فیثاغورس

(حدود ۵۸۰ تا ۵۰۰ پیش از میلاد)

پرویز شهریاری

فیثاغورس در جزیره ساموس، نزدیک کرانه‌های ایونی، زاده شد. درباره‌ی شخصیت فیثاغورس آن‌قدر افسانه‌سرایی شده است که به‌سختی می‌توان حقیقت را از افسانه‌ها جدا کرد. ما حتا از سال تولد و مرگ او به‌درستی آگاه نیستیم. بنابر بعضی گواهی‌ها، او در حدود سال ۵۷۰ پیش از میلاد زاده شد و سال ۵۰۰ پیش از میلاد درگذشت.

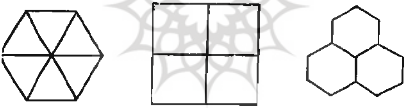
فیثاغورس از جوانی به‌سفرهای زیادی رفت و این امکان را پیدا کرد تا با مصر، بابل و مغان ایرانی آشنا شود و دانش آن‌ها را بیاموزد، چنان که معروف است «فیثاغورس، دانش مغان را آموخت». او روی هم رفته ۲۲ سال در سرزمین‌های خارج از یونان بود و چون از سوی «پولوکراتوس»، شاه یونان، به«آمازیس»، فرعون مصر سفارش شده بود، توانست به‌آسانی به‌رازهای کاهنان مصری دست یابد.

وقتی فیثاغورس در حدود سال ۵۳۰ پیش از میلاد، از مصر بازگشت، در زادگاه خود مکتبی را بنیان گذاشت که طرز فکر اشرافی داشت. این شیوه‌ی تفکر با سنت قدیمی «دموکراسی»، که در آن زمان بر ساموس حاکم بود، متضاد بود. به‌همین مناسبت، این مشرب فلسفی، به‌مذاق مردم ساموس خوش نیامد و فیثاغورس ناچار شد، زادگاه خود را ترک کند. او به‌طرف شبه‌جزیره‌ی «آپتین» رفت که در آن زمان جزو سرزمین‌های وابسته به‌یونان بود. در «کراتون» مقیم شد و همان جا مکتب خود را که به‌مجمع فیثاغوری مشهور است، دوباره بنیان گذاشت.

بنیان فلسفی مجمع فیثاغوری بر آموزش رازهای عدد قرار داشت. به‌اعتقاد فیثاغوریان، عدد بنیان هستی را تشکیل می‌دهد، علت هم‌آهنگی و نظم در طبیعت است، رابطه‌های ذاتی جهان ما حکومت و دوام جاودانی آن را تضمین می‌کند. عدد، قانون طبیعت است، بر خدایان و بر مرگ حکومت می‌کند و شرط هرگونه شناخت و دانشی است. چیزها، تقلیدی و نمونه‌ای از عدد هستند.

چنین برداشت ستایش‌آمیزی از عدد، با این که به‌معنای مشاهده‌ی دقیق فیثاغوریان از پدیده‌های طبیعت و زندگی بود، با خیال‌بافی‌های اسرارآمیزی درآمیخته بود، که همراه با مقدمه‌های ریاضی، از کشورهای خاور نزدیک اقتباس شده بود.

فیثاغوریان، ضمن بررسی نواهای موزون و خوش‌آهنگی که در موسیقی به‌دست می‌آید، متوجه شدند که آهنگ موزون روی صدای سه‌سیم، زمانی به‌دست می‌آید که طول این سیم‌ها، متناسب با عددهای ۳ و ۴ و ۶ باشد. فیثاغوریان همین بستگی عددی را در بسیاری از پدیده‌های دیگر هم پیدا کردند. از جمله، نسبت تعداد وجه‌ها، راس‌ها و یال‌های مکعب هم برابر است با نسبت عددی ۶:۸:۱۲. هم‌چنین فیثاغوریان متوجه شدند، اگر بخواهیم صفحه‌ای را با یک نوع چندضلعی منتظم بپوشانیم، تنها سه حالت ممکن وجود دارد: دور و بر یک نقطه از صفحه را می‌توان با ۶ مثلث متساوی‌الاضلاع، با ۴ مربع و یا ۳ شش ضلعی منتظم پر کرد، به‌گونه‌ای که صفحه‌ی دورو بر نقطه را به‌طور کامل بپوشاند (شکل ۱ را ببینید). اگر به‌تعداد چندضلعی‌هایی که در این حالت‌ها، وجود دارد، توجه کنیم، به‌نسبت‌های ۶:۴:۳ برخورد می‌کنیم و اگر نسبت‌های تعداد ضلع‌های این چندضلعی‌ها را هم در نظر بگیریم، باز هم به‌همان نسبت‌ها ۳:۴:۶ می‌رسیم.



