذشته به طاب
۱۲ درجه بیت آفتاب جهانتاب اتفاق افتاد. اللهم خلداله ملکه و سلطانه وزد یرة واحسانه واخذ
اهدائه وانصرا عوانه بحق محمد و آله قد فرغت من تالیف هذه الرسالة فی لیلة المزبوره من شو
مزبور من سنه ۱۲۵۶ المزبور فی ایام نیابتی و حکومتی فی دارالخلافه تهران صانها اله
الحدثان مع تراکم خدمات سلطانی و تراحم هوا چس النفسانی و اختلال الحواس والمصاح
عوام الناس. ایها الناظر فی هذه الرسالة ان نسبت عبارة اوسهوه تاره فاغضر لمن عصی واحس
لمن اسا. بزرگش نخوتند اهل خرد که نام بزرگان به زشتی برد. هر آن که قلم را نورزید و تیغ بر
گر پمیرد مگو ای دریغ. والسلام علی من التبع الهدی. به تاریخ شهر شوال المکرم ۱۲۷۹
دارالخلافه تهران و در دارالطباعة عالی جناب سلالة السادات العظام آقامیرباقر سلمه اله تعالی
صورت انطباع پذیرفت حرره علی اصغر.]

مطابق این پی نویس در ۱۲۵۶ هـ ق اتمام پذیرفت که مقارن بود با سالگشت جلوس برای
هم آورندهی آن. ممدشاه قاجار و به تاریخ شوال ۱۲۷۹ هجری قمری در چاپخانهی آقامیر باقر
روش چاپ سنگی چاپ شد و به این ترتیب جزو نخستین کتابهایی است که در ایران چاپ
شده است، به طوری که در حاشیهی صفحهی ۲۵۰ تا ۲۵۳ آمده است دو برادر به نامها
عبدالغفار و عبدالوهاب کتاب را هنگام چاپ خوانده و در چند جا در حاشیه مطالبی نوشته اند
مهندس عبدالغفار نجم الدوله معلم ریاضی مدرسهی نظام تهران بوده است و در حاشیهی یک
از صفحههای کتاب به هنگام چاپ، معادلهی درجه دوم را با دستور جدید و استفاده از نماد
حل کرده است و در حاشیهای افشار داشته است [غریبها ریاضی را آسان کرده و پیشرفت داده
و ریاضیات ایرانی مشکل است...] عبدالوهاب و عبدالغفار دو برادر بودند، فرزندان ملاعلی
محمد اصفهانی. این ملاعلی محمد خود نیز از اخترشناسان زمان، نویسندهی کتاب بوده است
هم اوست که کتاب «شرح آلان رصد مراغه» را برای شاهزاده علی قلی میرزا اعتضادالسلط

نوشته و این علی قلی میرزا طی قطعه‌ای که روی کتاب، ضمن تجلیل از ملا علی محمد اضافه کرده است که همراه نایب الدوله فرهاد میرزا دام اجلاله به اتفاق استاد اجل جناب میرزا احمد حکیم باشی در سال ۱۲۷۶ هجری قمری برای سیاحت به مراغه و از آنجا به رصدخانه‌ی خواجه نصیر رفته‌اند تا آنجا را ببینند و بهتر با متن کتاب «شرح آلات رصد مراغه» آشنا شوند (برگرفته از کتاب شرح آلات رصد مراغه. تحقیق و نوشته‌ی دکتر مهندس سرفراز غزنئی و پرفسور فرانس پروین. و اینک می‌رویم تا نکته‌هایی چند از کتزالحساب را با هم بخوانیم:

۱- تعریف علم حساب از شیخ بهایی: الحساب علم سیتعلم منه استخراج المجهولات العددیه من معلومات مخصوصه | حساب دانشی است که از آن می‌توان محاسبه‌ی عددهای مجهول را با استفاده از دانسته‌های ویژه آموخت.

۲- در صفحه‌ی ۱۰ از واژه‌ی اصم برای نام‌گذاری عددهای اول استفاده کرده و برای نمونه ۱۳ را عدد اصنم می‌داند. بعدها که روش محاسبه‌ی جذر عددهای اول را در ادامه‌ی کتاب آموزش می‌دهد از قول شیخ بهایی چنین می‌آورد: *والله اعلم بحقیقتة جذر را عداد اصم | تنها خداوند به مقدار واقعی جذر عددهای آگاه است.*

