

سرانجام دانش یونانی

پرویز شهریاری

اسکندریه در سال‌های ۳۳۱ و ۳۳۲ پیش از میلاد به دستور اسکندر ساخته شد. ریاضی‌دان‌های بزرگی همچون اقلیدس، اراتوستن و آپولونیوس (که در سده‌ی سوم پیش از میلاد زندگی می‌کردند) در آنجا اثرهای خود را آفریدند. ارشمیدس هم مدتی در آنجا بود با اراتوستن مکاتبه داشت. دیوفانت هم در همان جا زندگی می‌کرد. در سال ۲۷ میلادی، اسکندریه به تصرف «پولیس» معروف به ژول سزار درآمد که کتاب‌خانه‌ی پرارزش آن را آتش زدند. ولی بخشی از کتاب‌خانه که در معبد «سه‌راپه‌یون» بود، جدا از ویران‌گری ماند و دوباره تعداد زیادی از دانشمندان را به دور خود جمع کرد. دوران اول مکتب اسکندریه به پایان رسید و دوران دوم آن شروع شد.

همان‌گونه که در همه جا نتیجه‌ی آشوب و جدال و مبارزه، علیه دانش است، اندیشه‌های ذهن‌گرایی به شدت رواج یافت، دوباره دیدگاه‌های نیساغورس و افلاتون به نام نوافلاتونیان و نویسناغوریان جای خود را باز کرد و این امر موجب کاهش دیدگاه‌های علمی و ریاضی شد. با وجود این، اندیشه‌ی ریاضی خاموش نشد و گاه به گاه به ریاضی‌دانانی برمی‌خوریم که فضای اسکندریه را روشن می‌کردند. این «دوران دوم مکتب اسکندریه» بود.

از جمله‌ی کسانی که در آغاز این دوران دوم فعالیت می‌کرد و به احتمالی در سده‌ی اول پیش از میلاد می‌زیست، «هرون اسکندرانی» بود. هرون مهندسی قابل و دانشمندی مشهور بود. کشف‌های بسیاری به او نسبت داده می‌شود که بیش‌تر جنبه‌ی زمین‌سنجی و نقشه‌برداری داشت؛ همچنین در زمینه‌ی ریاضیات هم کارهایی دارد که اغلب به هندسه‌ی متری مربوط می‌شود. از نوشته‌های او می‌توان از «اندازه‌گیری دیوپتر» نام برد. در «اندازه‌گیری»، هرون به محاسبه‌ی دقیق و تقریبی مساحت و حجم شکل‌های گوناگون و جسم‌ها می‌پردازد، که در بین آن‌ها، دستوری برای محاسبه‌ی مساحت مثلث با معلوم بودن سه ضلع آن است که به «دستور

هرون» معروف شده است. به جز این، در همین کتاب راه حل تقریبی معادله‌ی درجه دوم و محاسبه‌ی تقریبی ریشه‌ی دوم و ریشه‌ی سوم عددها را می‌دهد. از ویژگی‌های هرون در «اندازه‌گیری» این است که اثبات گزاره‌ها را نداده و تنها با آوردن نمونه و محاسبه، مطلب را روشن کرده است. این، از ارزش کار هرون تا اندازه‌ای می‌کاهد و نشانه‌ای از عدم آمادگی کافی نویسنده‌ی آن است.

ولی هرون از نظر کاربرد ریاضیات بر همه‌ی پیشینیان خود برتری دارد. بهترین نشانه‌ی این مطلب را می‌توان در «دیپتر» دید. در این رساله روش‌های مختلفی برای نقشه‌برداری و زمین‌سنجی، از جمله با وسیله‌ای که هرون کشف کرده و «دیپتر» نامیده است، وجود دارد. این وسیله شبیه زاویه‌یاب (تئودولیت) امروزی است «دیپتر» از یک خط‌کش بلند درست شده است که هم در جهت افقی هم در جهت عمودی دوران و امکان جهت‌یابی را، چه افقی و چه عمودی، فراهم می‌کند. در دو انتهای این خط‌کش شکاف‌هایی وجود دارد. به این وسیله، یک ترازو یک شاغول اضافه شده است. هرون با این وسیله می‌توانست اندازه‌گیری‌های مختلفی انجام دهد: پیدا کردن فاصله‌ی بین دو نقطه‌ای که یکی یا هر دوی آن‌ها در دسترس نیست؛ رسم خط راستی عمود بر خط راست غیرقابل دسترس؛ پیدا کردن اختلاف سطح با محاسبه‌ی مساحت شکل‌هایی که شکل مشخصی ندارند.