شکل ۱

براساس چنین مشاهده‌هایی بود که مکتب فیثاغوری اعتقاد داشت، همه‌ی پدیده‌های گیتی از بستگی‌های عددی مشخصی پیروی می‌کنند و یک «هم‌آهنگی جهانی» وجود دارد.

از جمله فیثاغوریان گمان می‌کردند، فاصله‌ی بین جسم‌های آسمانی را تا زمین، در فضای کیهانی می‌توان با نسبت‌های معینی پیدا کرد. به‌همین دلیل بود که در مکتب فیثاغوری به‌بررسی دقیق نسبت‌ها پرداختند: آن‌ها به‌جز نسبت حسابی و هندسی، درباره‌ی نوعی بستگی هم که به«همساز» یا«توافقی» معروف است، بررسی‌هایی انجام دادند. سه عدد را به‌نسبت همساز گویند، وقتی که وارون آن‌ها به‌نسبت حسابی باشد، به‌زبان دیگر؛ سه عدد تشکیل تصاعد همساز یا توافقی می‌دهند، وقتی که وارون آن‌ها به‌تصاعد حسابی باشند. سه عدد ۳ و ۴ و ۶

به‌نسبت توافقی هستند، زیرا کسرهای $\frac{1}{3}$، $\frac{1}{4}$ و $\frac{1}{6}$ به‌تصاعد حسابی‌اند:

$$\frac{1}{3}-\frac{1}{4}=\frac{1}{4}-\frac{1}{6}،$$

به‌مناسبت اهمیت بی‌اندازه‌ای که مکتب فیثاغوری برای عدد قایل بود و فیثاغوریان توجه زیادی به‌بررسی و کشف ویژگی‌های عددها می‌کردند، در واقع، مقدمه‌های نظریه‌ی عددها را بنیان گذاشتند. با وجود این، مکتب فیثاغوری هم، مانند همه‌ی یونانی‌های آن زمان، عمل محاسبه را دور از اعتبار خود، که به‌فلسفه مشغول بودند، می‌دانستند. آن‌ها مردمی را که به‌کارهای عملی و معیشتی می‌پرداختند و بیش‌تر از برده‌ها بودند، «پست» می‌شمردند و «لوژیستیک» می‌خواندند. فیثاغورس می‌گفت که او حساب را «والاتر از نیازهای بازرگانی» می‌داند. به‌همین مناسبت در مکتب فیثاغوری، حتا شمار عملی هم مورد توجه قرار نگرفت. آن‌ها، تنها درباره‌ی ویژگی‌های عددها کار می‌کردند. در ضمن، ویژگی‌های عدد را هم به‌یاری ساختمان‌های هندسی پیدا می‌کردند. با وجود این، رواج نوعی دستگاه مناسب برای عددنویسی را در یونان، به‌فیثاغوریان و یا هواداران نزدیک آن‌ها نسبت می‌دهند. در این نوع عددنویسی که از فینیقی‌ها گرفته بودند، از حرف‌های الفبای فینیقی، برای نوشتن عددها استفاده شد: ۹ حرف اول الفبا برای عددهای از (۱ تا ۹)، ۹ حرف بعدی برای نشان دادن دهگان (۱۰، ۲۰،...، ۹۰) و ۹ حرف بعدی برای صدها (۱۰۰، ۲۰۰،...، ۹۰۰). برای این که حرف از عدد تشخیص داده شود، بالای عدد خط کوتاهی می‌گذاشتند.