۳- در صفحه‌ی ۱۱ عدد تام را تعریف می‌کند که عددی است که از برابر مجموع بخشبایب‌های کوچک‌تر از خود باشد مانند ۶ که داریم: $۶ = ۱ + ۲ + ۳$
و عدد زاید عددی است که از مجموع بخشبایب‌های کوچک‌تر از خود کم‌تر باشد مانند $۶ + ۲ + ۳ + ۱ = ۱۲$ و عدد ناقص عددی است که از مجموع بخشبایب‌های کوچک‌تر از خود بیشتر تر باشد $۸ + ۴ + ۲ = ۱۴$

۴- روش پیدا کردن عددهای تام

[تضعیف عددها از ۱ تا... را بنویس و این عددها را جمع کن اگر مجموع، عدد اول بود آن را در آخرین عدد که تضعیف کردی ضرب کن حاصل عدد تام است. این عدد تام است. $۳۱ \times ۱۶ = ۴۹۶$ $۱ + ۲ + ۴ + ۸ + ۱۶ = ۳۱$

شعری از شیخ بهایی: تضعیفات واحد فرد اول گر کنی حاصل * به تام از ضرب آن در زوج آخر می‌شود حاصل [

با روش بالا دو عدد تام دیگر به دست آورده‌ام:

$$۱ + ۲ + ۴ + ۸ + ۱۶ + ۳۲ + ۶۴ = ۱۲۷$$

$$۱۲۷ \times ۶۴ = ۸۱۲۸$$

$$۱ + ۲ + ۴ + ۸ + ۱۶ + ۳۲ + ۶۴ + ۱۲۸ + ۲۵۶ + ۵۱۲ + ۱۰۲۴ +$$

$$+ ۲۰۴۸ + ۴۰۹۶ = ۸۱۹۱$$

$$۸۱۹۱ \times ۴۰۹۶ = ۳۳۵۵۰۳۳۶$$

۵- دو تعریف دیگر را هم از کتاب می‌آوریم: [عدد زوج الزوج عددی است که تنضیف متوالی آن

به واحد منتهی شود مانند ۱۶. عدد زوج الفرد عددی است که نصف آن فرد باشد مانند ۴۲
 ۶- برای این که با زبان کتاب پیش تر آشنا شویم جدولی در کتاب آمده است که عین آن را
 می آوریم و سپس معادل امروزی آن را هم می نویسیم:

مضروب فیه

	مال	شش	واحد	جزر شش	جزء مال
مال	مال مال	کعب	مال	شش	واحد
شش	کعب	مال	شش	واحد	جزوشش
واحد	مال	شش	واحد	جزوشش	جزومال
جزوشش	شش	واحد	جزوشش	جزومال	جزوکعب
جزومال	واحد	جزوشش	جزومال	جزومال مال	جزومال
	جزومال	جزوشش	واحد	شش	مال

مقسوم علیه

اگر شش را با نماد x نشان دهیم خواهیم داشت:

$x^3 = \text{کعب}$ $x^2 = \text{مال}$ $x = \text{شش}$
 $x^2 = \text{مال مال}$ $\frac{1}{x} = \text{جزوشش}$

و جدول بالا به زبان امروزی چنین خواهد شد:

مضروب فیه

	$\frac{1}{x^3}$	$\frac{1}{x^2}$	$\frac{1}{x}$	x	x^2	x^3
x^3	۱	x	x^2	x^3	x^4	x^5
x^2	$\frac{1}{x}$	۱	x	x^2	x^3	x^4
x	$\frac{1}{x^2}$	$\frac{1}{x}$	۱	x	x^2	x^3
۱	$\frac{1}{x^3}$	$\frac{1}{x^2}$	$\frac{1}{x}$	۱	x	x^2
$\frac{1}{x}$	$\frac{1}{x^4}$	$\frac{1}{x^3}$	$\frac{1}{x^2}$	$\frac{1}{x}$	۱	x
$\frac{1}{x^2}$	$\frac{1}{x^5}$	$\frac{1}{x^4}$	$\frac{1}{x^3}$	$\frac{1}{x^2}$	$\frac{1}{x}$	۱
	x^3	x^2	۱	$\frac{1}{x}$	$\frac{1}{x^2}$	$\frac{1}{x^3}$

مقسوم علیه

۷- جمع عددها را می‌شود از سمت چپ هم انجام داد:

$$\begin{array}{r}
 2 \\
 3 \\
 7 \\
 2 \\
 5 \\
 \hline
 65016
 \end{array}
 \rightarrow 65016$$

۸- و برای امتحان درستی عمل جمع نیز می‌توان از قاعده‌ی طرح کردن ۹ به ۹ استفاده کرد:

$$\begin{array}{r}
 7+ \\
 8 \\
 \hline
 15 \\
 6=6
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 25072 + \\
 4051 \\
 \hline
 29023 \\
 6=6
 \end{array}$$