این وسیله برای هم عصران هرون در اندازه‌گیری و نقشه‌برداری از زمین، خیلی سودمند بود و در جریان تاریخ هم تکامل یافت.



باید از «نیکوماک» ریاضی دان فیساغوری هم یاد کرد که در پایان سده‌ی اول میلادی می‌زیست. او صاحب نوشته‌ای به نام «اورودی به حساب» است که برای نخستین بار حساب را بدون تکیه بر هندسه بررسی کرد و دست کم هزار سال بر ریاضی‌دانان بعد از او اثر جدی گذاشت. اساس اندیشه‌ی او منظم کردن عددها است و همه‌جا به عرفان عددی تکیه می‌کند. او در کتاب خود به عددهای چندضلعی هم تکیه می‌کند که ارثیه‌ای از فیساغوریان است. جالب‌ترین بخش کتاب نیکوماک، پیدا کردن مجموع رشته‌های عددی است. از جمله، «حساب» نیکوماک به این مسأله برمی‌خورد که عددهای مکعبی (عددهایی که توان سوم یک عدد باشند)، برابرند با مجموع عددهای فرد.

$$1^3 = 1, 2^3 = 3 + 5, 3^3 = 7 + 9 + 11, 4^3 = 13 + 15 + 17 + 19, \dots$$

□

از منه لائوس اسکندرانی هم باید یاد کرد که در پایان سده‌ی اول میلادی، هم‌زمان با نیکوماک می‌زیست. منه لائوس اخترشناس و هندسه‌دان بزرگی بود که رساله‌ای درباره‌ی مثلث کروی نوشت. این رساله حقیق‌ترین کتاب، در زمان خود، درباره‌ی هندسه‌ی کروی به‌شمار می‌رود.

ریاضی‌دانان ایرانی هم تا آخرهای سده‌ی چهارم هجری قمری از قضیه‌ی منه لائوس درباره‌ی مثلث کروی استفاده می‌کردند و آن را «شکل قطاع» (یعنی قضیه‌ی قطاع) می‌نامیدند. در آغاز سده‌ی پنجم هجری، ریاضی‌دانان ایرانی (ابونصر عمران، ابرالرفای بوزجانی، ابوریحان بیرونی، کوشیارگیلی و خجندی)، «شکل مغنی» (یعنی قضیه‌ی بی‌نیازکننده) را کشف و به‌جای «شکل قطاع» قرار دادند که کار را درباره‌ی محاسبه در مثلث کروی بسیار ساده می‌کند. آنها ثابت کردند چه در مثلث روی صفحه و چه در مثلث کروی این رابطه برقرار است:

$$\frac{\sin a}{\sin A} = \frac{\sin b}{\sin B} = \frac{\sin c}{\sin C} \quad (\text{در مثلث کروی})$$

(a، b و c ضلع‌های مثلث که کمان‌هایی از دایره‌ی عظیمه هستند و A، B و C زاویه‌های

روبه‌روی آنها است)؛

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} \quad (\text{مثلث روی صفحه})$$

(a، b و c طول سه ضلع و A، B و C اندازه‌ی سه زاویه‌ی روبه‌روی آنها است). امروز این

رابطه‌ها به‌نام «قضیه‌ی سینوس‌ها» معروف است.

منه لائوس در همین رساله‌ی خود، قضیه‌ی مهم دیگری هم آورده است: «اگر خط راستی ضلع‌ها یا ادامه‌ی آنها را قطع کند، حاصل ضرب سه پاره‌خطی که نقطه‌ی مشترک ندارند، برابر است با حاصل ضرب سه پاره‌خط دیگر».

□

سده‌ی دوم میلادی همراه با فعالیت‌های «کلود بتلمیوس» است. او به‌طور عمده در زمینه‌ی اخترشناسی کار می‌کرد و مشاهده‌های او مربوط به‌سال‌های بین ۱۲۵ و ۱۵۱ میلادی است. بتلمیوس به‌زمین مرکزی معتقد بود که بنابر آن، زمین ساکن و در مرکز عالم است و همه‌ی جسم‌های آسمانی به‌دور آن می‌چرخند. این نظریه به‌وسیله‌ی نیکلای کوپرنیک با آوردن نظریه‌ی خورشیدمرکزی رد شد که بنابر آن خورشید در مرکز قرار دارد و همه‌ی سیاره‌ها به‌دور آن و در ضمن دور خودشان می‌چرخند.