برای نشان دادن عددهای بزرگ‌تر از نشانه‌های اضافی استفاده می‌کردند. وقتی نشانه‌ای شبیه «ویرگول» (,) را جلو عددی می‌گذاشتند، به‌معنای هزار برابر آن بود، برای ده هزار برابر عدد، یک نقطه جلو عدد می‌گذاشتند. به‌این ترتیب، عدد ۱۲۸ را به‌صورت $\rho\chi\eta$ و عدد ۳۰۰۰ را

۱ — $\overline{\alpha}$ (آلفا)	۱۰ — $\overline{\iota}$ (ایتا)	۱۰۰ — $\overline{\rho}$ (رو)
۲ — $\overline{\beta}$ (بتا)	۲۰ — $\overline{\varkappa}$ (کاپا)	۲۰۰ — $\overline{\sigma}$ (زیگما)
۳ — $\overline{\gamma}$ (گاما)	۳۰ — $\overline{\lambda}$ (لاندا)	۳۰۰ — $\overline{\tau}$ (تو)
۴ — $\overline{\delta}$ (دلتا)	۴۰ — $\overline{\mu}$ (مو)	۴۰۰ — $\overline{\upsilon}$ (ایپسیلون)
۵ — $\overline{\varepsilon}$ (اپسیلون)	۵۰ — $\overline{\nu}$ (نو)	۵۰۰ — $\overline{\varphi}$ (فی)
۶ — $\overline{ϛ}$ (ستیگما)	۶۰ — $\overline{\xi}$ (کسی)	۶۰۰ — $\overline{\chi}$ (خی)
۷ — $\overline{\zeta}$ (زتا)	۷۰ — $\overline{o}$ (اومیکرون)	۷۰۰ — $\overline{\psi}$ (پسی)
۸ — $\overline{\eta}$ (اتا)	۸۰ — $\overline{\pi}$ (پی)	۸۰۰ — $\overline{\omega}$ (امگا)
۹ — $\overline{\theta}$ (تتا)	۹۰ — ϟ (کوپا)	۹۰۰ — ϡ (سامپی)

عددهای یونانی

به‌صورت $\bar{\gamma}$ می‌نوشتند. برای نشان دادن کسرها، عددهای صورت و مخرج را پشت سر هم می‌نوشتند، ولی بالای عدد صورت نشانه‌ی «′» را می‌گذاشتند. عدد مخرج را دوباره می‌نوشتند و روی هر کدام از آن‌ها، نشانه‌ی «″» را قرار می‌دادند، از جمله، کسر $\frac{۱}{۲}$ به‌این ترتیب نوشته می‌شد. $\bar{\alpha}\bar{\beta}''$.

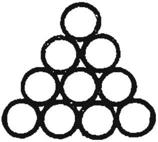
در مکتب فیثاغورس برای نخستین بار، به‌طبقه‌بندی عددها برخورد می‌کنیم، ولی این طبقه‌بندی به‌صورت خاصی انجام گرفته است، یا براساس نمایش هندسی آن‌ها است و یا جنبه‌ی انتزاعی فلسفی ـ عرفانی دارد. شکل هندسی واحد، یک مربع است. وقتی با تقسیم ضلع‌های مربع به‌بخش‌های برابر و کوچک‌تر، مربعی به‌دست آید که از مجموعه‌ی مربع‌های کوچک‌تر درست شده است، می‌تواند نماینده‌ی عددهای مربعی باشد: ۴، ۹، ۱۶،... به‌همین ترتیب عددهای «مستطیلی» را نشان می‌دادند، وقتی عددی شامل دو عامل نابرابر باشد، می‌توان آن را به‌صورت «مستطیل» نشان داد. از جمله، عدد ۶ مستطیلی است به‌ضلع‌های ۲ و ۳، یعنی عامل‌هایی که عدد ۶ را درست کرده‌اند. ۲ و ۳ ضلع‌های عدد ۶ نامیده می‌شدند. با تعریف مشابهی، عددهای «مکعبی» و عددهای «مجسم» را به‌دست می‌آورند. عدد مکعبی عددی است که به‌سه عامل برابر تجزیه می‌شود و عدد مجسم آن است که از سه عامل نابرابر درست شده باشد.

عددهای ۱، ۳، ۶، ۱۰، ۱۵،... را، عددهای «مثلثی» می‌نامیدند. عددهای مثلثی از مجموع عددهای طبیعی نخستین به‌دست می‌آیند:

$$۱,\ ۱+۲=۳,\ ۳+۳=۶,\ ۶+۴=۱۰,...$$

به‌این مناسبت، این عددها را «مثلثی» می‌گفتند، که اگر به‌تعداد هر عدد مثلثی، دایره‌ای داشته باشیم، می‌توان با آن‌ها، یک مثلث ساخت (شکل ۲ را ببینید).