۹- برای امتحان عمل تفریق نیز می‌توان از قاعده‌ی طرح ۹ به ۹ استفاده کرد

$$\begin{array}{r}
 +9 \\
 2 \\
 \hline
 11 \\
 6=6
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 95204 \\
 5327 \\
 \hline
 100531 \\
 6=6
 \end{array}$$

۱۰- روش ضرب مثال:

شود نگاه ۴۹×۳۴ و مطالعات فریبگی

مثال ۳۴
۳۶

$$\begin{array}{r}
 270 \\
 160 \\
 1200 \\
 \hline
 1666
 \end{array}$$

روش ساده‌ای برای عمل ضرب معرفی کرده‌اند: [قاعده: برای ضرب $112 \times 113 = 1256$]

۲ را با سیزده جمع کردیم شد ۱۵، ۱۵ به عشرات بسط دادیم شد ۱۵۰ سپس ۲ را در ۳

ضرب کردیم شد ۶، ۶ را به ۱۵۰ افزودیم شد ۱۵۶

نمونه‌ی دیگر $266 = 4 \times 19$ ، ۴ را به ۱۹ افزودیم شد ۲۳، ۲۳ را ده برابر کردیم شد $230 = 9 \times 25$

کردیم شد ۳۶ پس $266 = 36 + 230$

۱۱- چند روش نمایش عددهای کسری در صفحه‌ی ۸۴ کتاب آمده است:

$$\begin{array}{ccc} 5 & & 0 \\ 2 \rightarrow & \frac{52}{3} & 1 \rightarrow \frac{1}{3} \\ 3 & & 3 \end{array} \quad \begin{array}{ccc} 0 & & 0 \\ 2 \rightarrow & \frac{2}{11} & 2 \rightarrow \frac{2}{12} \\ 11 & & 12 \end{array}$$

{کسر مضاف منظر یک ربع تسع هکذا

$$\begin{array}{ccc} 0 & & 0 \\ 4 & & \frac{1 \times 1}{4 \times 9} = \frac{1}{36} \\ 9 & & 36 \end{array}$$

۱۲- در صفحه‌ی ۶۹ کتاب چنین آمده است... [و حاصل را که از ضرب کردن جذر در نفس خود

پیدا شد، در حساب مجذور و در مساحت مربع و در جبر، مال خوانند]

۱۳- در کتاب، ۲۵۲۰ را به‌عنوان کوچک‌ترین عددی که بر تمام عددها از ۱ تا ۹ بخش‌پذیر است.

معرفی می‌کند و در صفحه‌ی ۹۳ چنین می‌آورد [و مثل امیرالمؤمنین علی علیه‌السلام عن ذالک

(مراد کوچک‌ترین عددی است که بر تمام عددها از ۱ تا ۹ بخش‌پذیر باشد) فقال اضرب ایام

اسبوعک فی ایام ستک $2520 = 7 \times 360 = 15$ - و این هم نمونه‌ی دیگری از انشای کتاب...

[خواستیم بدانیم که پنج دینار چند داتق صورت کسر را که پنج است در شش که مخرج داتق دینار

است ضرب کردیم سی شد حاصل را بر ۷ که مخرج کسر است قسمت کردیم خارج قسمت ۴

شد و ۲ باقی ماند پس سبع دینار چهار داتق است و دو سبع دتقی]

و این نوشته‌ی این کتاب: شعیر ۹۶ = طسوج ۲۴ = داتق ۶ = او احد

۱۴- در صفحه‌ی ۱۳۳ مثالی از حساب خطائن آمده است: [کدام عدد است که بر او تسع آن را

بیفزایی هشتاد شود؟ - آن عدد را ۵۴ فرض می‌کنیم و مفروض اول می‌نامیم تسع آن را که ۶ است

بر او افزوده که ۶۰ شد. از عدد اول ۲۰ واحد کم بود که آن را خطای اول ناقص نامیدیم و بعد ۴۵

فرض می‌کنیم و آن را مفروض ثانی گفته تسع آن را بر آن افزودیم که پنجاه شد. از عدد مطلوب

۳۶ واحد کم بود. آن را خطای ثانی ناقص خواندیم. مفروض اول را در خطای ثانی ضرب کردیم

حاصل ضرب ۱۶۲۰ شد که محفوظ اول است و چون مفروض ثانی را در خطای اول ضرب

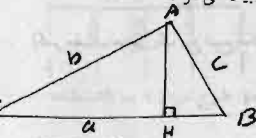
کردیم حاصل ضرب ۹۰۰ شد که محفوظ ثانی است. چون خطائن هر دو ناقص بود فضل

بین‌المحفوظین را گرفتیم که ۷۲۰ است. آن را بر فضل بین‌الخطائین که ۱۰ است تقسیم کردیم

حاصل ۷۲ شد آن عدد مطلوب است (اگر یکی ناقص و یکی زاید باشد مجموع محفوظین را بر

مجموع خطاها تقسیم می‌کنیم.