بتلمیوس ضمن کار خود، به‌ناچار به‌مفهوم‌هایی رسید که خصلت مثلثاتی داشت و توانست

به پیدایش و پیشرفت مثلثات یاری برسانند. او در بررسی‌های اخترشناسی خود، زمان را به ساعت‌های روز و شب بخش نمی‌کند (آن گونه که نزد مصری‌ها معمول بود)، بلکه هر ساعت را از نظر مدتی که طول می‌کشد، مینا قرار می‌دهد. او محیط دایره را 360 درجه و یا 720 نیم درجه می‌داند. قطر دایره را هم 120 درجه به حساب می‌آورد و بنابراین، فرض می‌کرد که طول محیط دایره 3 برابر قطر آن است؛ در ضمن هر درجه‌ی قطری را به 60 بخش و هر یک از این بخش‌ها را نیز به 60 بخش تقسیم می‌کرد. بعدها رومی‌ها بخش‌های نخستین درجه را دقیقه و بخش‌های کوچک‌تر از دقیقه را ثانیه نامیدند که در زبان رومی به معنای «بخش کوچک‌تر اول» و «بخش کوچک‌تر دوم» بود. امروز هم ما از این واژه‌ها برای بخش‌های زاویه و زمان استفاده می‌کنیم.

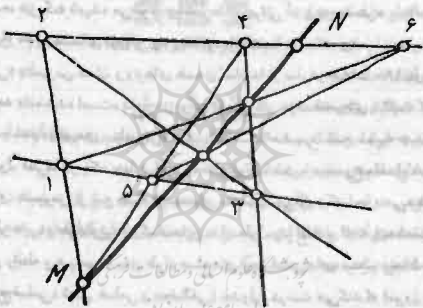
مهم‌ترین کتاب بتلمیوس «ساختمان بزرگ ریاضی اخترشناسی در 13 کتاب» نام دارد که به‌طور کوتاه شده، «بزرگ» نامیده می‌شود. ریاضی‌دانان ایرانی آن را «مجسطی» یا «المجسطی» نامیده‌اند و همین نام به زبان‌های اروپایی راه پیدا کرده است.

در «مجسطی» بتلمیوس کمان و وترهای همه‌ی کمان‌ها از صفر درجه تا 180 درجه، نیم درجه به نیم درجه داده شده است، بتلمیوس برای تکمیل کار خود، قضیه‌ای را ثابت کرد که در تاریخ ریاضیات به نام «قضیه‌ی بتلمیوس» معروف است. مضمون این قضیه چنین است: حاصل ضرب طول قطرها در یک چهارضلعی محاطی برابر است با مجموع حاصل ضرب‌های ضلع‌های روبه‌رو. بتلمیوس از این قضیه نتیجه‌هایی به دست می‌آورد که اجازه می‌دهند با در دست داشتن قطر دایره و طول وترهای کمان‌های α ، β ، طول وتر $\alpha + \beta$ و $\alpha - \beta$ را به دست آوریم. با استفاده از این رابطه و هم محاسبه‌ی طول ضلع‌های چندضلعی‌های منتظم محاط در دایره (مثلث، مربع، پنج ضلعی، شش ضلعی و ده ضلعی) جدولی درست می‌کند که امروز ما آن را جدول سینوس‌ها می‌نامیم. در تاریخ ریاضیات، بتلمیوس نخستین کسی بود که درباره‌ی اصل توافقی اقلیدس شک کرد و تلاش ناموفقی در اثبات آن داشت.

آخرین هندسه‌دان بزرگی که از مکتب اسکندریه می‌شناسیم، «پاپ» در سده‌ی سوم میلادی است. به او کتاب‌های بسیاری را منسوب می‌کنند که از آنها تنها «مجموعه‌ی ریاضی» به ما رسیده که آن هم ناقص است (بخش اول و قسمتی از بخش دوم آن از بین رفته است).