به‌جز آن، عددهای طبیعی، به‌عددهای زوج (مرد) و عددهای فرد (زن) تقسیم می‌شد. عددی را کامل می‌گفتند که برابر با همه‌ی بخشیاب‌های خود باشد (البته در این بخشیاب‌ها باید خود عدد را به‌حساب نیاورد). از جمله ۶ یا ۲۸ عددهای کامل‌اند، زیرا



شکل ۲ـ عدد مثلثی ۱۰

$$۶=۱+۲+۳,\ ۲۸=۱+۲+۴+۷+۱۴$$

اگر دو عدد چنان باشند که مجموع بخشیاب‌های اولی برابر عدد دوم، و مجموع بخشیاب‌های دومی برابر با عدد اول بشود، این دو عدد را دوست (یا متحابه) می‌گفتند.

اگر از یک فیثاغوری پرسیده می‌شد که «دوست یعنی چه؟»، پاسخ می‌داد: «کسی دوست من است که مانند عدد ۲۲۰ در برابر ۲۸۴ باشد». به‌سادگی می‌توان متوجه شد که این‌ها، دو عدد دوست (متحابه) هستند. در واقع بخشیاب‌های عدد ۲۲۰ عبارت‌اند از

۱، ۲، ۴، ۵، ۱۰، ۱۱، ۲۰، ۲۲، ۴۴، ۵۵، ۱۱۰

و بخشیاب‌های عدد ۲۸۴:

۱، ۲، ۴، ۷۱، ۱۴۲

و به‌سادگی می‌توان محاسبه کرد که مجموع بخشیاب‌های اولی برابر ۲۸۴، و مجموع بخشیاب‌های دومی برابر ۲۲۰ است.

دو عدد ۷ و ۳۶ برای فیثاغوریان خیلی اهمیت داشت. سرچشمه‌ی تقدس عدد ۷ را باید در سرزمین بابل جست‌وجو کرد و از همان جا است که به‌مکتب فیثاغوری راه یافته است. اما عدد ۳۶، به‌خاطر ویژگی‌های خود، تاثیر بی‌اندازه‌ای در مکتب فیثاغوری، با توجه به‌اعتقادهایی که داشتند، گذاشته بود. از یک طرف ۳۶ برابر است با مجموع مکعب‌های سه عدد نخستین. یعنی

$$۳۶=۱^۳+۲^۳+۳^۳$$

و از طرف دیگر، برابر است با مجموع چهار عدد زوج نخستین و مجموع چهار عدد فرد نخستین:

$$۳۶=(۲+۴+۶+۸)+(۱+۳+۵+۷)$$

به‌اعتقاد هواداران فیثاغورس، تمامی جهان هستی، بر پایه‌ی چهار عدد زوج نخستین و چهار عدد فرد نخستین ساخته شده است و، به‌همین مناسبت، برای آن‌ها سخت‌ترین و ترسناک‌ترین سوگندها، سوگند به‌عدد ۳۶ بود.

البته برخورد عرفانی با عدد و اهمیتی که به‌بستگی‌های رازگونه‌ی بین عددها داده می‌شد، در تاریخ ریاضیات، نقش منفی داشته است، ولی تعبیرهای هندسی مکتب فیثاغوری توانست به‌پیشرفت ریاضیات یاری برساند.

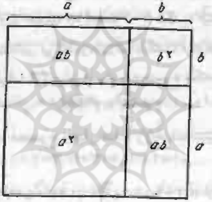
این روش موجب بستگی بین حساب و هندسه می‌شد و بنابراین، بسیاری از حکم‌های مربوط به‌نظریه‌ی عددها از قضیه‌های هندسی به‌دست می‌آمد و برعکس، بخشی از بستگی‌های عددی، موجب تعمیم‌هایی در هندسه شده بود. از جمله از همین راه بود که معلوم شد: مجموع عددهای فرد پشت سر هم، به‌شرطی که از واحد آغاز شود، همیشه برابر با یک

عدد مربع کامل است و یا هر عدد مربع کامل برابر است با مجموع عددهای فرد پشت سر هم.