۱۵- در مورد محاسبه‌ی بعد از ارتفاع مثلث در صفحه‌ی ۱۵۴ آمده است: ۱ طول اضلاع را قاعده نام می‌گذاری و ضرب می‌کنی مجموع در ضلع انصر را در تفاضل یکدیگر و حاصل را قسمت می‌کنی بر قاعده و نقص می‌کنی خارج قسمت را از آن قاعده، پس نصف باقی بعد پای عمود است از طرف تقصراضلاح... این محاسبه به این صورت بیان می‌شود.



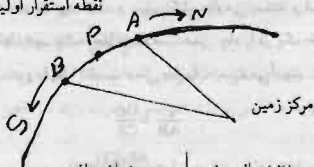
$$BH = \frac{a - (b-c)(b+c)}{2} = \frac{a^2 + c^2 - a^2}{2a}$$

فرض $c < b < a$

۱۶- در صفحه‌ی ۱۷۰ روش محاسبه شعاع و دیگر ابعاد کره‌ی زمین را در زمان خلافت مامون چنین بیارود [بدان که در زمان خلافت عبدالله مامون، حسب الامر مامون بعضی از حکماء با تحقیق و مهندسین با تدقیق در مقام [محاسبه] مساحت زمین برآمدند. در صحرائی و سنجاره^(۱) که صحرائی مسطحی است ارتفاع قطب شمالی را معین کردند. بعضی رو به قطب شمالی و بعضی پشت به قطب شمال رفتند به قدری که یک درجه قطب مرتفع و منخفض شد از مقام حرکت تا منتهای مسافت را مساحت کردند (= اندازه گرفتند) و ۲۲ فرسخ و دو نسع فرسخ شد پس معلوم شد که به ازای یک درجه فلکی دور زمین بیست و دو فرسخ و دو بسع فرسخ است. این مقدار را در ۳۶۰ که درجات محیط فلک است ضرب کردند. حاصل ضرب هشت هزار فرسخ است که دایره‌ی عظیمه کره ارض است. چون محیط معلوم شد قطر نیز معلوم می‌شود به این طریق که محیط را بر ۲۲ قسمت نمایند هفت از آن مقدار قطر آن است کما تال ارشمیدس که نسبت قطر بر محیط دایره مثل ۷ است به ۲۲. پس قطر ارض دو هزار و پانصد و چهل و پنج فرسخ خواهد شد. فاذا علمت هذا فاضرب قطرها فی محیط عظیمتها لتحصیل مساحة سطح کره الارض مع الماء فضر بناه حصل عشرين الف الف و ثلاثه مة و ستون الف فرسخ و ارقام بالهند سیه ۲۰۳۶۰۰۰۰ و مساحت حجم کره ارض هشت هزار هزار مزار و ششصد و سی و شش هزار هزار و سی و سه هزار و سیصد و سی و سه فرسخ و دو شش فرسخ شد (= فرسخ مکعب) روشن است محاسبه‌ی مای انجام شده با آنچه امروز محاسبه شده است تفاوت دارد نکته آن که

در پایان سده‌ی دوم هجری دانشمندان اسلامی به‌کروی بودن زمین باور داشتند و روش محاسبه‌ی آن‌ها که در این‌جا آورده می‌شود بر این باور بوده است اما خطای آن‌ها یکی به خاطر این است که علاوه بر محاسبه ارشمیدس معادل $\frac{22}{7}$ گرفته‌اند که فقط تا دو رقم اعشار با واقعیت مطابقت دارد. و دیگر ابزارهای اندازه‌گیری آن زمان است که با ابزار دقیق امروزی قابل مقایسه نیست و نیز مشخص کردن امتداد نصف‌النهار استقرار آن‌ها و اندازه‌گیری و تعیین دو نقطه از نصف‌النهار با اختلاف عرض جغرافیایی یک درجه، دقیق نبوده است.