«مجموعه‌ی ریاضی» پاپ، از نظر تاریخ ریاضیات اهمیت زیادی دارد: در این کتاب بخشی به کارهای ریاضی‌دانان پیش از پاپ اختصاص دارد و در آن، درباره‌ی نظریه‌های دیگران بحث

می‌کند و آن‌ها را مورد تفسیر قرار می‌دهد. پاپ در این بخش از کتاب خود درباره‌ی ریاضی دانان و اثرهایی از آنان صحبت می‌کند که اصل آن‌ها به ما نرسیده است. به جز این، در کتاب پاپ، کشف‌های جدید و بکری هم دیده می‌شود. ولی از آن‌جا که سرچشمه‌ی قضیه‌ها را نمی‌آورد، به دشواری می‌توان داوری کرد، کدام قضیه مربوط به خود پاپ و کدام قضیه مربوط به دیگران است. ولی با توجه به مجموعه‌ی اوضاع و احوال می‌توان نتیجه گرفت که این‌ها از کارهای خود پاپ است. برخی از این قضیه‌ها اهمیت نظری و عملی زیادی دارند. برای نمونه، این قضیه‌ی پاپ را می‌آوریم: «اگر بر هر یک از دو خط راست که روی یک صفحه واقع شده‌اند، سه نقطه انتخاب کنیم، نقطه‌های ۱ و ۵ و ۳ را روی خط راست و ۲ و ۴ و ۶ را روی خط راست دوم، آن وقت نقطه‌های برخورد خط‌های راست ۱-۲ و ۳-۴ و ۵-۶، روی خط راستی مانند MN قرار می‌گیرند (شکل را ببینید).»



قضیه‌ای که بعدها به وسیله‌ی «پاول هولدن» (۱۶۴۳-۱۵۷۷) ثابت شد و به نام «قضیه‌ی هولدن» معروف است براساس همین قضیه‌ی «پاپ» قرار دارد. این قضیه اهمیت دارد: حجم جسمی که دور خط راستی که در صفحه‌ی شکل قرار دارد، دوران کند، برابر است با حاصل ضرب مساحت شکل در محیط دایره‌ای که از دوران گرانیگاه (مرکز ثقل) آن به دست می‌آید. جالب است که پاپ درباره‌ی اسپیرال هم بررسی کرده است: وقتی که نقطه‌ای در طول یک چهارم کمان دایره‌ای حرکت کند و در ضمن، این کمان دور قطر دایره دوران کند. از قضیه‌های دیگری که پاپ ثبت کرده است، این قضیه‌ها است: «گرانیگاه مثلث، در ضمن

گراتیگاه مثلث دیگری است که راس های آن بر ضلع های مثلث اول قرار داشته باشد و ضلع ها را به یک نسبت تقسیم کرده باشد، «خط راستی که دو انتهای متقابل قطرهای متوازی دو دایره را که از خارج بر یکدیگر مماس اند، به هم وصل کند، از نقطه‌ی تماس می‌گذرد». پاپ حل این مساله را هم می‌دهد: از سه نقطه‌ی واقع بر یک خط راست، سه خط راست رسم کنید که مثلثی محاط در دایره‌ی مفروض تشکیل دهند.

از جمله دانشمندانی که در اسکندریه زندگی می‌کردند، دیوفانت جبردان بود که به احتمالی در سده‌ی سوم میلادی می‌زیست. او بنا به روایت «مترو دور» نامی، ۸۴ سال زندگی کرده است. روایت «مترو دور» چنین است:

«دیوفانت $\frac{1}{6}$ زندگی را در کودکی گذراند و $\frac{1}{4}$ آن را در جوانی؛ سپس $\frac{1}{7}$ عمرش را بی‌بچه گذراند و ۵ سال بعد، پسری پیدا کرد که ۴ سال زودتر از پدرش مرد و تا سنی رسید که برابر نصف زندگی پدرش بود.»