به‌این ترتیب در مکتب فیثاغوری، در آغاز «حساب هندسی» و بعد به‌تدریج «جبر هندسی» پدید آمد و پیش رفت. البته، این جبر، با جبر امروزی به‌کلی متفاوت بود و خصلت دیگری داشت؛ در جبر فیثاغوری اثری از نشانه‌ها، که یکی از ویژگی‌های جبر امروزی است، دیده نمی‌شود. خصلت جبر هندسی فیثاغوری در این بود که همه‌ی نتیجه‌گیری‌ها را از راه نمایش هندسی آن‌ها به‌دست می‌آوردند از جمله، دستورهای مربوط به‌عمل ساده کردن ضرب را به‌این ترتیب بیان می‌کردند:

۱) دستور مربوط به‌توان دوم مجموع دو عدد (شکل ۳). مربعی می‌سازیم که ضلع آن برابر با مجموع پاره‌خط‌های a و b باشد. از نقطه‌های تقسیم پاره‌خط‌ها خط‌های راست موازی ضلع‌های مربع رسم می‌کنیم. از روی شکل پیداست که:

$$(a+b)^2=a^2+ab+ab+b^2=a^2+2ab+b^2$$



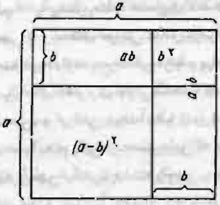
شکل ۳

۲) دستور توان دوم تفاضل دو عدد (شکل ۴). با توجه به‌شکل، به‌سادگی می‌توان نتیجه گرفت:

$$(a-b)^2=a^2-ab-ab+b^2=a^2-2ab+b^2$$

حتا در زمان ما هم، برای این که این دستورها، به‌صورتی عینی نشان داده شود، از همین روش بیان هندسی آن استفاده می‌شود.

احتمال دارد در مکتب فیثاغوری، معادله‌ی درجه‌ی دوم را هم با روش هندسی عمل می‌کردند و تکامل همین روش‌ها بود که در اثر پرارزش اقلیدس، یعنی «مقدمات»، در سده‌ی سوم پیش از میلاد وارد شده است و به‌همین جهت بحث آن را به‌بحث درباره‌ی «مقدمات»



شکل ۴

اقلیدس موکول می‌کنیم.

در مکتب فیثاغورس به‌مساله‌های هندسی، اهمیت زیادی می‌دادند. «اودموس»، یکی از نخستین کسانی که درباره‌ی تاریخ هندسه نوشته است، درباره‌ی کارهای هندسی ـ فیثاغورس، می‌گوید:

«فیثاغورس دانش هندسه را دگرگون کرد و آن را به‌صورت آموزش آزاد درآورد، زیرا او این دانش را به‌یاری مبانی آن می‌فهمید و قضیه‌های آن را به‌صورت غیرمادی و تنها از راه خرد، بررسی می‌کرد».

کارهایی که در مکتب فیثاغوری، روی موضوع‌های هندسی انجام گرفته است، ساده و از پیچیدگی به‌دور است و این، به‌این خاطر است که مساله‌های هندسی را با مساله‌هایی که جنبه‌ی خاص عددی دارند، یکی می‌کرد. نتیجه‌ی این روش کار دوجانبه بود؛ شکل‌های هندسی ساختمان‌های عددی را روشن و قابل درک می‌کرد و به‌نوبه‌ی خود، همین شکل‌های هندسی در بستگی‌های متقابل با مساله‌های عددی، روشنی لازم را برای خود به‌دست می‌آورد. برای نمونه، از اثبات هندسی این حکم که، حاصل ضرب به‌ردیف عامل‌های آن بستگی ندارد، راه محاسبه‌ی مساحت مربع و مستطیل به‌دست می‌آمد، و از نمایش عددها به‌صورت شکل‌های هندسی (عددهای مسطحه، مربعی، مثلثی، مجسم و غیره) مساله‌هایی درباره‌ی ساختمان چندضلعی‌های منتظم و سپس، چندوجهی‌های منتظم، مطرح می‌شد.