نقطه استقرار اولیه



$AB=1^\circ$

طول کمان یک درجه

زمان حاضر	۱۲۱۰ سال پیش	ابعاد زمین محاسبه شده در
۱۱۱۰۱۲۵km	۱۳۳/۳۳۳km	طول قوس نصف‌النهار یک درجه
۱۲۷۳۴km	۱۵۲۷۰km	قطر زمین
۵۰۹۴۲۴۱۹۰km ^۲	۷۳۲۹۶۰۰۰۰km ^۲	سطح کره زمین

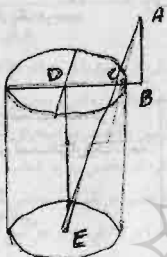
۱۷- در صفحه‌های ۱۸۵ و بعد از آن آمده است که چگونگی از استرلاب برای حفر رشته قنات و محاسبه ارتفاعات و شیب‌ها استفاده می‌کردند.
 [الباب السابع فيما يتبع المساحات من وزن الارض لاجراء قنرات و معرفة ارتفاع المرتفعات و عروض الانهار و اعماق الابار...] نمایش وسیله‌ای برای تنظیم عمق قنات به منظور حفر قنات و جاری شدن آب از عمق چاه‌ها در به مظهر قنات



مثلی متساوی‌الساقین از جنس چوب یا مس که مطابق شاقولی بر وسط قاعده آویزان شده

است و دو حلقه در دو انتهای قاعده نصب شده و طنابی از آن گذشته است که در دو سر آن دو وزنه آویزان است و دو چوب هم ارتفاع نیز وزنه را نگاه می‌دارد. فاصله‌ی دو چوب هر اندازه می‌تواند باشد [طبق معمول ۱۵ ذراع حدود ۷/۵ متر] با این وسیله ساده برای ترازبایی و نیز دادن شیب لازم به نونل قنات استفاده می‌کردند.

۱۸- در صفحه‌ی ۱۹۵ روش استفاده از اسطرلاب برای محاسبه عمق چاه بیان می‌شود... بر حلقه‌ی چاه دو چوب عمود بر هم مطابق نگاره‌ی روبه‌رو [] قرار می‌دهند تا مرکز قاعده بالا پیدا شده و سپس کنار چاه می‌ایستند و اسطرلاب را می‌چرخانند تا با کمک عضاده نقطه دید و لبه چاه و علامت عمق چاه را در یک خط قرار دهند و سپس مطابق نگاره و این دستور با یک تناسب عمق چاه را به دست می‌آورند.



$$\frac{L}{AB} = \frac{DC}{CB}$$

$$L = \frac{AB \times CD}{CB}$$

و نیز روش محاسبه ارتفاع یک درخت یا یک گلدسته و امثال آن با اسطرلاب چنین آمده است: [سطیبه ارتفاع را بر ۴۵ بگذار و اسطرلاب را معلق داشته باش پیش و پس برو تا این که از دو نقطه عضاده سر مرتفع را ببینی و چون سر مرتفع مریبی شود از مکان رویت تا اسفل آن مرتفع را باید پیمود و سپس فد خود را هم بر آن افزود آنچه شود ارتفاع آن مرتفع است.]

$$L = AB + BC = OB + OH$$

$$= HC + SH = HC + OH$$



۱۹- از محاسبه‌های شیخ بهایی یکی مجموع اولین n عدد فرد متوالی است که n^2 می‌شود این محاسبه را ایشان به این‌گونه بیان می‌دارد: [هرگاه بخواهی مجموع نردها را بر نظم طبیعی پس یکی بر فرد آخری بیفزای و نصف این مجموع را گرفته و مربع کن حاصل مطلوب می‌باشد]

مثال $1+3+5+7+9+11 = \frac{(1+11)}{2} \times 6 = 36$

و به طور کلی $1+3+5+7+\dots+2n-1 = n^2$

و در صفحه ۲۱۳ چنین آمده است که [قاعدۀ در جمع اعداد بر نظم طبیعی آن است که اول و آخر آن را بگیریم و در نصف آن ضرب نماییم حاصل ضرب مجموع اعداد مذکور باشد.] که تمایش دستوری آن چنین است.

$$1+3+\dots+n = \frac{n(n+1)}{2}$$

و در صفحه ۲۲۸ آمده است: [هرگاه خواسته باشی مجموع زوج‌های (متوالی) چند را بدون فردها پس ضرب کن نصف زوج را در عددی که بعد از آن زوج باشد]

$$2+4+6+\dots K = \frac{K}{2} \times \frac{(K+1)}{2}$$

که تمایش دستوری آن چنین است.