دیوفانت کتابی به نام «حساب» دارد. این کتاب با همه‌ی نوشته‌های یونانیان پیش از او متفاوت است. اختلاف اساسی این کتاب با نوشته‌های پیش از او در جنبه‌ی تحلیلی آن است، گرچه در برخی حالت‌ها از اصطلاح‌های هندسی استفاده کرده است، «حساب» دیوفانت پیش‌تر به مساله‌های جبر و نظریه‌ی عددها می‌پردازد. باید توجه داشت که دیوفانت در این کتاب، روش‌های کلی برای مساله‌هایی که طرح کرده است، نمی‌دهد، بلکه برای هر مساله راه حلی اختصاصی پیدا می‌کند. این وضع از یک طرف استبداد بی‌اندازه‌ی دیوفانت را می‌رساند و از طرف دیگر ارزش نوشته‌ی او را پایین می‌آورد. از ۱۳ بخش کتاب، تنها ۶ بخش به ما رسیده است. که در آن‌ها، به معادله‌های درجه اول و درجه دوم می‌پردازد و به‌ویژه توجه خود را روی معادله‌های سیال می‌گذارد.

جبر دیوفانت را باید گذار مقدماتی او از جبر توصیفی به جبر علامتی دانست، زیرا در برخی حالت‌ها به جای توصیف مطلب از نماد کوتاه‌شده‌ی آن استفاده می‌کند. برای نمونه برای مجهول از نماد 'S' استفاده می‌کند و اگر چند مجهول داشته باشد، این علامت را دو برابر می‌کند. او برای برابری از نماد «ا» استفاده می‌کند درباره‌ی مجهول‌هایی که ضریب دارند، ضریب را بعد از مجهول می‌آورد، برای تفریق نمادی انتخاب کرده است، ولی برای جمع نمادی را در نظر نمی‌گیرد و جمله‌های جمع را پشت سر هم می‌نویسد.

عددهای منفی را دیوفانت نمی‌شناخت، ولی وقتی تفاضل دو عدد را در تفاضل دو عدد دیگر ضرب می‌کند، آن وقت از این قاعده استفاده می‌کند: «عددی را که کم می‌کنیم ضرب در

عدد دیگری که کم می‌کنیم؛ جمع می‌دهد؛ و اگر عددی را که کم کرده‌ایم در عددی ضرب کنیم که باید به آن اضافه کرد، حاصل تفریق می‌شود، [یعنی حاصل ضرب دو عدد منفی در یکدیگر عددی مثبت می‌دهد و حاصل ضرب عدد منفی در عدد مثبت، عددی منفی می‌شود].

دیوفانت ضمن حل معادله‌ها، تنها ریشه‌های مثبت و گویا را می‌پذیرد، و درباره‌ی معادله‌های درجه دوم، حتی اگر هر دو ریشه مثبت و گویا باشند، تنها یکی از ریشه‌ها را انتخاب می‌کند. این که معادله‌ی درجه دوم را چگونه حل می‌کرده است، اطلاعی نداریم، زیرا در نوشته‌هایی از او که به ما رسیده هیچ توضیحی در این باره داده نشده است. برای حل معادله‌های درجه اول نمونه می‌آورد و با این جمله‌ها کار را تمام می‌کند: «اکنون اگر به مقادارهایی از همین درجه برخوردید که در دو سمت معادله قرار داشتند، ولی با ضرب‌های مختلف بودند، آن وقت باید چنان عمل کنیم که یک عدد باقی بماند. اگر در یک طرف یا هر دو طرف جمله‌هایی وجود دارد که کم شده‌اند، باید این جمله‌ها را به دو طرف افزود، به گونه‌ای که در دو طرف تنها جمع باقی بماند. باز هم یادآوری می‌کنیم که باید در هر طرف مقادارها را عمل کرد، به گونه‌ای که در هر سمت معادله تنها یک جمله باقی بماند. به این ترتیب، دیوفانت همان عمل را برای بردن مجهول به یک سمت معادله و مقدار عددی به سمت دیگر انجام می‌دهد و سپس عدد را بر ضرب مجهول تقسیم می‌کند. در ضمن دیوفانت، مانند همه‌ی ریاضی دانان یونانی، از تقسیم پرهیز دارد و به جای آن از تکرار تفریق استفاده می‌کند.