در ضمن، ساختمان پنج‌ضلعی منتظم، که برای نخستین بار به‌وسیله‌ی فیثاغوریان انجام گرفت، اهمیت زیادی دارد. ساختن چندضلعی‌های منتظم، مبنایی شد که به‌یاری آن بتوانند، چندوجهی‌های منتظم را هم بسازند؛ و فیثاغوریان توانستند همه‌ی گونه‌های چندوجهی‌های منتظم را بسازند: چهاروجهی منتظم، که از چهار مثلث متساوی‌الاضلاع برابر با هم تشکیل شده است، هشت وجهی منتظم، که وجه‌های آن را هشت مثلث متساوی‌الاضلاع برابر با هم تشکیل

می‌دهد، بیست‌وجهی منتظم که با بیست مثلث متساوی‌الاضلاع برابر با هم، درست می‌شود، مکعب، یعنی یک شش‌وجهی با وجه‌های مربعی شکل برابر با هم، و سرانجام دوازده وجهی منتظم، یعنی جسمی که محدود به‌دوازده پنج‌ضلعی منتظم برابر با هم است.

طبیعی است که حل مساله‌های دشواری چون ساختن چندوجهی‌های منتظم، در مکتب فیثاغوری، دارای ارزش مذهبی، و عرفانی بود. آن‌ها این شکل‌ها را «جسم‌های آسمانی» می‌دانستند و هر کدام از آن‌ها را به‌نام یکی از عنصرهایی که به‌اعتقاد یونانیان، اساس و جوهر هستی بود، می‌نامیدند: چهاروجهی ـ آتش، هشت وجهی ـ باد؛ بیست وجهی ـ آب؛ مکعب ـ خاک؛ دوازده‌وجهی ـ اتر.

بین شکل‌های هندسی، کره از دیگران، زیباتر است. فیثاغورس زمین را کروی و در مرکز عالم هستی می‌پنداشت؛ در ضمن حرکت‌های خاصی، غیر از حرکت ظاهری شبانه‌روزی ستارگان ثابت به‌دور زمین، برای خورشید، ماه و سیاره‌ها قایل بود و به‌این ترتیب، نظریه‌ی خورشید مرکزی کوپرنیک (۱۵۴۸ـ۱۶۰۰ میلادی)، برای نخستین بار به‌وسیله‌ی فیثاغورس مطرح شد که زیر تاثیر اندیشه‌های ایرانی بود و تا زمان کوپرنیک از دانش اخترشناسی کنار رفته بود.

باید پذیرفت که فیثاغوریان، در زمینه‌های دیگر مربوط به‌هندسه هم، آگاهی‌های گسترده‌ای داشته‌اند: آن‌ها قضیه‌های مربوط به‌برابری مثلث‌ها، خط‌های راست موازی، اندازه‌ی مجموع زاویه‌های یک مثلث و غیر آن را می‌دانستند؛ هم‌چنین از روش ساختن شکل‌های هم‌ارز و مقدمه‌های هندسه‌ی فضایی آگاه بودند. یکی از مشهورترین کشف‌های فیثاغوریان پیدا کردن رابطه‌ی بین وتر و ضلع‌های مجاور به‌زاویه‌ی قائمه، در مثلث قائم‌الزاویه است که در تاریخ ریاضی به‌نام «قضیه‌ی فیثاغورس» معروف است. البته، این قضیه را در حالت‌های عددی بسیاری، عیلامی‌ها و بابلی‌ها می‌شناختند، ولی به‌ظاهر استدلال ریاضی آن (که به‌احتمالی با «برهان خُلف» بوده است)، مربوط به‌فیثاغورس یا هواداران او است.

یونانی‌ها استفاده از هندسه را برای محاسبه‌های عددی همه‌جا به‌کار می‌بردند. آن‌ها برای نوشتن عددها، همان‌گونه که دیدیم از حرف‌های الفبا استفاده می‌کردند و در ریاضیات محاسبه‌ای پیشرفتی چشم‌گیر نداشتند. ولی به‌کار بردن ساختمان‌های هندسی برای برآوردهای حسابی، به‌فیثاغوریان امکان داد تا عبارت ساده‌ای را برای بیان بستگی بین ضلع‌های مثلث قائم‌الزاویه، در حالتی که طول ضلع‌های آن عددهایی گویا و کوچک‌ترین ضلع، عددی فرد باشد، پیدا کنند. در این صورت، اگر ضلع کوچک‌تر مثلث، طولی برابر a داشته باشد، ضلع‌های دیگر با عددهای $\frac{a^2-1}{2}$ و $\frac{a^2+1}{2}$ بیان می‌شود.