۲۰- در این کتاب اعداد مثبت را اعداد زاید و اعداد منفی را ناقص می‌خوانند و در صفحه ۲۰۲ چنین آمده است که با [ضرب کردن در زاید یا ناقص را زاید خوانند و ضرب زاید در ناقص و عکس آن را ناقص خوانند]

۲۱- برای حل معادلات درجه دوم راه پیچیده‌ای گفته شده است که ماحصل همان راه فرمولی جدید است و شعری نیز در صفحه ۲۲۵ بابت روش کار و حل معادلات درجه دوم آورده‌اند:

از مقترنات جبر از بعد رود تکمیل

تاره به خواب آری، این نکته نما اصفا

نصف عدد اشیا در هر سه مربع کن

در اول و در ثالث آن را به عدد افزا

کم کن تو عدد از وی در مسئله ثانی

در جمع و باقی کن جذ روزان پیدا

در اول و در ثانی تا شیئی بدست آری

زان جذر نکن و افزا نصف عدد اشیا

و افزای و بکای ز آن جذر زان نصف که شد کوبی

تا هر دو جواب آمد در مسئله وسطی]

در حاشیه صفحات ۲۲۰-۲۱۶ عبدالغفار ابن علی محمد اصفهانی که نام او پیش‌تر آمد روش حل معادله درجه دوم را با دستور جدید داده است. ایشان در پایان حاشیه می‌آورد [موافق قاعدۀ مذکورۀ هر یک از مسایل ثلاثۀ مقترنات همیشه دارای دو جواب است هرچه باشد معادله آن] و این درست نیست زیرا درحالی‌که مبین معادله کوچک‌تر از صفر باشد معادله ریشه‌ی حقیقی ندارد.

۲۲- در این جا چند نمونه از جمع دنباله‌ها که در کتاب آمده همراه با نمایش دستوری امروزی آن‌ها آورده می‌شود: [هرگاه خواسته باشی جمع کنی مربعات متوالیه را پس عدد اخیر را اخذ کرده مضاعف کن و یکی بر آن بیفزای. آن‌چه حاصل شود ثلثش را بگیر و آن ثلث را در مجموع اعداد متوالیه ضرب کن آن‌چه حاصل شود مطلوب باشد.]

$$S_p = 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)}{2} \times \frac{n(n+1)}{2} = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

هرگاه خواسته باشی که جمع کنی مکعبات متوالی را پس جمع کن همه آن اعداد متوالی را از واحد تا آن عدد که خواسته باشی و مجموع را مربع کن حاصل مطلوب است.

$$S_p = 1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3 = \left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2$$

و در صفحه ۲۴۱ آمده است [هرگاه خواسته باشی جمع الزوج متوالیه را بدانی که ابتدا از ۲ میباشد پس تضعیف می‌کنی و واحد را به چند مرتبه که می‌خواهیم و از ضعف عدد اخیر ۲ را نقصان می‌کنیم باقی مجموع از واج باشد. مثلاً جمع ۲ و چهار ۸ و ۱۶ را خواستیم بدانیم که چند است در تضعیف شانزده که سی و دو است، دو کم کردیم سی شد و هو المراد]

$$2+4+8+16=32-2=30$$

$$S = 2^1 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^n = 2 \times 2^n - 2$$

[هرگاه بخواهی جمع کنی از واج افراد متوالیه را پس ضرب کن عدد از ولج را در نفس خود و تضعیف حاصل مطلوب است. مثلاً خواسته باشیم ده زوج الفرد متوالی را که اولش ۲ است، ده را در نفس خود ضرب نمودیم صد شد و تضعیف نمودیم دو است شد آن مطلوب است.]

$$2+6+10+14+\dots+38 = (10) \times 2 = 200$$

و در صفحه ۲۴۱ چنین آمده است [قاعده دانستن مجموع اعداد متوالیه از واحد در مابعدش، پس کم می‌کنی از عدد اخیر واحدی را، دو ثلث باقی را در مجموع آن اعداد ضرب می‌کنی به نظم طبیعی.]

$$1 \times 2 + 2 \times 3 + \dots + 6 \times 7 = (7-1) \times \frac{2}{3} \times \frac{7(7+1)}{2}$$

$$1 \times 2 + 2 \times 3 + \dots + (n-1)n = (n-1) \times \frac{2}{3} \times \frac{n(n+1)}{2} = \frac{n}{3} \times \frac{n-1}{3}$$