پاپ و دیوفانت را باید آخرین نمایندگان ریاضی دانان اسکندریه دانست که اندیشه‌های تازه‌ای آورده‌اند. از آن به بعد ارزش دانشمندان اسکندریه روز به روز پایین‌تر می‌آید. این را هم از شرایطی که چه از درون و چه از بیرون به مکتب اسکندریه تحمیل می‌شد، می‌توان درک کرد. نظام حکومتی، چه در آتن و چه در اسکندریه، که براساس بهره‌کشی از برده‌ها بود، نمی‌توانست محیط مساعد را برای شکوفایی دانش فراهم کند. در نخستین سال‌های مکتب اسکندریه بتلمیوس، فرمانروا شرایط مساعدی برای کار علمی فراهم کرده بود، زیرا این وضع به سود طبقه‌های حاکم بود؛ باید شهری نیرومند و هنری داشته باشند، شهری که بتلمیوس حکمران آن است، پیشرفت وسیله‌های جنگ‌آوری، اخترشناسی، جغرافی، کارهای بازرگانی و حرفه‌های گوناگون موجب پیشرفت ریاضیات و سرعت بخشیدن به آن شدند، زیرا به ریاضیات نیاز داشتند و در نتیجه آن را در سطح و عمق شکوفا کردند. ولی وقتی که نیازهای مادی طبقه‌های حاکم، تامین شد و دیگر به دانش تازه‌ای احتیاج نداشتند، پیشرفت بعدی دانش متوقف شد و انگیزه‌ای برای پشتیبانی آن باقی نماند. این‌ها، شرایط درونی نزول پژوهش‌های ریاضی در اسکندریه بود.

ولی به جز این‌ها، شرایطی هم که خصلت بیرونی داشتند، به اسکندریه تحمیل شد. هنوز سال‌هایی به آغاز سده‌های میلادی مانده بود که روم ادعای تسلط حکم‌روایی را داشت که اسکندریه در آن واقع بود. در سال ۴۷ پیش از میلاد در زمان جنگ‌های ژولیوس علییه اسکندریه، کتاب‌خانه‌ی معروف آن را آتش زدند. البته این کتاب‌خانه به‌زودی بازسازی شد، ولی وقتی سرانجام روم بر اسکندریه مسلط شد، مبارزه‌ای سخت بین مسیحیان و مردم عادی در گرفت. مبارزه‌ی مذهب، دامن دانش را هم گرفت، زیرا دانش، اندیشه‌ها را از جمله به‌طرف نظریه‌های نیکوماک فرامی‌خواند و این، با عرفان مذهبی مخالف بود؛ از این گذشته، دانش هرگونه ذهن‌گرایی را رد می‌کرد. در سال ۳۹۱ میلادی به دستور «اسقف ثوفیل» در اسکندریه، معبد «سه راپس» را ویران کردند که همراه با آن، کتاب‌خانه هم نابود شد. مکتب اسکندریه تعطیل شد.

از جمله‌ی دانشمندان ریاضی در این دوره در اسکندریه، می‌توان از «تئون» (سده‌ی چهارم میلادی) و دختر او هیپاتی (۴۱۵-۳۷۰) نام برد.

«تئون» نوشته‌های زیادی در تفسیر اقلیدس و بتلمیوس دارد. اما درباره‌ی هیپاتی، آن‌گونه که تاریخ‌نویس‌هایی گویند، استعداد فراوانی در فلسفه و ریاضیات داشت. او درباره‌ی نوشته‌های ارشمیدس، دیوفانت و آپولونیوس تفسیر می‌نوشت. او نخستین زنی است که به‌نام ریاضی‌دان در تاریخ شناخته شده است. او همچنین تفسیرهایی بر فلسفه‌های افلاتون، ارسطو و دیگر فیلسوفان دارد. حتا یکی از نوشته‌های هیپاتی هم به‌مان رسیده است. دانش و سخنوری هیپاتی او را مورد قبول عامه قرار داد، ولی در عین حال نفرت نومذهبان مسیحی را برانگیخت. سرانجام به دستور «اسقف سیریل» در سال ۴۱۵ میلادی، کشته و جسد بی‌جان او سوزانده شد. شاگردانی از هیپاتی، که از خشم مردم خرافاتی نجات یافته بودند، از اسکندریه فرار کردند و به‌این‌گونه به‌پایان مکتب اسکندریه می‌رسیم.

در دوران کوتاهی در سده‌های پنجم و ششم میلادی، دانش ریاضی در یونان و در آتن ادامه یافت. ولی در این دوران و در مکتب آتن، روی دیدگاه‌های دانشمندان پیشین یونانی (اقلیدس، ارشمیدس و غیره) کار می‌کردند. این مکتب آتنی هم به‌دست امپراتور «ژوستی نیان» به‌نام «مرکز کفر» بسته شد. به‌این ترتیب، دوران درخشان دانش یونانی به سرانجام خود رسید.