علاوه بر آن‌که حالت‌های خاصی از این قضیه مورد استفاده‌ی ملت‌های باستانی (مصری‌ها، بابلی‌ها، عیلامی‌ها، چینی‌ها و هندی‌ها) بوده است، تاریخ‌نویسان اعتقاد دارند که فیثاغورس

هم نتوانست حالت کلی آن را ثابت کند. این‌ها تاکید می‌کنند فیثاغورس، قضیه را تنها برای حالت مثلث قائم‌الزاویه‌ی متساوی‌الساقین ثابت کرده است.

کار با مثلث‌های قائم‌الزاویه و هم‌چنین ساختن چندضلعی‌های منتظم که با ساختمان هندسی ریشه‌های معادله‌ی درجه دوم بستگی داشت، به‌حالت‌هایی برخورد کرد که نسبت دوپاره‌خط راست نمی‌توانست به‌وسیله‌ی یک عدد درست یا نسبت دو عدد درست بیان شود. به‌این جهت، این کشف بزرگ، برای فیثاغوریان مصیبت‌بار بود. کمیت‌هایی پیدا شده بود که از قانون عددی نسبت‌های عددی پیروی نمی‌کردند. برای نمونه، طول وتر مثلث قائم‌الزاویه‌ای که اندازه‌ی هر کدام از دو ضلع مجاور به‌زاویه‌ی قائمه‌ی آن، برابر واحد باشد، نمی‌توانست به‌یاری هیچ یک از عددهایی که فیثاغوریان می‌شناختند، یعنی عددهای درست و کسری، بیان شود. این کشف به‌اندازه‌ای با فلسفه‌ی فیثاغوریان درباره‌ی عدد، ناسازگار بود که آن‌ها با تمام نیروی خود تلاش کردند تا آن را از دیگران پنهان کنند. از این جنبه‌ی کار، فلسفه‌ی ذهنی فیثاغوریان برای ریاضیات زیان بسیار داشت و حرکت تکاملی مفهوم عدد را، تا مدت‌ها مانع شد.

تردیدی نیست که مکتب فیثاغورس، اهمیت زیادی برای پیشرفت روش‌های علمی و حل مساله‌های ریاضی داشت. روشن است که در مکتب فیثاغورس، بر یکی از جنبه‌های اصلی روش‌های ریاضیات، یعنی لزوم استدلال منطقی، تاکید می‌شد، جنبه‌ای که ریاضیات را به‌صورت یک دانش درآورد.

با این همه، سرنوشت فیثاغورس و مکتب او، پایان اندوه‌باری داشت، زیرا طرز فکری که فعالیت‌های مجمع فیثاغوری بر آن بنیان گرفته بود، بدون وقفه به‌سمت نابودی حرکت می‌کرد. مجمع فیثاغوری به‌طور عمده از نمایندگان اشراف تشکیل شده بود که تمامی حکومت شهر «کروتون» را در دست‌های خود داشتند. این وضع، امکان دخالت جدی مجمع را در زندگی سیاسی به‌وجود آورده بود. در ضمن، طبیعی است که این، دخالت در جهت منافع اشرافیت شهر بود. در همین زمان در اکثر و بسیاری از سرزمین‌های وابسته به‌یونان، نوعی حکومت دموکراسی برقرار شده بود (البته بدون حضور برده‌ها) که روز به‌روز هواخواهان بیش‌تری پیدا می‌کرد. و طبیعی بود که جریان «دموکراسی» هواخواهانی در «کروتون» هم پیدا کند. ولی فرار از «کروتون» هم، فیثاغورس را نجات نداد و در زمانی که در «مه راپونت» اقامت داشت، در زد و خورد با مخالفینش کشته شد.

بعد از تلاشی مجمع فیثاغوری، شاگردان و هواداران فیثاغورس در شهرهای مختلف یونان پراکنده شدند، در ضمن بیش‌تر آن‌ها، به‌آتن رو آوردند.