قاعده در جمع کردن حاصل ضرب هر یکی از اعداد متوالیه از واحد در مابعدش و حاصل را در مابعدش مثل: ضرب یکی در ۲ و حاصل در ۳ و ضرب ۲ در ۳ و حاصل در ۴ و ضرب ۳ در ۴ و حاصل در ۵ و به همین صورت تا هر کجا که خواهد حذف می‌کنی عدد اخیر را که در این مثال ۶ است و جمع مابقی را که ۱۵ است در یکی کم تر از خودش که ۱۴ است ضرب می‌کنی و

$$15 \times 14 = 210$$

$$2 \times 2 \times 3 + 2 \times 3 \times 4 + 3 \times 4 \times 5 + \dots + (n-2)(n-1)(n) = \frac{n(n-1)}{2} \left(\frac{m(m-1)}{2} - 1 \right)$$

۲۳- در صفحه ۲۴۵ قاعده تشخیص اعداد متحابه آمده است. اعداد متحابه از واجی هستند که کدام برابر با مجموع عامل‌های دیگری باشد:

اخذ می‌کنیم عددی را از تضاعیف اثنین (مجموعه مضارب ۲)، ضرب می‌کنیم آن را یک بار در $(1\frac{1}{2})$ و یک بار در ۳ و از هر کدام از حاصل ضرب‌ها یک واحد کم می‌کنیم. باقی اول را فرد اول و باقی دوم را فرد ثانی می‌نامیم. فرد اول را در فرد ثانی ضرب می‌کنیم فرد ثالث به دست می‌آید بعد عدد انتخاب شده را یک بار در فرد ثالث ضرب می‌کنی یکی از دو عدد متحابه به دست می‌آید و یک دفعه در مجموع فرد اول و ثانی ضرب می‌کنی و نتیجه را بر عدد متحابه‌ی اول می‌افزایی. نتیجه عدد متحابه‌ی دیگر است. مثال: از مجموعه مضارب ۲، ۴ انتخاب می‌شود.

$4 \times (1\frac{1}{2}) = 6$	فرد اول $6 - 1 = 5$	$4 \times 5 = 20$
$4 \times (3) = 12$	فرد دوم $12 - 1 = 11$	$4(11 + 5) = 64$
$5 \times 11 = 55$	فرد ثالث	$20 + 64 = 84$

زوج مورد نظر متحابه (۲۲۰ و ۲۸۴)

مثالی دیگر: از مجموعه‌ی مضارب ۲، ۸ را انتخاب می‌کنیم.

$8 \times (1\frac{1}{2}) = 12$	فرد اول $12 - 1 = 11$	$8 \times 11 = 88$
$8 \times 3 = 24$	فرد دوم $24 - 1 = 23$	$8(11 + 23) = 272$
$11 \times 23 = 253$	فرد ثالث	$88 + 272 = 360$

زوج متحابه‌ی حاصل (۲۰۲۴ و ۲۲۹۶)

با روشی که در کتزالحساب آمده این زوج‌های متحابه را حساب کرده‌ام.

$$(17296 \text{ و } 18416) \text{ و } (14280 \text{ و } 147424)$$

$$(1161280 \text{ و } 1179584) \text{ و } (9363584 \text{ و } 9437056)$$

$$(75202816 \text{ و } 75496704) \text{ و } (602800640 \text{ و } 603979264)$$

۲۴- در صفحه‌های ۲۸۵ - ۲۸۳ نویسنده کتزالحساب مسالهای را طرح کرده که [سه ظرف برداریم یکی ۴ من غسل و دیگری ۵ من سرکه و در سرمی ۹ من آب است. آن‌ها را مخلوط نموده و سکنجبین پختیم و در ظرف‌ها پر کردیم. حساب کنید در هر ظرف از هر ماده چقدر موجود است.] نویسنده بدون توجه به جرم ویژه مواد یاد شده و کاهش وزن در اثر پختن مسال را به تناسب حل کرده که اشتباه است.

۲۵- در صفحه‌ی ۲۸۷ در مورد واحد وزن رایج «من» چنین آمده است:

امن به اصلاح این زمان که به هشت عباسی اشتهار دارد، ناشی است که غازان خان ابن ارغون خان ابن اباقخان ابن هلاکو خان در تبریز رواج داده و به اطراف در امضای آن حکم فرستاده و از مخترعات خواجه رشیدالدین وزیر است. و اکنون به من تبریز مصطلح است و عبارت از ۶۴۰ مثقال است که ۴۰ سیر می‌شود و هر سیری ۱۶ مثقال و هر مثقالی ۲۴ نخود است. [

۲۶- در صفحه ۳۰۷ کتاب قطعه شعری آمده و در آن مساله‌ای مطرح کرده است:

[گوشواری دانشم از لعل و مروارید بود یک مثقال وزن آن مرصع گوشوار
قیمتش کردند صرافان ز روی معرفت لعل مثقالی به سی لؤلؤ به هیجده زر به چهار
بسته از من صیرفی و بیست دینارم بداد مانده‌ام حیران در این داد و ستد بی اختیار
یک مهندس اندر این روی زمین خواهم که او یک یک آرد حساب وزن آن را در شمارا
و جواب این مساله را هم به شعر در پی آورده است:

احل این بشنو ز من از سر صدق و یقین ای که هستی در میان اهل دانش یادگار
گوشواری را که وصف آن بیان فرموده‌اید قیمت و وزنش تمامی با تو گویم گوش دار
هست وزن لعل ثلث و ثمن مثقالی تمام در کم و پیش نباشد هیچکس را اختیار
هست وزنش اینچنین و قیمتش گویم به تو چارده کم ربع دینار است نزد هوشیار
هست مروارید دانگ و ثمن مثقالی ولیک قیمت آن پنج دینار است ربعی ز دینار
وزن زر ربعی ز دینار است نه بیش و نه کم قیمت آن هست یک دینار زر بسا عیار
سکه بر زر می‌زند هر کس که از روی کرم نقد هستی را برای دوستان سازد نشارا
۲۷- در صفحه‌ی ۳۰۸ مساله‌هایی از آنالیز ترکیبی را به این گونه می‌آرد:

اگرگاه خواهی ترتیب کنی امور متعدده را پس ترتیب میان دو شیئی دو قسم خواهد بود که
تقدیم و تأخیر است و میان سه شیئی شش قسم خواهد بود، چه از برای جزء ثالث سه احوال
است، تقدم و تأخر و توسط و از برای اولی دو حال است. پس ضرب سه احوال در دو احوال ۶
باشد. قاعده آن است که از ۱ شروع کنی اعداد متوالیه را بنویسید که آخرین آن عدد اشیاء مطلوبه
باشد. بعد اول را در دویم و حاصل را در سیم و حاصل را در چهارم و هكذا تا به آخر حاصل
اخیر احتمالات مطلوبه بود. اگر سابل گوید چند کلمه ثنائی و ثلاثی و رباعی و غیر حروف آن
مختلف است؟ پس گویم ضرب ۲۸ در ۲۷ که ۷۵۶ می‌کند عدد ثنائیات مطلوبه است و ضرب
حاصل در ۲۶ که ۱۹۶۵۶ باشد عدد ثلاثیات مطلوبه است... [

۳۷ یک کلمه سه حرفی به اختلاف حرکات به چهل و هشت گونه خوانده می‌شود.

حرف اول سه حرکت، حرف دوم سه حرکت و یک سکون، حرف سوم سه حرکت و یک سکون

۲۸- در صفحه ۳۱۳ به نقل از کتاب عیون الحساب مساله‌ای را به شعر آورده است:

گای که سرش بوزن ارجل باشد

باتیش دو مثل یک پای بود

هر پاش به وزن کعبی از کل باشد

گاویست ولی به وزن بلبل باشد

۲۹- فرهاد میرزا در صفحه ۳۲۵ چنین می‌آورد که جناب شیخ بهایی در آخر کتاب ذکر مسابله

لاینحل می‌کند و کتاب را به اختتام می‌رساند. سپس خود می‌افزاید که [چون منظور ما تعلیم

متعلمین است و تفهیم مبتدی بود لهذا قدری از مساله‌های حسابیه نجومیه را لازم دانست] و تا

پایان کتاب محاسبات اعداد بر مبنای ۶۰ را می‌آورد و استفاده از حروف برای نمایش اعداد که در

جدول‌های نجومی گذشته مرسوم بوده است و از این بخش نمونه‌ای آورده می‌شود:

۳۰- [... رقم سه هزار (جغ) و رقم ده هزار (یغ) و رقم دوازده هزار (بیغ) و رقم دو هزار و ششصد

و بیست و چهار (یغ خکد) و قص علی هذا... و ب و ج و ز را نقطه نگذارند و بدن ج را نیز تمام

نکنند تا به حاء مشتبه نشود و پنجاه را نقطه گذارند و دال را چنین نگارند () و دنباله ن و س و

ش و ص و ض را برگردانند هکذا ن سه شهد صهد ضه و یای مفرده را معکوس نویسند.

و علامتی که منجمان از برای بروج نگارند این است:

ع ر ب ز ی ه و ن ۷ ۰ ا ۱ ۶
۱۲ برج

برای جلوگیری از درازی سخن از بازخوانی و بررسی بخش نجوم که توسط خود فرهاد میرزا

به کتاب افزوده شده درمی‌گذریم. *پرتال جامع علوم انسانی*